

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
им. М.В. Келдыша

Н.А.Брюханов, М.Ю.Беляев, Е.В.Бабкин,  
В.В.Сазонов, И.И.Хамиц

**ГРАВИТАЦИОННАЯ ОРИЕНТАЦИЯ  
МЕЖДУНАРОДНОЙ КОСМИЧЕСКОЙ СТАНЦИИ**

Москва - 2005

## Аннотация

Исследована возможность использования режима гравитационной ориентации на Международной космической станции. Исследование проведено посредством математического моделирования движения станции относительно центра масс под действием гравитационного и аэродинамического моментов. Показано, что при достаточно малых ошибках в задании начальных условий ориентированного движения станции может быть реализован режим ее трехосной гравитационной ориентации. В этом режиме продольная ось Служебного модуля совершает малые колебания относительно местной вертикали, ось вращения солнечных батарей Служебного модуля совершает малые колебания относительно плоскости орбиты. При сравнительно больших ошибках в задании начальных условий может быть реализован лишь режим одноосной гравитационной ориентации. В этом режиме продольная ось Служебного модуля направлена приблизительно вдоль местной вертикали, станция медленно вращается вокруг этой оси или совершает вокруг нее колебания большой амплитуды.

**N.A. Bryukhanov, M.Yu. Belyaev, E.V. Babkin, V.V. Sazonov, I.I. Khamits. Use of gravitational orientation mode for International Space Station.** We investigate the possibility of using the mode of gravitational orientation for International Space Station. The investigation is carried out by mathematical modelling of the station attitude motion under the action of the gravitational and aerodynamic torques. We show that the station can be at the triaxial gravitational orientation for a few days if the initial conditions of its attitude motion are installed in a proper manner. The longitudinal axis of its Service unit makes small oscillations near the local vertical in this mode, whereas the rotation axis of solar arrays of this unit makes small oscillations with respect to the station orbital plane. When the initial conditions are installed with errors, only single-axis mode of gravitational orientation can be realized. In this mode the longitudinal axis of Service unit is directed approximately along the local vertical, the station rotates around this axis or makes slow oscillations with large amplitude with respect to it.

**1. Введение.** Для экономии топлива, расходуемого на управление ориентацией Международной космической станции (МКС), предлагается проводить ее полет в режиме гравитационной ориентации. Этот режим уже использовался ранее на крупногабаритной космической конструкции, сравнимой по своим массово-инерционным характеристикам и размерам с МКС, а именно, на связке российской орбитальной станции "Мир" и американского орбитального корабля "Атлантис" в июле 1995 г. [1]. Режим оказался практичным, точность реализованной трехосной гравитационной ориентации — достаточно высокой. Необходимость использования данного режима на МКС может стать особенно актуальной при выходе из строя инерционных исполнительных органов, входящих в состав американского сегмента.

Проверка возможности применения режима гравитационной ориентации на МКС проводилась методом математического моделирования. При оценке режима учитывались только два требования: он должен быть достаточно точным и существовать длительное время. Как оказалось, оба требования зависят от ошибок в задании начальных условий вращательного движения станции, в первую очередь, от ошибок в задании угловой скорости. Если эти ошибки малы, то удастся реализовать трехосную гравитационную ориентацию и она будет существовать длительное время — не менее трех суток. Если же ошибки в задании начальной угловой скорости велики, то возможна лишь одноосная гравитационная ориентации. Она также будет существовать длительное время. Если требование точности ориентации заменить требованием малости угловой скорости станции, то оба указанных типа гравитационной ориентации оказываются практически одинаково приемлемыми. Более подробно полученные результаты сформулированы в Заключение.

**2. Уравнения движения станции.** Станцию будем считать твердым телом, центр масс которого движется по геоцентрической орбите. Для записи уравнений движения станции и анализа этого движения введем пять правых декартовых системы координат:

$SY_1Y_2Y_3$  — вторая геоэквиаториальная система координат. Точка  $S$  — центр Земли, плоскость  $SY_1Y_2$  совпадает со средней плоскостью экватора эпохи даты, оси  $SY_1$  и  $SY_3$  направлены в точку весны и северный полюс мира. Эту систему координат считаем инерциальной.

$Sy_1y_2y_3$  — гринвичская система координат. Плоскость  $Sy_1y_2$  совпадает с плоскостью экватора, ось  $Sy_1$  пересекает гринвичский меридиан, ось  $Sy_3$  направлена по оси вращения Земли. Полагаем, что формулы перехода от системы  $Sy_1y_2y_3$  к системе  $SY_1Y_2Y_3$  имеют вид

$$Y_1 = y_1 \cos S - y_2 \sin S, \quad Y_2 = y_1 \sin S + y_2 \cos S, \quad Y_3 = y_3,$$

где  $S$  — гринвичское звездное время. Иными словами, нутацией Земли пренебрегаем.

$Oz_1z_2z_3$  — строительная система координат. Точка  $O$  — центр масс станции, ось  $Oz_1$  параллельна продольной оси Служебного модуля (СМ) и направлена от его переходного отсека к агрегатному отсеку, ось  $Oz_2$  перпендикулярна плоскости солнечных батарей СМ.

$Ox_1x_2x_3$  — система координат, образованная главными центральными осями инерции станции. Ось  $Ox_i$  составляет малый угол с осью  $Oz_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ).

$OX_1X_2X_3$  — орбитальная система координат. Ось  $OX_3$  направлена вдоль геоцентрического радиуса-вектора точки  $O$ , ось  $OX_2$  — вдоль вектора кинетического момента орбитального движения станции.

Матрицу перехода от системы  $OX_1X_2X_3$  к системе  $Cy_1y_2y_3$  обозначим  $\|c_{ij}\|_{i,j=1}^3$ , где  $c_{ij}$  — косинус угла между осями  $Cy_i$  и  $OX_j$ . Элементы этой матрицы выражаются через координаты и компоненты скорости центра масс станции в гринвичской системе координат.

Матрицы перехода от системы  $Ox_1x_2x_3$  к системам  $OX_1X_2X_3$  и  $Oy_1y_2y_3$  обозначим соответственно  $\|a_{ij}\|_{i,j=1}^3$  и  $\|b_{ij}\|_{i,j=1}^3$ . Здесь  $a_{ij}$  — косинус угла между осями  $OX_i$  и  $Ox_j$ ,  $b_{ij}$  — косинус угла между осями  $Oy_i$  и  $Ox_j$ .

Положение системы  $Ox_1x_2x_3$  относительно системы  $OX_1X_2X_3$  будем задавать также углами  $\gamma$ ,  $\delta$  и  $\beta$ , которые введем следующим образом. Система  $OX_1X_2X_3$  может быть переведена в систему  $Ox_1x_2x_3$  тремя последовательными поворотами: 1) на угол  $\delta + \pi/2$  вокруг оси  $OX_2$ , 2) на угол  $\beta$  вокруг новой оси  $OX_3$ , 3) на угол  $\gamma$  вокруг новой оси  $OX_1$ , совпадающей с осью  $Ox_1$ . Элементы матрицы  $\|a_{ij}\|$  выражаются через эти углы с помощью формул

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\sin \delta \cos \beta, & a_{21} &= \sin \beta, \\ a_{12} &= \cos \delta \sin \gamma + \sin \delta \sin \beta \cos \gamma, & a_{22} &= \cos \beta \cos \gamma, \\ a_{13} &= \cos \delta \cos \gamma - \sin \delta \sin \beta \sin \gamma, & a_{23} &= -\cos \beta \sin \gamma, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{31} &= -\cos \delta \cos \beta, \\ a_{32} &= -\sin \delta \sin \gamma + \cos \delta \sin \beta \cos \gamma, \\ a_{33} &= -\sin \delta \cos \gamma - \cos \delta \sin \beta \sin \gamma. \end{aligned}$$

Справедливы соотношения

$$b_{ij} = \sum_{k=1}^3 c_{ik} a_{kj} \quad (i, j = 1, 2, 3). \quad (1)$$

Матрицу перехода от системы  $Ox_1x_2x_3$  к системе  $Oz_1z_2z_3$  обозначим  $\|d_{ij}\|_{i,j=1}^3$ , где  $d_{ij}$  — косинус угла между осями  $Oz_i$  и  $Ox_j$ . Элементы этой матрицы выражаются в функции углов  $\gamma_c$ ,  $\alpha_c$  и  $\beta_c$ , на которые надо повернуть систему  $Oz_1z_2z_3$  последовательно вокруг осей  $Oz_2$ ,  $Oz_3$  и  $Oz_1$ , чтобы перевести ее в систему  $Ox_1x_2x_3$ . Соответствующие выражения имеют вид

$$\begin{aligned}
d_{11} &= \cos \alpha_c \cos \beta_c, & d_{21} &= \sin \beta_c, \\
d_{12} &= \sin \alpha_c \sin \gamma_c - \cos \alpha_c \sin \beta_c \cos \gamma_c, & d_{22} &= \cos \beta_c \cos \gamma_c, \\
d_{13} &= \sin \alpha_c \cos \gamma_c + \cos \alpha_c \sin \beta_c \sin \gamma_c, & d_{23} &= -\cos \beta_c \sin \gamma_c,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_{31} &= -\sin \alpha_c \cos \beta_c, \\
d_{32} &= \cos \alpha_c \sin \gamma_c + \sin \alpha_c \sin \beta_c \cos \gamma_c, \\
d_{33} &= \cos \alpha_c \cos \gamma_c - \sin \alpha_c \sin \beta_c \sin \gamma_c.
\end{aligned}$$

Ниже компоненты векторов и координаты точек указываются в системе  $Ox_1x_2x_3$ .

Уравнения движения станции состоят из двух подсистем. Одна подсистема описывает движение ее центра масс, другая — движение относительно центра масс. Подсистема уравнений движения центра масс станции записывается в гринвичской системе координат с учетом нецентральной гравитационного поля Земли и сопротивления атмосферы. Нецентральность поля учитывается с точностью до членов порядка (8,8) включительно в разложении гравитационного потенциала Земли в ряд по шаровым функциям. Атмосфера считается вращающейся вместе с Землей, ее плотность рассчитывается согласно модели ГОСТ 25645.115-84 (редакция 1990 г.). Параметры атмосферы и баллистический коэффициент станции считаются неизменными. Значения этих величин и начальные условия движения центра масс станции берутся в ЦУП.

Подсистема уравнений движения станции относительно центра масс образована динамическими уравнениями Эйлера и кинематическими уравнениями Пуассона. В ней учитываются гравитационный и восстанавливающий аэродинамический моменты. Эта подсистема имеет вид

$$\begin{aligned}
I_1 \dot{\omega}_1 &= (I_2 - I_3)(\omega_2 \omega_3 - \nu x_2 x_3) + M_1, \\
I_2 \dot{\omega}_2 &= (I_3 - I_1)(\omega_1 \omega_3 - \nu x_1 x_3) + M_2, \\
I_3 \dot{\omega}_3 &= (I_1 - I_2)(\omega_1 \omega_2 - \nu x_1 x_2) + M_3, \\
\dot{b}_{11} &= b_{12} \omega_3 - b_{13} \omega_2 + \omega_E b_{21}, \\
\dot{b}_{12} &= b_{13} \omega_1 - b_{11} \omega_3 + \omega_E b_{22}, \\
\dot{b}_{13} &= b_{11} \omega_2 - b_{12} \omega_1 + \omega_E b_{23}, \\
\dot{b}_{21} &= b_{22} \omega_3 - b_{23} \omega_2 - \omega_E b_{11}, \\
\dot{b}_{22} &= b_{23} \omega_1 - b_{21} \omega_3 - \omega_E b_{12}, \\
\dot{b}_{23} &= b_{21} \omega_2 - b_{22} \omega_1 - \omega_E b_{13}, \\
\nu &= \frac{3\mu_E}{r^5}, \quad r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}.
\end{aligned} \tag{2}$$

Здесь точка над буквой означает дифференцирование по времени  $t$ ;  $\omega_i$ ,  $x_i$  и  $M_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) — компоненты соответственно абсолютной угловой скорости станции, геоцентрического радиуса-вектора точки  $O$  и действующего на станцию аэродинамического момента;  $\omega_E$  — модуль абсолютной угловой скорости вращения Земли;  $I_i$  — моменты инерции станции относительно осей  $Ox_i$ ;  $\mu_E$  — гравитационный параметр Земли. Гравитационный момент в уравнениях (2) описывается членами, содержащими  $\nu$ .

В результате приведения тензора станции к диагональному виду были найдены ее главные центральные моменты инерции:  $I_1 = 10146362$  кгм<sup>2</sup>,  $I_2 = 36452518$  кгм<sup>2</sup>,  $I_3 = 34064018$  кгм<sup>2</sup> и углы, задающие положение системы координат  $Ox_1x_2x_3$  относительно системы  $Oz_1z_2z_3$ :  $\gamma_c = -2.42^\circ$ ,  $\alpha_c = -0.58^\circ$ ,  $\beta_c = -7.93^\circ$ .

При вычислении аэродинамического момента предполагалось, что станция состоит из прямых круговых цилиндров и прямоугольных пластин. Положения этих тел заданы в системе координат  $Oz_1z_2z_3$ . Цилиндры служат геометрическими моделями модулей, из которых составлена станция, пластины — моделями солнечных батарей и радиаторов. В такой геометрической модели станции учитывались 22 тела. Занумеруем их числами 1, 2, ..., 22. Выражение для вычисления аэродинамического момента имеет вид

$$\mathbf{M} = \sum_j (\mathbf{d}_j \times \mathbf{F}_j), \quad \mathbf{M} = (M_1, M_2, M_3). \quad (3)$$

Здесь  $\mathbf{d}_j$  — радиус-вектор геометрического центра тела с номером  $j$  относительно точки  $O$ ,  $\mathbf{F}_j$  — действующая на это тело сила аэродинамического сопротивления. Если тело цилиндр, то

$$\mathbf{F}_j = -\varrho_a \left[ \pi R_j^2 |\mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_j| + 2R_j L_j \sqrt{|\mathbf{v}|^2 - (\mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_j)^2} \right] \mathbf{v},$$

где  $R_j$  и  $L_j$  — радиус и высота цилиндра,  $\mathbf{e}_j$  — орт его оси,  $\mathbf{v}$  — скорость точки  $O$  относительно гринвичской системы координат. Если тело — пластина, то

$$\mathbf{F}_j = -\varrho_a S_j |\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_j| \mathbf{v},$$

где  $S_j$  и  $\mathbf{n}_j$  — площадь пластины и орт нормали к ее плоскости. В случае неподвижной батареи или радиатора компоненты орта  $\mathbf{n}_j$  в системе координат  $Oz_1z_2z_3$  неизменны. В случае подвижной батареи, вращающейся вслед за Солнцем вокруг оси, фиксированной относительно корпуса станции,

$$\mathbf{n}_j = \frac{\mathbf{s} - (\mathbf{s} \cdot \mathbf{e}_j) \mathbf{e}_j}{\sqrt{1 - (\mathbf{s} \cdot \mathbf{e}_j)^2}}.$$

Здесь  $\mathbf{e}_j$  — орт оси вращения батареи,  $\mathbf{s}$  — орт направления "Земля — Солнце". Компоненты орта  $\mathbf{s}$  во второй геоэквиаториальной системе координат рассчитываются по приближенным формулам [2]. Выписанная формула для  $\mathbf{n}_j$

— решение задачи:  $\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}_j \rightarrow \max$  по  $\mathbf{n}_j$  при условии  $\mathbf{e}_j \cdot \mathbf{n}_j = 0$ . Эта формула применяется на тех отрезках времени, когда станция освещена Солнцем. В тени Земли компоненты  $\mathbf{n}_j$  в системе  $Oz_1z_2z_3$  сохраняют те значения, которые они имели в момент входа станции в тень.

Описанная геометрическая модель содержит 11 цилиндров, 7 неподвижных солнечных батарей и радиаторов и 4 батареи, отслеживающих Солнце. Выражение (3) и отдельные его слагаемые получены при следующих предположениях. Атмосфера вращается вместе с Землей, молекулы воздуха при столкновении со станцией испытывают абсолютно неупругий удар, затенение одних тел другими от набегающего аэродинамического потока не учитывается. В силу двух последних предположений аэродинамический момент, действующий на каждое тело геометрической модели станции и вычисленный относительно геометрического центра этого тела, равен нулю. По этой причине такие моменты в выражении (3) отсутствуют.

При численном интегрировании уравнений движения станции единицей измерения времени служит 1000 с, единицей измерения длины — 1000 км, скорость выражается в км/с, единица измерения угловой скорости —  $0.001 \text{ с}^{-1}$ . Недостающие элементы матрицы перехода  $\|b_{ij}\|$  вычисляются по формулам  $b_{31} = b_{12}b_{23} - b_{13}b_{22}$  и т. п.

Переменные  $b_{1i}$  и  $b_{2i}$  зависимы, они связаны условиями ортогональности матрицы  $\|b_{ij}\|$ . По этой причине, а также из соображений удобства начальные условия для  $b_{1i}$  и  $b_{2i}$  вычисляются по формулам (1), в которых элементы  $a_{ij}$  выражаются через значения введенных выше углов  $\gamma$ ,  $\delta$  и  $\beta$  в начальный момент времени, а элементы  $c_{ij}$  выражаются через начальное значение фазового вектора центра масс станции.

Предположение о постоянстве баллистического коэффициента станции делает подсистему уравнений движения его центра масс независимой от подсистемы уравнений вращательного движения (2). В принципе, в полной системе уравнений движения баллистический коэффициент можно было бы представить точной формулой, поскольку ориентация станции определяется фазовым вектором этой системы. Однако такой подход не приводит к реальному повышению точности модели на отрезках времени в несколько суток и усложняет использование данных ЦУП об орбитальном движении.

**3. Режим гравитационной ориентации станции.** Чтобы пояснить режим трехосной гравитационной ориентации станции, рассмотрим его в упрощенной ситуации. Орбита станции близка к круговой, аэродинамический момент влияет на ее вращательное движение существенно слабее гравитационного момента. В таком случае для анализа этого движения наряду с уравнениями (2) можно рассмотреть более простые уравнения, записанные в предположении, что орбита центра масс станции — круговая и неизменна в абсолютном пространстве и что на станцию действует один лишь гравитационный момент. Такие упрощенные уравнения имеют вид

$$\begin{aligned}
\dot{\omega}_1 &= \mu(\omega_2\omega_3 - 3\omega_0^2 a_{32}a_{33}), \\
\dot{\omega}_2 &= \frac{1-\lambda}{1+\lambda\mu}(\omega_1\omega_3 - 3\omega_0^2 a_{31}a_{33}), \\
\dot{\omega}_3 &= -(1-\lambda+\lambda\mu)(\omega_1\omega_2 - 3\omega_0^2 a_{31}a_{32}), \\
\dot{\gamma} &= \omega_1 - \operatorname{tg}\beta(\omega_2 \cos \gamma - \omega_3 \sin \gamma), \\
\dot{\delta} &= \frac{\omega_2 \cos \gamma - \omega_3 \sin \gamma}{\cos \beta} - \omega_0, \\
\dot{\beta} &= \omega_2 \sin \gamma + \omega_3 \cos \gamma.
\end{aligned} \tag{4}$$

Здесь величины  $a_{3i}$  выражаются через углы  $\gamma$ ,  $\delta$  и  $\beta$ ,  $\lambda = I_1/I_3 = 0.298$ ,  $\mu = (I_2 - I_3)/I_1 = 0.235$ ,  $\omega_0 = 1.14 \cdot 10^{-3}$  с — среднее движение станции (орбитальная частота).

Уравнения (4) допускают четыре стационарных решения, которые можно задать соотношениями

$$\sin \gamma = \sin \delta = \beta = 0, \quad \omega_1 = \omega_3 = 0, \quad \omega_2 = \omega_0 \cos \gamma. \tag{5}$$

Эти решения описывают положения равновесия станции в орбитальной системе координат. В них оси  $Ox_1$  и  $Ox_2$  совпадают с осями  $\pm OX_3$  и  $\pm OX_2$  соответственно. Выбор знаков здесь произволен. Достаточные условия устойчивости по Ляпунову решений (4) выражаются неравенствами [3]:  $0 < \lambda < 1$ ,  $0 < \mu$ , которые для МКС выполнены.

Каждое из положений равновесия (5) называется режимом трехосной гравитационной ориентации. В этом режиме станция совершает полет подобно Луне (пример гравитационной ориентации естественного небесного тела), будучи неизменно одной своей стороной обращена к Земле. Такой режим вращательного движения весьма удобен для проведения неуправляемого полета станции.

Уравнения (2) для МКС не имеют стационарных решений, однако в силу непрерывной зависимости решений этих уравнений от начальных условий и параметров эти уравнения допускают решения, которые, если переменные  $b_{1i}$ ,  $b_{2i}$  пересчитать в углы  $\gamma$ ,  $\delta$  и  $\beta$ , будут близки решениям (5) уравнений (4). Чтобы движения станции, описываемые такими решениями, можно было использовать для ее неуправляемого полета, они должны существовать достаточно продолжительное время. Иными словами, на достаточно продолжительном интервале времени углы  $\gamma$ ,  $\delta$  и  $\beta$ , рассчитываемые вдоль специальным образом выбранных решений уравнений (2), должны мало — не более чем на несколько градусов — отличаться от значений, определяемых соотношениями (5).



Чтобы проверить выполнение указанного условия, проводилось численное интегрирование уравнений (2) вместе с уравнениями орбитального движения. Начальные условия задавались в одном из восходящих узлов орбиты. Момент прохождения этого узла принимался за начало отсчета времени. В качестве начальных условий орбитального движения использовались реальные значения фазового вектора МКС, относящиеся к узлу, который был пройден станцией в 16:30:49 ДМВ 17.11.2004. В этот момент орт направления "Земля — Солнце" составлял с плоскостью орбиты (плоскостью  $OX_1X_3$ ) угол  $9.5^\circ$ . Солнце лежало в полупространстве  $X_2 > 0$ . Параметры модели атмосферы на тот момент:  $F = F_{81} = 105$ ,  $A_p = 10$ .

Результаты интегрирования уравнений (2) с начальными условиями (5) приведены на рис. 1 — 4. Здесь изображены графики функций  $\gamma(t)$ ,  $\delta(t)$ ,  $\beta(t)$  и  $\omega_i(t)$  ( $i = 1, 2, 3$ ), описывающих движение станции относительно орбитальной системы координат. Длина отрезка времени, представленного на рисунках, составляет несколько более суток ( $1 \text{ сут} = 86.4 \cdot 10^3 \text{ с}$ ). Для первоначального практического использования нужны гораздо меньшие интервалы времени. Однако время существования режимов, показанных на рис. 1 — 3, при том же, что и на этих рисунках, уровне отклонений углов  $\gamma$ ,  $\delta$  и  $\beta$  от их начальных значений, превышает 3 сут.

Начальные условия движения в режиме гравитационной ориентации можно выбрать более удачным образом, если искать их из условия минимума функционала

$$\Phi = \int_0^T \left[ \sum_{i=1}^3 \left( \omega_i - \omega_0 \sum_{j=1}^3 c_{j2} b_{ji} \right)^2 \right] dt, \quad (6)$$

рассматриваемого на решениях уравнений (2). Здесь  $\omega_0$  — среднее движение станции в начальный момент времени (эта величина практически не меняется на интервалах времени в несколько суток), значение  $T$  равно нескольким орбитальным периодам. Чтобы пояснить смысл функционала (6), представим его в эквивалентной форме в виде

$$\Phi = \int_0^T \left[ \sum_{i=1}^3 (\omega_i - \omega_0 a_{2i})^2 \right] dt.$$

Тогда его можно рассматривать и на решениях уравнений (4), полагая величины  $a_{2i}$  выраженными в функции углов  $\gamma$ ,  $\delta$  и  $\beta$ . Нетрудно проверить, что на стационарных решениях (5)  $\Phi = 0$ . На решениях, лежащих в окрестности этих решений,  $\Phi > 0$ . Интеграл в (6) можно заменить суммой

$$\Phi' = \sum_{n=0}^N \sum_{i=1}^3 \left[ \omega_i(n\tau) - \omega_0 \sum_{j=1}^3 c_{j2}(n\tau) b_{ji}(n\tau) \right]^2, \quad \tau = \frac{T}{N},$$

где  $N$  — достаточно большое число. В описываемых расчетах было взято  $T = 4\pi/\omega_0$ ,  $N = 80$ . Минимизация  $\Phi'$  по начальным условиям решения системы (2) проводилась методом Гаусса-Ньютона. Для расчета частных производных решения по начальным условиям интегрировались соответствующие уравнения в вариациях, в которых отбрасывались члены, характеризующие аэродинамический момент.

Решения, уравнений (2), близкие стационарным точкам (5) системы (4) и доставляющие локальный минимум функционалу  $\Phi'$ , представлены на рис. 5 — 8. Эти рисунки построены для интервала времени длиной почти 2 сут. Все найденные решения обеспечивают высокую точность трехосной гравитационной ориентации в первые 0.5 сут движения. Затем в решениях на рис. 6 и 8 амплитуда колебаний станции по углу  $\gamma$  несколько возрастает. Такое возрастание (см. также рис. 2, 4) обусловлено действием сил аэродинамического сопротивления на солнечные батареи станции и зависит от положения Солнца относительно плоскости орбиты. Для сравнения на рис. 9, 10 приведены решения, доставляющие локальный минимум функционалу  $\Phi'$ , в случае, когда начальные условия задавались в восходящем узле орбиты МКС 04:49:26 ДМВ 15.02.2004. В тот момент орт направления "Земля — Солнце" составлял с плоскостью орбиты угол  $64.1^\circ$ , причем Солнце лежало в полупространстве  $X_2 < 0$ . Параметры модели атмосферы в тот момент были  $F = F_{81} = 100$ ,  $A_p = 12$ . Решения на рис. 9, 10 близки тем же точкам (4), что и решения на рис. 6, 8, однако поведение функции  $\gamma(t)$  в них совсем другое. Во-первых, отсутствует возрастание амплитуды колебаний этой функции, во-вторых, частота колебаний стала заметно выше.

Рисунки 1 — 10 относятся к идеализированной ситуации — точно задать желаемые начальные условия движения станции невозможно. Ошибки выставки углов  $\gamma$ ,  $\delta$  и  $\beta$  составляют десятые доли градуса, ошибки в задании компонент угловой скорости  $\omega_i$  не превышают 0.015 гр./с. Расчеты показали, что ошибки в задании начальных значений углов несущественны. Погрешность ориентации определяется только ошибками в задании компонент угловой скорости. Влияние этих ошибок иллюстрируется рис. 11 — 18. Здесь представлены решения системы (2) с начальными условиями, полученными из начальных условий решений на рис. 1 — 8 преобразованием  $\omega_i \rightarrow \omega_i + 0.01$  гр./с ( $i = 1, 2, 3$ ). Эти рисунки построены для интервала времени длиной более суток. Как видно из рисунков, гравитационная ориентация станции при наличии ошибок в задании компонент угловой скорости из трехосной стала одноосной. Ошибка ориентации по углам  $\delta$  и  $\beta$  остается малой в течение всего рассматриваемого отрезка времени, а о приближенном выполнении равенства  $\sin \gamma = 0$  говорить уже не приходится. В течение первого витка ориентация остается еще трехосной, но с довольно большой ошибкой по углу  $\gamma$ . В решениях на рис. 12, 13 и 16, 17 (в половине случаев) колебания станции по углу  $\gamma$  остаются ограниченными. Разница в происхождении началь-

ных условий — получены ли они возмущением значений (5) или начальных условий экстремалей функционала  $\Phi'$  — практически незаметна.

Возмущенное движение станции слабо зависит от положения Солнца относительно плоскости орбиты. Расчеты этого движения по описанной схеме были выполнены для второго указанного выше начального момента времени. Примерно в половине рассчитанных вариантов возмущенное движение по углу  $\gamma$  несколько уменьшилось. Некоторые из этих вариантов представлены на рис. 19 — 21. Эти рисунки следует сравнить с рис. 11, 13 и 16. В половине вариантов уменьшение практически отсутствовало.

**4. Заключение.** Исследована возможность использования режимов трехосной и одноосной гравитационной ориентации на МКС. Исследование проведено методом математического моделирования движения станции относительно центра масс под действием гравитационного и аэродинамического моментов. Показано, что если ошибки в задании начальных условий вращательного движения станции достаточно малы, то может быть реализован режим ее трехосной гравитационной ориентации. В этом режиме продольная ось СМ совершает малые колебания относительно местной вертикали, ось вращения солнечных батарей СМ колеблется относительно плоскости орбиты. В течение первых 12 часов после начала движения амплитуды указанных колебаний не превышают  $2^\circ$ . В течение последующих 3 сут амплитуды колебаний продольной оси практически не увеличиваются, амплитуда колебаний оси батарей может возрасти до  $20 - 30^\circ$ . При сравнительно больших ошибках в задании начальных условий может быть реализован лишь режим одноосной гравитационной ориентации. В этом режиме продольная ось СМ с погрешностью  $10 - 12^\circ$  направлена приблизительно вдоль местной вертикали, станция медленно вращается вокруг этой оси или совершает вокруг нее колебания большой амплитуды.

## Литература

- [1] Сазонов В.В., Беляев М.Ю., Ефимов Н.И., Стажков В.М., Лапшина И.Л., Банит Ю.Р. Гравитационная ориентация связки *Мир-Шаттл*. Космические исследования, 1997, т. 35, № 3, с. 263-271.
- [2] Меес Ж. Астрономические формулы для калькуляторов. М., Мир, 1988.
- [3] Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. М., Наука, 1965.

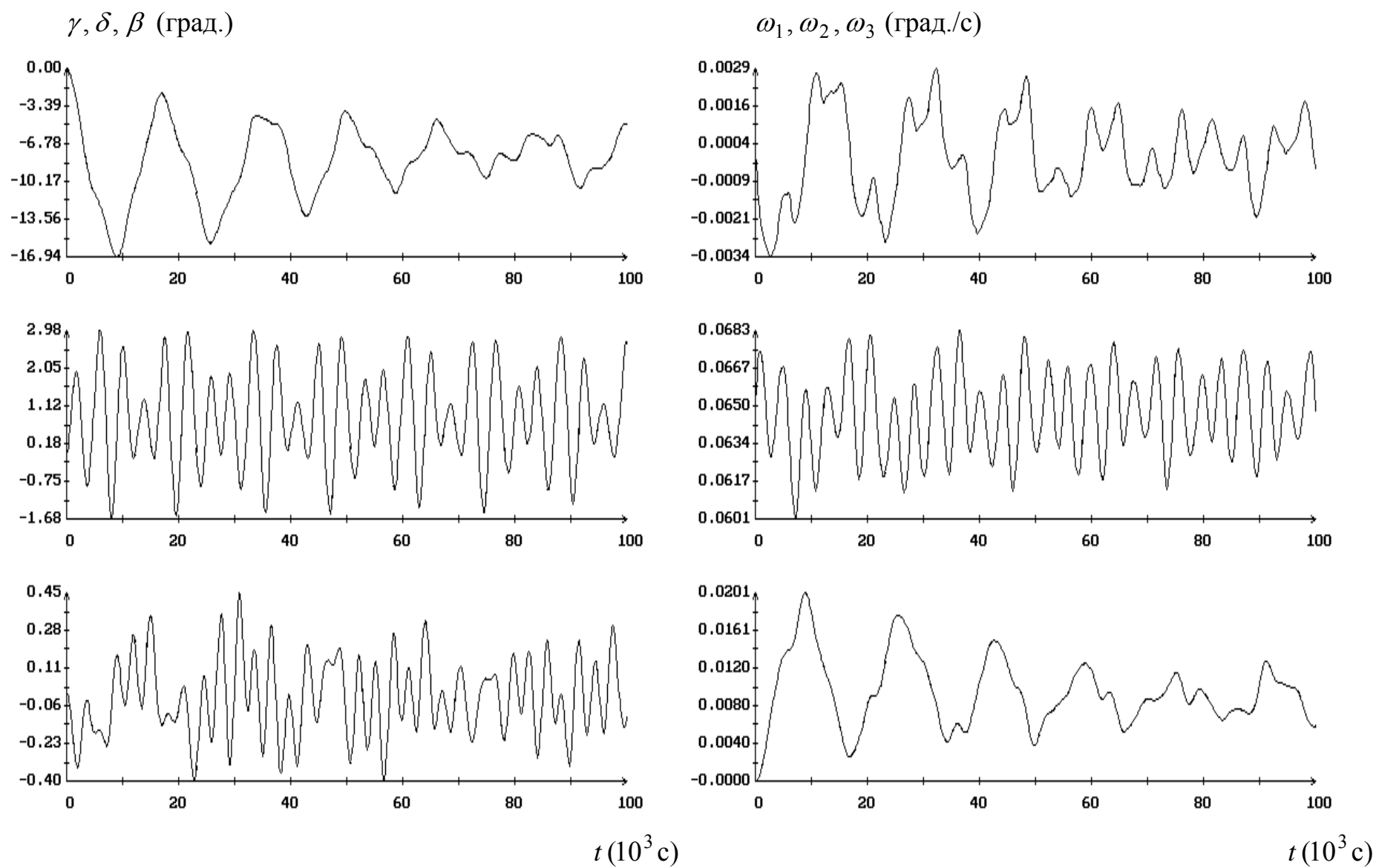


Рис. 1. Режим гравитационной ориентации с начальными условиями  $\gamma = \delta = \beta = 0$ ,  $\omega_1 = \omega_3 = 0$ ,  $\omega_2 = \omega_0$ .  
 Момент времени  $t = 0$  соответствует 16:30:49 ДМВ 17.11.2004.

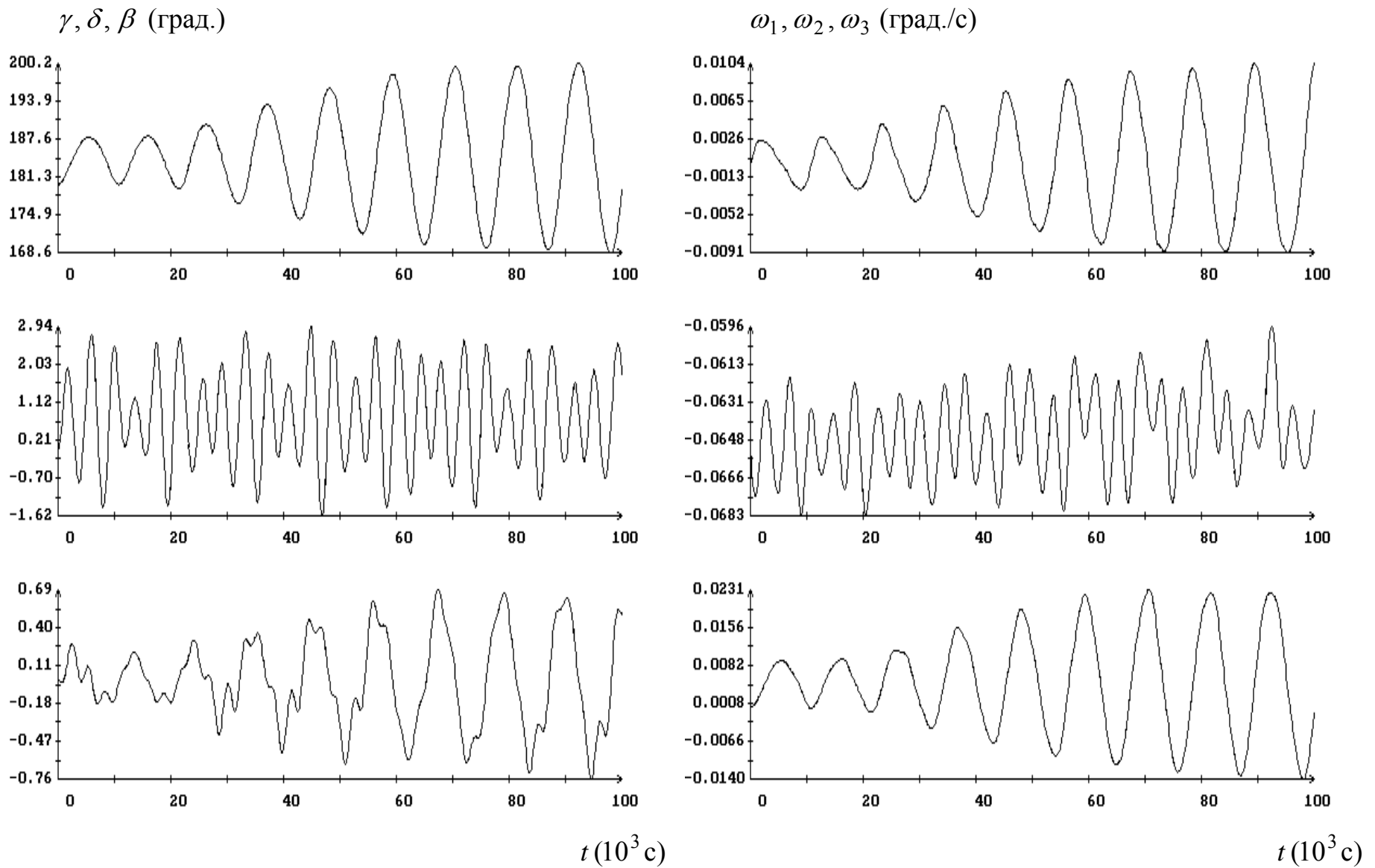


Рис. 2. Режим гравитационной ориентации с начальными условиями  $\gamma = \pi, \delta = \beta = 0, \omega_1 = \omega_3 = 0, \omega_2 = -\omega_0$ .  
 Момент времени  $t = 0$  соответствует 16:30:49 ДМВ 17.11.2004.

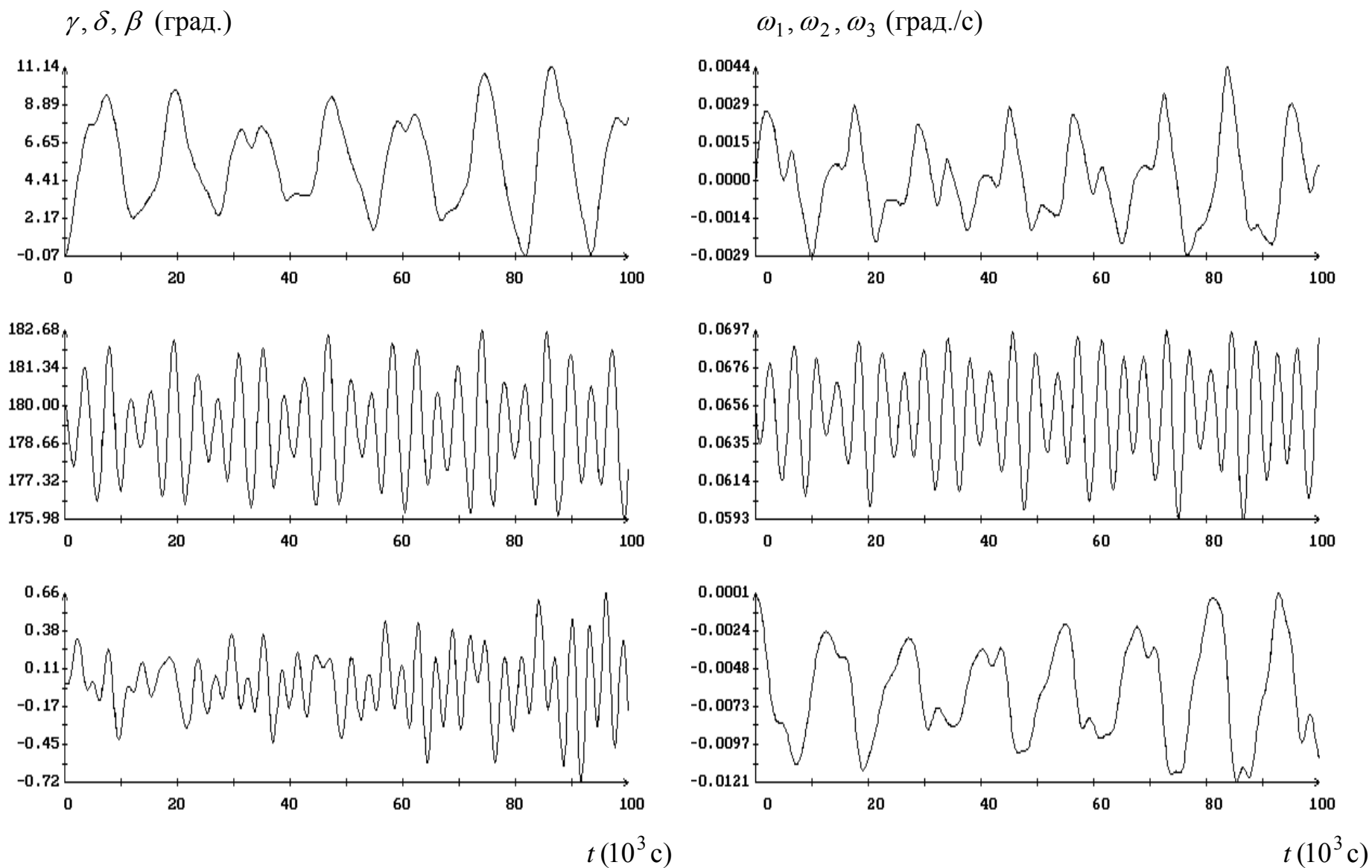


Рис. 3. Режим гравитационной ориентации с начальными условиями  $\gamma = \beta = 0, \delta = \pi, \omega_1 = \omega_3 = 0, \omega_2 = \omega_0$ .  
 Момент времени  $t = 0$  соответствует 16:30:49 ДМВ 17.11.2004.

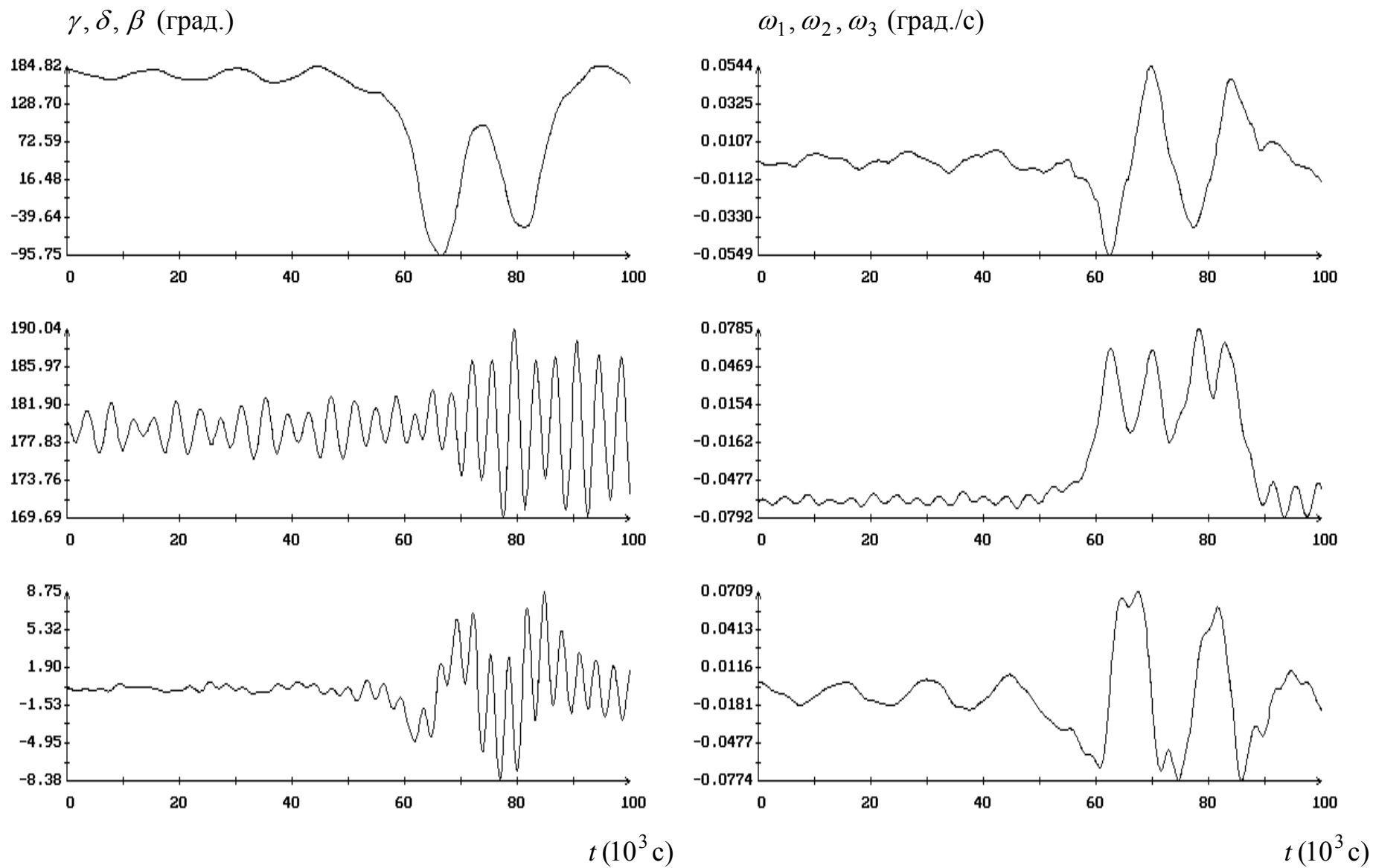
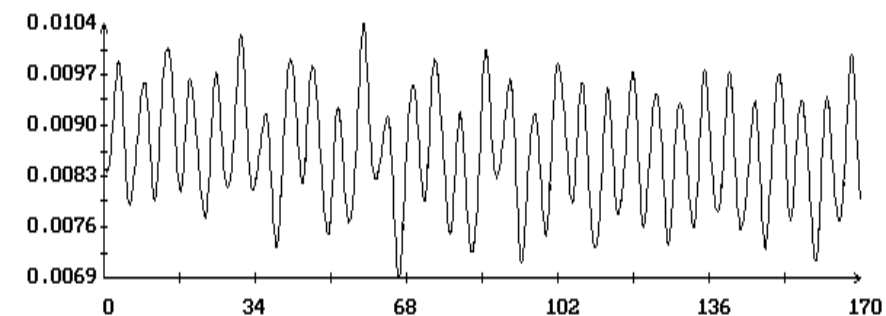
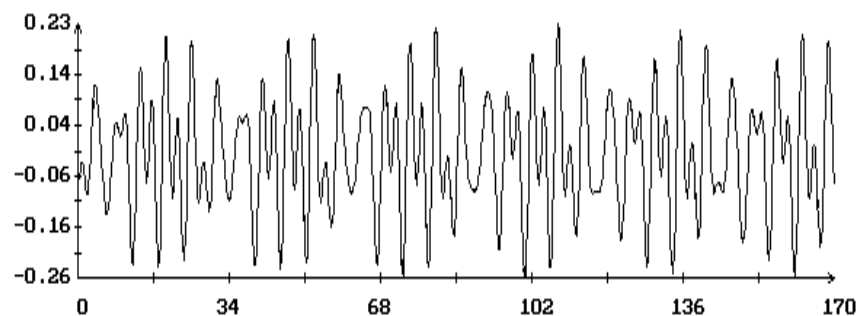
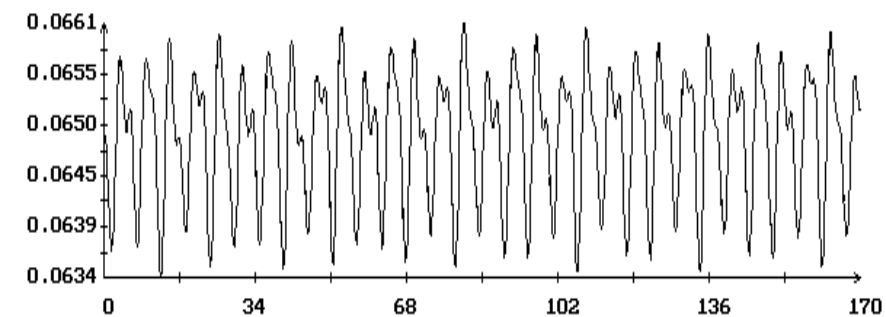
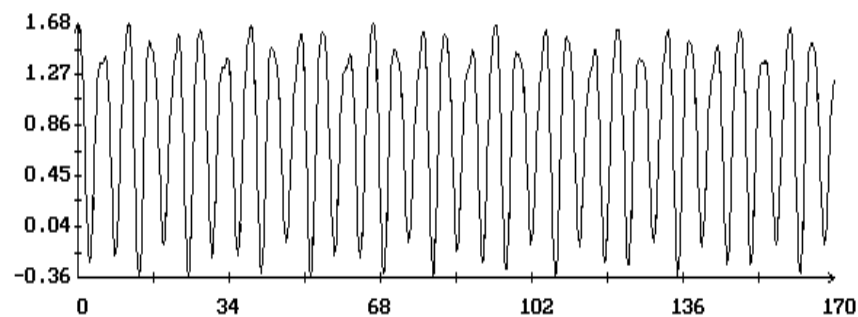
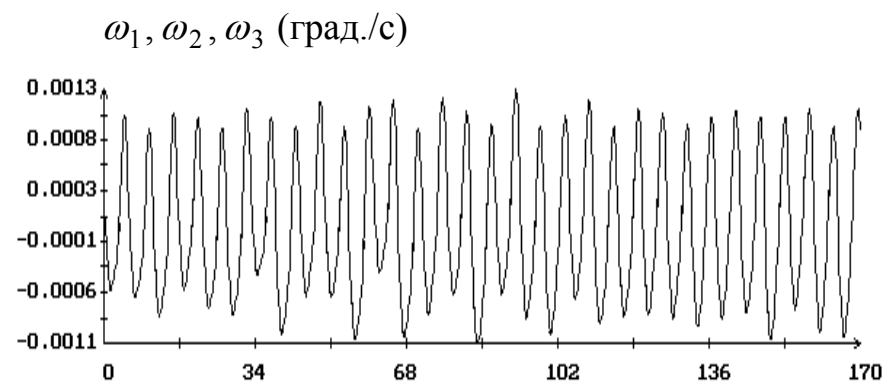
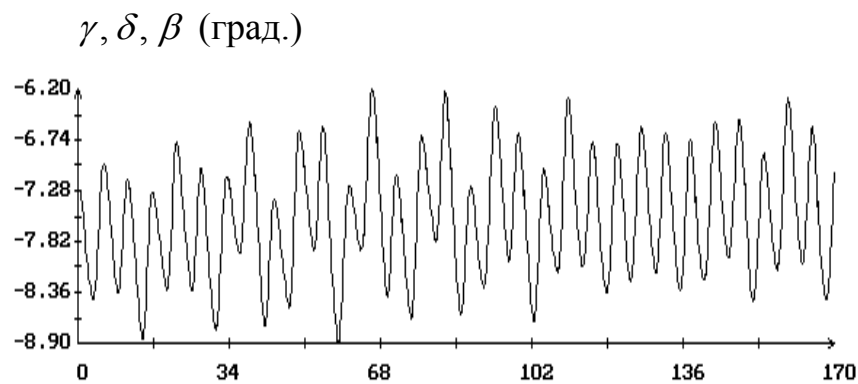


Рис. 4. Режим гравитационной ориентации с начальными условиями  $\gamma = \delta = \pi, \beta = 0, \omega_1 = \omega_3 = 0, \omega_2 = -\omega_0$ .  
 Момент времени  $t = 0$  соответствует 16:30:49 ДМВ 17.11.2004.



$t(10^3 \text{ с})$

$t(10^3 \text{ с})$

Рис. 5. Режим гравитационной ориентации с начальными условиями  $\gamma \approx \delta \approx \beta \approx 0$ ,  $\omega_1 \approx \omega_3 \approx 0$ ,  $\omega_2 \approx \omega_0$ , полученными минимизацией  $\Phi'$ . Момент времени  $t = 0$  соответствует 16:30:49 ДМВ 17.11.2004.



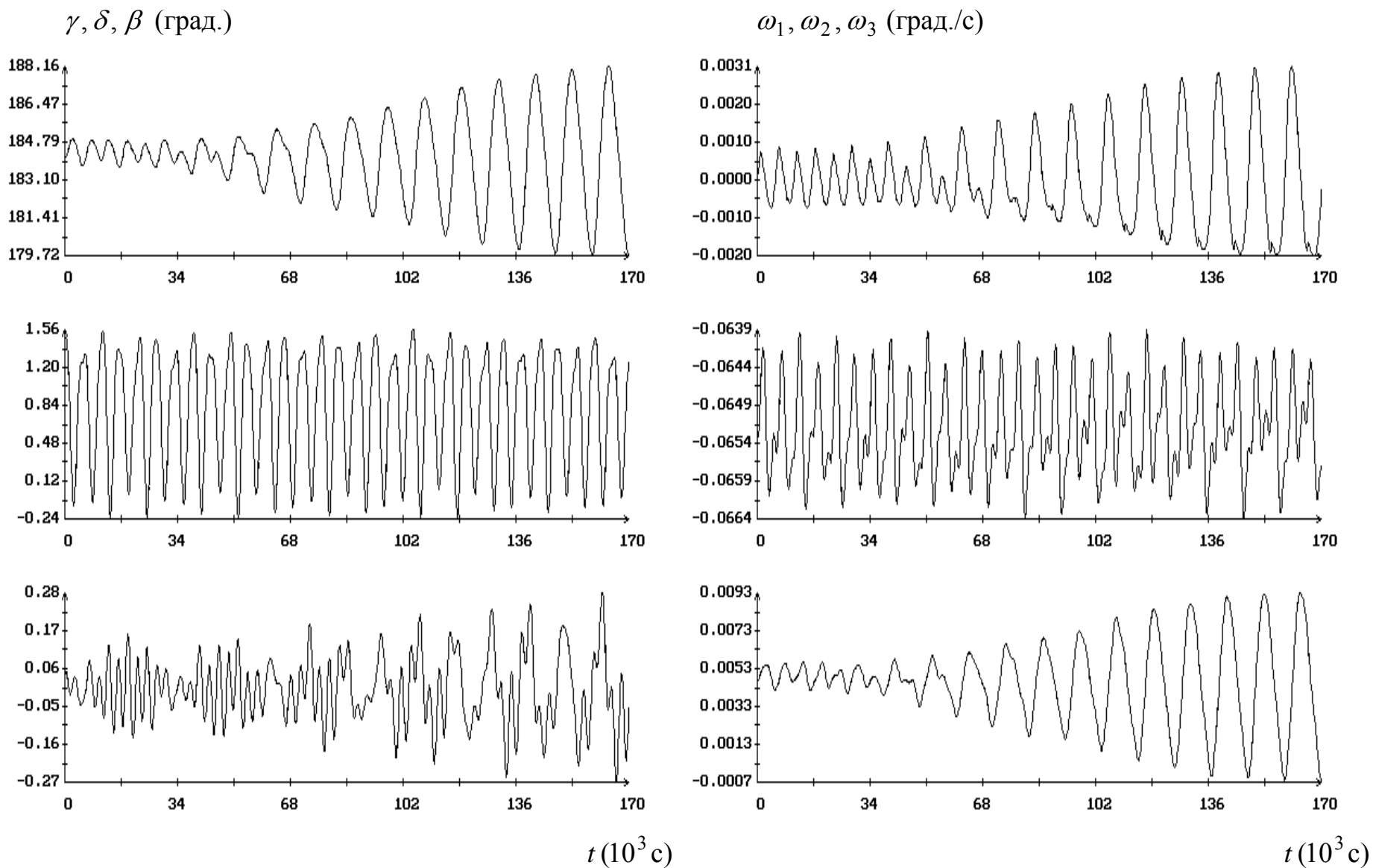


Рис. 6. Режим гравитационной ориентации с начальными условиями  $\gamma \approx \pi, \delta \approx \beta \approx 0, \omega_1 \approx \omega_3 \approx 0, \omega_2 \approx -\omega_0$ , полученными минимизацией  $\Phi'$ . Момент времени  $t = 0$  соответствует 16:30:49 ДМВ 17.11.2004.

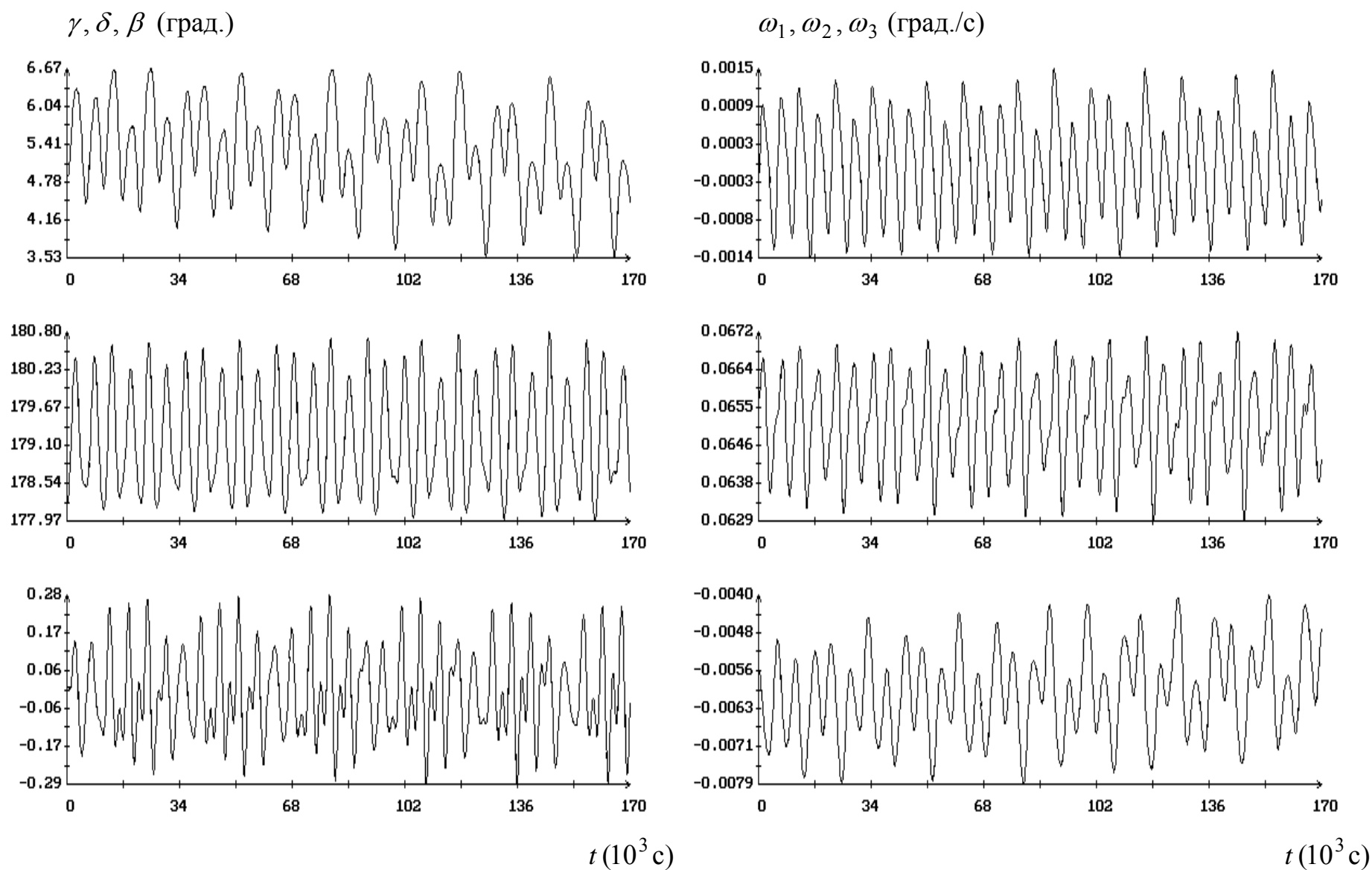


Рис. 7. Режим гравитационной ориентации с начальными условиями  $\gamma \approx \beta \approx 0, \delta \approx \pi, \omega_1 \approx \omega_3 \approx 0, \omega_2 \approx \omega_0$ , полученными минимизацией  $\Phi'$ . Момент времени  $t = 0$  соответствует 16:30:49 ДМВ 17.11.2004.

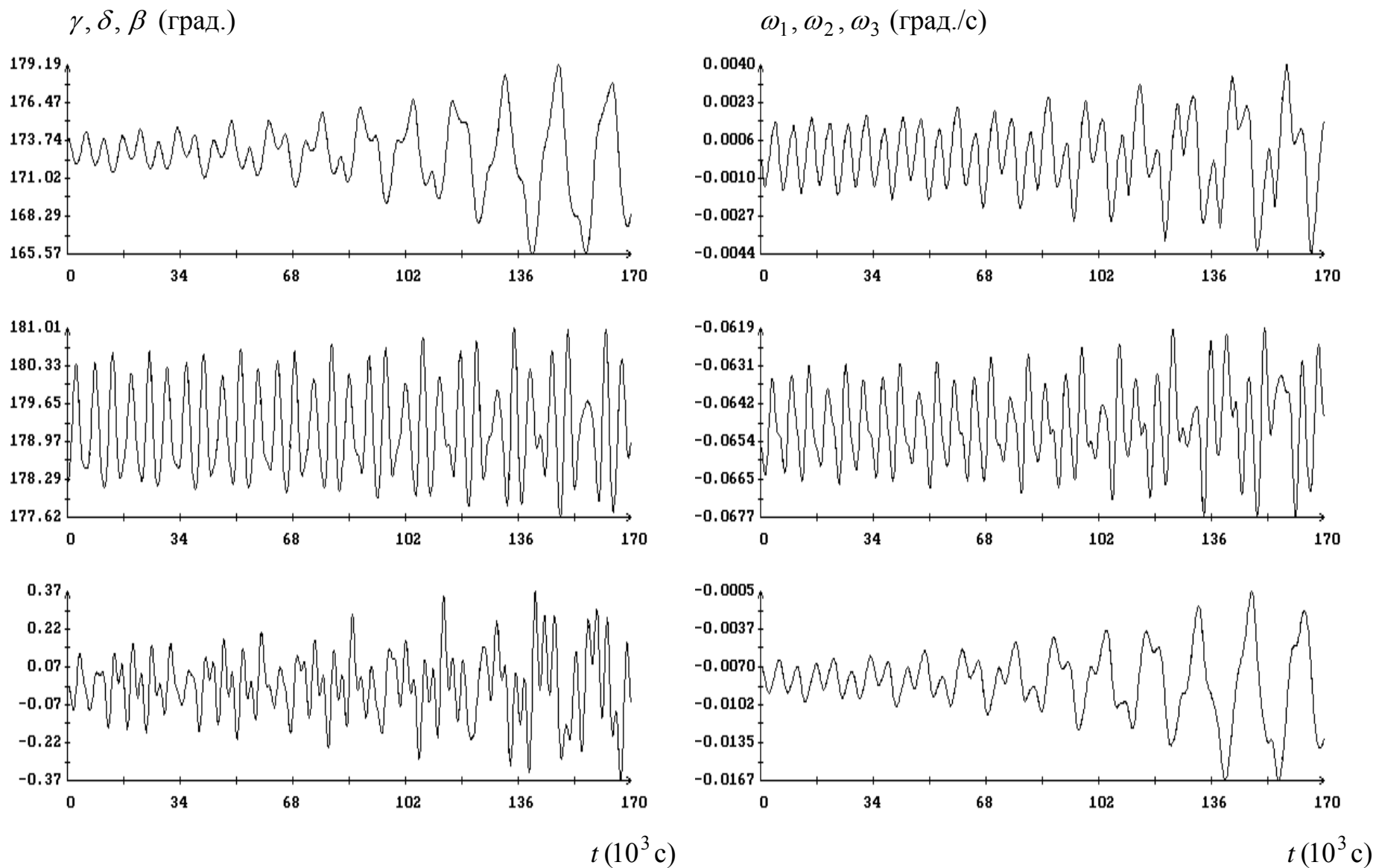


Рис. 8. Режим гравитационной ориентации с начальными условиями  $\gamma \approx \delta \approx \pi$ ,  $\beta \approx 0$ ,  $\omega_1 \approx \omega_3 \approx 0$ ,  $\omega_2 \approx -\omega_0$ , полученными минимизацией  $\Phi'$ . Момент времени  $t = 0$  соответствует 16:30:49 ДМВ 17.11.2004.

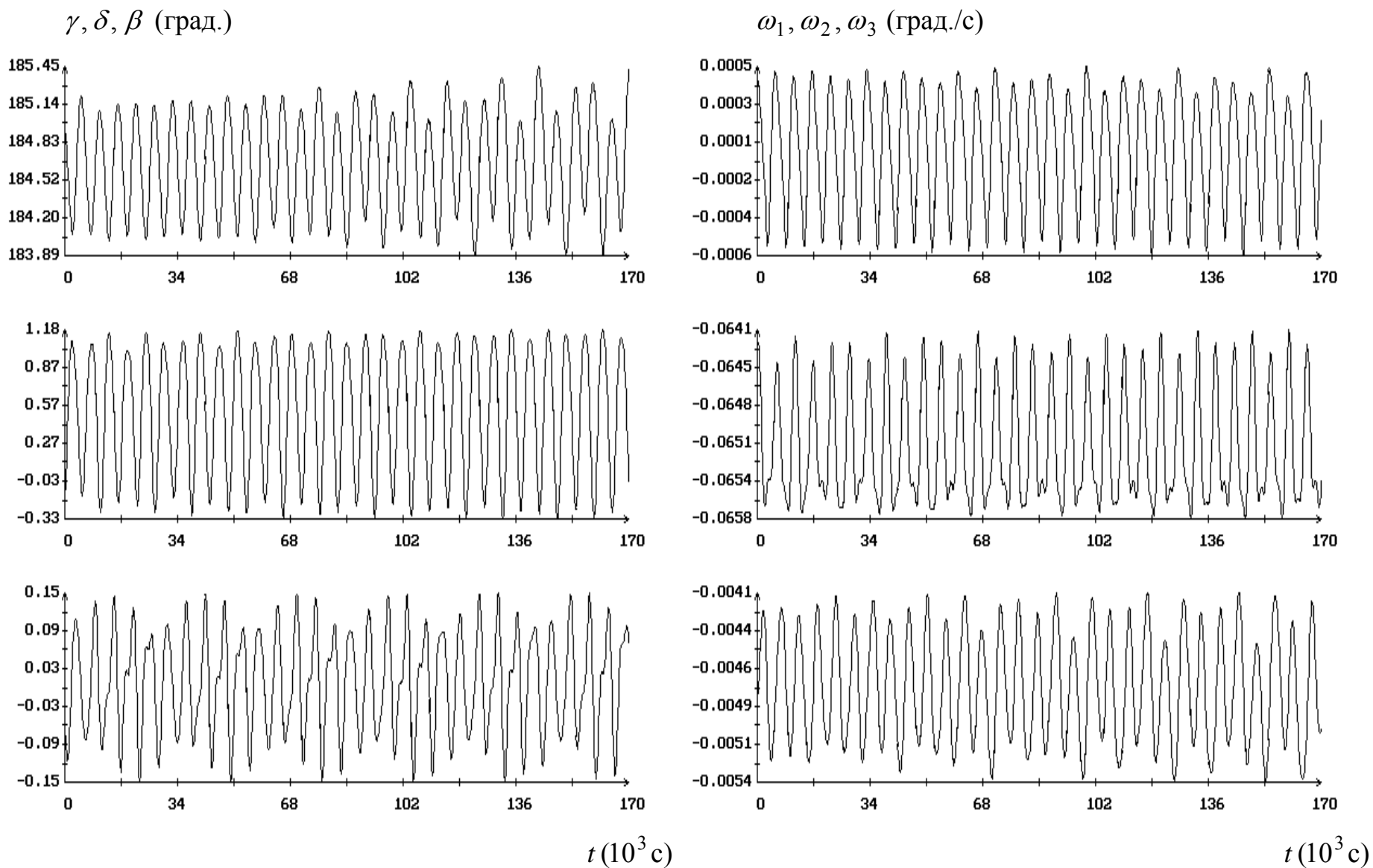


Рис. 9. Режим гравитационной ориентации с начальными условиями  $\gamma \approx \pi, \delta \approx \beta \approx 0, \omega_1 \approx \omega_3 \approx 0, \omega_2 \approx -\omega_0$ , полученными минимизацией  $\Phi'$ . Момент времени  $t = 0$  соответствует 04:49:26 ДМВ 15.02.2004.

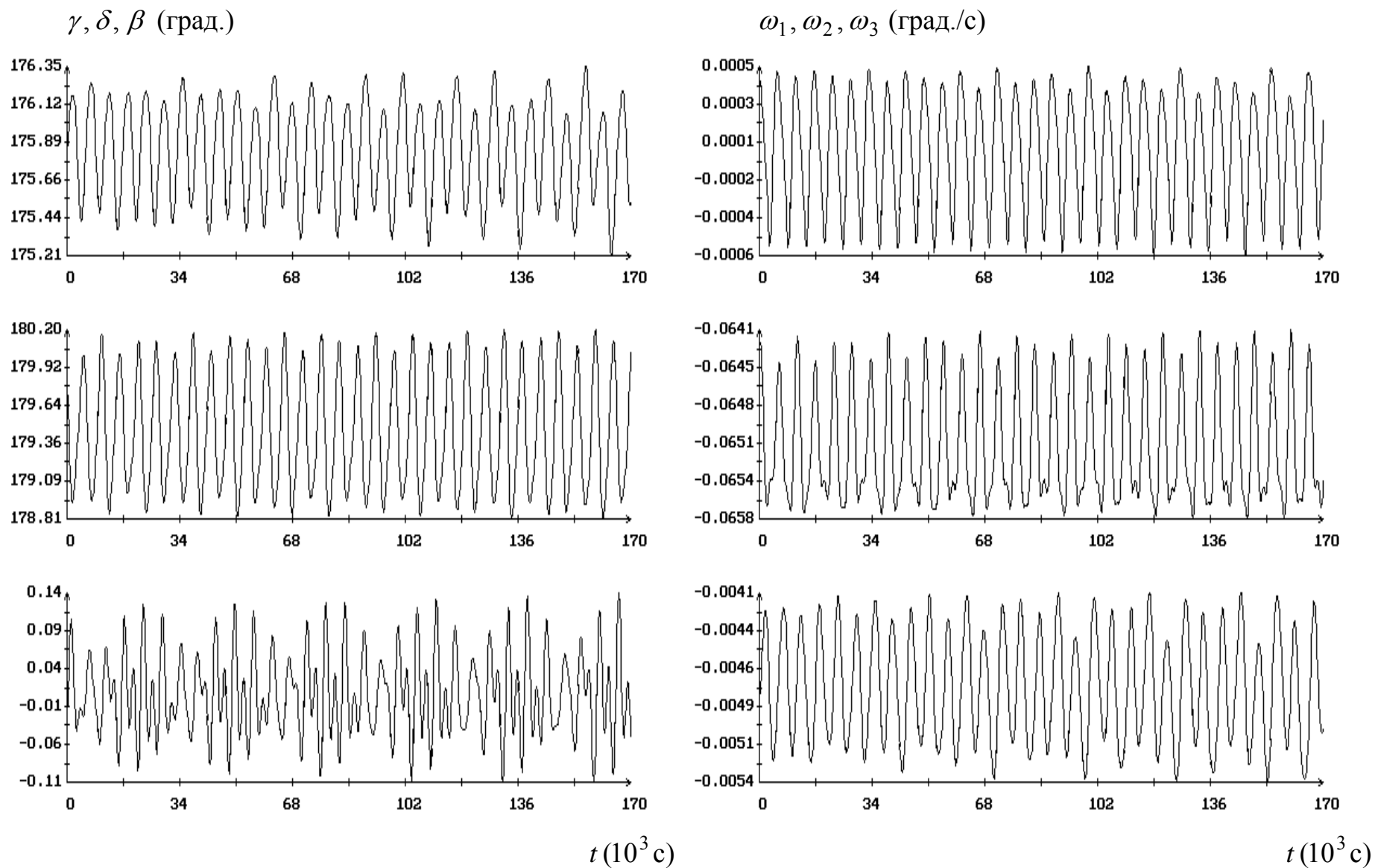


Рис. 10. Режим гравитационной ориентации с начальными условиями  $\gamma \approx \delta \approx \pi$ ,  $\beta \approx 0$ ,  $\omega_1 \approx \omega_3 \approx 0$ ,  $\omega_2 \approx -\omega_0$ , полученными минимизацией  $\Phi'$ . Момент времени  $t = 0$  соответствует 04:49:26 ДМВ 15.02.2004.

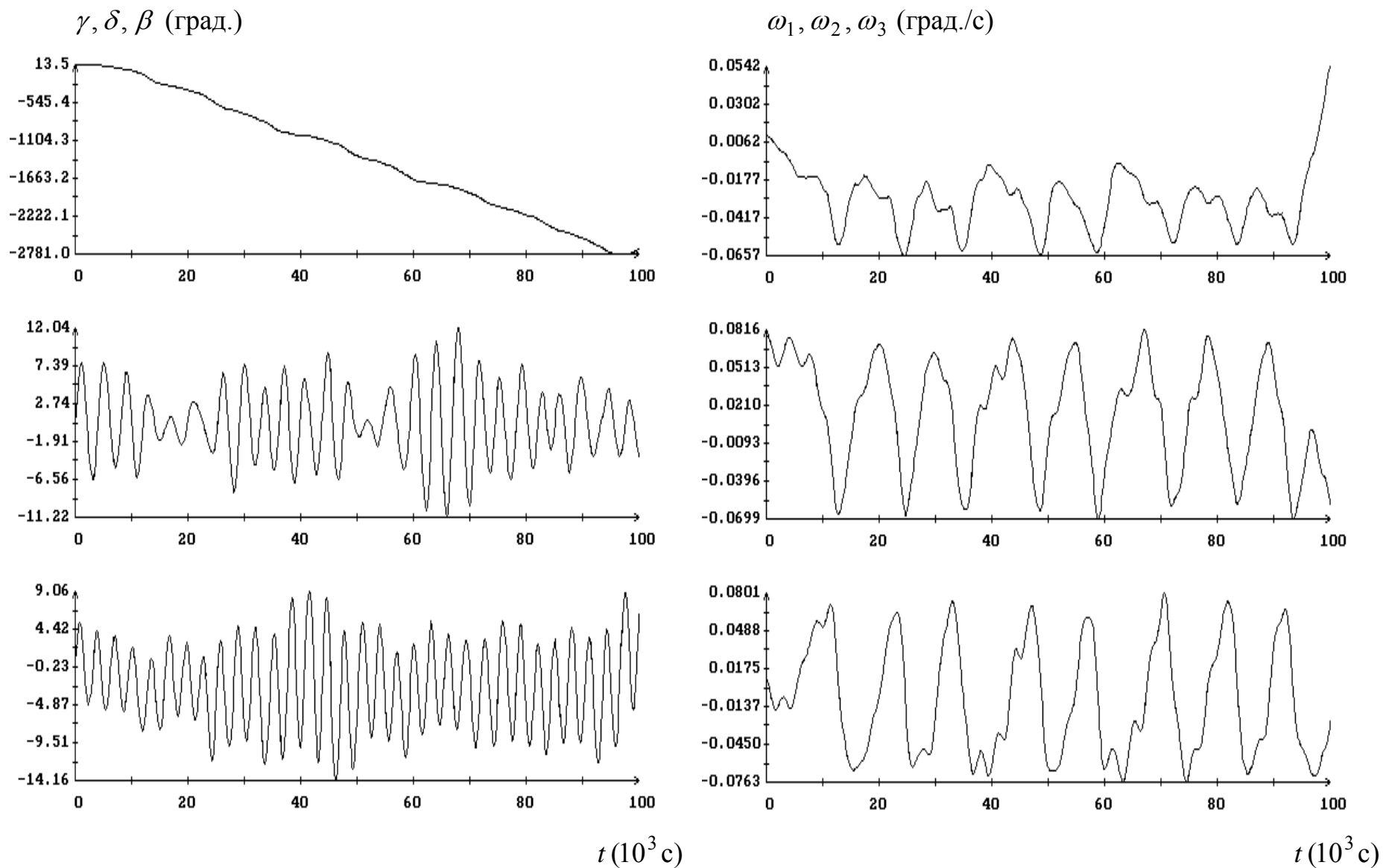


Рис. 11. Возмущенный режим гравитационной ориентации с начальными условиями  $\gamma = \delta = \beta = 0$ ,  $\omega_1 = \omega_3 = \omega_2 - \omega_0 = 0.01$  град./с. Момент времени  $t = 0$  соответствует 16:30:49 ДМВ 17.11.2004.

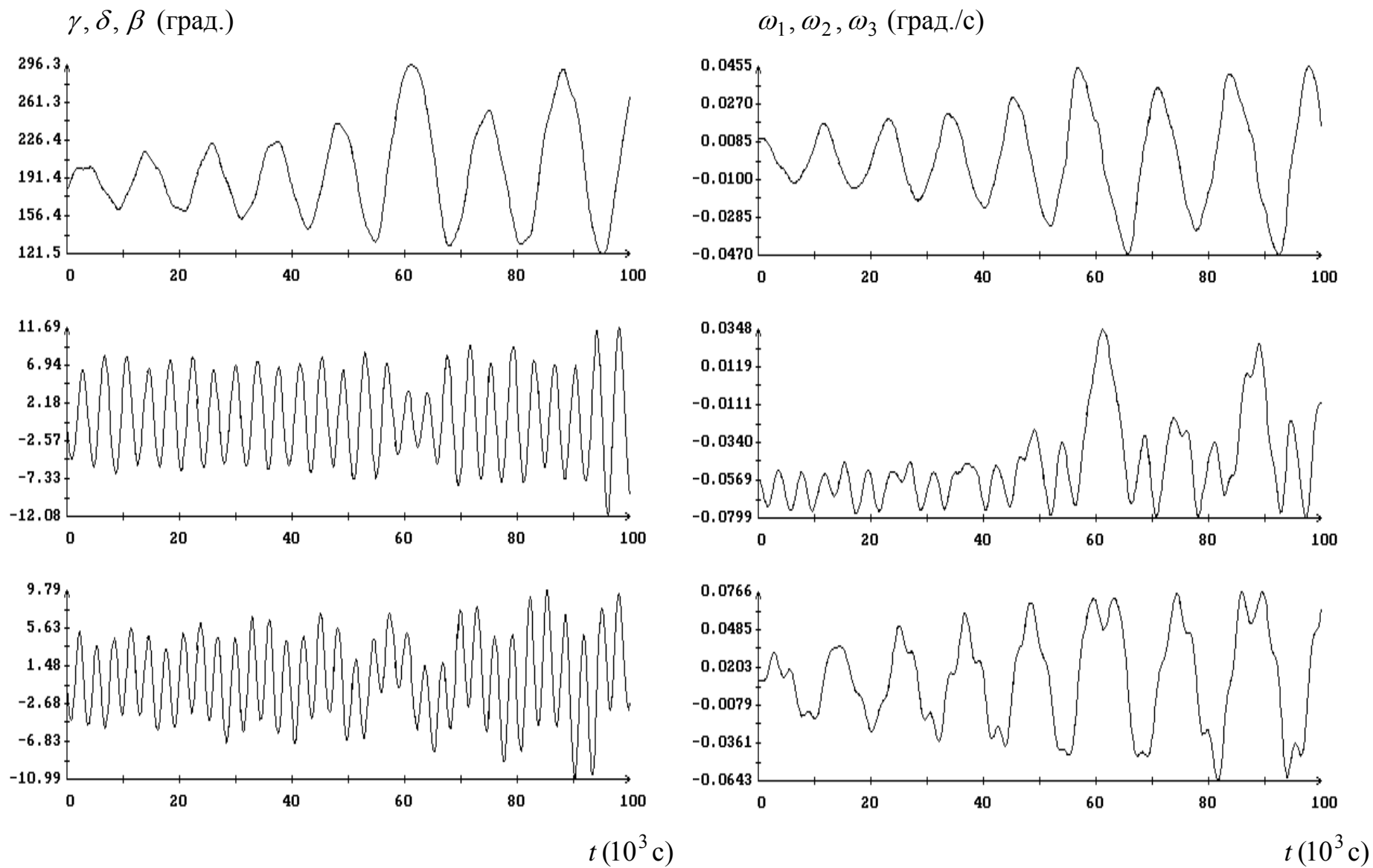


Рис. 12. Возмущенный режим гравитационной ориентации с начальными условиями  $\gamma = \pi, \delta = \beta = 0$ ,  $\omega_1 = \omega_3 = \omega_2 + \omega_0 = 0.01$  град./с. Момент времени  $t = 0$  соответствует 16:30:49 ДМВ 17.11.2004.

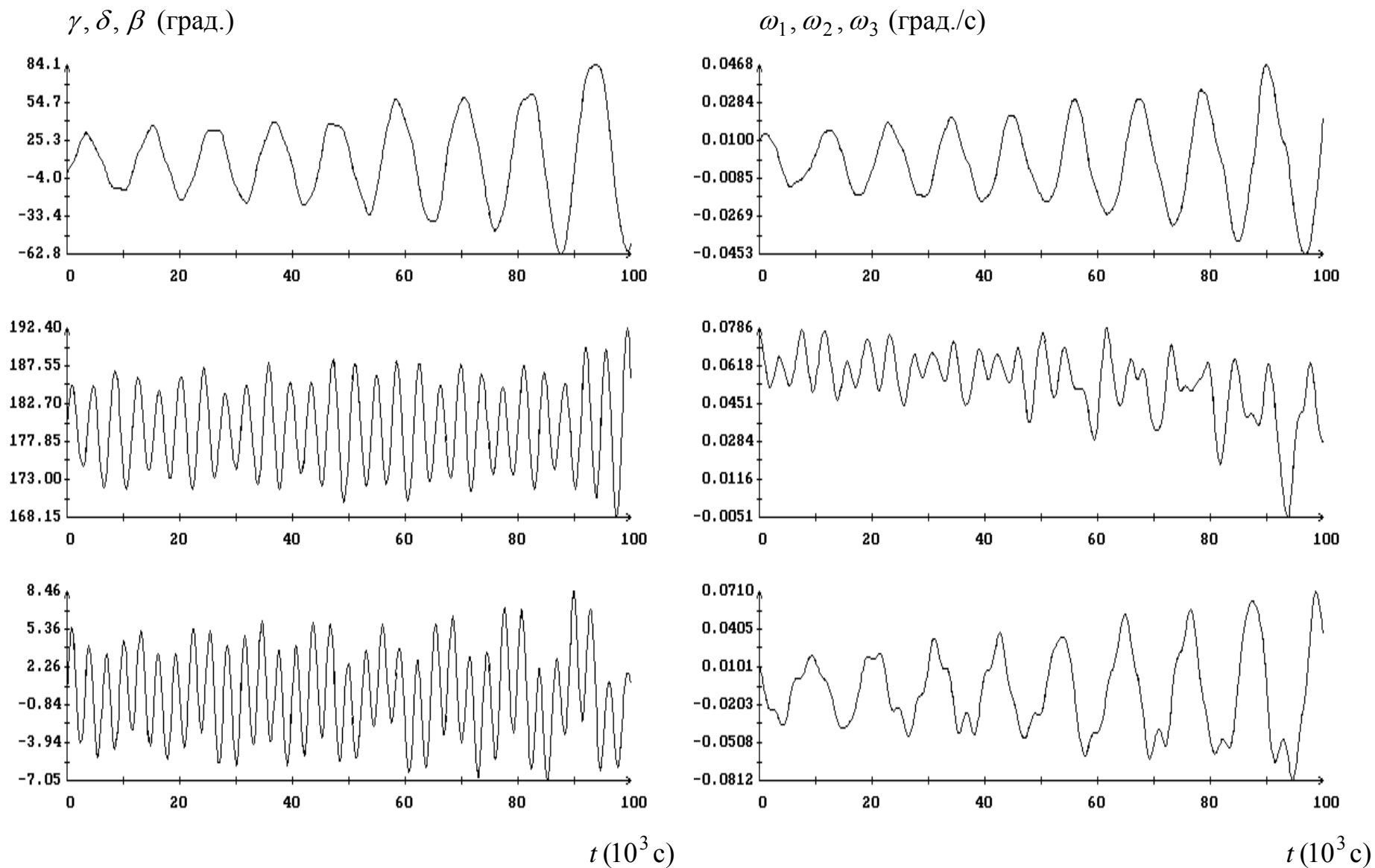


Рис. 13. Возмущенный режим гравитационной ориентации с начальными условиями  $\gamma = \beta = 0, \delta = \pi$ ,  $\omega_1 = \omega_3 = \omega_2 - \omega_0 = 0.01$  град./с. Момент времени  $t = 0$  соответствует 16:30:49 ДМВ 17.11.2004.



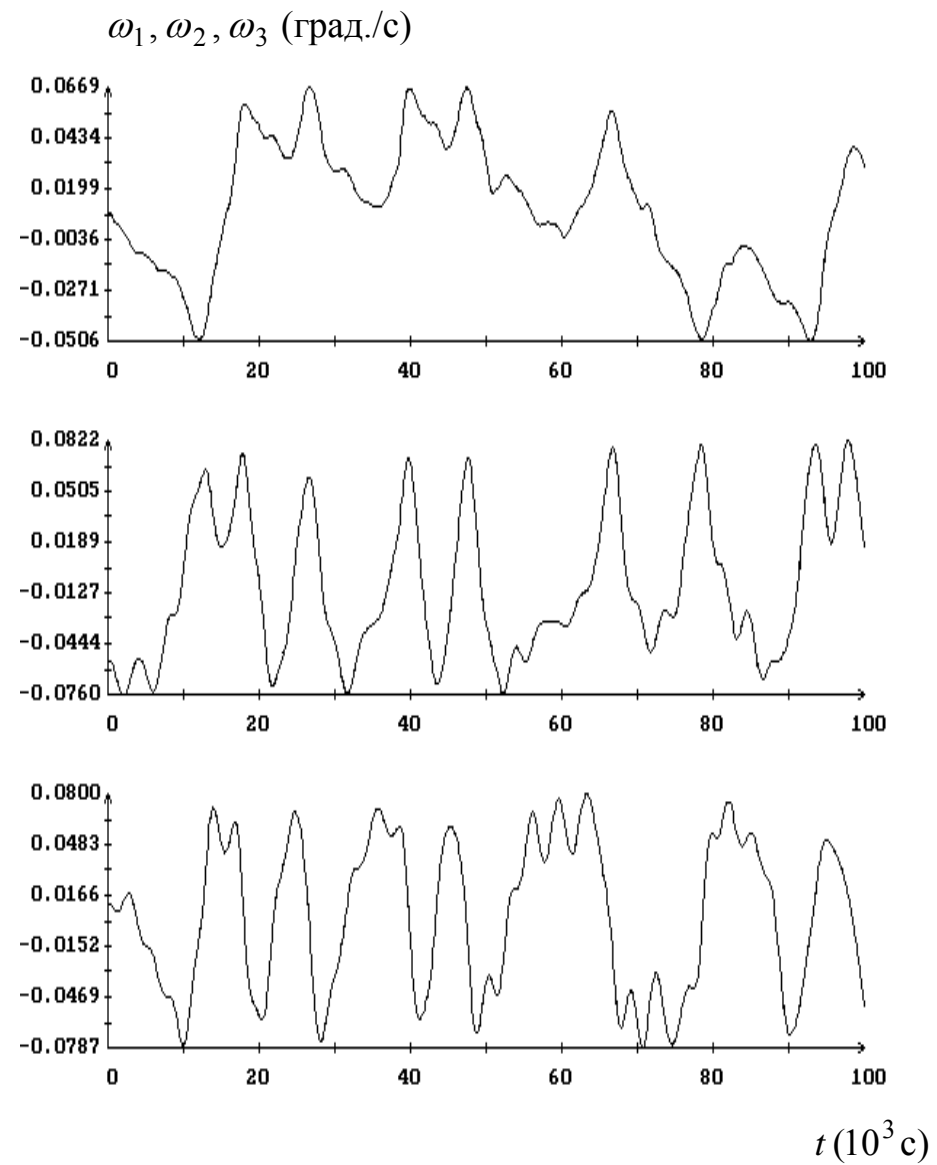
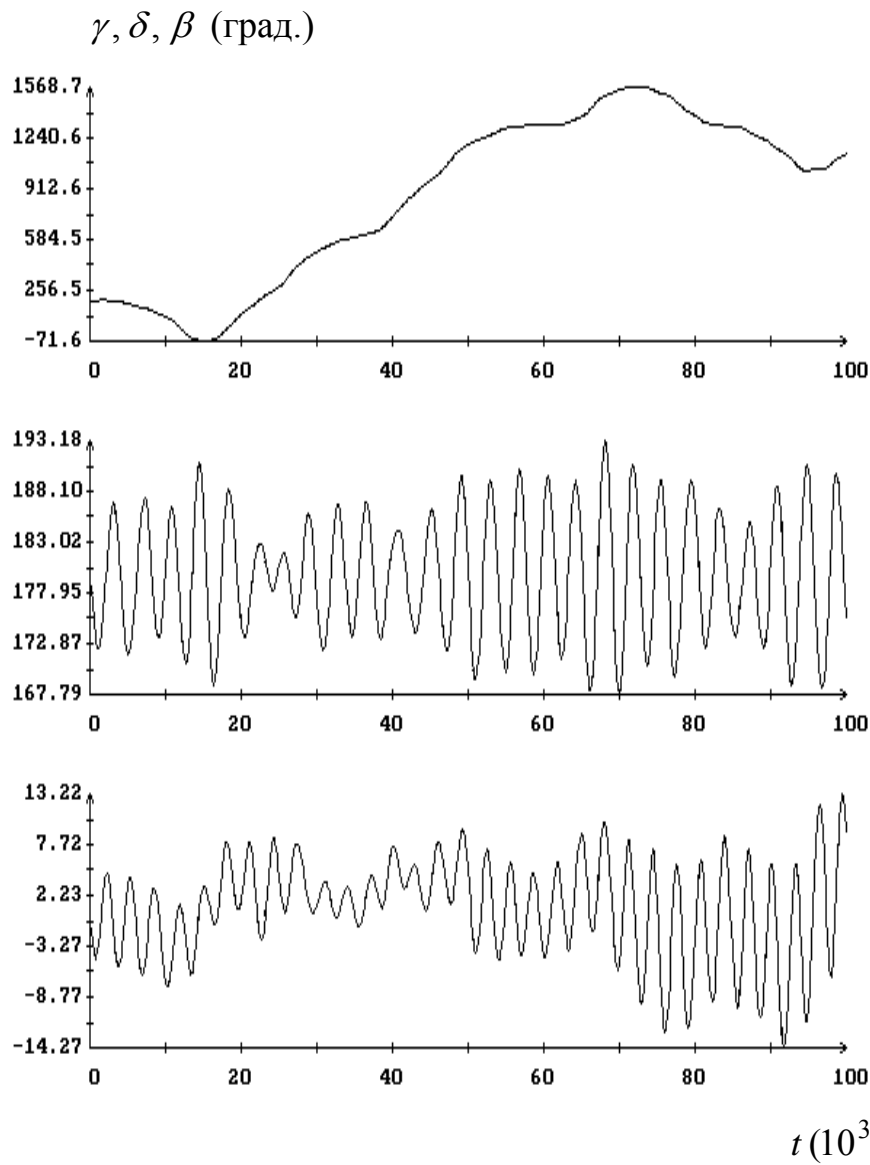


Рис. 14. Возмущенный режим гравитационной ориентации с начальными условиями  $\gamma = \delta = \pi$ ,  $\beta = 0$ ,  $\omega_1 = \omega_3 = \omega_2 + \omega_0 = 0.01$  град./с. Момент времени  $t = 0$  соответствует 16:30:49 ДМВ 17.11.2004.

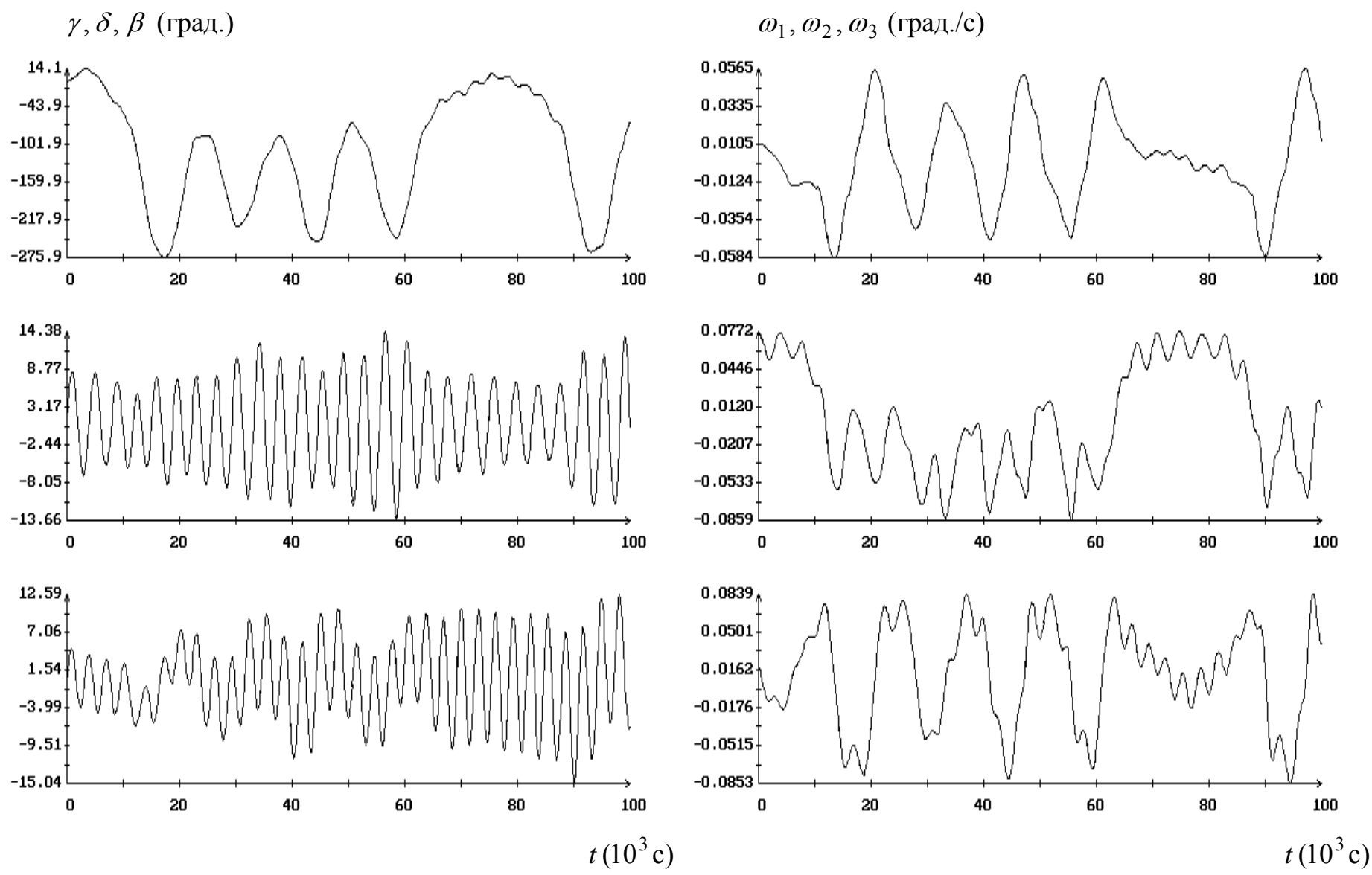


Рис. 15. Возмущение режима гравитационной ориентации, представленного на рис. 5.  
 Момент времени  $t = 0$  соответствует 16:30:49 ДМВ 17.11.2004.

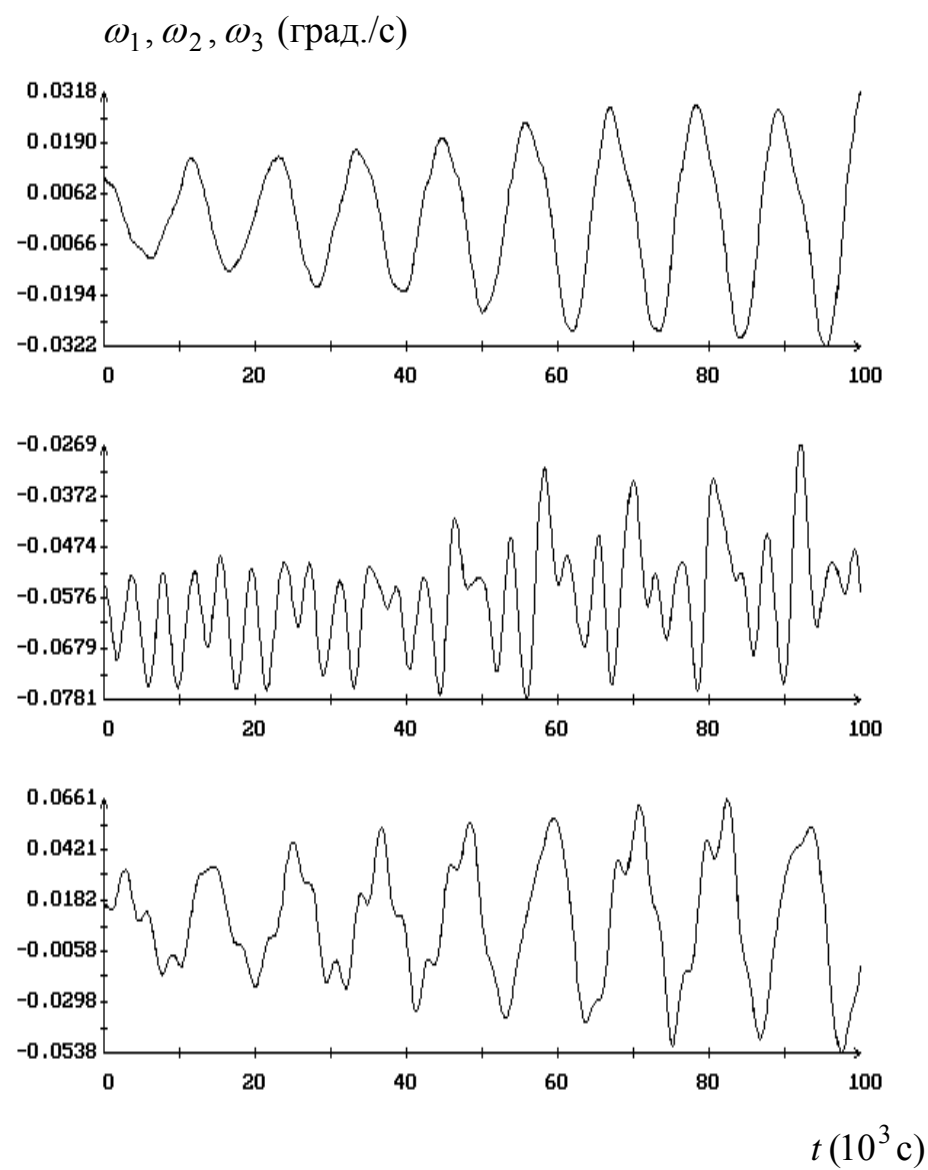
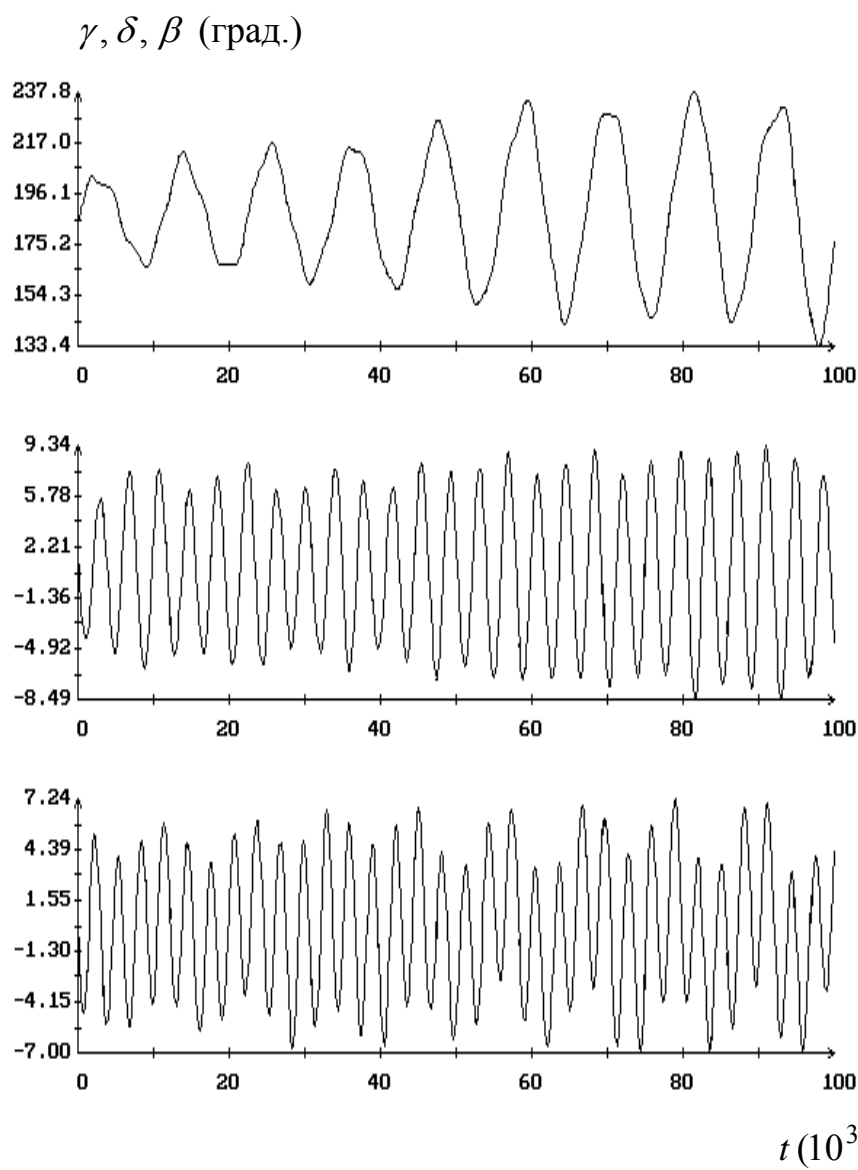


Рис. 16. Возмущение режима гравитационной ориентации, представленного на рис. 6.  
Момент времени  $t = 0$  соответствует 16:30:49 ДМВ 17.11.2004.

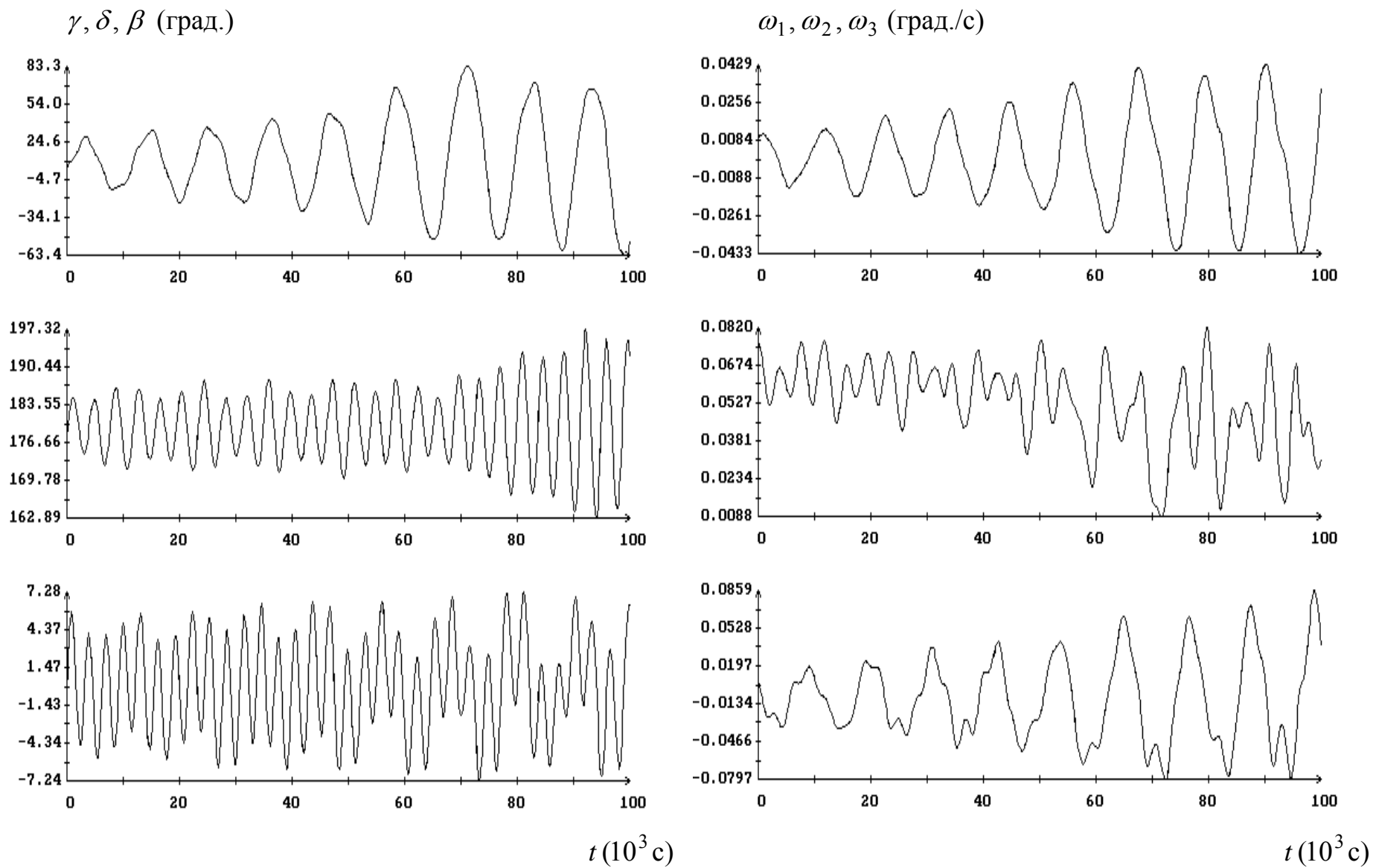


Рис. 17. Возмущение режима гравитационной ориентации, представленного на рис. 7.  
Момент времени  $t = 0$  соответствует 16:30:49 ДМВ 17.11.2004.

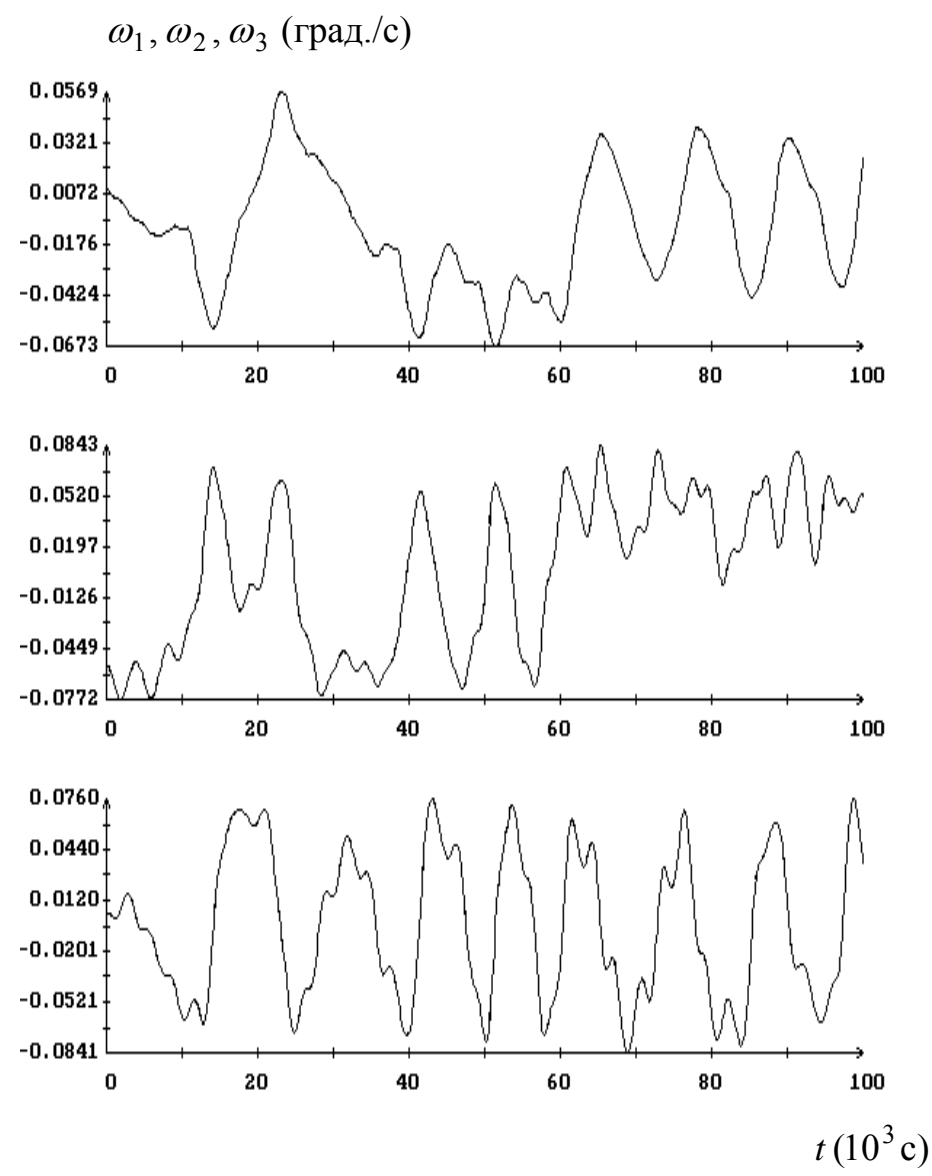
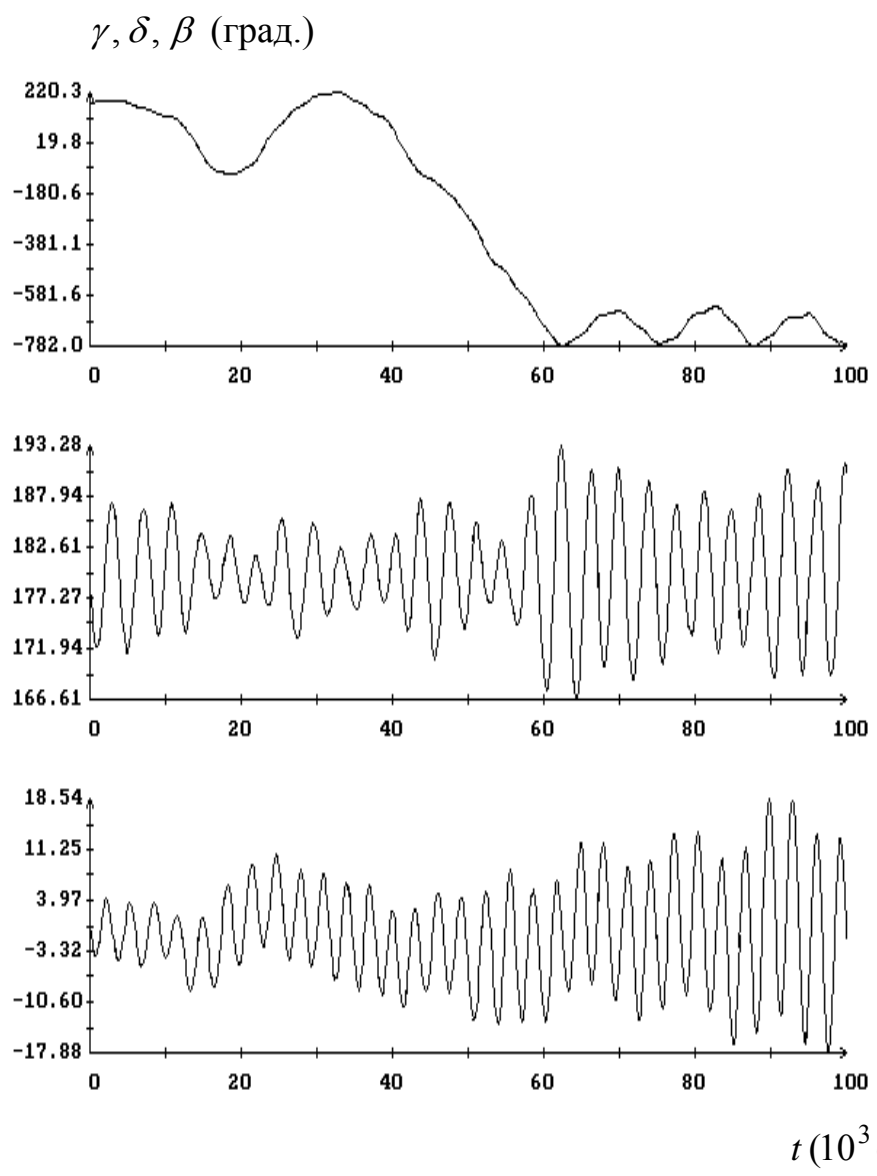
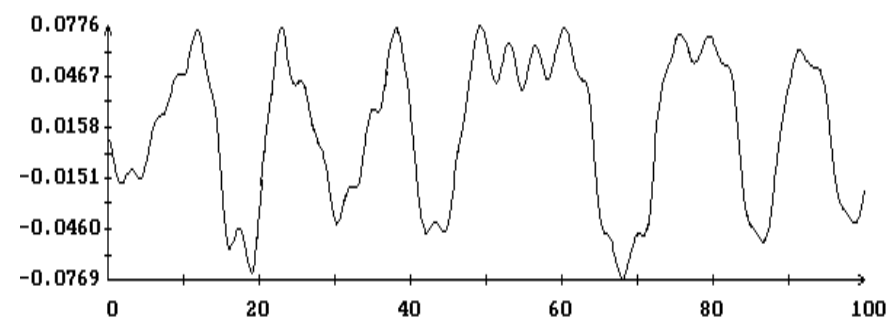
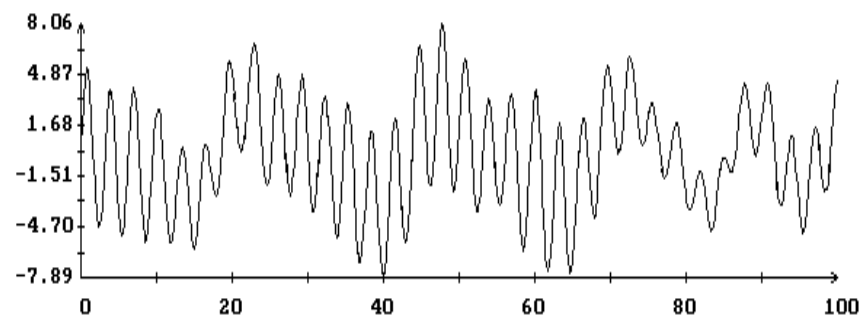
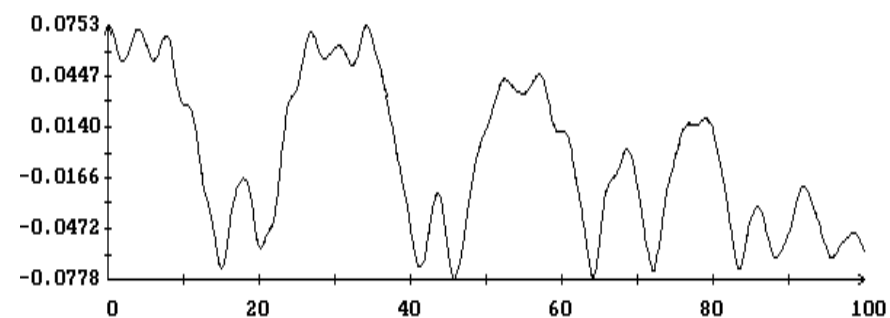
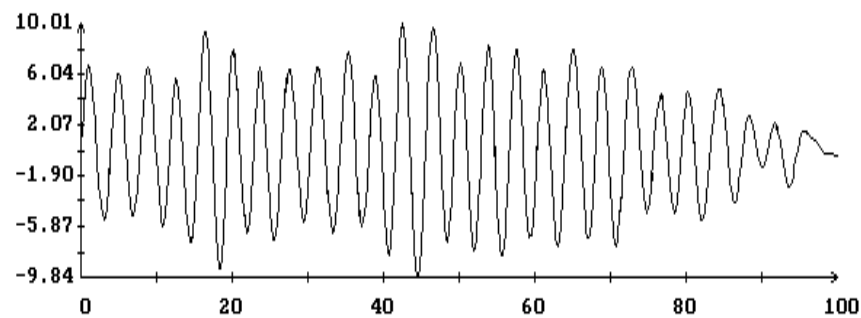
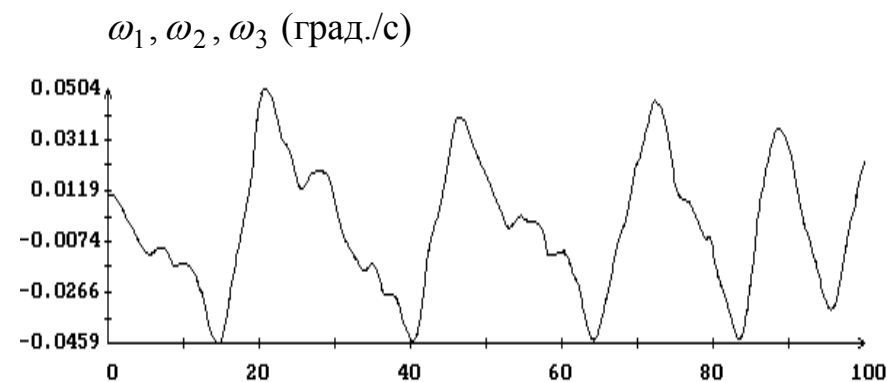
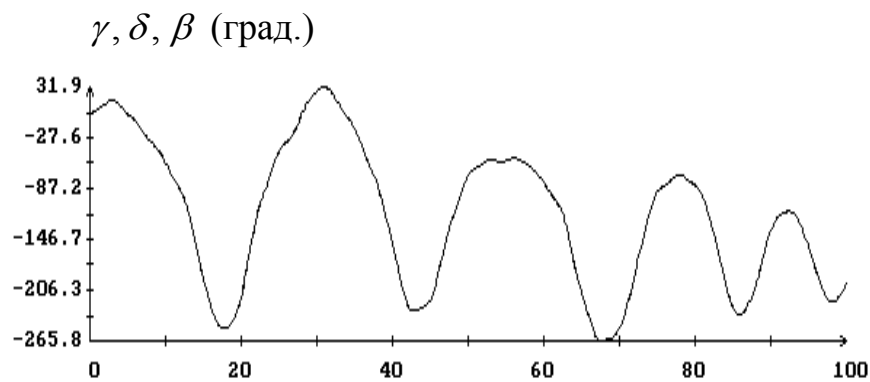


Рис. 18. Возмущение режима гравитационной ориентации, представленного на рис. 8.  
Момент времени  $t = 0$  соответствует 16:30:49 ДМВ 17.11.2004.



$t(10^3 \text{ с})$

$t(10^3 \text{ с})$

Рис. 19. Возмущенный режим гравитационной ориентации с начальными условиями  $\gamma = \delta = \beta = 0$ ,  $\omega_1 = \omega_3 = \omega_2 - \omega_0 = 0.01$  град./с. Момент времени  $t = 0$  соответствует 04:49:26 ДМВ 15.02.2004.

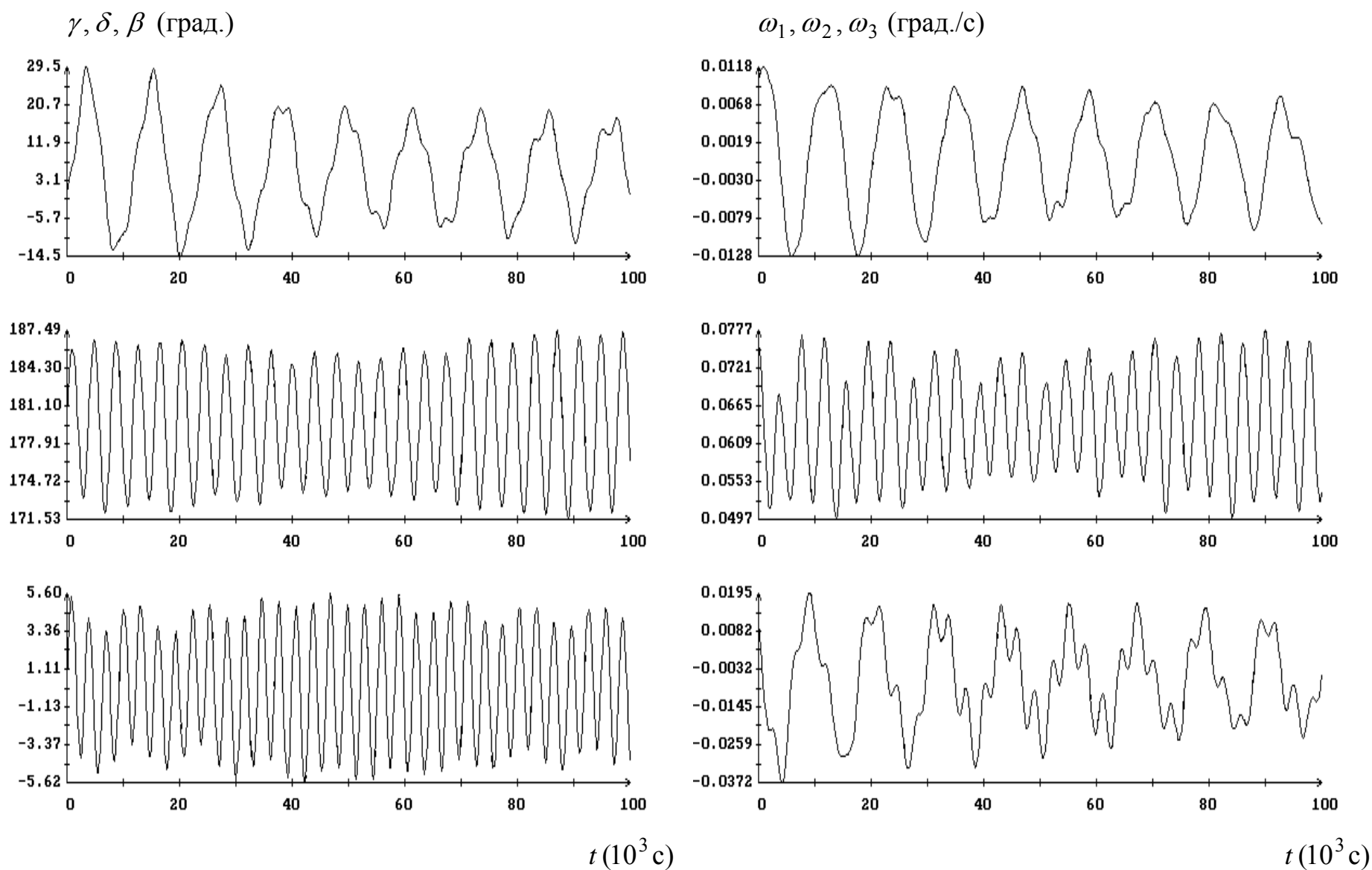
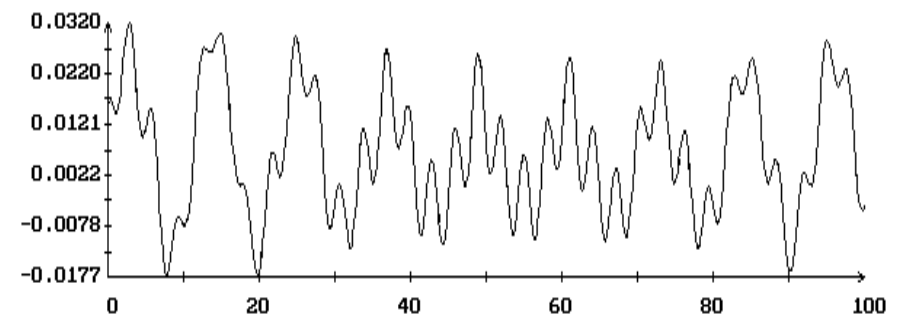
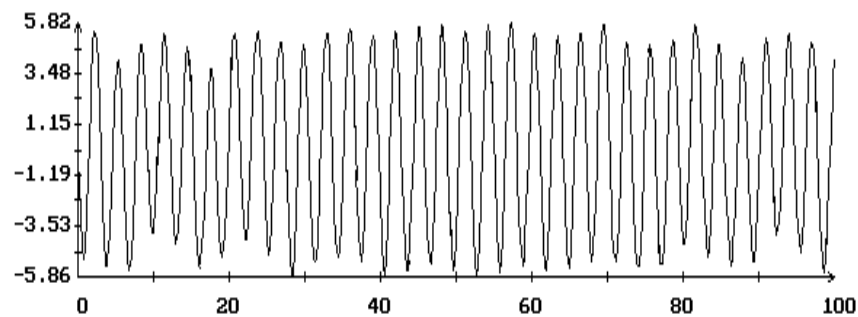
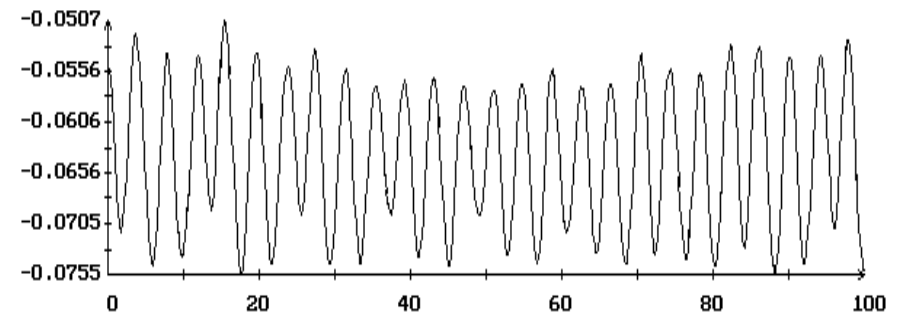
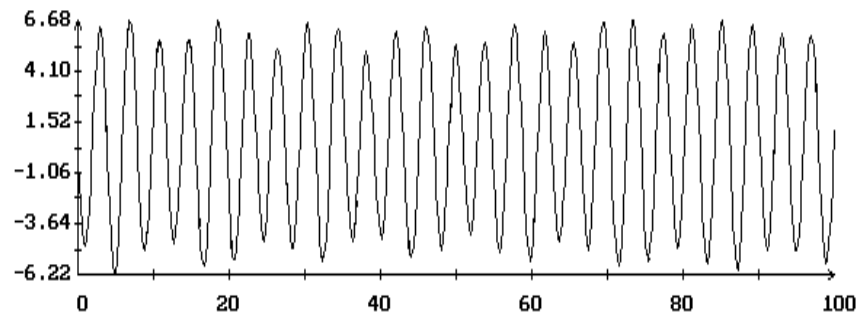
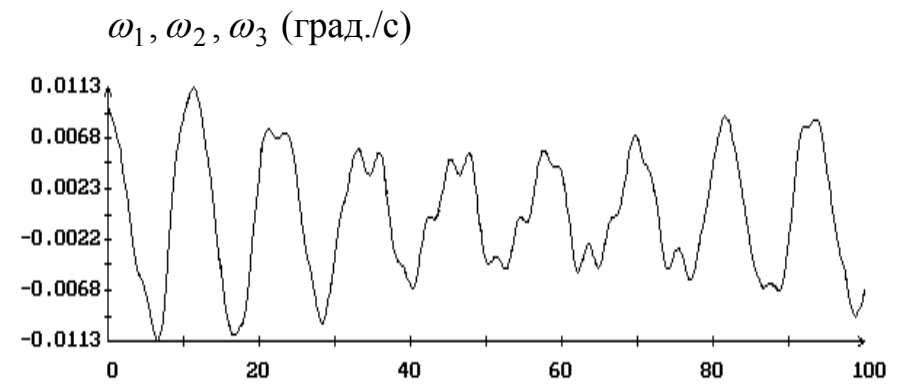
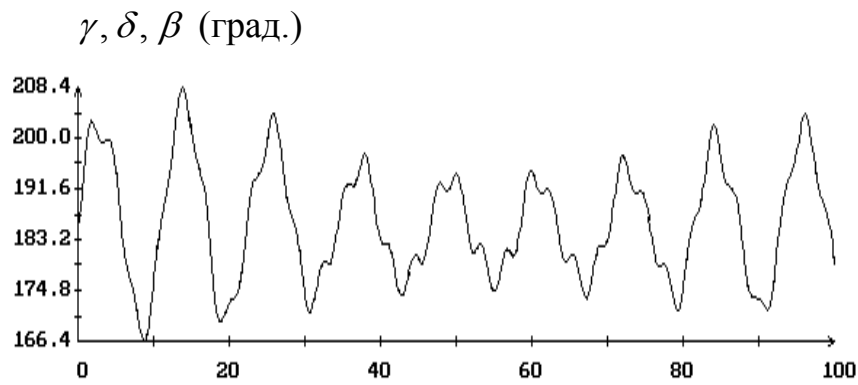


Рис. 20. Возмущенный режим гравитационной ориентации с начальными условиями  $\gamma = \beta = 0, \delta = \pi$ ,  $\omega_1 = \omega_3 = \omega_2 - \omega_0 = 0.01$  град./с. Момент времени  $t = 0$  соответствует 04:49:26 ДМВ 15.02.2004.



$t(10^3 \text{ с})$

$t(10^3 \text{ с})$

Рис. 21. Возмущение режима гравитационной ориентации, представленного на рис. 9.  
Момент времени  $t = 0$  соответствует 04:49:26 ДМВ 15.02.2004.