

Российская Академия Наук
ОРДЕНА ЛЕНИНА ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М. В. Келдыша

Ф. Р. Джегутанов, А.А. Кирильченко

ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ «ИНТЕРФЕРЕНЦИИ»
ДАЛЬНОМЕРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ДЛЯ МОБИЛЬНОГО РОБОТА

Москва, 2003 г.

Ф. Р. Дзегутанов, А.А. Кирильченко
ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ «ИНТЕРФЕРЕНЦИИ» ДАЛЬНОМЕРНЫХ
ИЗМЕРЕНИЙ ДЛЯ МОБИЛЬНОГО РОБОТА

F. R. Dzhegutanov, A. A. Kiril'chenko
THE STUDY OF PHENOMENA "INTERFERENCES" OF DISTANCE-
MEASURING MEASUREMENTS FOR MOBILE ROBOT

АННОТАЦИЯ

При осмотре среды дальномерной системой мобильного робота (МР) существенной характеристикой является дискретность осмотра на базовой плоскости (или базовой прямой в цилиндрическом варианте).

Суть явления «интерференции» при повторных осмотрах заключается в том, что при достаточно медленном движении МР и соответствующей развёртке дальномерной обзорно-информационной системы положение точек повторной измерительной сети может не совпадать с измерительной сетью, полученной при предыдущем цикле осмотра. Это ведёт к уменьшению величины дискретности результирующей измерительной сети.

Рассматривается цилиндрическая постановка исследования «интерференции» при стоящем и движущемся МР для оценки горизонтальной и вертикальной результирующей дискретности осмотра.

Для трёхмерной постановки доказана теорема об определении горизонтальной дискретности.

ABSTRACT

The essence of the phenomenon of "interference" at repeated surveys consists that at slow enough movement of mobile robot (MP) and the appropriate development (display) such repeated survey at which position of points of a repeated measuring network does not coincide with the measuring network received at the previous cycle of survey is possible (probable). It conducts to reduction of size of disorder of a resulting measuring network.

Cylindrical statement of research of "interference" is considered at worth and moving mobile robot for an estimation of horizontal and vertical resulting step-type behaviour of survey.

For three-dimensional statement the theorem of definition of horizontal step-type behaviour is proved.

Работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ №№ 00-01-00403, 00-15-96135, 02-01-00750, 02-07-90425, 02-01-00671

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1. Основные типы условий согласования	4
2. Цилиндрический вариант: горизонтальная дискретность	7
3. Цилиндрический вариант: вертикальная дискретность.....	13
4. Понятие асимптотически оптимального осмотра	15
5. Теорема об определении дискретности осмотра на плоскости	17
Заключение	21
Литература	21

ВВЕДЕНИЕ

Априорная оценка надежности алгоритмов системы управления (СУ) мобильного робота (МР) определяется в основном составом предположений о характеристиках среды, эффективностью алгоритмов в случае выполнения этих предположений и характером поведения СУ МР в случае нарушения этих предположений (последнее имеет большое значение для обеспечения живучести МР). Одним из важных обстоятельств, здесь является выполнение условий согласования (УС) информационных и двигательных параметров МР [1-5].

Алгоритму информационного обеспечения движения МР при этом соответствует несколько неравенств, связывающих функции параметров, характеризующие измеритель (высота положения, частоты сканирования, угловые скорости вращения блока обзора и т.п.), с параметрами, характеризующими движение робота (скорость движения, параметры участка пути и т.п.). При выполнении этих неравенств гарантируется выполнение текущей информационно-двигательной задачи (обнаружение в движении препятствий заданных типов и размеров слежение в движении за ориентиром и т. п.). В случае нарушения какого-либо из неравенств необходимо либо менять алгоритм, либо соглашаться с ухудшением качества и надежности работы СУ МР.

Учет УС необходим как на этапе проектирования, так и для уже построенных МР. В обоих случаях основу методики составляют расчетные случаи движения.

В работе рассмотрен расчётный случай цилиндрической постановки осмотра зоны обзора при стоящем и движущемся МР и на основе численного моделирования получены оценки результирующих горизонтальной и вертикальной дискретностей осмотра. Введено понятие асимптотически оптимального осмотра.

Приведены основные УС для МР. В разработке четвёртого типа УС принимал активное участие Ахтёров А.В.

В работе рассматривается случай равномерной развёртки дальномерных систем по углу обзора (углу места).

1. ОСНОВНЫЕ ТИПЫ УСЛОВИЙ СОГЛАСОВАНИЯ

При движении МР или распределённой мобильной системы (РМС) необходима организация адекватного информационно-двигательного поведения для решения функциональной задачи. Это требует согласования информационно-двигательных параметров и синхронизации движения элементов РМС. Существуют четыре типа УС информационно-двигательной активностей (ИДА) МР и элементов РМС [5]:

- 1) УС в ближней зоне осмотра;
- 2) УС при осмотре дальнего плана;
- 3) УС при планировании навигационных измерений в соответствии со

структурной особенностью среды.

Содержание и последствия их нарушения отражены в таблице 1.

Четвёртый тип УС для синхронизации движения элементов РМС в общем виде выглядит следующим образом [6]: $K_x x K_y y K_z z P(x, y, x)$, где $K_x, K_y, K_z \in \{\forall, \exists\}$, P – предикат. Пусть теперь V – носитель террайна, $V(M)$ – видимая окрестность множества M , а dA – открытая граница множества A , т.е. те участки границы множества A , через которые МР может покинуть A . Пусть $x_i(t_k)$ – положение i -го МР в момент времени t_k . Тогда такт работы системы управления РМС заключается в выборе подцелей движения для элементов РМС из множества: $dV(x_1(t_1), x_1(t_2), \dots, x_1(t_n), \dots, x_m(t_1), x_m(t_2), \dots, x_m(t_n))$.

Таблица 1. Таблица нарушений УС.

Тип УС	Название УС	Основные параметры среды для УС	Возможные последствия нарушений УС
1	Сканирование ближней зоны обзора по ходу движения	Характерный минимально допустимый размер обнаруживаемых препятствий (определяет дискретность осмотра в проекции на базовую плоскость).	а. Допустим фатальный исход. б. Возможно "нарушение без последствий" условий согласования при дополнительной априорной информации о среде, в частности, за счет увеличения размеров обнаруженных опасных зон.
2	Осмотр дальнего плана среды для выбора пути (предполагается, что непреодолимые препятствия могут быть двух	<ul style="list-style-type: none"> • Минимально допустимое расстояние до "стены" при проведении сеансов измерений; • Минимально возмож- 	Нефатальные, если при движении к выделенной подцели незамеченная яма или фиксированный ложный проход адекватно идентифицируются ИС

	типов: "стена" и "яма")	ная глубина "ямы"; • Характерный размер достаточного прохода.	ближнего действия
3	Проведение сеансов навигационных измерений для выделения текущего множества ориентиров в среде	<ul style="list-style-type: none"> • Характерное расстояние между особенностями естественных ориентиров (например, вертикальными ребрами предметов в помещении) или между искусственными маркерами; • Расстояние, характеризующее пороговое ограничение на смещение робота, при котором видимая часть среды не претерпевает "слишком значительных изменений" (это означает, что для двух последовательных сеансов обзора существуют общие ориентиры, что позволяет произвести интерпретацию как вновь появившихся, так и исчезнувших ориентиров); • Видимый диаметр среды - максимальное расстояние между двумя точками среды, видимыми одна из другой (видимость понимается с учетом радиуса действия информационной системы МР). 	<ul style="list-style-type: none"> а. Неадекватная интерпретация местоположения МР в среде, где допустимы несвязные районы с одинаковыми описаниями видимой части среды для используемого типа ИС; б. Неадекватное определение требуемого курса движения (ситуация типа "буриданова осли"), если существуют районы с "самоналожимыми" описаниями; в. "Конфликтная ситуация" при наличии эффективной системы счисления пути (ССП); г. Фатальный исход, если уход ССП превысил допустимый предел в случаях а) и б).

Пусть ставятся следующие задачи:

1. Достижимость целевой точки и аналог информационного обхода для конечного графа. Пусть Q - множество вершин графа возможных перемещений. Время дискретно, $\{x_k(t)\}_{k=1..n, t=0,1,2,...}$ - положения РМС. $Q(t) = \left\{ x_k(t) \Big|_{k=1..n, t=0,1,2,...} \right\}$ - пройденные вершины графа возможных перемещений. Условие согласование выглядит следующим образом:

$$\forall t \exists T \exists k : x_k(t+T) \in Q \setminus Q(t) \text{ (кванторная приставка - } \forall \exists \exists \text{)}.$$

2. Информационный обход в общем случае. Пусть V - носитель террайна (графа с континуум рёбер вершин). В этом случае условие согласование выглядит следующим образом:

$$\forall y \in \partial V \exists t \exists k : x_k(t) \sim y \text{ (кванторная приставка - } \forall \exists \exists \text{)}.$$

Следует особо отметить, что для этой задачи возможна запись УС в следующем виде:

$$V \left(\left\{ x_k(t) \Big|_{k=1..n, t=0..T} \right\} \right) = V,$$

где T - время окончания ИО.

3. Информационное блокирование – усиление УС информационного обхода

$$\forall t \forall y \in dV \left(\left\{ x_k(t) \Big|_{k=1..n, t=0,1,2,...} \right\} \right) \exists k : (x_k(t) \sim y) \text{ (кванторная приставка- } \forall \forall \exists \text{)}.$$

Это условие аналогично можно записать в виде:

$$dV \left(\left\{ x_k(t) \Big|_{k=1..n, t=0..T} \right\} \right) \subset V \left(\left\{ x_k(T) \Big|_{k=1..n} \right\} \right)$$

Следует особо подчеркнуть, что приведённые выше УС являются инвариантами для любого допустимого алгоритма данной функциональной задачи.

Примеры формул отражены в таблице 2.

Таблица 2. Формульное определение УС.

Тип УС	Название УС	Примеры формул УС
1	Сканирование ближней зоны обзора по ходу движения	$\frac{R^2 + H^2}{H} \Delta\alpha + V \Delta t < \varepsilon$ <p>R - расстояние до зоны обзора; H - высота дальномера; $\Delta\alpha$ - дискретность сканирования по углу места; Δt - период сканирования; V - скорость МР; ε - дискретность осмотра на базовой плоскости;</p>
2	Осмотр дальнего плана среды для выбора пути (предполагается,	$\frac{b^2 + a^2}{a} \Delta\varphi < c$ <p>a - характерное расстояние до препятствия; b - характерный размер препятствия;</p>

	что непреодолимые препятствия могут быть двух типов: "стена" и "яма")	$\Delta\varphi$ - дискретность сканирования по азимутальному углу; c - порог наблюдаемого «скачка» дальности
3	Проведение сеансов навигационных измерений для выделения текущего множества ориентиров в среде	$v\Delta t < \min(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$, ε_1 - характерное расстояние среды, на котором навигационное описание «не слишком» изменяется; ε_2 - половина минимального расстояния между ориентирами. Δt - период между навигационными сеансами
4	Синхронизация движения РМС. 1. Достижение целевой конфигурации в магистральном графе (МАГ) [8], Q - множество вершин МАГ, $Q(t)$ - множество пройденных вершин к моменту t ; 2. Задача ИО; 3. Задача ИБ.	<ol style="list-style-type: none"> 1. $\forall t \exists T \exists k : x_k(t+T) \in Q \setminus Q(t)$ 2. $\forall y \in \partial V \exists t \exists k : x_k(t) \sim y$ или $V\left(\left\{x_k(t)\right\}_{\substack{k=1\dots n \\ t=0\dots T}}\right) = V$ 3. $\forall T \forall y \in dV\left(\left\{x_k(t)\right\}_{\substack{k=1\dots n \\ t=0\dots T}}\right) \exists k : (x_k(T) \sim y)$ или $\forall T dV\left(\left\{x_k(t)\right\}_{\substack{k=1\dots n \\ t=0\dots T}}\right) \subset V\left(\left\{x_k(T)\right\}_{k=1\dots n}\right)$

2. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ ВАРИАНТ: ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ ДИСКРЕТНОСТЬ

Рассматривается движение робота по прямой со скоростью V и единственным углом обзора (углом развертки α , рис. 5). Пусть перед началом каждого из циклов осмотра система управления робота должна иметь информацию о расположенном перед ним участке местности. Размер этого участка определяется конструктивными особенностями робота.

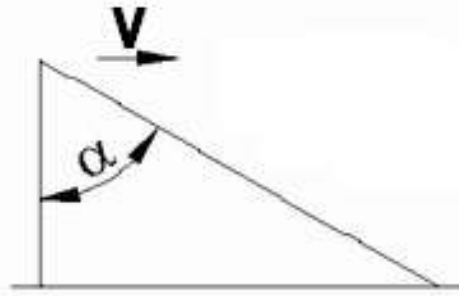


Рис.1

Суть явления «интерференции» при повторных осмотрах заключается в том, что при достаточно медленном движении МР и соответствующей развёртке возможен такой повторный осмотр, при котором положение точек повторной измерительной сети не совпадает с измерительной сетью, полученной при предыдущем цикле осмотра, что ведёт к уменьшению величины разброса результирующей измерительной сети.

Ниже приведены необходимые формулы для исследования горизонтальной и вертикальной дискретности осмотра [2].

Рассмотрим условия согласования для гарантированного обнаружения препятствия типа ямы и выступа в двухмерном случае.

Пусть робот движется со скоростью $V = \text{const}$ вдоль горизонтальной базовой линии ОХА, а измеритель дальности расположен на высоте $H = \text{const}$ над этой линией. Согласованная периодическая развертка с периодом T_0 заключается в проведении измерений при изменении угла развертки α в пределах $0 \leq \alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}$, $\alpha(t + T_0) = \alpha(t)$. Зона обзора задается тремя параметрами:

R - начальное расстояние до зоны обзора от робота при $\alpha = \alpha_{\min}$;

L - длина зоны обзора;

l - длина перекрытия двух соседних зон обзора.

Если в момент $t = 0$ измеритель наведен в точку $x_a = R$, $\alpha(0) = \alpha_{\min}$, робот находится в точке $x_a = 0$, то по завершении периода развертки в момент $t = T_0$ наведение осуществляется в точку $x_a = R + L - l$, $\alpha(T_0) = \alpha_{\min}$, робот находится

в точке VT_0 . Отсюда следует, что период развертки определится как $T_0 = \frac{L-l}{V}$.

Могут существовать различные программы изменения угла развертки $\alpha(t)$. В собственной системе координат (ССК) расстояние до точки измерения x_c по горизонтали меняется в пределах $R_1 \leq x_c \leq R_2$, где $R_1 = R = H \text{tg} \alpha_{\min}$, $R_2 = H \text{tg} \alpha_{\max}$. Время подъёма измерительного луча принимается равным cT_0 . Если $c = 0.5$, то число измерений при подъеме луча равно числу измерений при его опускании.

Пусть измерения проводятся с частотой $\nu_0 = 1/\Delta t$, Δx_c - расстояния между измеряемыми на базовой линии точками в ССК робота, а Δx_a - то же расстояние в абсолютной системе координат (АСК). Тогда $\Delta x_a = \Delta x_c + V\Delta t$. При подъеме луча $\Delta x_c > 0$, при опускании $\Delta x_c < 0$.

Ниже развертка предполагается монотонной, т.е. за весь период развертки переключение знака производной угла развертки происходит только один раз. Положим $t = \tau\Delta t$, где τ - целое число в диапазоне от 1 до $T/\Delta t$. Измерения производятся в моменты t . Нетрудно получить, что

$$\Delta x_c(t) = a(t) \frac{x_c^2(t) + H^2}{H + x_c(t)a(t)},$$

где $a(t) = \operatorname{tg}\Delta\alpha(t)$, $\Delta\alpha(t) = \alpha(t) - \alpha(t - \Delta t)$.

Пусть L_x , $0 \leq L_x \leq L$ - координата в зоне обзора текущего периода. Если $l < L/2$, то вся зона обзора разбивается на три участка:

А. $0 \leq L_x \leq l$;

Б. $l \leq L_x \leq L - l$;

В. $L - l \leq L_x \leq L$.

В этом случае, с учетом предыдущего и последующего периодов участки А и В осматриваются трижды - при подъеме и опускании луча на одном периоде и при подъеме луча на следующем периоде. На участке же Б луч измерений гарантированно проходит только один раз.

Пусть $\sigma = l/L > 0.5$. Тогда нетрудно видеть, что число периодов, в течение которых осматривается данная точка в АСК, равно $\left[(1 - \sigma)^{-1} \right]$, где $[.]$ - целая часть.

Перейдем теперь к рассмотрению наиболее часто встречающегося и наиболее простого в реализации типа развертки - развертки с постоянной скоростью по углу обзора. В этом случае $\alpha = \pm\omega_0$, $c = 0.5$. Отсюда следует, что

$$\omega_0 = \frac{2V}{L-1} \operatorname{arctg} \frac{(L+1)H}{2H^2 + 2R^2 + R(L+1)}.$$

При других типах разверток ω_0 сохраняет смысл средней скорости вращения угла обзора.

Ясно, что заведомо $\omega_0 < 2\pi\nu/(L-1)$.

Требуемая дискретность осмотра определяется типами возможных препятствий и их допустимыми параметрами. При этом предполагается, что препятствия расположены на базовой горизонтальной линии, а измерение дальности производится абсолютно точно.

Предположим, что возможны два типа препятствий: ямы шириной не менее ε_0 и вертикальные выступы высотой не менее h_0 , ширина которых может быть сколь угодно малой. Чтобы гарантированно обнаружить яму, достаточно выполнения условия

$$V\Delta t + R_2 - H \frac{R_2 - H \operatorname{tg}(\omega_0\Delta t)}{H + R_2 \operatorname{tg}(\omega_0\Delta t)} \leq \varepsilon_0,$$

или в линеаризованном виде достаточна оценка:

$$\Delta t \left(V + \omega_0 \frac{H^2 + R^2}{H} \right) \leq \varepsilon_0.$$

При нарушении условия возможна ситуация, когда яма обнаружена, не будет.

Для того, чтобы обнаружить вертикальный выступ высотой h_0 (независимо от ширины), достаточно выполнения условия

$$\max_{\alpha} \operatorname{ctg} \alpha (V \Delta t + \delta_{\alpha}) < h_0,$$

где δ_{α} - смещение x_c за счет изменения угла α между измерениями, при этом при подъеме луча $\delta_{\alpha} > 0$, а при опускании $\delta_{\alpha} < 0$. Отсюда следует грубая оценка

$$h_0 < H \varepsilon_0 / R.$$

Адекватность данной формулы требует дополнительных исследований методами математического моделирования.

При подъеме луча $h_0(x_c)$ справедлива формула

$$h_0(x_c) = V \Delta t \frac{H}{x_c} + H - H^2 \frac{x_c - H \operatorname{tg}(\omega_0 \Delta t)}{H x_c + x_c^2 \operatorname{tg}(\omega_0 \Delta t)}.$$

Положив $dh_0/dx_c = 0$, получим соответственно

$$x_c = \frac{HV \Delta t \cdot \operatorname{tg}(\omega_0 \Delta t) + H \sqrt{HV \Delta t \cdot \operatorname{tg}(\omega_0 \Delta t)}}{H \operatorname{tg}(\omega_0 \Delta t) - V \Delta t \cdot \operatorname{tg}^2(\omega_0 \Delta t)}$$

или

$$x_c \approx \sqrt{HV / \omega_0 + H^2}.$$

Во время обратного хода луча x_c уменьшается от R_2 до R . Наложим при этом требование, чтобы измерения производились только в зоне обзора. Это приводит к условию

$$V \Delta t \leq H \frac{R + H \operatorname{tg}(\omega_0 \Delta t)}{R - H \operatorname{tg}(\omega_0 \Delta t)} - R,$$

или в линеаризованной достаточной форме

$$V / \omega_0 < (H^2 + R^2) / H.$$

В этом случае смещение луча за счет изменения угла обзора α превышает смещение за счет смещения робота (межрежимных переключений нет). При таком обратном просмотре в зоне 1 очевидно, что

$$(\varepsilon_0)_{\min} = \delta(\alpha_{\max}) - V \Delta t$$

и заведомо будет меньше, чем в случае подъема луча. Аналогичный вывод можно сделать и об h_0 .

При определении качества «интерференции» использовались пороги, описание которых приведено в таблице 3.

Таблица 3. Основные пороги горизонтальной дискретности.

Название	Формула	Комментарий
Порог максимальной дискретности при движении	$v \Delta T + \varepsilon_{\max}(R_{\max})$	Значение дискретности осмотра не может превышать данный порог.

Порог минимальной дискретности при движении	$v\Delta T + \varepsilon_{\min}(R_{\min})$	Данный порог определяет приемлемую дискретность.
Порог дискретности движителя	$v\Delta T$	Достижение этих порогов, зависит от характеристик движителя и лазерной системы.
Порог минимальной дискретности ДОИС	$\varepsilon_{\min}(R_{\min})$	

Ниже приведены результаты экспериментов по исследованию явления «интерференции» в случае горизонтальной дискретности.

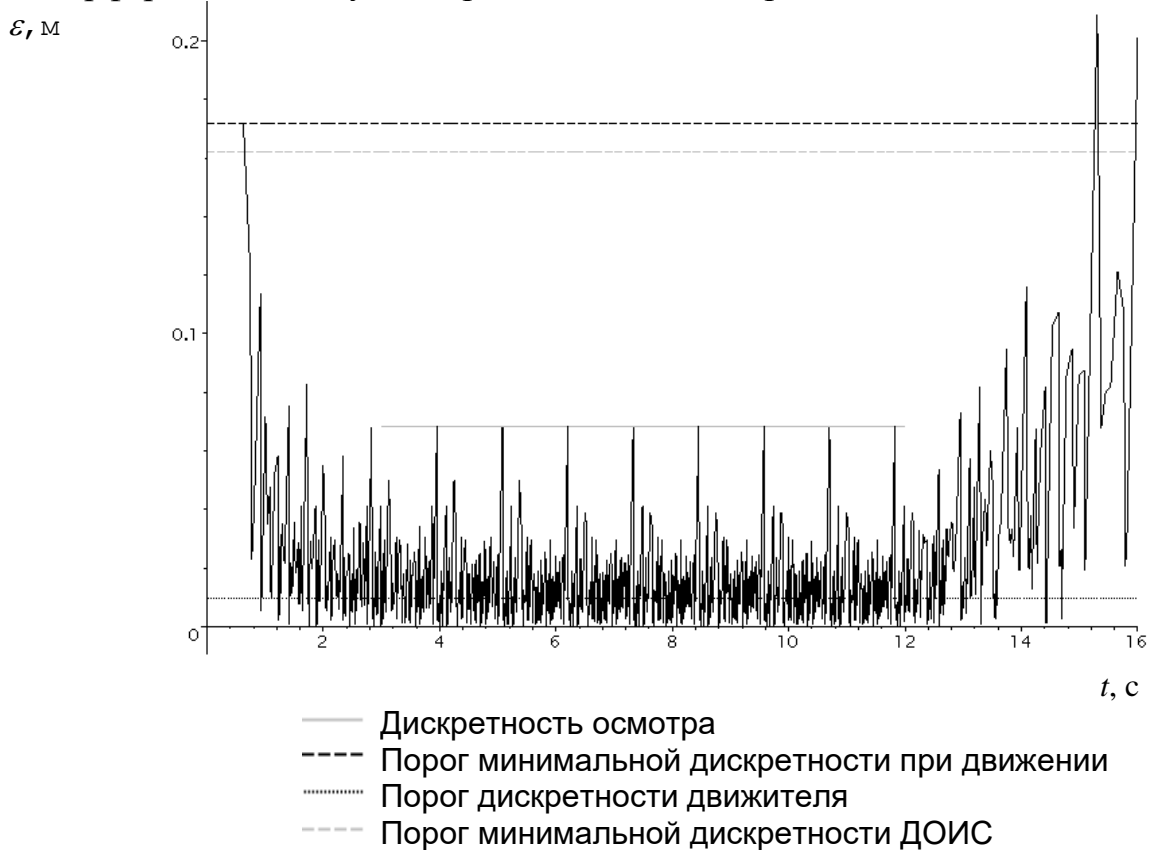


Рис. 2. $H = 1,69$ м, $V = 0,067$ м/с, $\alpha = 15 - 74^\circ$, $\nu = 7$ Гц, $\omega = 35$ °/с, $T = 50$

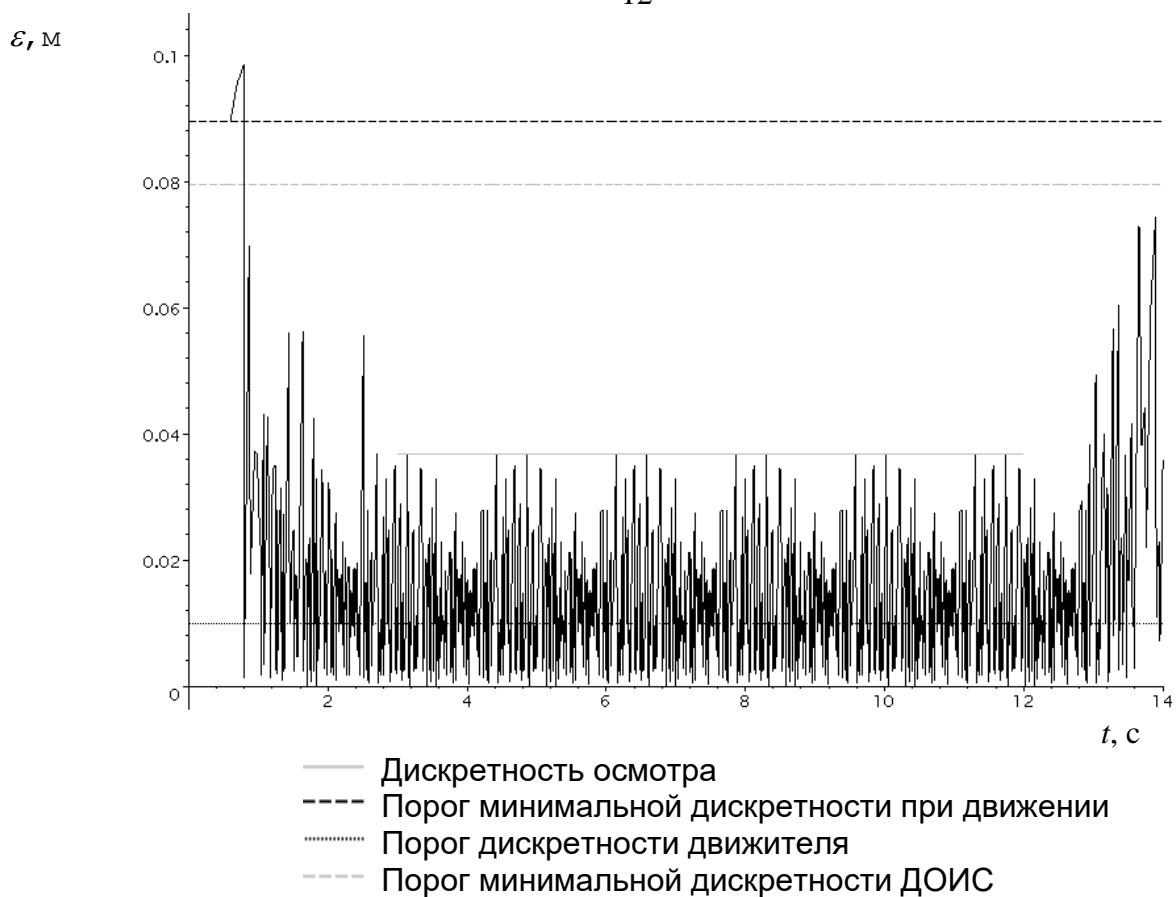


Рис. 3. $H = 1$ м, $V = 0,1$ м/с, $\alpha = 27 - 70^\circ$, $\nu = 10$ Гц, $\omega = 31,4$ °/с, $T = 50$

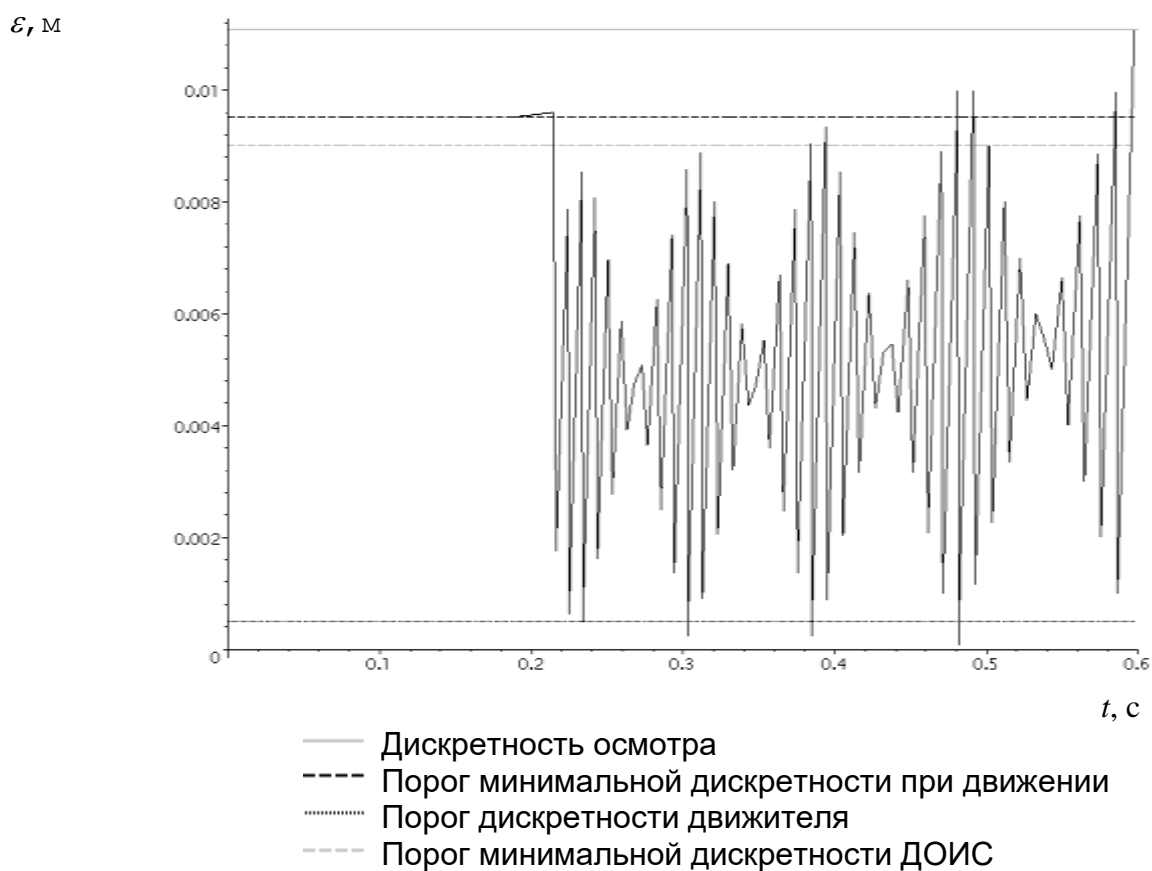


Рис. 4. $H = 1$ м, $V = 0,01$ м/с, $\alpha = 10 - 30^\circ$, $\nu = 20$ Гц, $\omega = 10$ °/с, $T = 1$

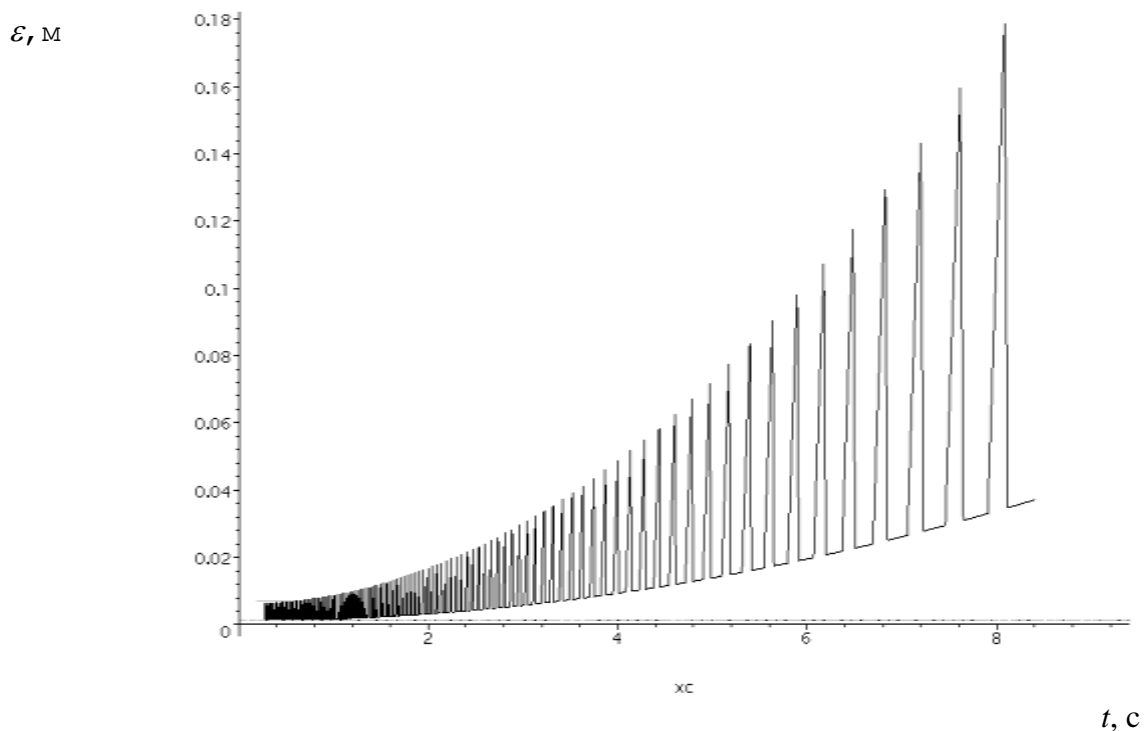


Рис. 5. $H = 1,5$ м, $V = 0$ м/с, $\alpha = 10 - 80^\circ$, $\nu = 100$ Гц, $\omega = 20\pi$ °/с, $T = 5$

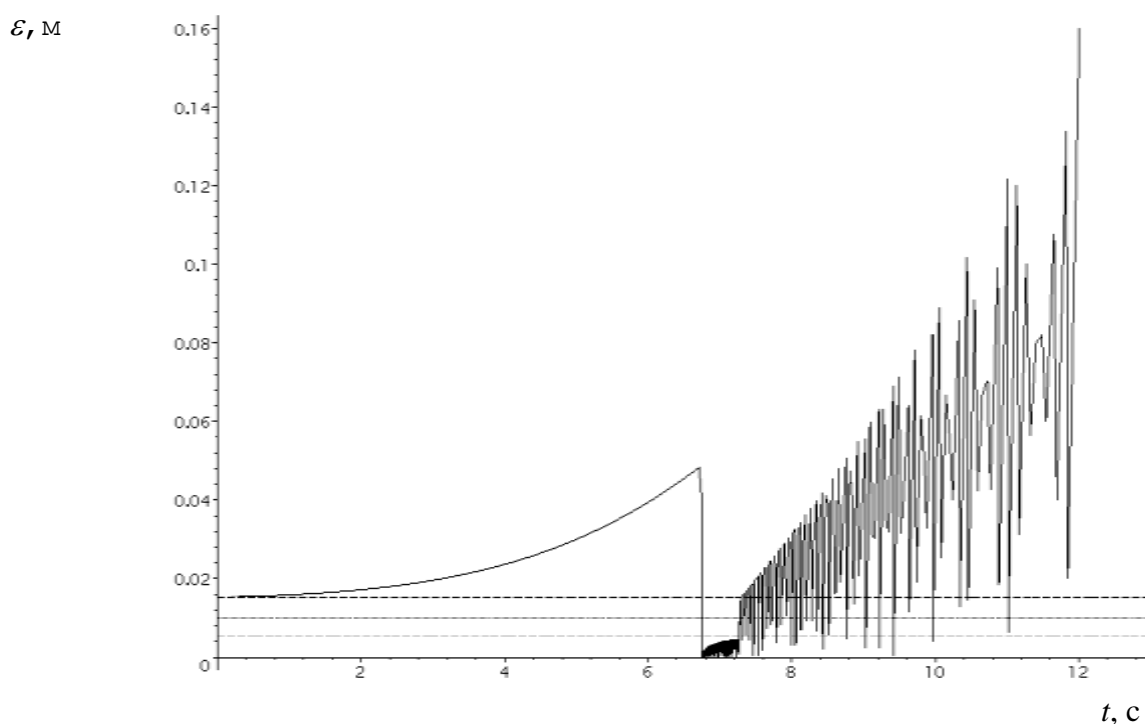


Рис. 6. $H = 1,5$ м, $V = 1$ м/с, $\alpha = 10 - 80^\circ$, $\nu = 100$ Гц, $\omega = 20$ °/с, $T = 1$

3. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЙ ВАРИАНТ: ВЕРТИКАЛЬНАЯ ДИСКРЕТНОСТЬ

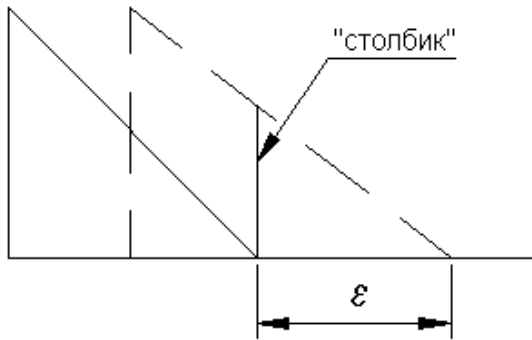


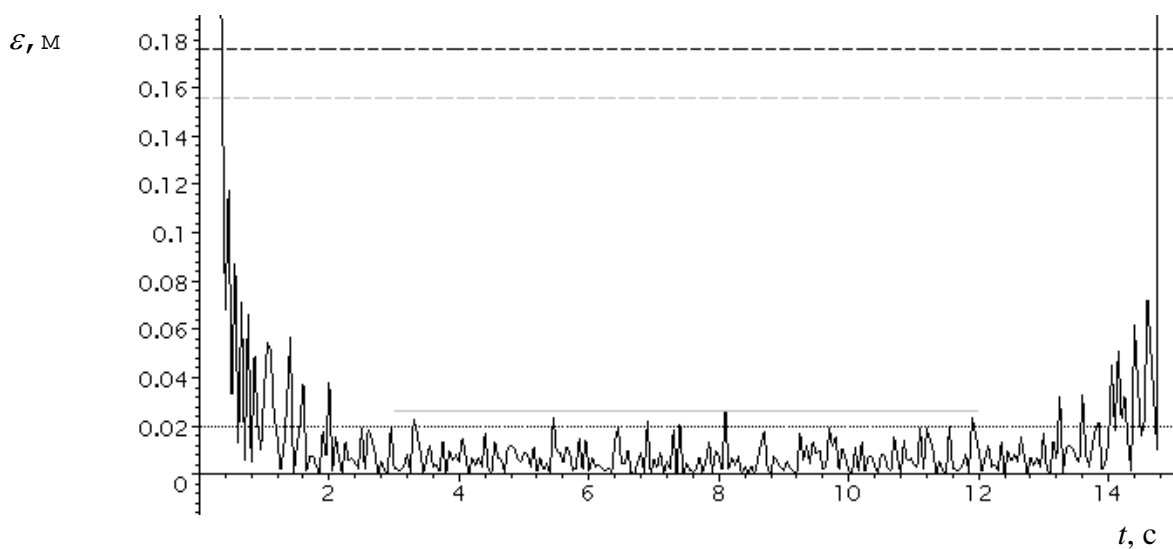
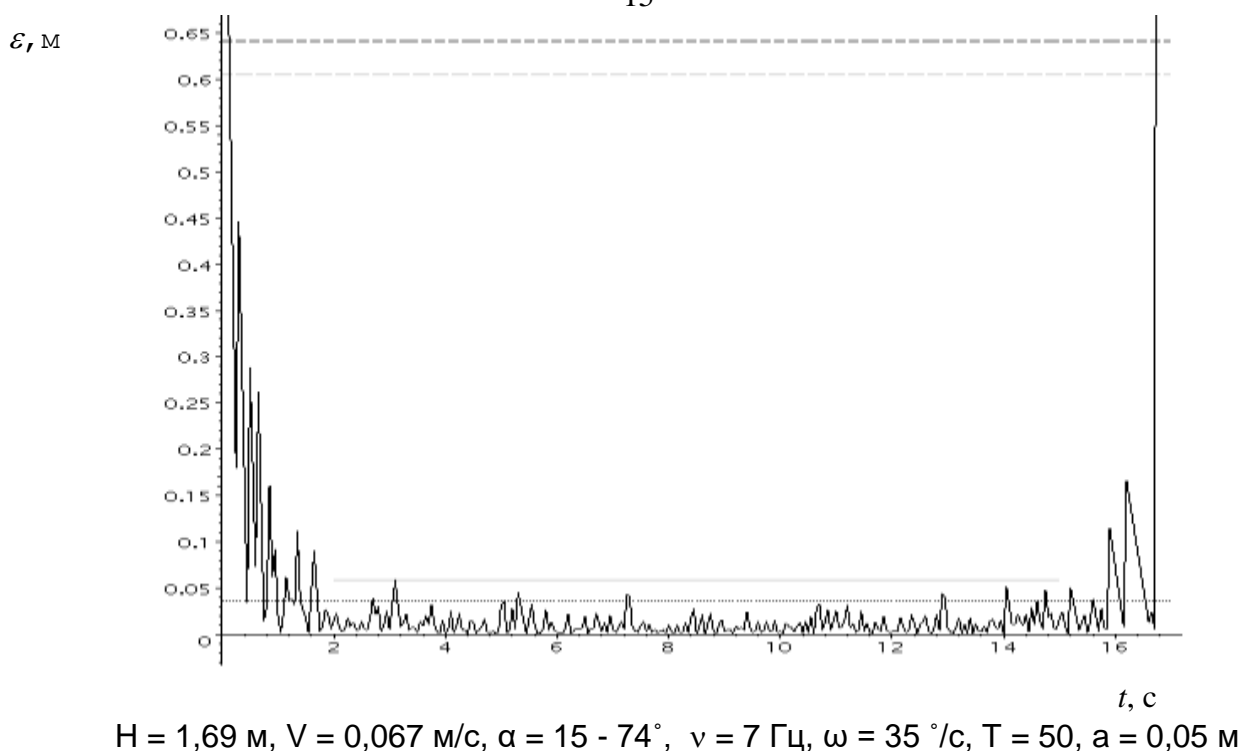
Рис. 7. Схематичное изображение «столбика»

Суть алгоритма, рассчитывающего вертикальную дискретность, заключается в следующем. В каждой точке сканирования а) производится построение «столбика» (вертикаль нулевой ширины), высота которого вычисляется по формуле $h = \varepsilon \operatorname{ctg} \alpha$; б) по возможности, производится усечение ранее построенных «столбиков»; в) по окончании эксперимента находится «столбик» наибольшей длины, который и определяет вертикальную дискретность.

Так же был использован ещё один алгоритм. Отличие этого алгоритма от первого заключается в шаге а). В данном случае он заменяется наложением сетки на зону движения мобильного робота. Сетка состоит из «столбиков» высоты равной высоте мобильного робота и имеет шаг q . Тогда в каждой точке сканирования необходимо проводить только лишь усечение столбиков сетки (возможно неоднократно). Положительной чертой данного алгоритма является надёжность, отрицательной – погрешность, зависящая от шага q .

Была проведена оценка полученных результатов для горизонтальной дискретности по параметру $\varepsilon_0 = V\Delta t + \varepsilon$ (дискретность осмотра после 0.5 периода осмотра, т.е. без «интерференции»), для вертикальной - по аналогичному параметру h_0 .

Особо следует отметить, что пороги горизонтальной дискретности переводятся в соответствующие пороги вертикальной дискретности в соответствии с приближённой формулой приведённой в предыдущем пункте.



- Дискретность осмотра
- - - Порог минимальной дискретности при движении
- Порог дискретности движителя
- - - Порог минимальной дискретности ДООИС

Рис. 8. $H = 1 \text{ м}, V = 0,1 \text{ м/с}, \alpha = 27 - 70^\circ, \nu = 10 \text{ Гц}, \omega = 35 \text{ }^\circ/\text{с}, T = 50, a = 0,05 \text{ м}$

4. ПОНЯТИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИ-ОПТИМАЛЬНОГО ОСМОТРА

Асимптотически-оптимальный осмотр характеризуется эффектом стремления дискретности осмотра к нулю при увеличении количества периодов осмотра. Этот эффект наблюдается при стоящем МР лишь в случае использования в дальномерной обзорно-информационной системе сканирующего зеркала, а не матрицы или линейки лазеров. Ниже приведены графики, иллюстрирую-

щие вышесказанное, а на таблице 4 приведены данные о лазерных дальномерах для шагающих роботов [7].

Таблица 4. Характеристики лазерных измерительных систем.

Название	H, м.	V, м/с	$\alpha_1-\alpha_2$, °	ν , Гц	ω , °/с
Натурный макет шагающего аппарата (НМША), разработан в НИИ ТРАНСМАШ в 1985-1991 г.г.	1,69	0,067	15-74	7	35
Лабораторный макет шагающего робота (ЛМШР), разработанный ВНИИТМ+ИПМ 1981-1988 г.г.	1	0,1	27-70	10	35

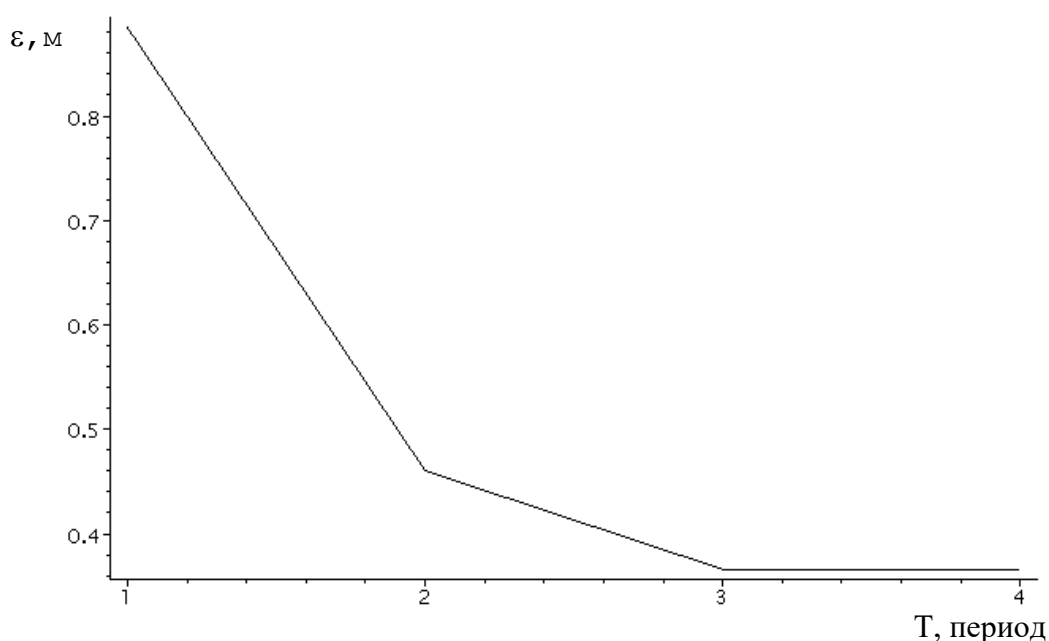


Рис. 9. $H = 1,69$ м, $V = 0$ м/с, $\alpha = 15 - 74^\circ$, $\nu = 7$ Гц, $\omega = 35$ °/с

На рис. 9 дискретность осмотра достигла оптимального значения на третьем периоде осмотра. Это объясняется наложением точек сканирования после третьего периода, на измерительную сеть полученную на первых трёх периодах осмотра.

Для того, чтобы не допустить подобного эффекта следует установить значение угловой скорости, к примеру, на $31,4$ °/с.

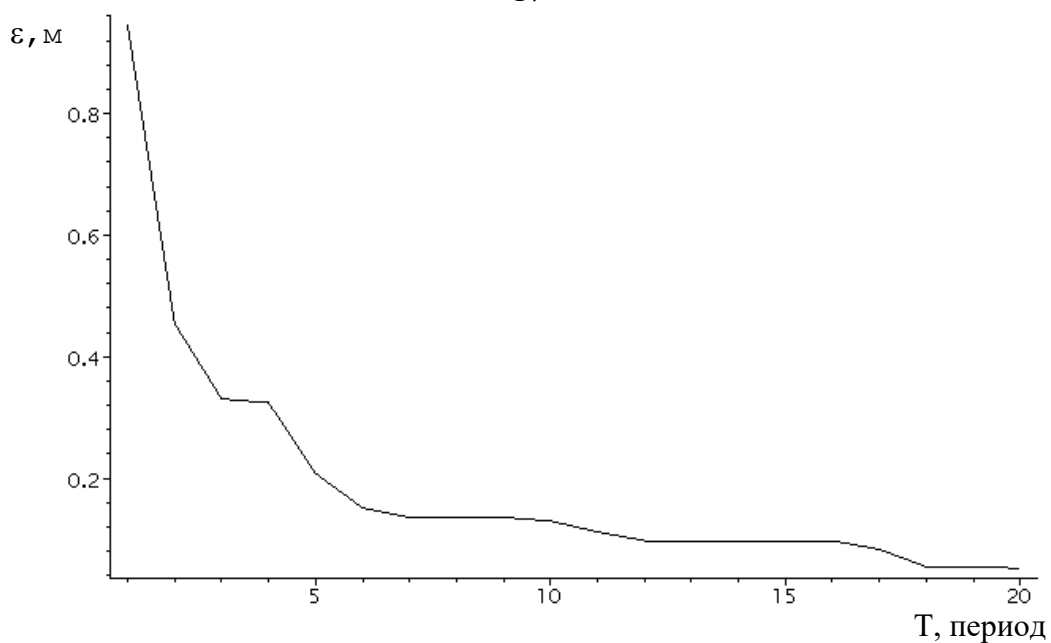


Рис. 10. $H = 1,69$ м, $V = 0$ м/с, $\alpha = 15 - 74^\circ$, $\nu = 7$ Гц, $\omega = 31,4$ °/с

На рис. 10 на двадцатом периоде дискретность осмотра равна 0,05224 м., при этом на сотом периоде она достигла значения 0,01107 м., что свидетельствует о стремлении дискретности к нулю при неограниченном увеличении количества периодов осмотра.

Проведём аналогичные исследования для лабораторного макета шагающего робота.

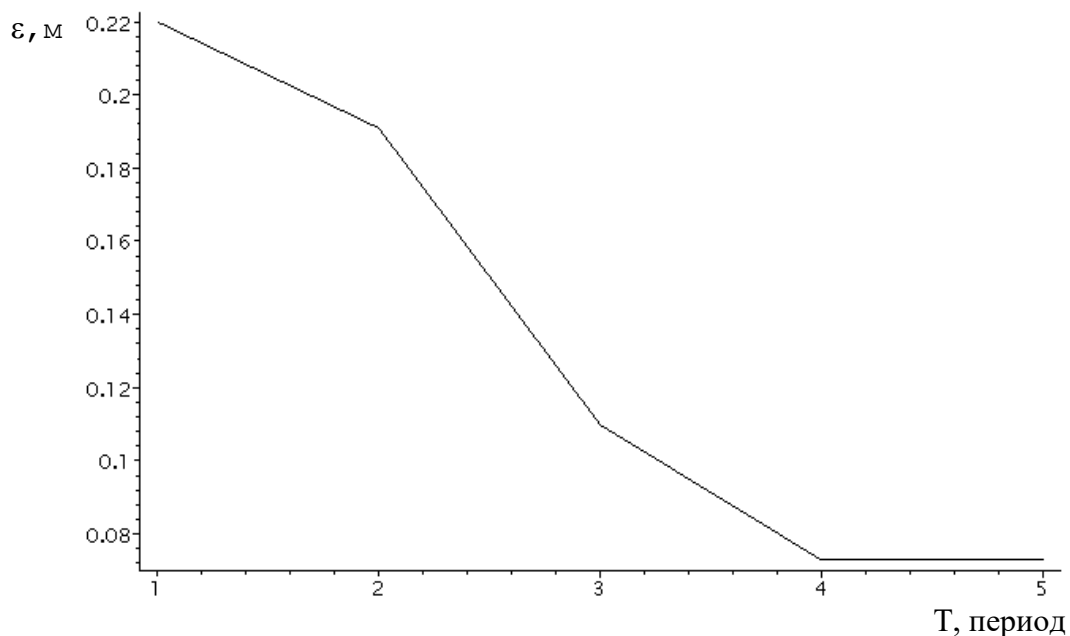


Рис. 11. $H = 1$ м, $V = 0$ м/с, $\alpha = 27 - 70^\circ$, $\nu = 10$ Гц, $\omega = 35$ °/с

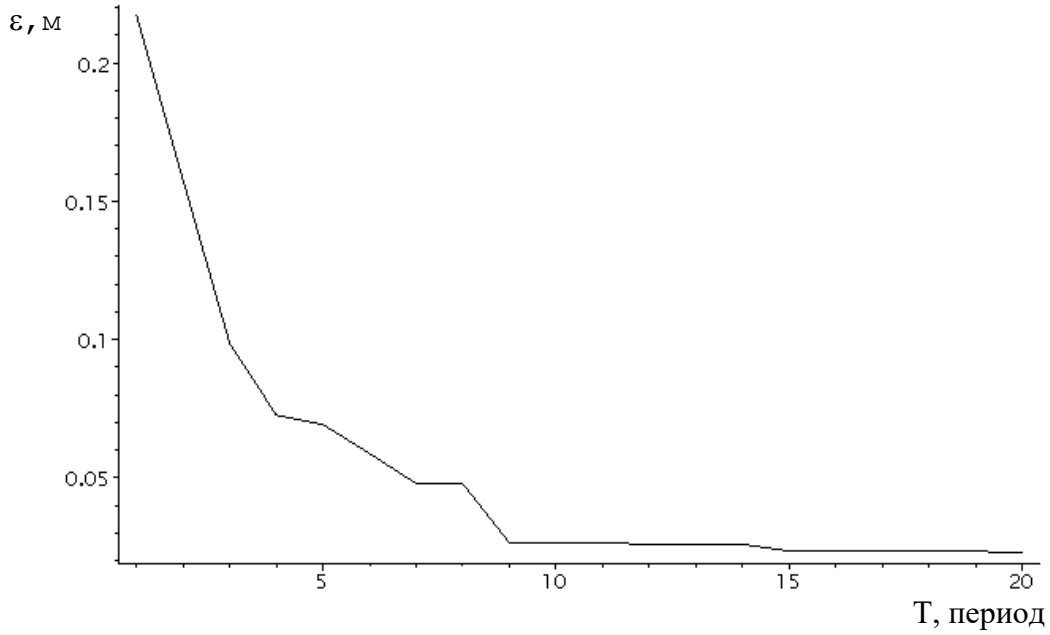


Рис. 12. $H = 1$ м, $V = 0$ м/с, $\alpha = 27 - 70^\circ$, $\nu = 10$ Гц, $\omega = 31,4$ °/с

Получен аналогичный результат. На двадцатом периоде дискретность осмотра равна 0,02272 м., на сотом - 0,00298 м.

5. ТЕОРЕМА ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ДИСКРЕТНОСТИ ОСМОТРА НА ПЛОСКОСТИ

Горизонтальная дискретность осмотра на плоскости может определяться различными способами, например с помощью диаграмм Вороного [2]. В данном пункте доказана теорема (анонсированная в [2]), позволяющая рассчитывать эту дискретность альтернативным способом.

Пусть Ω - замкнутый прямоугольник, характеризующий зону обзора на плоскости, Q - конечная измерительная сеть, $\Omega \cap Q \neq \emptyset$

$$\varepsilon_0 = \sup_{x \in \Omega} \min_{q \in Q} \|x - q\|$$

размер ε - сети ($\varepsilon = \varepsilon_0$) Q в области Q .

Положим $B = \left\{ x : x \in \Omega, \min_{q \in Q} \|x - q\| = \varepsilon_0 \right\}$. Точки множества B будем называть экстремальными. Через $\|M\|$ обозначается число элементов конечного множества M , или его длина, или площадь в случае, если они существуют.

Лемма 1. Пусть $B \setminus \partial\Omega \neq \emptyset$. Тогда

$$\forall z_0 \in (B \setminus \partial\Omega) \exists A_0 \subset Q (\forall a \in A_0 \|z_0 - a\| = \varepsilon_0) \ \& \ (|A_0| \geq 3).$$

Доказательство. 1. Очевидно, что $|A_0| \geq 1$ в силу определения B . Пусть, $A_0 = \{a_0\}$, $\|z_0 - a_0\| = \varepsilon_0$. Тогда $\forall q \in (Q \setminus \{a_0\}) \|z_0 - q\| > \varepsilon_0$. Пусть $q_1 \in Q$ - точка измерительной сети, для которой

$$\|z_0 - q_1\| = \varepsilon_1 = \min_{q \in Q \setminus \{a_0\}} \|z_0 - q\| > \varepsilon_0.$$

Далее положим

$$z_1 = z_0 + \frac{z_0 - a_0}{\|z_0 - a_0\|} \cdot \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_0}{2} \cdot \lambda,$$

где $\lambda \in (0, 1]$ выбирается так, чтобы $z_1 \in \Omega$, а все точки трактуются как векторы в некоторой декартовой системе координат.

Тогда $\|z_1 - a_0\| = \varepsilon_0 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)\lambda/2 > \varepsilon_0$.

С другой стороны, $\|z_1 - q_1\| \geq \varepsilon_1 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)\lambda/2 > \varepsilon_0$. Последнее неравенство справедливо, если вместо q_1 взять любой другой элемент из $Q \setminus \{a_0\}$ в силу выбора q_1 . Таким образом, расстояние от точки z_1 до множества Q (в общепринятом смысле) будет больше, чем ε_0 , что противоречит определению последней величины. Полученное противоречие доказывает, что $|A_0| \geq 2$.

2. Пусть теперь $|A_0| = 2$, $A_0 = \{a_0, a_1\}$ и ε_1 - величина, аналогичная определенной выше, при этом минимум берётся по множеству Q/A_0 . Проведем через середину отрезка $[a_0, a_1]$ перпендикуляр; он, очевидно, пройдет через z_0 и построим точку z_1 на этом перпендикуляре, находящуюся на расстоянии $(\varepsilon_0 - \varepsilon_1)\lambda/2$ от z_0 в таком направлении, чтобы выполнялось неравенство $\|z_1 - a_0\| > \varepsilon_0$ (λ определяется аналогично п. 1). Нетрудно видеть, что при таком выборе расстояние от z_1 до Q также будет больше чем ε_0 . Полученное противоречие доказывает, что $|A_0| \geq 3$.

Следствие. Из второй части доказательства следует, что любая экстремальная точка из $B \setminus \partial\Omega$ является центром окружности, описанной вокруг остроугольного треугольника, вершины которого суть точки из Q . Действительно, если это утверждение не выполняется, то в окружности радиуса ε_0 с центром в z_0 можно провести диаметр, обладающий тем свойством, что на интервале одной из полуокружностей, на которые он делит исходную окружность, не будет точек из Q и рассуждение п.2 доказательства, проведенное для перпендикуляра к этому диаметру останется в силе.

Лемма 2. Пусть $z \in (B \cap \partial\Omega)$ и $B \cap \partial Q \neq \emptyset$. Пусть $\Pi(z, q)$ - полуплоскость без точки z , границей которой является перпендикуляр к отрезку $[z, q]$, проходящий через точку z . Если выполняется условие $\forall q \in Q \Pi(z, q) \cap \Omega \neq \emptyset$, то $|A| \geq 3$, где $A \subset Q$, $A = \{a : \|a - z\| = \varepsilon_0\}$.

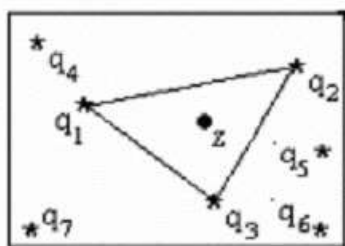
Доказательство проводится аналогично доказательству предыдущей леммы, поскольку выполнение указанного условия в случае $|A| = 1$ позволяет построить точку $z_1 \in Q$, расстояние от которой до Q превосходит ε_0 .

Следствие. Если зона обзора Ω есть многоугольник, то условие леммы выполняется для всех точек границы многоугольника, кроме его вершин. Кроме того, если экстремальная точка находится на границе зоны и не является вершиной многоугольника, то она расположена на перпендикуляре, проведенном через середину отрезка, конечные точки которого входят в Q .

Результаты лемм резюмируем в виде теоремы о типах экстремальных точек в зоне обзора (теорема «ГЭТ 3D»).

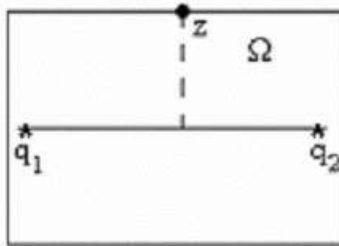
Теорема «ГЭТ 3D». Для экстремальной точки реализуем только один из трёх вариантов:

1. Если экстремальная точка находится внутри Ω , то она является центром окружности, описанной вокруг остроугольного треугольника, точки которого входят в измерительную сеть Q (Рис. 13 а).
2. Если экстремальная точка расположена на границе Q и не является вершиной многоугольника, то она расположена на перпендикуляре, проведенном через середину отрезка, конечные точки которого входят в измерительную сеть Q (Рис. 13 б).
3. Кроме того, экстремальная точка может быть расположена в вершине многоугольника Q (Рис. 13 в).



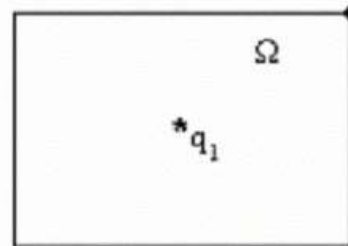
$Q = \{q_1, \dots, q_7\}$

Рис. 13 а



$Q = \{q_1, q_2\}$

Рис. 13 б



$Q = \{q_1\}$

Рис. 13 в

Приведенная теорема позволяет строить конечное множество точек, которые являются кандидатами в экстремальные точки. Обозначим это множество через M . Поскольку теорема исчерпывает все возможные типы экстремальных точек, то $B \subseteq M$. Из определений следует формула

$$\varepsilon_0 = \max_{m \in M} \min_{q \in Q} \|m - q\|.$$

Таким образом, данная теорема вместе с указанной формулой продуцируют конструктивный алгоритм нахождения величины ε -сети, образуемой конечной измерительной сетью Q в зоне обзора Ω на базовой плоскости. Этот алгоритм заключается в построении конечного множества M и определении ε_0 на основе этого множества. Нетрудно видеть, что вычислительная сложность алгоритма есть $O(N^3)$, где $N = |Q|$.

Схема алгоритма расчёта дискретности осмотра на плоскости на основе данной теоремы, представлена на рис 14.

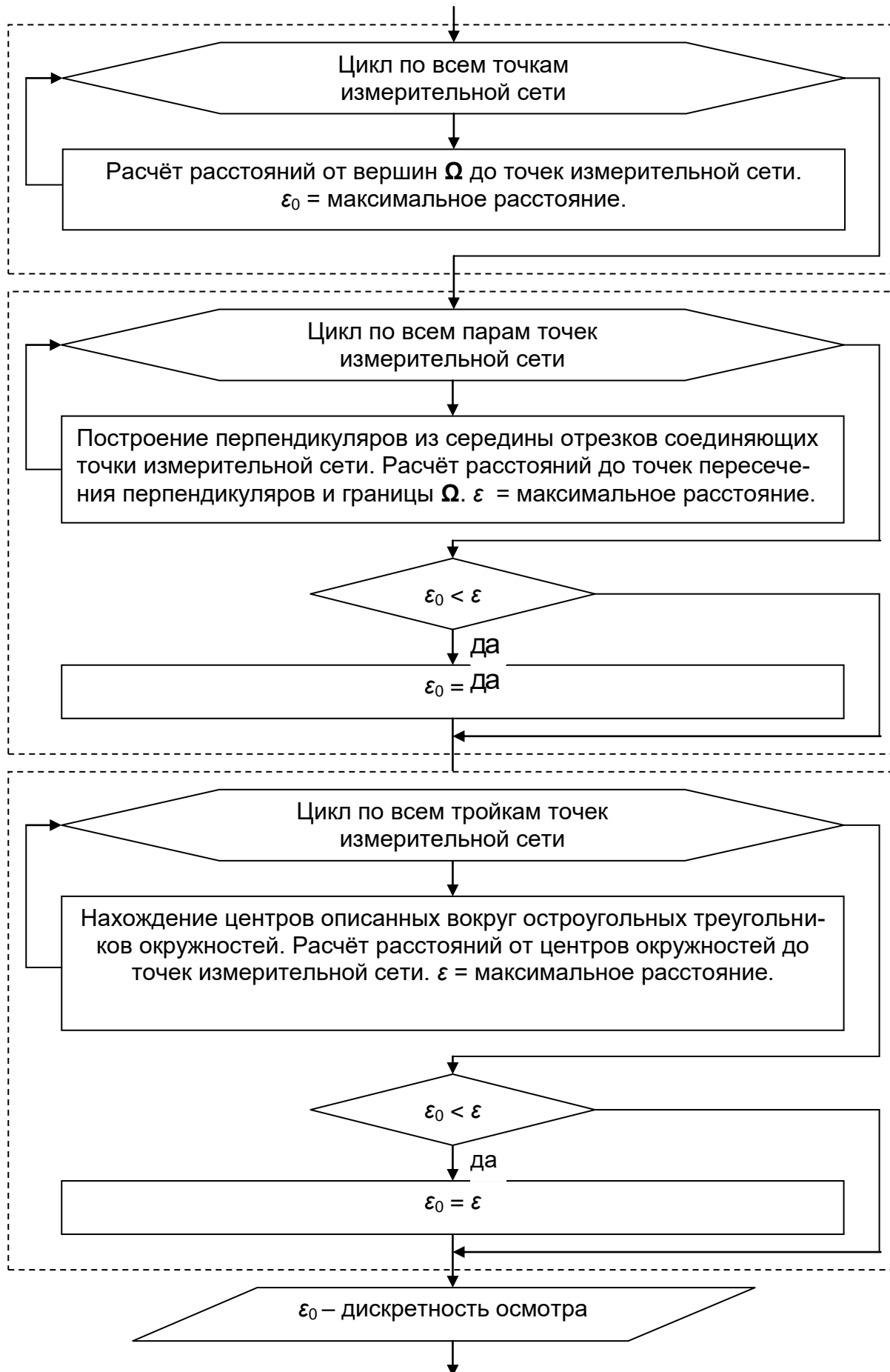


Рис 14. Алгоритм расчёта дискретности осмотра на плоскости

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как показали численные эксперименты при «интерференции» возможно уменьшение дискретности измерений в несколько раз (по сравнению с максимальной дискретностью при одноразовом осмотре). При этом на стоящем МР возможно построение асимптотически оптимального осмотра.

Приведены способы определения горизонтальной и вертикальной дискретности осмотра.

Для случая 3D приведена теорема об определении горизонтальной дискретности.

По результатам исследований может быть сделан вывод о необходимости учёта явления «интерференции» при планировании осмотра.

ЛИТЕРАТУРА

1. Барбашова Т.Ф., Кирильченко А.А., Ярошевский В.С., Яшкичев И.В. Условия согласования информационно-двигательных параметров мобильного робота при осмотре среды. //Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР, 1988, №190
2. Каргашин А.Ю., Кирильченко А.А., Ярошевский В.С. Определение характеристик дискретного осмотра среды мобильным роботом с использованием дальномерной информационной системы. // «Программирование прикладных систем», М.: Наука, 1992, с. 155-163
3. Брагин В.Б., Камынин С.С., Кирильченко А.А., Охоцимский Д.Е. и др. Системы осязания и адаптивные роботы. // М.: Машиностроение, 1985.
4. Bezbogov S.A., Kirilchenko A.A., Platonov A.K., Pryanichnikov V.E., Yaroshevsky V.S. Path finding problem and information support of mobile robots in uncertainty. // "2nd IFAC conf. of IAV-95, Proc.", Helsinki, 1995, pp 74-80
5. Ionova J.N., Kiril'chenko A.A., Pavlovsky V.E., Platonov A.K., Pryanichnikov V.E. Conditions for coordination the information and motion activities of mobile robots //Preprints pf the 3rd IFAC symbon Intelligent Autonomous Vehicles, Madrid, Spain, March 25-27, 1988, v.1, pp 67-52
6. А.В. Ахтёров, А.И. Белоусов, Ф.Р. Джегутанов, А.А. Кирильченко, Групповой поиск в лабиринте (Атлас расчётных случаев для задачи информационного блокирования) //М.: Препринт Ин-та прикл. матем. им. М.В. Келдыша РАН, 2002, №32.
7. Okhotsimsky D.E., Platonov A.K., Kiril'chenko A.A., Lapshin V.V., Tolstousova V.G., Walking Machines. //”Advances in mechanics”, 1992, v.15, №1-2, pp. 39-70.