РАСЧЕТ СИЛЫ ВЗИМОДЕЙСТВИЯ КОНТАКТНОГО ПРОВОДА И ТОКОПРИЕМНИКА ЭЛЕКТРОПОДВИЖНОГО СОСТАВА ПО ВИДЕОИНФОРМАЦИИ

А.А. Богуславский[1], В.В. Сазонов[1], С.М. Соколов[1],
Н.В. Миронос[2], П.Г. Тюрнин[2]

[1]Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва
[2]ВНИИ железнодорожного транспорта, Москва

Описывается способ расчета силы взаимодействия токоприемника ЭПС и контактноого провода по зрительной информации о колебаниях токоприемника. Исходной информацией служит видеофильм, снятый ТВ-камерой, установленной на крыше локомотива. В результате оцифровки видеофильма и обработки полученной последовательности цифровых кадров из нее извлекают временные ряды, представляющие собой выраженные в условных единицах вертикальные координаты рамы и полоза токоприемника. Анализ выделенных временных рядов позволяет восстановить реальную зависимость указанных координат от времени, найти соответствующие скорости и ускорения и, подставив найденные величины в уравнения движения полоза и рамы, вычислить искомую силу в функции времени. Приведены примеры расчета силы для ЭПС на полигоне в Щербинке.

1. Введение

Цель данной работы – показать, что зрительная информация о колебаниях токоприемника электроподвижного состава (ЭПС) позволяет, в принципе, определить основные динамические характеристики этих колебаний, в частности, найти силу, с которой токоприемник прижимается к контактному проводу. Такое определение выполняется ниже в результате обработки временных рядов числовых данных, полученных оцифровкой видеофильма, снятого ТВ-камерой, установленной рядом с токоприемником. Камера фиксировала колебания токоприемника во время движения ЭПС. Числовые данные представляют собой выраженные в условных единицах вертикальные координаты рамы и полоза токоприемника. Анализ полученных временных рядов позволяет восстановить реальную зависимость указанных координат от времени, найти соответствующие скорости и ускорения и, подставив найденные величины в уравнения движения полоза и рамы, вычислить искомую силу в функции времени.

Чтобы результаты расчетов такого рода признать достаточно точными, необходимо быть уверенным в правильной реконструкции движения токоприемника и адекватности используемой математической модели, в том числе, в правильном выборе числовых значений ее параметров.

Реконструкция (аппроксимация) фактического движения токоприемника выполнялась с использованием дискретных рядов Фурье. Ее верификация выполнялась средствами гармонического анализа. Были выбраны отрезки временных рядов, на которых рама и полоз совершали довольно значительные и регулярные колебания. Учитывая механическую природу таких колебаний, можно утверждать, что они должны описываться суммой небольшого числа гармоник. Эти гармоники были найдены, и соответствующие аппроксимации выбранных отрезков данных построены. Затем строилась аппроксимация тех же отрезков рядами Фурье. При этом наибольшая частота выбиралась так, чтобы обе аппроксимации, а также их первые и вторые производные по времени достаточно точно совпадали. Найденное значение наибольшей частоты (или близкое ему) использовалось затем при аппроксимации рядами Фурье всех имеющихся данных.

Верификация математической модели токоприемника была проведена менее полно. Лежащие в основе этой модели дифференциальные уравнения являются общепринятыми [1], однако числовые значения некоторых их параметров неизвестны. Эти значения выбирались из общих соображений, а также из условия, что искомая сила должна лежать в известных пределах. Выбор параметров модели – узкое место данной работы, но следует отметить, что проведение с токоприемником ряда простых специальным образом организованных экспериментов и оцифровка видеозаписи о них позволили бы выполнить идентификацию математической модели во всем необходимом объеме.

Предлагаемый метод изложен на примере данных, полученных при контрольных заездах ЭПС с токоприемником … на полигоне в Щербинке.

2. Математическая модель колебаний токоприемника

Примем простейшую двухмассовую модель токоприемника [1]. Будем считать, что он состоит из полоза, рамы и двух невесомых пружин. Полоз прижат к контактному проводу и соединен пружиной с рамой, вторая пружина соединяет раму с основанием – крышей локомотива. Рама и полоз могут совершать поступательные движения по вертикали, но вертикальные перемещения основания отсутствуют. Теорему об изменении количества движения токоприемника в проекции на вертикаль запишем следующим образом

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + b_1 \frac{dx_1}{dt} + c_1 (x_1 - l) = F\,. \tag{1}$$

Здесь m_1 и m_2 – приведенные массы рамы и полоза, x_1 и x_2 – координаты рамы и полоза, отсчитываемые вверх по вертикали от основания, c_1 – коэффициент жесткости пружины между рамой и основанием, l – значение x_1, при котором эта пружина не деформирована, b_1 – коэффициент демпфирования рамы, F – вертикальная компонента силы, действующей на полоз со стороны контактного провода.

Обработка зрительных данных о колебаниях токоприемника позволяет получить значения координат x_1 и x_2, выраженные в пикселах, в некоторые дискретные моменты времени $t_0 < t_1 < t_2 < \ldots < t_N$. Эти значения, пересчитанные в метры, будем считать измерениями величин x_1 и x_2. Данные измерений обозначим $x_i^{(n)}$ $(i = 1, 2;\quad n = 0, 1, \ldots, N)$: $x_i^{(n)} \approx x_i(t_n)$. По этим данным методом наименьших квадратов построим сглаживающие выражения

$$X_i(t) = \alpha_i + \beta_i (t - t_0) + \sum_{m=1}^{M} a_{im} \sin \frac{\pi m (t - t_0)}{t_N - t_0} \qquad (i = 1, 2)\,. \tag{2}$$

Каждое выражение – сумма линейной функции и отрезка ряда Фурье по синусам. Выражения такого вида удобно использовать для аппроксимации произвольных гладких функций, заданных на отрезке $t_0 \le t \le t_N$ [2]. Функция $X_i(t)$ сглаживает измерения $x_i^{(n)}$. Имеют место соотношения $x_i^{(n)} \approx X_i(t_n)$, но разности $x_i^{(n)} - X_i(t_n)$ в отличие от разностей $x_i^{(n)} - x_i(t_n)$ содержат заметные высокочастотные составляющие. Варьируя число гармоник M, этими составляющими можно в известных пределах управлять.

Подставив выражения (2) в соотношение (1), найдем силу

$$F = F_0 + m_1 \frac{d^2 X_1}{dt^2} + m_2 \frac{d^2 X_2}{dt^2} + b_1 \frac{dX_1}{dt} + c_1 X_1\,. \tag{3}$$

Здесь $F_0 = c_1 l$. Величины m_1, m_2, b_1, c_1 и l – параметры принятой математической модели. Их значения известны с разной точностью. Наибольшие ошибки содержатся в c_1 и l, поэтому величину F_0 ниже всегда будем выбирать так, чтобы среднее значение выражения (3) на отрезке $t_0 \le t \le t_N$ равнялось нулю. В этом случае задаваемая этим выражением сила будет представлять собой отклонение силы от ее среднего на рассматриваемом отрезке значения.

Точность расчета силы описанным способом существенно зависит от точности имеющихся данных измерений и от выбора числа M в (2), точнее, от отношения $H=(t_N-t_0)/M$. Величина $(2H)^{-1}$ и есть упоминавшаяся во Введении максимальная циклическая частота отрезка ряда Фурье в (2). Исследование точности данных измерений и обоснование выбора H (или M) должны использовать методы, допускающие адекватную механическую интерпретацию. Как уже говорилось, в данной работе в качестве такого метода принят спектральный анализ. Этот метод естествен для данных, относящихся к тем отрезкам времени, на которых рама и полоз совершали достаточно регулярные колебания. Примеры таких данных приведены на рис. 1а. Данные представлены графиками кусочно-линейных функций – ломаными с вершинами в точках $\left(t_n, x_i^{(n)}\right)$. Нижняя ломаная описывает колебания рамы (координата x_1), верхняя – полоза (координата x_2). График разности $\Delta x = x_2 - x_1$ этих функций – ломаная с вершинами в точках $\left(t_n, x_2^{(n)} - x_1^{(n)}\right)$ – приведен на рис. 1б. В рассмотренных примерах $N=935$.

Колебания на рис. 1а обусловлены поднятиями контактного провода на опорах полигона в Щербинке. Поскольку расстояния между опорами примерно равны, такие поднятия привели довольно регулярным колебаниям токоприемника.

Специфика данных на рис. 1 и, вообще, всех данных, рассматриваемых ниже, состоит в том, что у них разности $t_{n+1}-t_n$ представляют собой целые кратные 0.02 с, причем в большинстве случаев $t_{n+1}-t_n=0.02$ с. Шаг по времени 0.02 с соответствует частоте смены полукадров в телевизионном стандарте, задающей темп обработки зрительной информации. Указанные соотношения упрощают анализ данных, делая его в некоторых отношениях похожим на анализ данных, заданных на равномерной сетке.

3. Спектральный анализ данных измерений

Для определенности будем говорить о данных $x_1^{(n)}$ $(n=0,1,\dots,N)$. Сначала в данных выделялись отдельные гармонические составляющие (гармоники). С этой целью данные аппроксимировались функцией

$$x_{1,ap}(t) = a_0 + a\cos 2\pi f t + b\sin 2\pi f t \tag{4}$$

где a_0, a, b и f – параметры. Значения параметров искались методом наименьших квадратов. Составим выражение

$$\Psi = \sum_{n=0}^{N}[x_1^{(n)} - x_{1,ap}(t_n)]^2. \tag{5}$$

Согласно методу наименьших квадратов определение параметров a_0, a, b и f

сводится к минимизации по ним выражения (5). Функция $\Psi = \Psi(a_0, a, b, f)$ имеет, как правило, много локальных минимумов, поэтому ее минимизация проводилась поэтапно. Сначала в результате решения ряда одинаковых линейных задач наименьших квадратов вычислялись значения функции

$$\Psi_1(f) = \min_{a_0, a, b} \Psi(a_0, a, b, f)$$

в узлах достаточно мелкой равномерной сетки на отрезке $0 \le f \le F$ (значение F определено ниже), строился график этой функции. Затем перебором по сетке находились приближенные значения точек минимума $\Psi_1(f)$. Абсциссы значимых (с достаточно малыми ординатами) точек минимума могут быть частотами искомых гармоник.

В верхней части рис. 2а приведен график функции

$$E(f) = \sqrt{\frac{\Psi_1(f)}{N-2}}$$

для данных $x_1^{(n)}$, представленных на рис. 1а. Значимые минимумы этой функции достигаются на частотах (выражены в Гц) $f_1 = 0.160$, $f_2 = 0.267$, $f_3 = 0.461$, $f_4 = 0.615$, $f_5 = 0.915$, $f_6 = 1.081$, $f_7 = 1.525$. Соответствующие амплитуды $A = \sqrt{a^2 + b^2}$ гармоник (4) составляют (выражены в мм) $A_1 = 32.6$, $A_2 = 20.1$, $A_3 = 75.0$, $A_4 = 24.6$, $A_5 = 18.7$, $A_6 = 16.6$, $A_7 = 13.5$. Величины $E(f_1)$, $E(f_2)$, … суть среднеквадратические ошибки аппроксимации данных измерений найденными выражениями (4).

Чтобы проверить полученные результаты другим способом, наряду с функцией $\Psi_1(f)$ рассматривалась функция

$$I(f) = \left[\sum_{n=0}^{N} (x_1^{(n)} - x_*) \cos 2\pi f t_n\right]^2 + \left[\sum_{n=0}^{N} (x_1^{(n)} - x_*) \sin 2\pi f t_n\right]^2,$$

$$x_* = \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^{N} x_1^{(n)}.$$

Пусть исследуемые измерения порождены функцией

$$x_1(t) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^{K} (\alpha_k \cos 2\pi\lambda_k t + \beta_k \sin 2\pi\lambda_k t), \tag{6}$$

причем все $\lambda_k > 0$ и среди них нет одинаковых. Составим выражение

$$I_1(f) = \left\{\sum_{n=0}^{N} [x(t_n) - \alpha_0] \cos 2\pi f t_n\right\}^2 + \left\{\sum_{n=0}^{N} [x(t_n) - \alpha_0] \sin 2\pi f t_n\right\}^2.$$

Его можно преобразовать к виду

$$I_1(f) = \frac{(N+1)^2}{4} \sum_{k=1}^{K} (\alpha_k^2 + \beta_k^2)[W(f - \lambda_k) + W(f + \lambda_k)] + \Delta I_1(f),$$

$$(N+1)^2 W(f) = \left(\sum_{n=0}^{N} \cos 2\pi f t_n\right)^2 + \left(\sum_{n=0}^{N} \sin 2\pi f t_n\right)^2 = N+1+2\sum_{k<l} \cos 2\pi f(t_l - t_k),$$

$$\Delta I_1(f) = \sum_{k<l} \sum_{m} \{A_m \cos 2\pi[\Omega_m t_k + \Omega'_m t_l + f(t_l - t_k)] +$$
$$+ B_m \sin 2\pi[\Omega_m t_k + \Omega'_m t_l + f(t_l - t_k)]\}.$$

В выражении для $\Delta I_1(f)$ частоты Ω_m и Ω'_m принадлежат множеству чисел $\{\pm\lambda_1, \pm\lambda_2, \ldots, \pm\lambda_K\}$, коэффициенты A_m и B_m выражаются через α_k и β_k $(k = 1, 2, \ldots, K)$.

Функция $W(f)$ называется функцией окна [3]. Она – четная и удовлетворяет соотношениям $0 \le W(f) \le 1$, $W(0) = 1$. Для данных $x_1^{(n)}$, представленных на рис. 1, фрагменты ее графика изображены на рис. 3. Поскольку у рассматриваемых данных разности $t_{n+1} - t_n$ представляют собой целые кратные 0.02 с, функция окна периодическая с периодом 50 Гц. Значимые максимумы функции окна равны 1 и достигаются в точках $F_l = 50l$ Гц $(l = 0, 1, 2, \ldots)$. Вне малых окрестностей этих точек $W(f) < 0.01$. В силу сказанного функция окна полностью определяется своими значениями на отрезке $0 \le f \le 25$ Гц.

Для $\Delta I_1(f)$ не удается найти простых эффективных оценок, но при $f(t_N - t_0) >> 1$, большом N и достаточно равномерном распределении точек t_n значения этой функции оказываются намного меньше первого слагаемого в выражении для $I(f)$. При анализе значимых максимумов функции $I(f)$ таким слагаемым можно пренебречь и принять

$$I_1(f) \approx \frac{(N+1)^2}{4} \sum_{k=1}^{K} (\alpha_k^2 + \beta_k^2)[W(f - \lambda_k) + W(f + \lambda_k)].$$

Отсюда, учитывая поведение функции $W(f)$, легко найти точки этих максимумов. Они определяются соотношениями $|f \pm \lambda_k| = F_l$. Пусть все $\lambda_k < F_1/2$. Тогда на отрезке $0 \le f \le F_1/2$

$$I_1(f) \approx \frac{(N+1)^2}{4} \sum_{k=1}^{K} (\alpha_k^2 + \beta_k^2) W(f - \lambda_k),$$

и отыскание значимых максимумов функции $I_1(f)$ на этом отрезке позволяет в принципе определить все частоты выражения (6). Частота $F_1/2$ называется частотой Найквиста. Именно она служила верхней границей F диапазона частот, для которых вычислялась функция $\Psi_1(f)$.

Если функция $I_1(f)$ имеет значимый максимум в точке f_*, то f_* близка одной из частот выражения (6). При $f_* \approx \lambda_k$ величина $2\sqrt{I_1(f_*)}/(N+1) \approx$

$\approx \sqrt{\alpha_k^2 + \beta_k^2}$, т. е. является оценкой амплитуды гармоники с частотой λ_k.

Для данных $x_1^{(n)}$, представленных на рис. 1а, график функции

$$A(f) = \frac{2}{N+1}\sqrt{I(f)}$$

изображен в нижней части рис. 2а. Точки значимых минимумов функции $E(f)$ и точки значимых максимумов функции $A(f)$ отличаются не более чем на несколько тысячных долей Гц.

Предположим, что описанными способами в исследуемых данных измерений найдены частоты f_k $(k = 1, 2, \ldots, K; K << N)$. Выражение, отвечающее этим частотам и аппроксимирующее данные измерений, ищем в виде (ср. (6))

$$x_{1,\,ap}(t) = a_0 + b_0 t + \sum_{k=1}^{K} (a_k \cos 2\pi f_k t + b_k \sin 2\pi f_k t), \tag{7}$$

где a_k, b_k $(k = 0, 1, \ldots, K)$ – постоянные параметры. Значения параметров находятся методом наименьших квадратов – из условия минимума функции, заданной соотношениями (5) и (7). Это условие приводит к системе линейных уравнений относительно a_k и b_k. Выражение (7) содержит слагаемое, пропорциональное времени, чтобы в удобном виде учесть присутствующие в данных измерений низкие частоты (см. рис. 2а). В случае данных, приведенных на рис. 1а, было получено $K = 7$; уточненные амплитуды $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ имеют значения: $A_1 = 26.8$, $A_2 = 13.1$, $A_3 = 73.1$, $A_4 = 22.0$, $A_5 = 21.2$, $A_6 = 11.6$, $A_7 = 9.8$. Новые значения отличаются от указанных выше.

Графики данных измерений координаты x_1 и аппроксимирующего их выражения (7) приведены в верхней части рис. 2б в одних и тех же координатных осях. График данных повторяет нижний график на рис. 1а, график аппроксимирующего выражения выглядят более гладким. В нижней части рис. 2б приведен график разности $x_1(t) - x_{1,ap}(t)$ – ломаная с вершинами $\left(t_n, x_1^{(n)} - x_{1,ap}(t_n)\right)$, который, судя по его виду, уже не содержат заметных низкочастотных (с частотами менее 2 Гц) гармонических составляющих. Построенная аппроксимация является приемлемой.

Перейдем к спектральному анализу значений разности $\Delta x = x_2 - x_1$, представленных на рис. 1б. Функции $E(f)$ и $A(f)$ для этих значений приведены на рис. 4а. Точки значимых минимумов $E(f)$ и максимумов $A(f)$ отличаются не более чем на несколько тысячных долей Гц. Значимые минимумы функции $E(f)$ достигаются на частотах (выражены в Гц) $f_1 = 0.461$, $f_2 = 0.925$, $f_3 = 1.322$, $f_4 = 1.386$, $f_5 = 2.236$, $f_6 = 2.308$. Соответствующие амплитуды гармоник (4) составляют (в мм) $A_1 = 2.07$, $A_2 = 2.80$, $A_3 = 2.98$, $A_4 = 3.09$, $A_5 = 4.61$, $A_6 = 2.93$. После построения аппроксимирующего выражения, аналогичного выражению (7), амплитуды гармоник были перевычислены. Их новые значения $A_1 = 2.04$, $A_2 = 3.01$, $A_3 = 2.87$, $A_4 = 2.86$, $A_5 = 4.31$, $A_6 = 2.07$. Сопоставление значений Δx и аппроксимирующего выражения иллюстрируется графиками на рис. 4б. В данном случае нельзя говорить о приемлемой аппроксимации.

Спектральный анализ данных измерений $x_2^{(n)}$ (рис. 1а) приводит к результатам, очень похожим на результаты анализа данных $x_1^{(n)}$. Имеется лишь несущественное различие в числовых характеристиках. Частоты (в Гц) и амплитуды (в мм) аппроксимирующего выражения (ср. (7)) в случае данных $x_2^{(n)}$ следующие: $f_1 = 0.162$, $A_1 = 28.7$, $f_2 = 0.268$, $A_2 = 13.7$, $f_3 = 0.461$, $A_3 = 73.4$, $f_4 = 0.616$, $A_4 = 21.1$, $f_5 = 0.913$, $A_5 = 20.0$, $f_6 = 1.082$, $A_6 = 9.5$, $f_7 = 1.524$, $A_7 = 7.8$. Значимых гармоник с частотами более 1.6 Гц в данных $x_2^{(n)}$ так же, как и в данных $x_1^{(n)}$, обнаружено не было.

Вообще, поиск гармонических составляющих в данных измерений является коварной задачей. Если амплитуда найденной гармоники мала и нет априорной уверенности в существовании такой гармоники, то вывод о ее обнаружении может оказаться ошибочным [3]. Гармоники с малыми амплитудами могут порождаться случайными ошибками в данных. Для гармоник с большими амплитудами таких сомнений не возникает. В рассматриваемом случае достаточно уверенно можно говорить о гармониках с амплитудами более 15 мм.

Для рассмотренного отрезка данных оказалось $x_{2,ap}(t) - x_{1,ap}(t) \approx \mathrm{const}$. Иными словами, независимая аппроксимация движений рамы и полоза не позволила в должной мере отразить колебания полоза относительно рамы. В видеофильме такие колебания хорошо заметны. Этот факт свидетельствует о недостаточной точности оцифровки зрительных данных.

4. Расчет силы

Построив аппроксимирующие выражения (7) для данных измерений $x_1^{(n)}$ и $x_2^{(n)}$, можно подставить их в формулу (3) и вычислить силу, с которой контактный провод действует на полоз токоприемника. При построении аппроксимирующих выражений следует с осторожностью относиться к высокочастотным гармоникам. Каждая гармоника во второй производной аппроксимирующего выражения имеет амплитуду, равную амплитуде соответствующей гармоники в исходном выражении, умноженной на квадрат частоты. При двукратном дифференцировании незначимая высокочастотная гармоника может стать значимой. Это может вызвать большие ошибки при вычислении силы. Чтобы уменьшить их, аппроксимирующие выражения строились с использованием регуляризации. Например, для данных измерений $x_1^{(n)}$ коэффициенты аппроксимирующего выражения (7) находились из условия минимума функции

$$\sum_{n=0}^{N}[x_1^{(n)} - x_{1,ap}(t_n)]^2 + \varepsilon \sum_{k=1}^{K} f_k^4 (a_k^2 + b_k^2),$$

где ε – положительный параметр.

Графики данных измерений координат x_1, x_2 и построенных описанным способом при $\varepsilon = 600$ Гц$^{-4}$ аппроксимирующих выражений (7) приведены в верхней части рис. 5. Измерения и аппроксимация каждой координаты указаны в одних и тех же координатных осях. Графики аппроксимирующих выражений выглядят более гладкими. В нижней части рис. 5 приведены графики ошибок аппроксимации $x_i(t) - x_{i,ap}(t)$ $(i = 1, 2)$. Построенные с помощью этих аппроксимирующих выражений графики силы $F = F(t)$ изображены на рис. 6. Они отмечены маркерами. Расчеты силы выполнены при $m_1 = 31$ кг, $m_2 = 10$ кг и двух вариантов значений b_1, c_1: $b_1 = 25$ Нс/м, $c_1 = 5$ Н/м (мягкая пружина) и $b_1 = 80$ Нс/м, $c_1 = 50$ Н/м (жесткая пружина). Значения параметров b_1 и c_1 не известны точно, поэтому было принято $b_1 \approx 2\sqrt{c_1 m_1}$, а для c_1 взяты два указанных значения. Параметр F_0 в (3) в обоих случаях выбирался из условия, что среднее значение $F(t)$ на рассматриваемом временном интервале равно нулю. Недостаток этих расчетов состоит в том, что $x_{2,ap}(t) - x_{1,ap}(t) \approx \mathrm{const}$, и колебания полоза относительно рамы по существу не учитывались при расчете силы.

Изложенные результаты и ряд аналогичных результатов (для других значений ε, см. [4]), не включенных в статью, позволили достаточно обоснованно выбрать значение M (или, что то же самое, H) в (2). Для данных измерений, рассмотренных выше, $M = 62$, $H = 0.346$с. Результаты аппроксимации этих данных выражениями (2) приведены на рис. 7. Графики данных измерений координат x_i $(i = 1, 2)$ и аппроксимирующих их выражений (2) приведены в верхней части рисунка в одних и тех же координатных осях. Графики аппроксимирующих выражений выглядят более гладкими. В нижней части рисунка приведены графики разностей $x_i(t) - X_i(t)$ – ломаные с вершинами $\left(t_n, x_1^{(n)} - X_1(t_n)\right)$. Сравнение построенных аппроксимирующих выражений (2) и (7) для координаты x_1 дано на рис. 8. В верхней части рисунков в одних и тех же координатных осях приведены графики функций $X_1(t)$ и $x_{1,ap}(t)$, а также графики их первых и вторых производных. Графики функции $x_{1,ap}(t)$ и ее производных отмечены маркерами. В нижней части рисунков приведены графики соответствующих разностей. Хотя экстремальные значения этих разностей велики, все же функции $X_1(t)$ и $x_{1,ap}(t)$ и качественно, и количественно ведут себя очень похоже. Примерно также совпадают между собой и функции $X_2(t)$, $x_{2,ap}(t)$.

Результаты расчета силы взаимодействия контактного провода и полоза, выполненные с использованием аппроксимирующих выражений (7), представлены на рис. 6 (графики без маркеров). Этот же рисунок позволяет сравнить результаты расчета силы, выполненные с использованием обоих способов аппроксимации данных измерений. И качественно, и количественно эти результаты близки, хотя в некоторые моменты времени разница между ними довольно велика.

Анализ графиков, представленных на рис. 6, 7 и таких же графиков для других значений M, показал [4], что при $M = 60 \div 65$ ($H = 0.330 \div 0.357$ с) оба способа аппроксимации дают примерно одинаковые результаты. Значение $H \approx 0.34$ с, по-видимому, целесообразно использовать при построении аппроксимирующих выражений (2) на любых достаточно продолжительных отрезках данных, полученных в рассматриваемой поездке. Иными словами, целесообразно выбирать число M, приблизительно равным утроенной длине отрезка $t_0 \le t \le t_N$, выраженной в секундах. При таком выборе M в [4] были построены графики аппроксимирующих выражений (2) и силы (3) для нескольких отрезков данных, длительностью несколько десятков секунд каждый. В целом эти отрезки охватили примерно 4 мин движения состава на кольце в Щербинке. На всех этих отрезках графики функции $F = F(t)$ выглядели примерно так же, как на рис. 6.

5. Заключение

Полученные результаты показывают широкие возможности использования систем технического зрения для диагностики функционирования токоприемников ЭПС. Это использование не ограничивается описанными выше расчетами силы взаимодействия токоприемника и контактного провода. Используя ту же систему и специальным образом организованные эксперименты, можно надежно определить параметры используемой математической модели и проверить ее адекватность. Следует отметить необходимость использования более совершенных видеосистем (повышенное пространственное разрешение ТВ-камер, прогрессивная развертка), позволяющих достаточно точно определять относительное движение различных частей токоприемника.

Список литературы

1. Беляев И.А., Михеев В.П., Шиян В.А. Токосъем и токоприемники электроподвижного состава. М.: Транспорт, 1976.
2. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. М.: Физматгиз, 1961.
3. Теребиж В.Ю. Анализ временных рядов в астрофизике. М.: Наука, 1992.
4. Богуславский А.А., Сазонов В.В., Соколов С.М., Миронос Н.В., Тюрнин П.Г. Расчет силы взимодействия контактного провода и токоприемника электроподвижного состава по видеоинформации. Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2004.

CALCULATION OF THE FORCE BETWEEN THE WIRE AND THE CURRENT COLLECTOR OF AN ELECTRIC TRAIN BASED ON VIDEO INFORMATION

A.A. Boguslavsky, V.V. Sazonov, S.M. Sokolov,
N.V. Mironos, P.G. Tyurnin.

We describe the method of calculation the force, which arise between the current collector of an electric train and the wire. Calculation is based on the video information from the TV camera placed on the locomotive roof. By digital processing the information, the time series are obtained, which represent time dependence of vertical coordinates of certain parts (the rack and the runner) of the current collector. Analysis of those series allow to reconstruct the real time dependence of the coordinates, to find the corresponding velocities and accelerations and, used the mathematical model of the current collector, to calculate the sought force as a function of time. The examples are given for such kind of calculations.

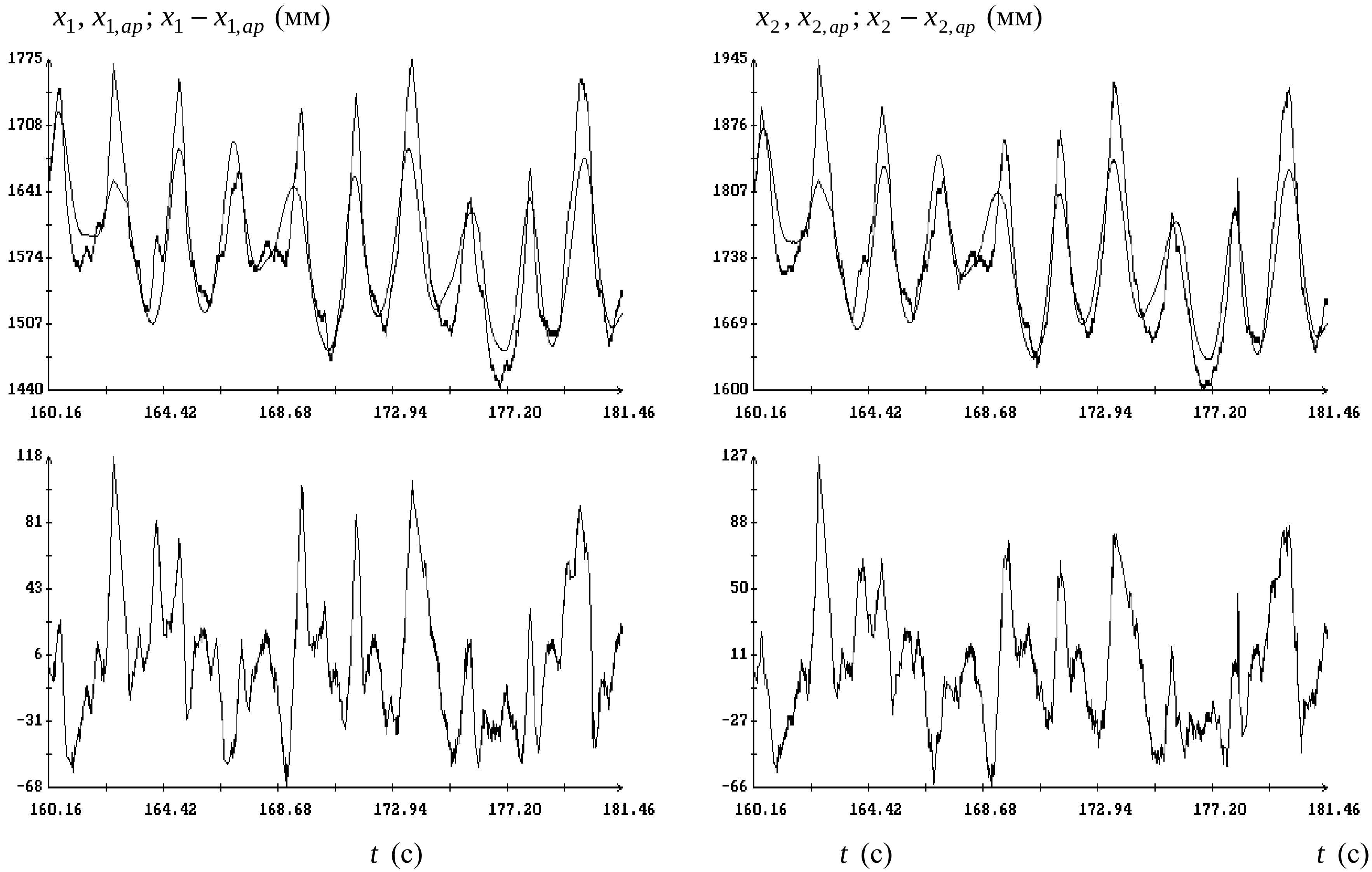
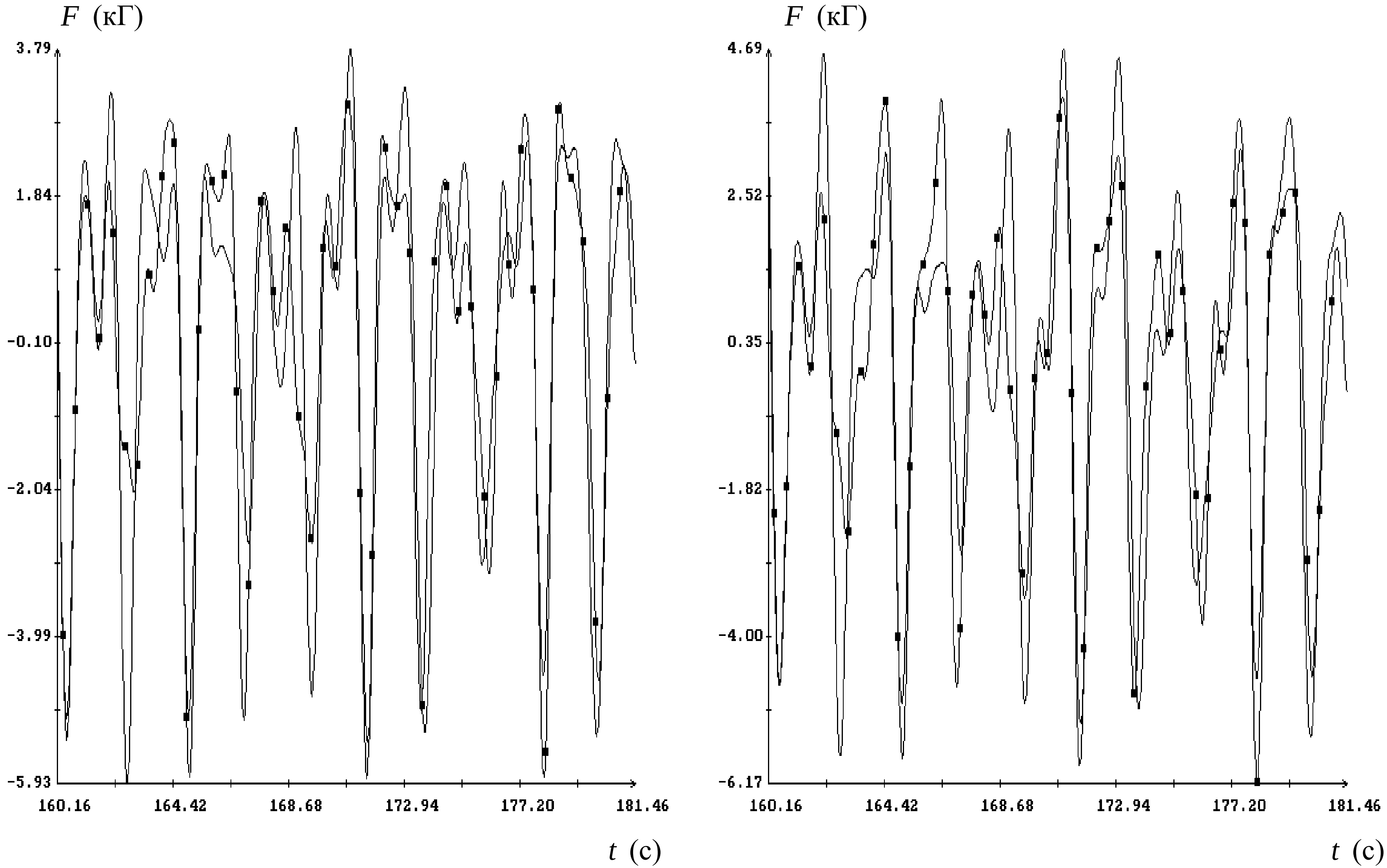


Рис. 5. Аппроксимация данных измерений выражениями (7) и ее ошибка.



(а) (б)

Рис. 6. Расчет силы; :а) $b_1 = 25$ Нс/м, $c_1 = 5$ Н/м, б) $b_1 = 80$ Нс/м, $c_1 = 50$ Н/м.

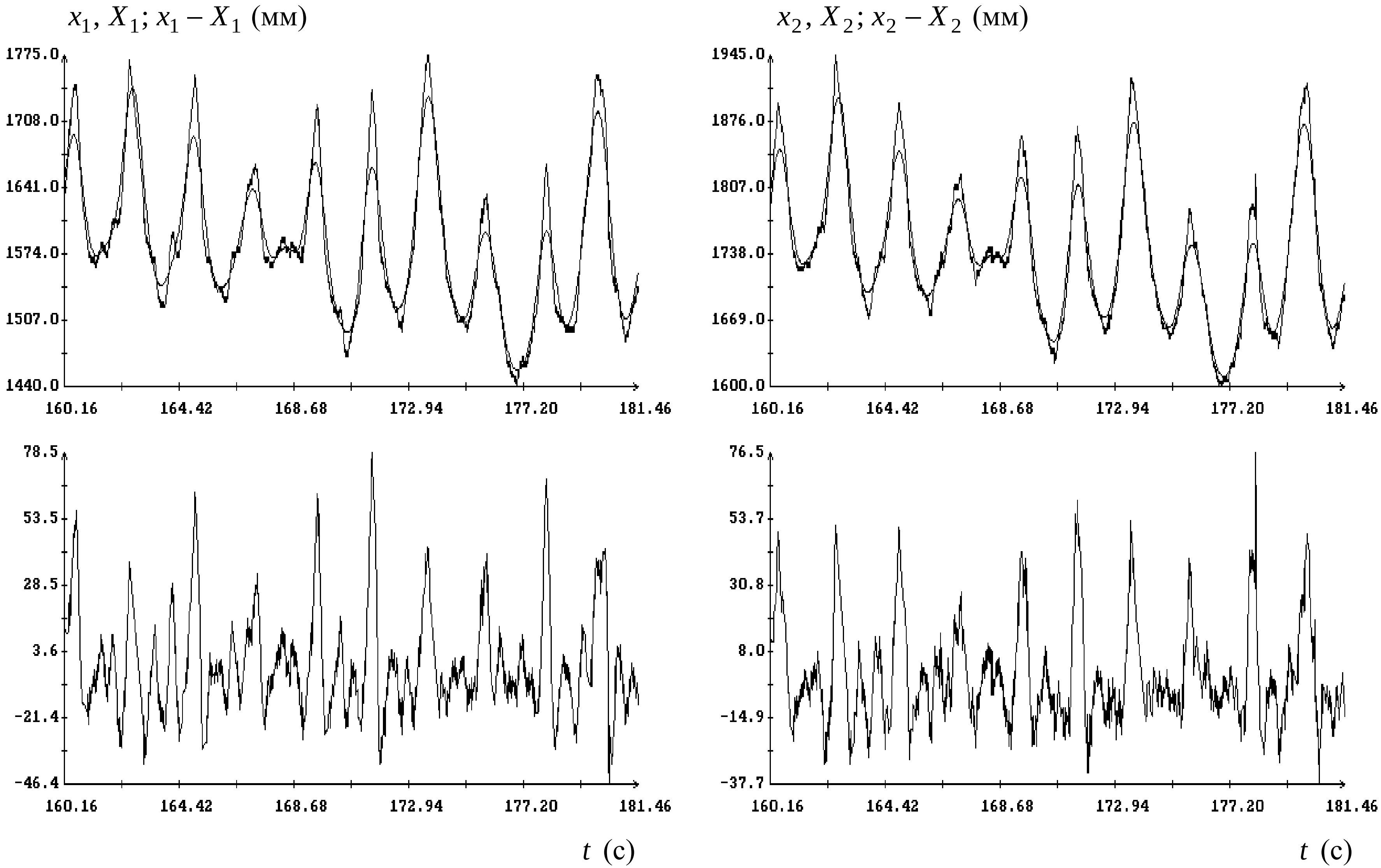


Рис. 7. Аппроксимация данных измерений выражениями (2) и ее ошибка.

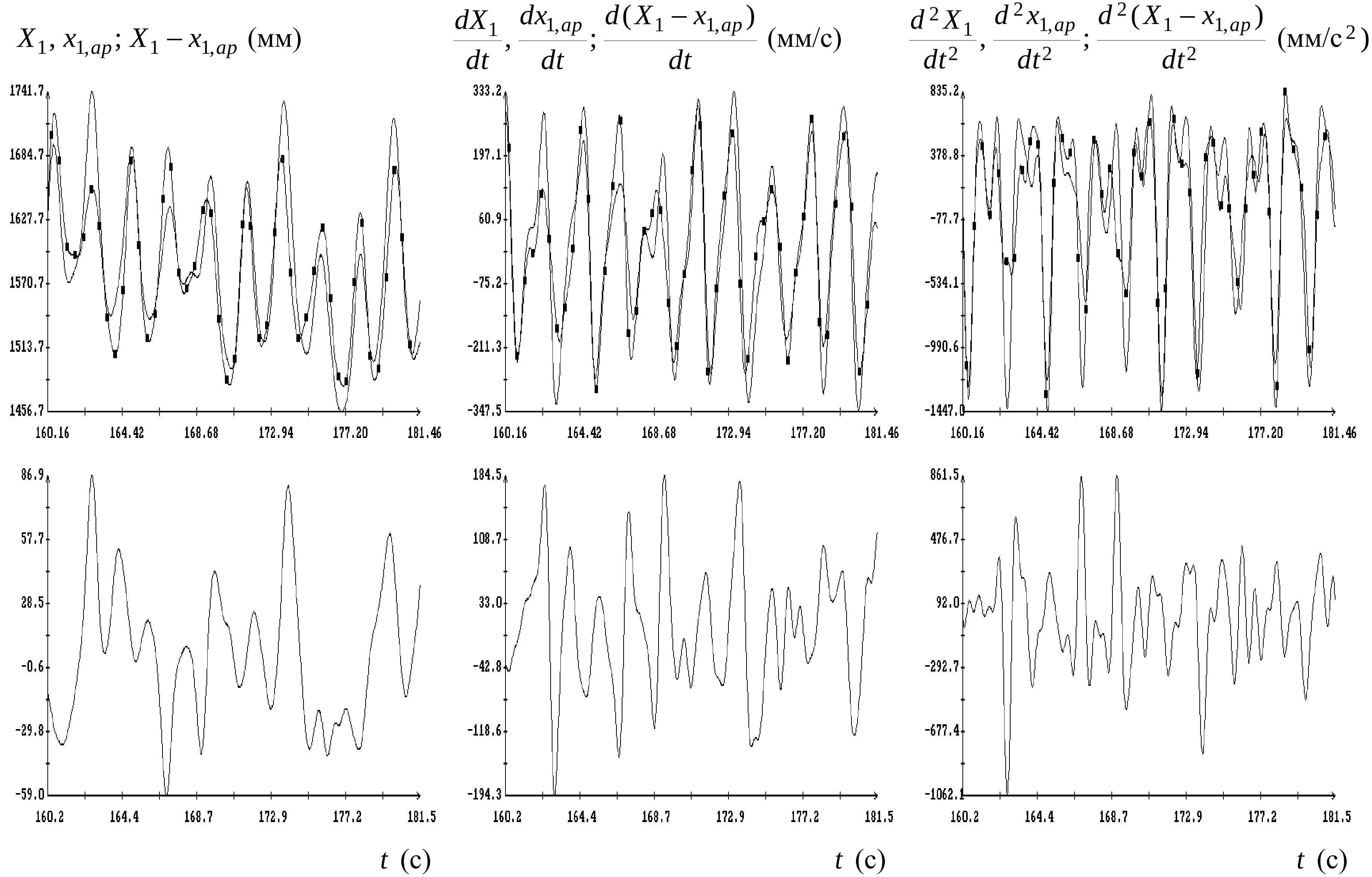


Рис. 8. Сравнение двух способов аппроксимации измерений координаты x_1.

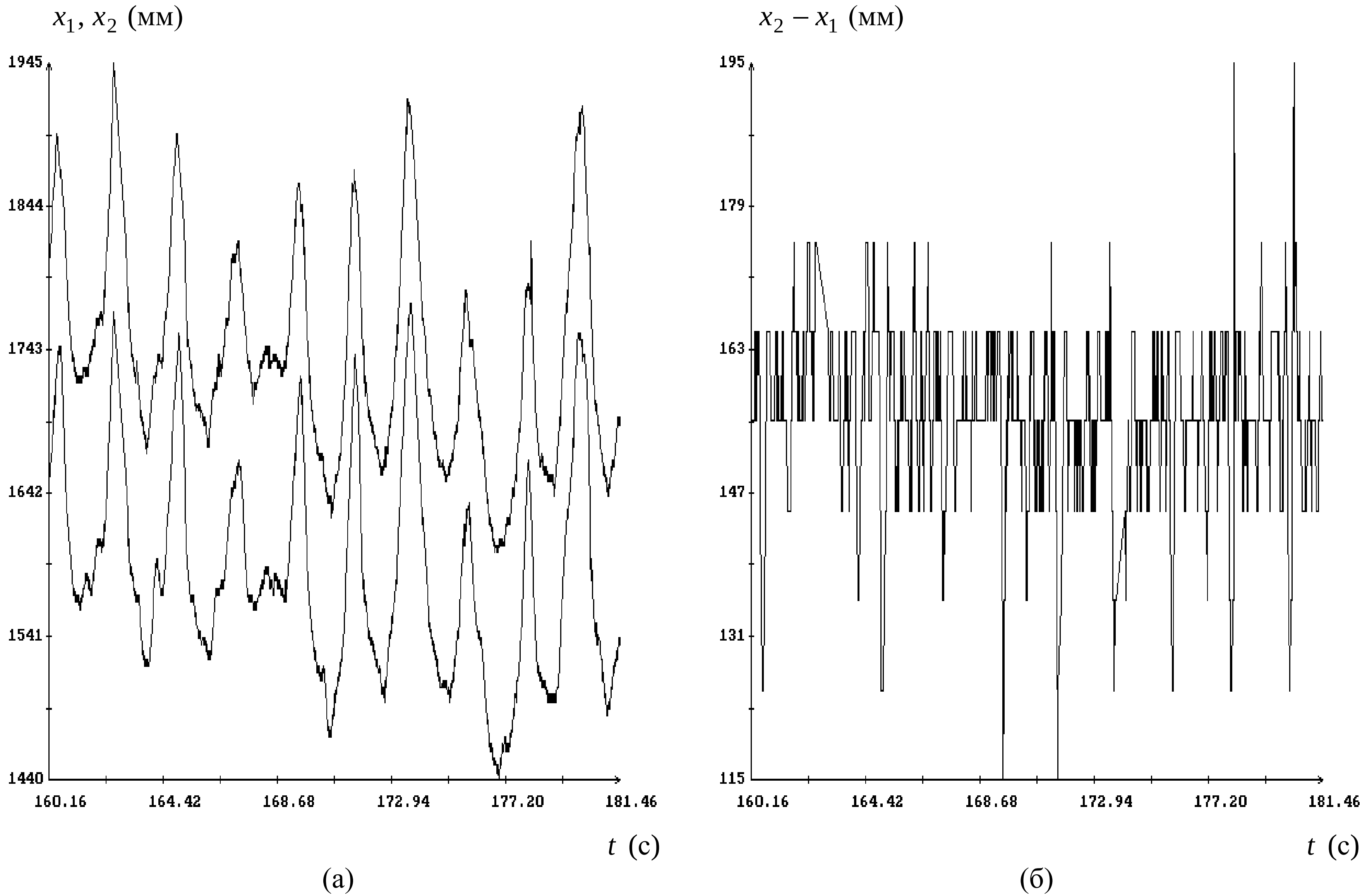
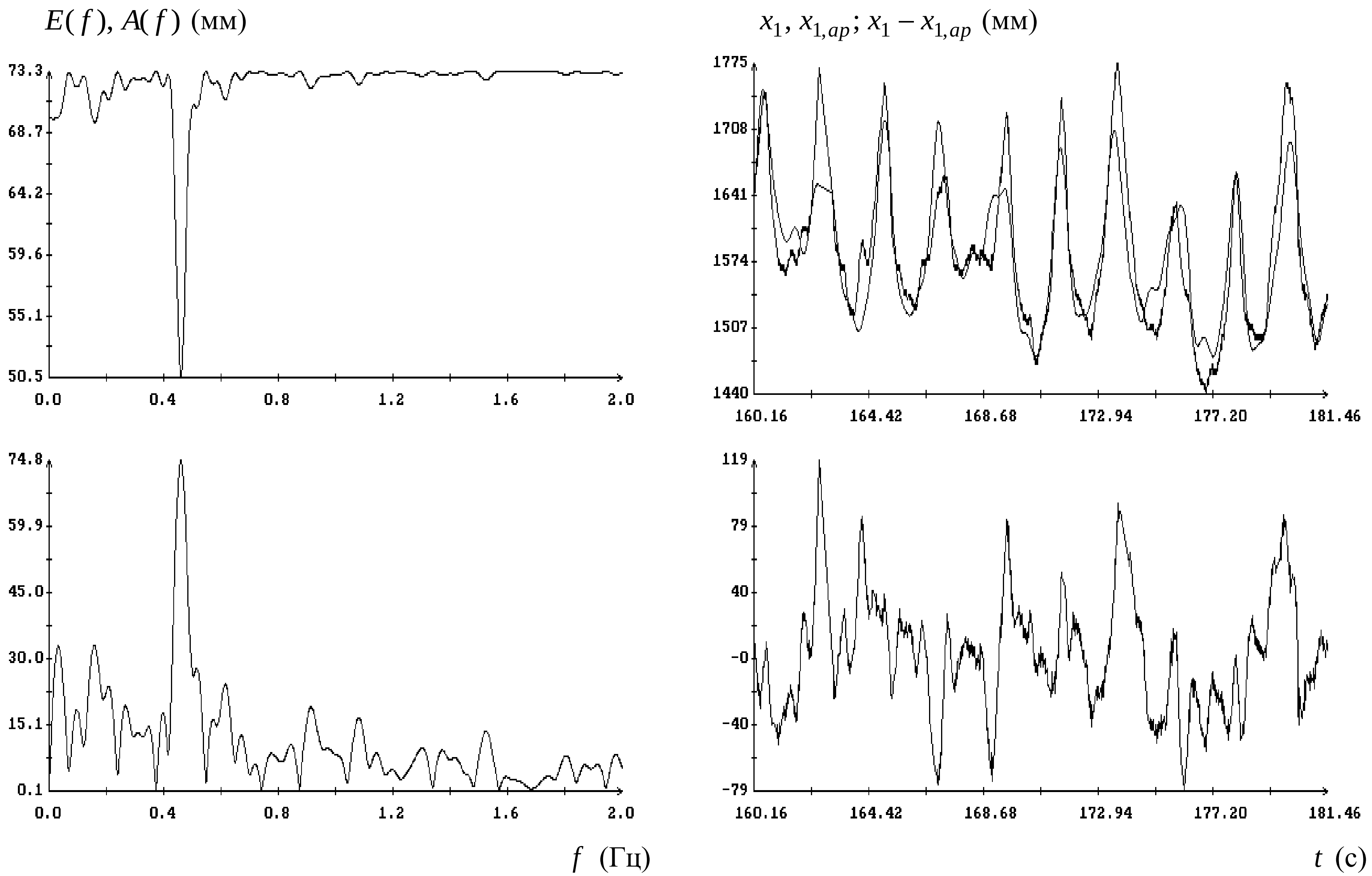


Рис. 1. Примеры данных видеоизмерений.



(а) (б)

Рис. 2; (а) периодограммы, (б) аппроксимация данных измерений и ее ошибка.

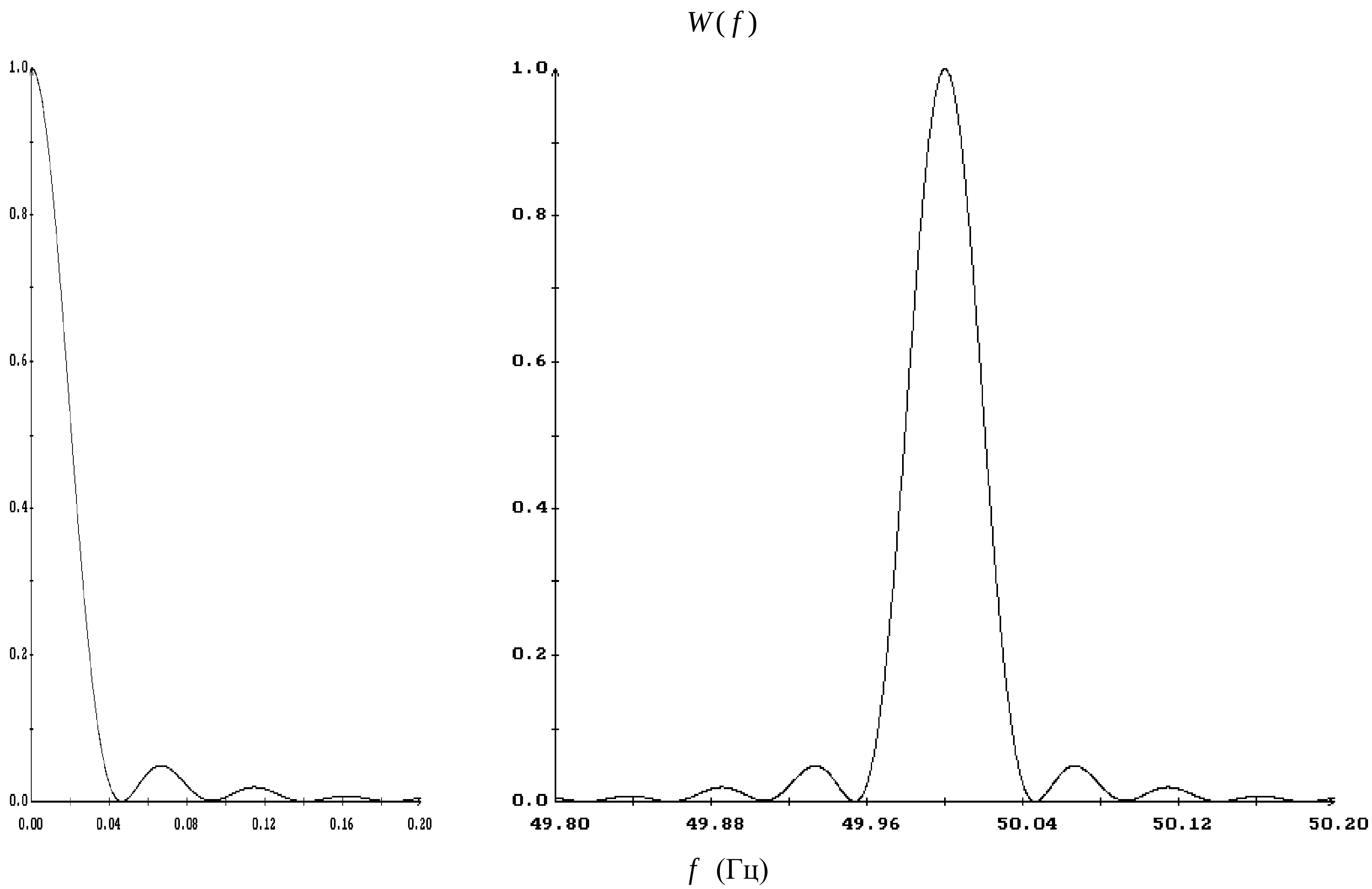


Рис. 3. Графики функции окна в окрестности ее двух последовательных точек максимума.

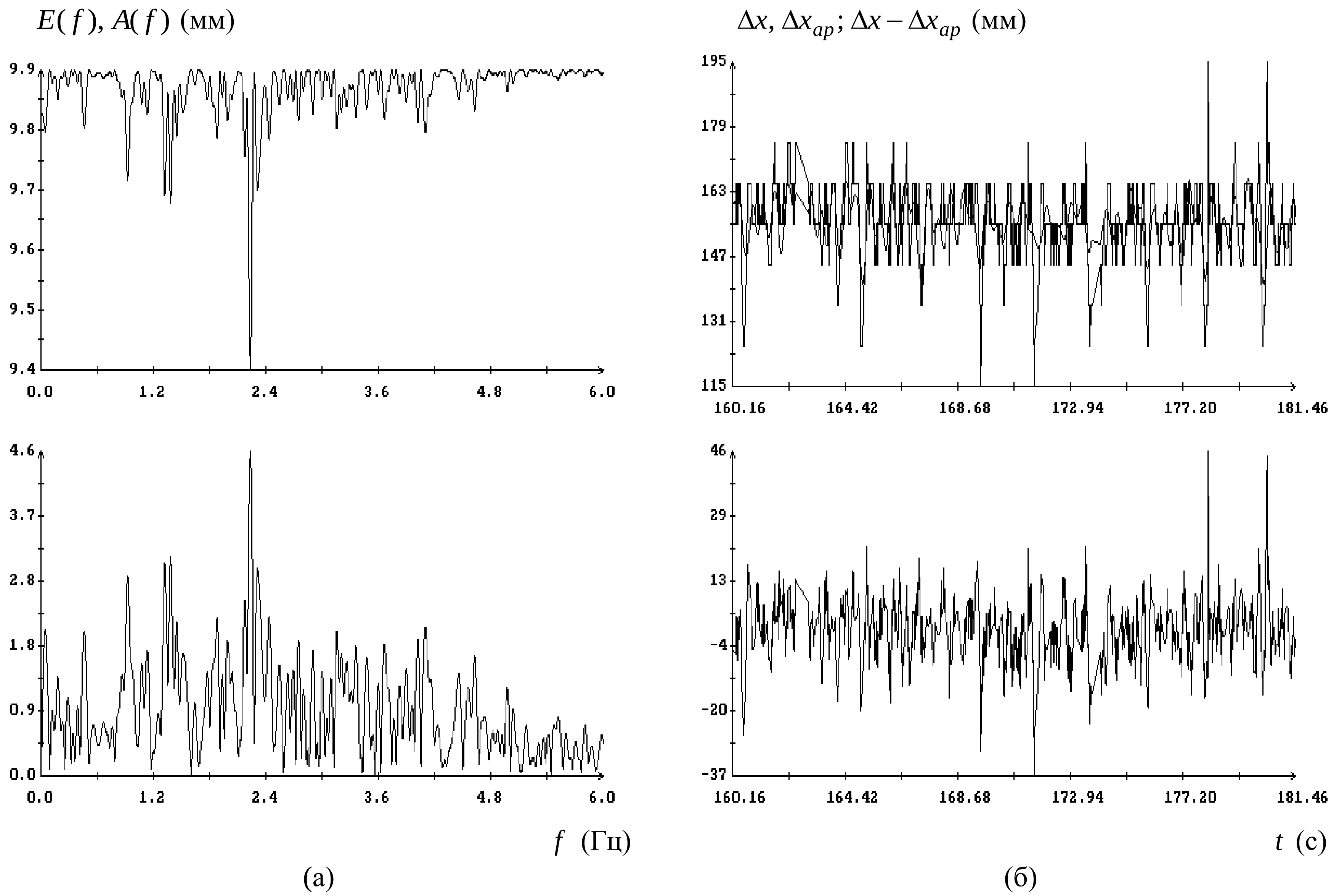


Рис. 4; (а) периодограммы, (б) аппроксимация данных измерений и ее ошибка.