

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М.В. Келдыша

А.В. Галактионов, Ю.П. Попов

**Построение периодических решений для
ограниченной задачи трех тел.**

Москва
2005

А.В. Галактионов, Ю.П. Попов

Построение периодических решений для ограниченной задачи трех тел.

Аннотация

В данной работе в рамках баллистического приближения рассматривается возможность существования стационарного аккреционного диска в двойной звездной системе. Анализ проводится в рамках ограниченной задачи трех тел. Дается описание метода построения периодических решений задачи и исследования их орбитальной устойчивости. Приводятся примеры периодических решений без самопересечений, определяется их устойчивость, строятся области существования устойчивых решений.

A. Galaktionov, Y. Popov

Drawing up periodical solutions of restricted three-body problem.

Abstract

The opportunity of existence of stationary accretion disk, in double star system within ballistic approximation, is examined in this paper. The main focus of examination is made within the framework of the plain restricted three-body problem. The methods of drawing up periodical solutions and their stability investigation method are also discussed in this article. Examples of drawn up, periodical solutions being examined on stability are provided within the paper.

Содержание

Аннотация	2
1. Введение.....	4
2. Постановка задачи.....	5
3. Результаты и устойчивость ограниченной задачи трех тел.....	7
4. Метод построения периодических решений.	10
5. Пример расчета орбит.....	12
6. Области устойчивости и неустойчивости орбит.	14
7. Заключение.	15
Список литературы	16
Рисунки.....	18

1. Введение

Изучение аккреционных дисков в двойных звездных системах является важной задачей современной астрофизики. Большое количество работ посвящено исследованию этого объекта с помощью методов математического моделирования на основе уравнений гравитационной газодинамики (см., например, [1,2,3]).

В частности, в работе [2] сделан вывод, что стационарный аккреционный диск в двойной системе без подтока массы существовать не может. Этот факт установлен в рамках следующей постановки задачи. Рассматривается гравитирующее тело, вокруг которого вращается некоторое стационарное газовое образование. В начальный момент в окрестность этого тела помещается второе гравитирующее тело, и возникающая двойная система начинает вращаться вокруг ее центра масс в соответствии с законами небесной механики. В этой задаче самогравитация отсутствует. Изучаются процессы в газовом облаке, в частности, возможность его преобразования в газовую структуру, являющуюся стационарной в двойной системе (аккреционный диск). Расчеты показывают, что действующий на газ комплекс сил (гравитационные, силы газодинамического давления, а также кориолисовы и центробежные силы, возникающие из-за перехода в неинерциальную систему координат, вращающуюся вместе с двойной системой), порождают сложную картину газодинамических течений. На развитой стадии процесса возникает топологически слабо изменяющаяся во времени структура течения, содержащая спиральные волны. Однако, эта структура не является стационарной. Масса газа, находящаяся внутри расчетной области, (граничные условия – «свободные») экспоненциально убывает во времени, причем характерным масштабом времени этого процесса является период вращения двойной системы.

Этот результат в определенной степени подтверждают расчеты, проведенные в [1]. Здесь рассматривается двойная система, состоящая из

звезды-донора, с поверхности которой в систему поступает масса, и звезды-аккретора, вблизи которой из части захваченной массы формируется достаточно устойчивый во времени аккреционный диск. Если в расчетах искусственно заблокировать поступление массы от донора к аккретору, то диск «разваливается».

Однако, отмеченные факты не могут считаться строгим доказательством невозможности существования стационарного аккреционного газового диска в двойной системе при отсутствии потока массы от одной из звезд.

Мы попытаемся изучить указанную проблему в упрощенной постановке, пренебрегая газокинетическим давлением и самогравитацией, то есть в «баллистическом приближении». При этом частицы газа не взаимодействуют друг с другом, и их движение определяется действием гравитационных, а также «неинерциальных сил» (центробежные силы и силы Кориолиса). С использованием результатов для ограниченной задачи трех тел будут построены замкнутые периодические несамоперекающиеся траектории «пробных» частиц и изучена их устойчивость. На основе таких траекторий можно построить стационарный «дискретный» аккреционный диск из пробных частиц, и далее учтя газодинамическое давление попытаться сконструировать стационарную газовую конфигурацию в двойной звездной системе.

2. Постановка задачи

Задача трех тел является одной из классических задач небесной механики. Это задача о движении тела P_3 в переменном гравитационном потенциале, создаваемом системой двух других движущихся тел P_1 и P_2 . Обычно массы этих тел много больше массы тела P_3 , то есть $m_3 \ll m_1$ и $m_3 \ll m_2$. Двойная звездная система с заданным периодом, массами звезд и движущимся вокруг них пробным телом является классическим примером задачи трех тел. Если тело P_2 движется вокруг тела с массой P_1 по круговой

орбите, а траектория тела P_3 бесконечно малой массы лежит в той же плоскости, что и P_1 и P_2 , то рассматриваемая задача называется плоской ограниченной задачей трех тел или просто – ограниченной задачей, которая и будет рассматриваться ниже.

Общее решение задачи трех тел в аналитическом виде не найдено, поэтому мы будем рассматривать только ограниченную задачу трех тел. Это оправдано для решения задач изучения аккреционных дисков, так как сам аккреционный диск находится в одной плоскости с двумя звездными компонентами. Поэтому вводятся предположения о том, что все три точечных тела P_1 , P_2 и P_3 движутся в одной плоскости и тело P_3 имеет настолько малую массу, что ее влиянием на первые два можно пренебречь. Движение тела P_3 происходит под действием гравитационного притяжения, определяемого законами Ньютона.

Будем считать, что единицы массы, расстояния и времени выбраны так, чтобы $m_1 + m_2 = 1$, расстояние между телами P_1 и P_2 , угловая скорость вокруг центра масс Ω равны единице. Пусть $\mu = m_2$ - масса тела P_2 , тогда $1 - \mu$ - масса тела P_1 . Другими словами μ является соотношением масс - параметром рассматриваемой задачи. В движущейся системе координат с началом в центре масс системы из P_1 и P_2 и осью Ox , проходящей через них (рис.1), движение тела P_3 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2\dot{y} - x &= -(1 - \mu) \frac{x + \mu}{r_1^3} - \mu \frac{x - 1 + \mu}{r_2^3} \\ \ddot{y} + 2\dot{x} - y &= -(1 - \mu) \frac{y}{r_1^3} - \mu \frac{y}{r_2^3}, \end{aligned} \quad (1)$$

где x, y - координаты тела P_3 , t - время, $r_1^2 = (x + \mu)^2 + y^2$, $r_2^2 = (x - 1 + \mu)^2 + y^2$.

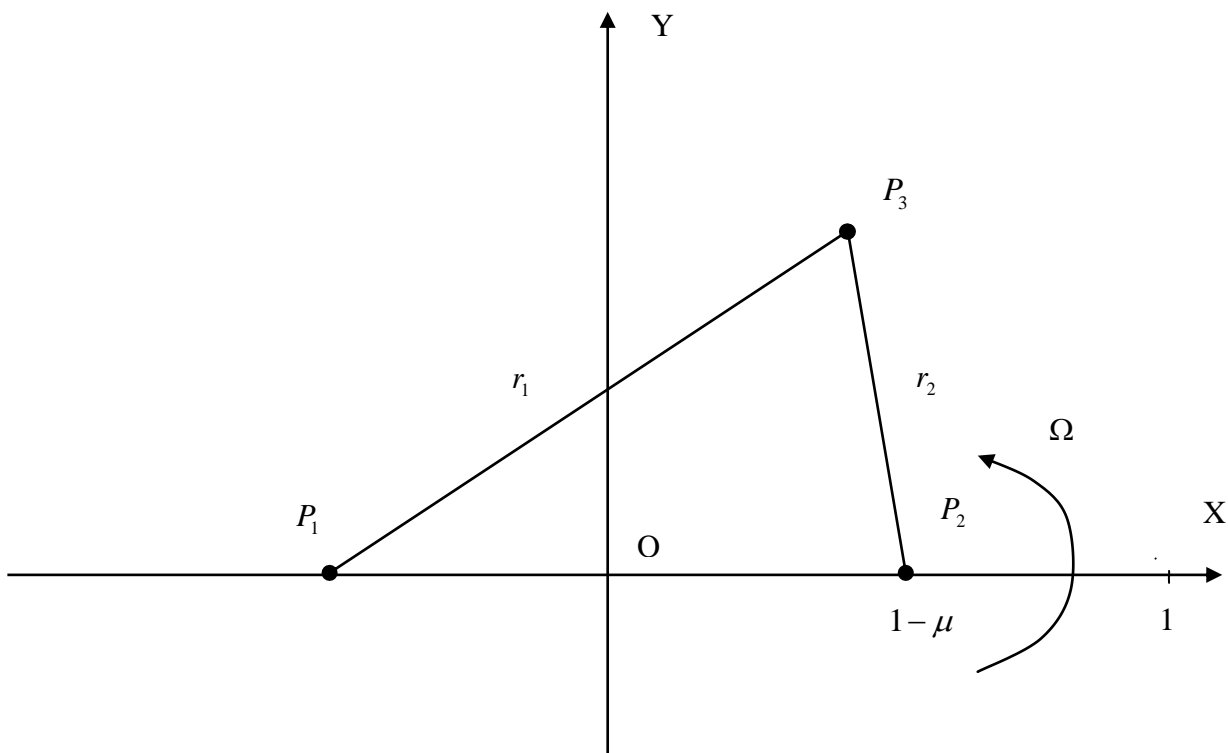


Рис. 1

В связи с тем, что целью поиска периодических решений является построение «стационарного дискретного» аккреционного диска из пробных частиц, мы, как и было оговорено ранее, ограничимся поиском несамопересекающихся периодических решений системы (1) вокруг одного из центров масс.

3. Результаты и устойчивость ограниченной задачи трех тел.

Как известно, у задачи трех тел в общей постановке не существует аналитического решения. Найденное К. Зундманом в 1912 году решение представляется в виде медленно сходящихся рядов. Бóльший успех достигнут в ограниченной проблеме трех тел. Уравнения, описывающие задачу, обладают интегралом Якоби, что позволяет исследовать некоторые их свойства.

Построению и классификации периодических решений ограниченной задачи трех тел посвящено довольно много работ. Например, в [5] изложены различные результаты качественных, аналитических и численных

исследований плоской ограниченной задачи трех тел. В [10] изучены 10 основных семейств симметрических периодических решений ограниченной задачи для соотношения масс Земля-Луна. В работе [4] вычислены восемь семейств ограниченной задачи трех тел для $\mu = 0.00095388$, соответствующему случаю Солнце-Юпитер. В данных работах исследовалась орбитальная устойчивость построенных решений, то есть устойчивость по отношению к малым возмущениям орбиты. В дальнейшем устойчивостью мы будем называть именно орбитальную устойчивость. Нашей задачей является построение и исследование устойчивости только замкнутых орбит без самопересечений. Однако, в отличие от перечисленных работ, исследования будут проводиться не для какого-то конкретного значения μ , а для различных $0 < \mu \leq 0.5$, то есть для различных соотношений масс компонент двойной звездной системы.

Известны два метода исследования устойчивости периодических решений. Первый предложил Хенон [12]. Пусть $(x(t), \dot{x}(t), y(t), \dot{y}(t))$ - некоторое исследуемое на устойчивость периодическое решение с периодом T , $(x(0), 0, 0, \dot{y}(0))$ - его начальные данные, стартуя из которых через время равное T пробное тело переходит в положение $(x(T), 0, 0, \dot{y}(T))$. Обозначим через $\delta x(0)$ вариацию $x(0)$, а через $\delta x(T_1)$ соответствующую ей вариацию точки пересечения новой траектории с осью Ox через некоторое время T_1 близкое к T . Иными словами, тело P_3 , имеющее при $t = 0$ параметры $(x(0) + \delta x(0), 0, 0, \dot{y}(0))$ через время T_1 будет находиться в точке $(x(T_1) + \delta x(T_1), \dot{x}(T_1), 0, \dot{y}(T_1))$. Периодическое решение

$(x(t), \dot{x}(t), y(t), \dot{y}(t))$ будет устойчиво, если $\left| \lim_{\delta x(0) \rightarrow 0} \frac{\delta x(0)}{\delta x(T_1)} \right| < 1$ и неустойчиво, если

$\left| \lim_{\delta x(0) \rightarrow 0} \frac{\delta x(0)}{\delta x(T_1)} \right| > 1$. Суть метода заключается в вычислении $\left| \frac{\delta x(0)}{\delta x(T_1)} \right|$ при достаточно

малом $\delta x(0)$. Он применим для любых периодических решений, однако его точность зависит от выбора $\delta x(0)$, что делает определение диапазонов

устойчивых решений с достаточно большой точностью довольно трудоемкой задачей.

Поэтому, в данной работе применялся другой метод, описанный в работе [11].

Уравнения движения (1) эквивалентны системе Гамильтона:

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial x_1}, \quad \dot{y} = \frac{\partial H}{\partial y_1}, \quad \dot{x}_1 = -\frac{\partial H}{\partial x}, \quad \dot{y}_1 = -\frac{\partial H}{\partial y}, \quad (2)$$

$$\text{где } H = H_0 + \mu R, \quad H_0 = \frac{(x_1^2 + y_1^2)}{2} + yx_1 - xy_1 - r_1^{-1},$$

$$R = r_1^{-1} + x - r_2^{-1}, \quad r_1 = \sqrt{(x + \mu)^2 + y^2}, \quad r_2 = \sqrt{(x - 1 + \mu)^2 + y^2}, \quad x_1 = \dot{x} - y, \quad y_1 = \dot{y} + x.$$

Для исследования устойчивости решения $(x(t), x_1(t), y(t), y_1(t))$ задается вектор вариации $\vec{\delta} = (\delta x, \delta x_1, \delta y, \delta y_1)$, строится система уравнений в вариациях, то есть из (2) вычисляется матрица $V(t)$ размерности 4×4 такая, что

$$\dot{\vec{\delta}} = V(t) \vec{\delta}.$$

$$V(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ \alpha(t) & \beta(t) & 0 & 1 \\ \beta(t) & \gamma(t) & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{где} \quad (3)$$

$$\alpha(t) = -\frac{1-\mu}{r_1^3(t)} \left(1 - 3 \frac{(x(t) + \mu)^2}{r_1^2(t)} \right) - \frac{\mu}{r_2^3(t)} \left(1 - 3 \frac{(x(t) + \mu - 1)^2}{r_2^2(t)} \right),$$

$$\beta(t) = 3(1-\mu) \frac{(x(t) + \mu)y(t)}{r_1^5(t)} + 3\mu \frac{(x(t) + \mu - 1)y(t)}{r_2^5(t)},$$

$$\gamma(t) = -\frac{1-\mu}{r_1^3(t)} \left(1 - 3 \frac{y^2(t)}{r_1^2(t)} \right) - \frac{\mu}{r_2^3(t)} \left(1 - 3 \frac{y^2(t)}{r_2^2(t)} \right).$$

Данная система уравнений является системой с переменными коэффициентами, которые определяются из решения $(x(t), x_1(t), y(t), y_1(t))$, исследуемого на устойчивость.

Далее вычисляется матрица отображения системы в вариациях (3) за период решения T , то есть $V(T)$. Для этого в качестве вектора вариации в начальный момент времени $\vec{\delta}(0)$ последовательно берутся:

$$\vec{\delta}_1(0) = (1, 0, 0, 0); \quad \vec{\delta}_2(0) = (0, 1, 0, 0); \quad \vec{\delta}_3(0) = (0, 0, 1, 0); \quad \vec{\delta}_4(0) = (0, 0, 0, 1).$$

Матрица $R(0)$ состоит из совокупных векторов $\vec{\delta}_i(0)$, $i = 1, \dots, 4$:

$$R(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

После этого путем интегрирования вдоль исследуемого периодического решения $(x(t), x_1(t), y(t), y_1(t))$ на периоде T вычисляется матрица $R(T)$, состоящая из столбцов $\vec{\delta}_i(T)$.

В работах [4,11] сформулирован критерий устойчивости периодических решений задачи трех тел в зависимости от следа этой матрицы. Пусть $Tr[R(T)]$ – след матрицы $R(T)$. Если $|Tr[R(t) - 2]| > 2$, то периодическое решение неустойчиво, если $|Tr[R(t) - 2]| < 2$, то имеет место устойчивость периодического решения.

4. Метод построения периодических решений.

Для построения замкнутых периодических решений ограниченной задачи трех тел будем использовать следующий численный метод: задача построения периодических решений уравнений (1) является задачей нахождения таких значений x и y в момент времени $t = 0$ при $y(0) = 0$ и $\dot{x}(0) = 0$, для которых в некоторый момент времени $t = T$ было выполнено: $x(T) = x(0)$, $\dot{x}(T) = 0$, $y(T) = 0$ и $\dot{y}(T) = \dot{y}(0)$. Так как траектория движения частицы P_3 , соответствующая периодическому решению с периодом T симметрична относительно прямой, соединяющей P_1 и P_2 , и силы, действующие на пробную частицу, непрерывны, то для любого $0 \leq t \leq T$ выполняется:

$x(t) = x(T-t)$, $\dot{x}(t) = -\dot{x}(T-t)$, $y(t) = -y(T-t)$ и $\dot{y}(t) = \dot{y}(T-t)$. В частности, при $t = \frac{T}{2}$ получается, что $\dot{x}(\frac{T}{2}) = -\dot{x}(\frac{T}{2}) = 0$ и $y(\frac{T}{2}) = -y(\frac{T}{2}) = 0$. Поэтому, для периодического решения с периодом T выполняется

$x(0) = x(T)$, $\dot{x}(0) = \dot{x}(\frac{T}{2}) = \dot{x}(T) = 0$, $y(0) = y(\frac{T}{2}) = y(T) = 0$, $\dot{y}(0) = \dot{y}(T)$ и для нахождения периодического решения достаточно найти $x(0)$ и $\dot{y}(0)$ такие, что для некоторого $t = \frac{T}{2}$ $\dot{x}(\frac{T}{2}) = 0$ и $y(\frac{T}{2}) = 0$.

Для поиска решения фиксируется соотношение масс μ и выбирается некоторая точка $(x(0), 0)$. Ищется периодическое решение задачи, которое исходит из этой точки. Следует отметить, что периодическое решение без самопересечений можно получить не для любой точки, лежащей на оси Ox . В то же время через некоторые точки на этой оси могут проходить две и более несамопересекающиеся орбиты. Как правило, это связано с тем, что частица может двигаться относительно направления вращения двух центров масс со скоростью разного знака.

Для нахождения периодического решения, исходящего из точки $(x(0), 0)$, выбирается некоторое начальное приближение компоненты скорости в направлении оси Oy $\dot{y}^1(0)$ и полупериода $\frac{T}{2}$. Выбор начального приближения при фиксированном μ , как правило, производится исходя из значений $\dot{y}(0)$ и $\frac{T}{2}$ для найденных ранее периодических решений, исходящих из некоторых других точек $(x(0), 0)$. В свою очередь начальные приближения $\dot{y}(0)$ для первоначальных значений $x(0)$, с которых начинается построение семейства орбит, находятся из известных параметров орбит для некоторых других соотношений масс μ путем последовательного вычисления $\dot{y}(0)$ для различных μ с некоторым шагом. При этом для первых μ начальные приближения параметров периодических решений брались из известных точных решений.

Для выбранного приближения $\dot{y}^1(0)$ вычисляется траектория тела P_3 и выбирается момент времени t_1 в некоторой окрестности начального приближения полупериода $\frac{T}{2}$, в котором $y(t)=0$, то есть ищется точка пересечения траектории движения тела P_3 при заданном приближении $\dot{y}^1(0)$ с горизонтальной осью координат и вычисляется $\dot{x}(t^1)$. Для периодического решения необходимо, чтобы выполнялось $\dot{x}(t)=0$. Методом последовательных приближений достигается заданная точность. Для этого выбирается некоторое другое приближение начальное приближение $\dot{y}^2(0)$, для которого вычисляется t_2 и $\dot{x}(t^2)$. Последующие приближения начальных данных $\dot{y}^n(0)$, $n=3,4,\dots$ выбираются из $\dot{y}^{n-1}(0)$, $\dot{y}^{n-2}(0)$, $\dot{x}(t^{n-1})$, $\dot{x}(t^{n-2})$ по методу секущих
$$\dot{y}^n(0) = \dot{y}^{n-1}(0) - \frac{(\dot{y}^{n-1}(0) - \dot{y}^{n-2}(0))}{\dot{x}(t^{n-1}) - \dot{x}(t^{n-2})} \dot{x}(t^{n-1})$$
. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не будет выполняться неравенство $|\dot{x}(t^n)| < \varepsilon$, где ε выбирается порядка 10^{-8} , то есть до тех пор, пока равенство $\dot{x}(t)=0$ не будет выполняться с заданной точностью ε . Чаще всего достаточно 5-8 итераций.

5. Пример расчета орбит.

Будем строить периодическое решение системы уравнений (1) для $\mu=0.2$. Для наглядности представляемых результатов будем использовать систему координат с началом в P_1 , так чтобы тело P_2 оказалось в точке (0;1). При этом в самих расчетах, разумеется, используется система координат с началом в центре масс, как и было описано ранее. Выберем начальное приближение периодического решения, определяемое следующими начальными данными: $x(0)=0.5$, $\dot{x}(0)=0$, $y(0)=0$, $\dot{y}(0)=-1.92$. Начальные данные, как правило, выбираются на основе некоторых других ранее построенных решений. Некоторые решения можно найти в работах [4-6] для рассматриваемых в них значений μ . Далее изменяя μ с некоторым шагом и

строая на каждом шагу периодические решения, используя в качестве начальных приближений решения, построенные на нескольких предыдущих шагах, можно дойти до нужного значения μ . Траектория пробной частицы при выбранных начальных условиях изображена на рис.2. На этом и всех последующих рисунках пунктиром обозначена полость Роша. Напомним, что полостью Роша называется полость в системе их двух тел, ограниченная поверхностью равного гравитационного потенциала. Как видно, мы не получили замкнутой траектории.

Далее строится траектория частицы при других начальных условиях: $x(0) = 0.5$, $\dot{x}(0) = 0$, $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = -1.96$. В этом случае траектория также оказывается незамкнутой. Следующим шагом производится первая итерация по методу секущих, использующая разности между начальными условиями и конечными значениями координат пробной частицы после построения первых двух орбит.

Описанные выше итерации проводятся до тех пор, пока разность между исходной точкой и точкой, в которую пробная частица попадает после прохождения периода обращения, становится меньше заданной величины ε . На рис. 3 приведена траектория решения движения частицы после достижения заданной точности $\varepsilon = 10^{-8}$.

Следует отметить, что метод быстро сходится. Например, при выборе $\varepsilon = 10^{-8}$ для получения заданной точности обычно требуется не более 10 итераций.

Найденное решение характеризуется следующими параметрами:

$$\begin{aligned}
 x(0) = x(T) = 0.5, \quad x\left(\frac{T}{2}\right) = -1.0233049, \quad \dot{x}(0) = \dot{x}\left(\frac{T}{2}\right) = \dot{x}(T) = 0, \quad y(0) = y\left(\frac{T}{2}\right) = y(T) = 0, \\
 \dot{y}(0) = \dot{y}(T) = -1.9439068, \quad \dot{y}\left(\frac{T}{2}\right) = 1.7662525, \quad T = 1.4253, \quad \mu = 0.2.
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

Другой пример периодического решения для $\mu = 0.01$ изображен на рис. 4.

Здесь $x(0) = x(T) = 0.34$, $x(\frac{T}{2}) = -0.3594258$, $\dot{x}(0) = \dot{x}(\frac{T}{2}) = \dot{x}(T) = 0$,

$y(0) = y(\frac{T}{2}) = y(T) = 0$, $\dot{y}(0) = \dot{y}(T) = 1.330151$, $y(\frac{T}{2}) = -1.3356137$, $T = 0.827$. (4)

Следует отметить, что в приведенных выше решениях направления движения пробной частицы вокруг тела P_1 противоположны.

Исследование на орбитальную устойчивость построенных решений с помощью критерия, изложенного в §3, показало, что решение (3) имеет $Tr = -2.2153616$, что свидетельствует о неустойчивости данного решения.

Для решения (4), изображенного на рис. 4, $Tr = -0.156031$, что означает, что данное решение орбитально устойчиво. Другие решения в некоторой его окрестности тоже устойчивы. Устойчивость решений имеет место при $0.006 < x(0) < 0.476$.

6. Области устойчивости и неустойчивости орбит.

В качестве примера найдем области устойчивости периодических решений близких к круговым орбитам при $\mu = 0.5$, то есть когда массы тел P_1 и P_2 одинаковы. В связи с симметрией задачи относительно центра масс будем рассматривать только орбиты вокруг тела P_1 , без самопересечений.

Рассмотрим сначала вращение пробной частицы против часовой стрелки. В неподвижной системе координат данное направление вращения соответствует движению тела P_3 в ту же сторону, что и P_2 .

Построим орбиты, проходящие через точку $(x;0)$, где $0.001 \leq x \leq 0.446$ с шагом 0.001. Орбиты существуют и являются устойчивыми при $0 < x \leq 0.319$ и $0.435 < x \leq 0.441$. Орбиты без самопересечений существуют, но являются неустойчивыми при $0.319 < x \leq 0.435$ и $0.441 < x \leq 0.446$. Не найдены орбиты без самопересечений при $0.446 < x$.

Результаты исследования изображены на рис.5. В закрашенных областях исследуемые орбиты оказались устойчивыми.

Теперь рассмотрим вращение тела P_3 вокруг P_1 по часовой стрелке, то есть в сторону, противоположную направлению вращения P_2 .

Строились орбиты, проходящие через точку $(x;0)$, где $0.001 \leq x \leq 0.441$ с шагом 0.001. Орбиты существуют и являются устойчивыми при $0 < x \leq 0.512$, $0.588 < x \leq 0.706$ и $0.978 < x < 0.984$. Орбиты без самопересечений существуют, но являются неустойчивыми при $0.012 < x \leq 0.088$, $0.206 < x \leq 0.478$ и $0.484 < x \leq 0.496$. Не найдены орбиты без самопересечений при $0.496 < x$.

Результаты исследования изображены на рис.6. В закрашенных областях исследуемые орбиты оказались устойчивыми.

В качестве подтверждения орбитальной устойчивости можно решить задачу для пробной частицы с параметрами, соответствующими периодическому решению, но с некоторым небольшим возмущением скорости, в пределах 0.01%-0.1%. Многократные расчеты движения таких частиц, показали, что если ее орбита принадлежит области устойчивости, то довольно быстро, за несколько оборотов, частица выходит на стационарную орбиту, по которой может двигаться далее сколь угодно долго. 100 оборотов возмущенной частицы из области устойчивости изображены на рис. 7. Если же возмущается периодическое решение из области неустойчивости, то пробная частица «уходит» от своей первоначальной траектории. Примеры подобных траекторий изображены на рис. 8-9.

7. Заключение.

Приведенные расчеты показывают, что разработанный метод нахождения орбит для ограниченной задачи трех тел эффективен для нахождения решений, лежащих в области возможного существования аккреционного диска. С помощью данного метода можно строить и исследовать на устойчивость

замкнутые орбиты различного радиуса, что позволит определить области существования устойчивых орбит. Найдены области устойчивости эллиптических орбит без самопересечений в ограниченной задаче трех тел для соотношения масс $\mu = 0.5$.

Нахождению областей устойчивых орбит при различных других соотношениях масс будет посвящена следующая работа.

Авторы выражают благодарность А.Д.Брюно, Ю.А.Рябову и В.М.Чечеткину за полезные обсуждения в процессе выполнения данной работы.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект № 03-01-00311).

Список литературы

1. Абакумов М.В., Мухин С.И., Попов Ю.П., Чечеткин В.М. Математическое моделирование процессов в аккреционном диске двойной звездной системы. Препринт/ИПМ РАН, М.: 1996, № 82.
2. Абакумов М.В., Жданов А.А., Мухин С.И., Попов Ю.П., Чечеткин В.М. Аккреционные диски в двойной звездной системе с переменными расстояниями между компонентами. Математическое моделирование. Препринт/ИПМ РАН, М.: 2003, № 65.
3. Боярчук А.А., Кузнецов О.А., Попов Ю.П., Чечеткин В.М. Исследование течения газа в двойных звездных системах. Препринт/ИПМ РАН, М.: 1990, № 120.
4. Брюно А.Д. Двукратные периодические решения ограниченной задачи трех тел в случаях Солнце-Юпитер. Препринт/ИПМ РАН, М.: 1993.
5. Брюно А.Д. Ограниченная задача трех тел. Москва: Наука, 1992.
6. Брюно А.Д. Семейства периодических решений уравнения Белецкого. Препринт/ИПМ РАН, М.: 2000, № 51.

7. Гребеников Е.А., Митропольский Ю.А., Рябов Ю.А. Введение в резонансную аналитическую динамику. Москва, «Янус-К», 1999.
8. Маркеев А.П. Точки либрации в небесной механике и космодинамике. М.: Наука, 1978. 312с.
9. Andoyer H., 1903, Bulletin Astronomique, 20, 321-356.
10. Broucke R.A. Periodic Orbits in the Restricted Three-Body Problem With Earth-Moon Masses. California Institute of Technology, Pasadena, California, 1968.
11. Deprit A., and Price J.F., "The computation of characteristic exponents in the planar restricted problem of three bodies," Astron. J., Vol. 67, No. 10, pp. 732-739, 1962.
12. Henon M. "Exploration numérique du problème restraint, (II) Masses égales, stabilité des orbites périodiques," Ann. Astrophys., Vol. 28, No. 6, pp. 992-1007, 1965.
13. Malsuda T., Sekino N., Shima E., Sawada K., and Spruit H. Mass transfer by tidally induced spiral shocks in an accretion disk. - Astron. Astrophys, 1990, V. 235, P.211-218.

Рисунки

$$M2/(M1+M2)=0.20$$

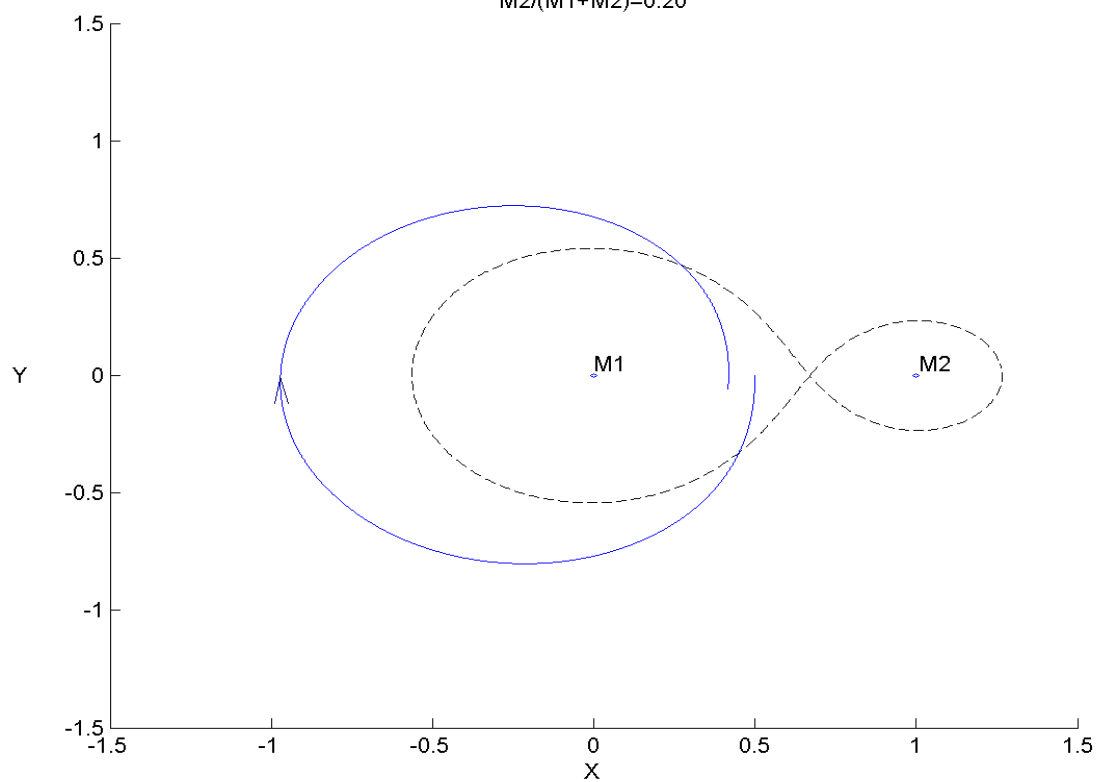


Рис. 2

$$M2/(M1+M2)=0.20$$

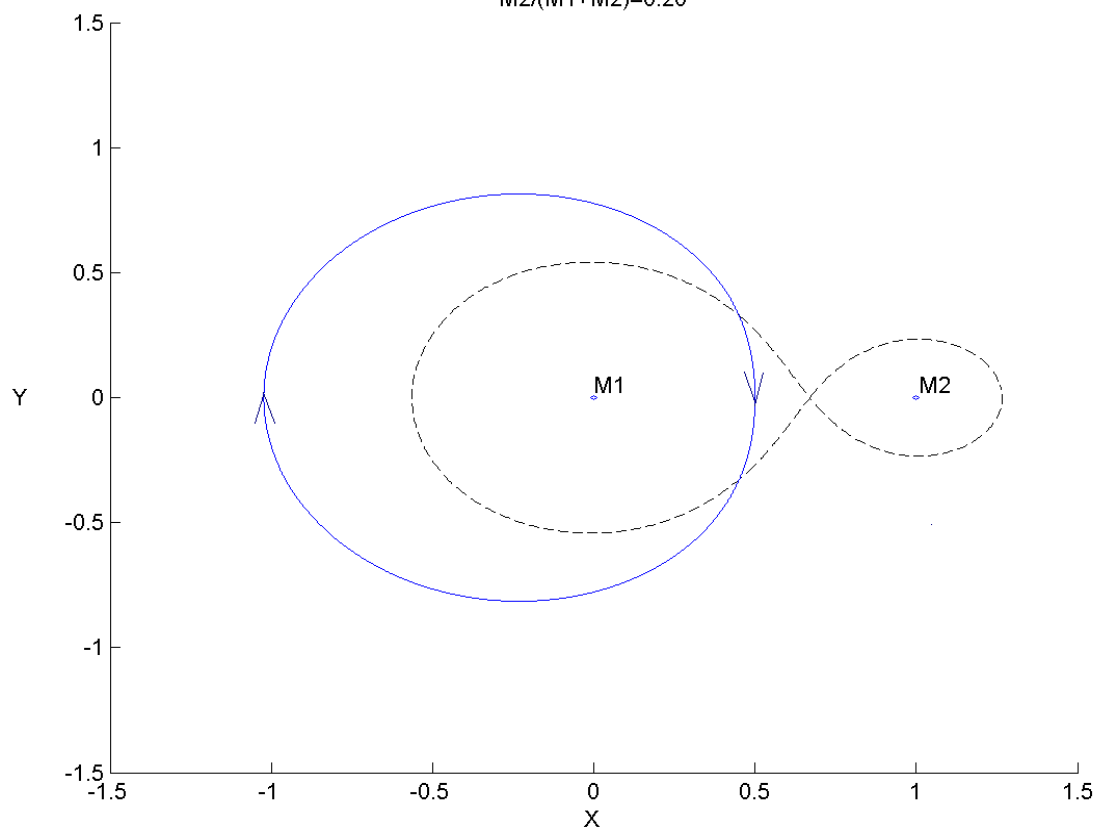


Рис. 3

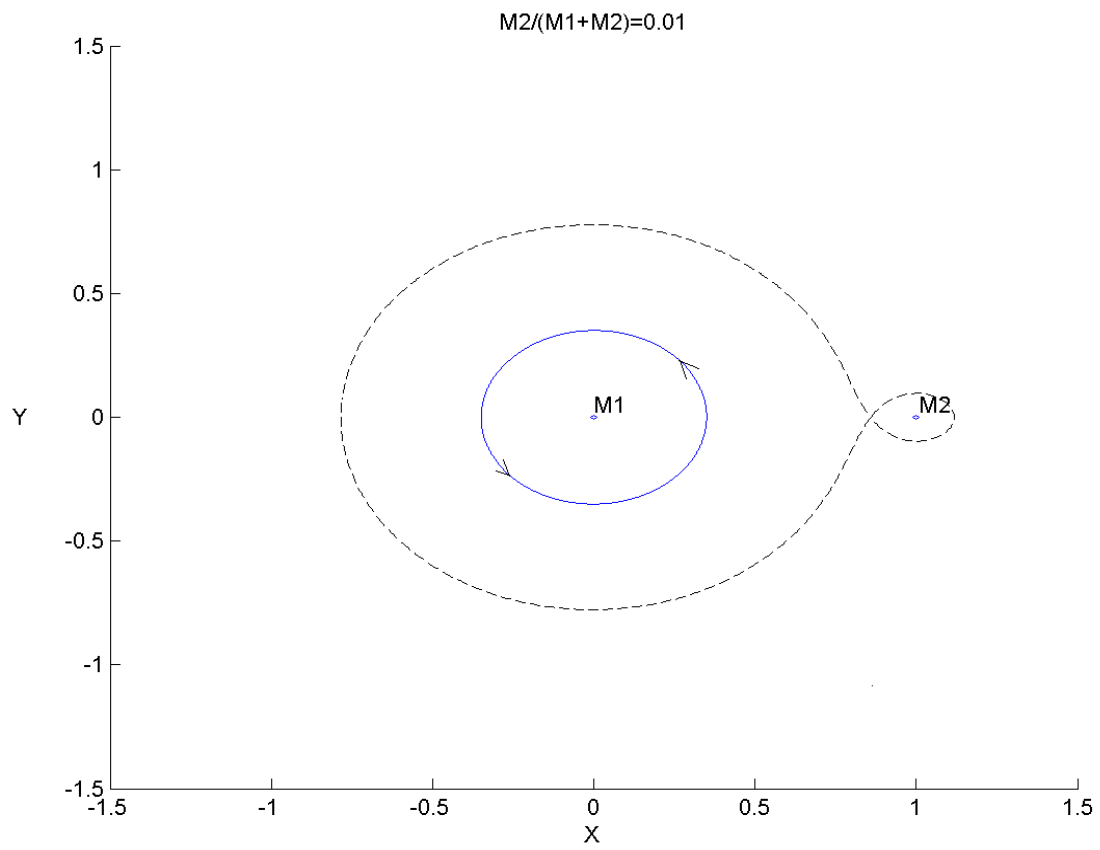


Рис. 4

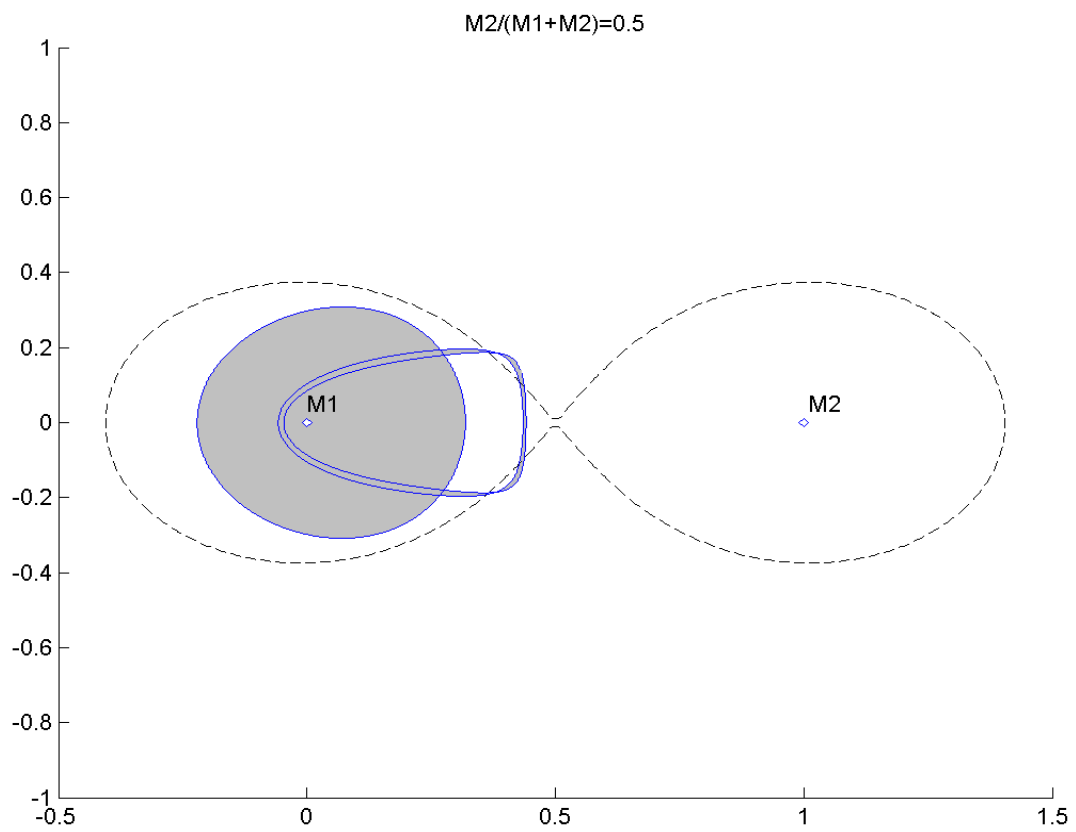


Рис. 5

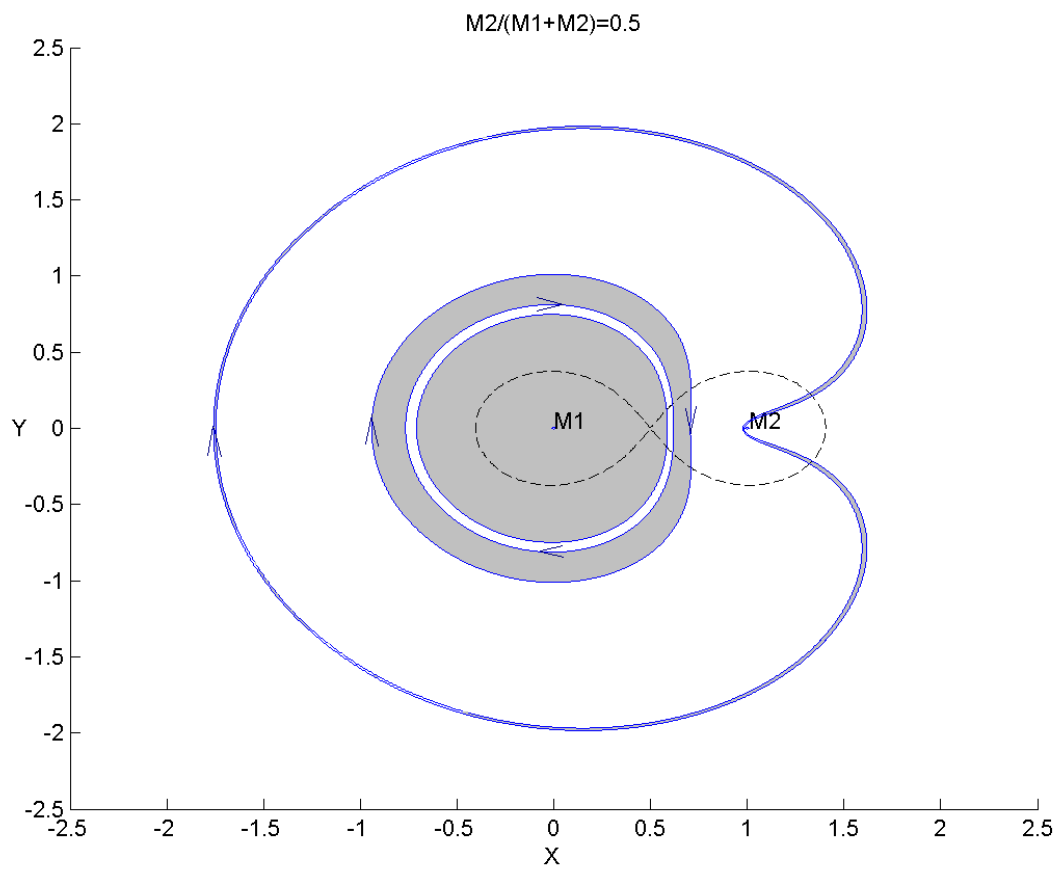


Рис. 6

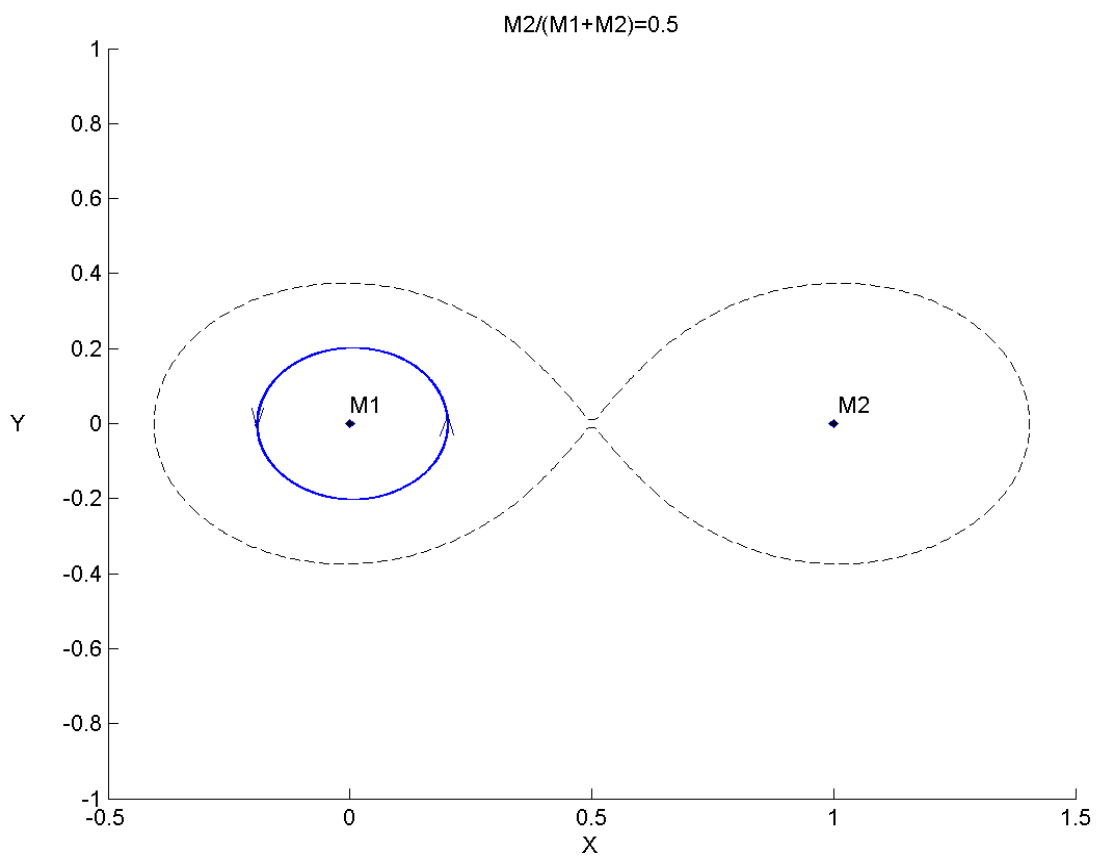


Рис. 7

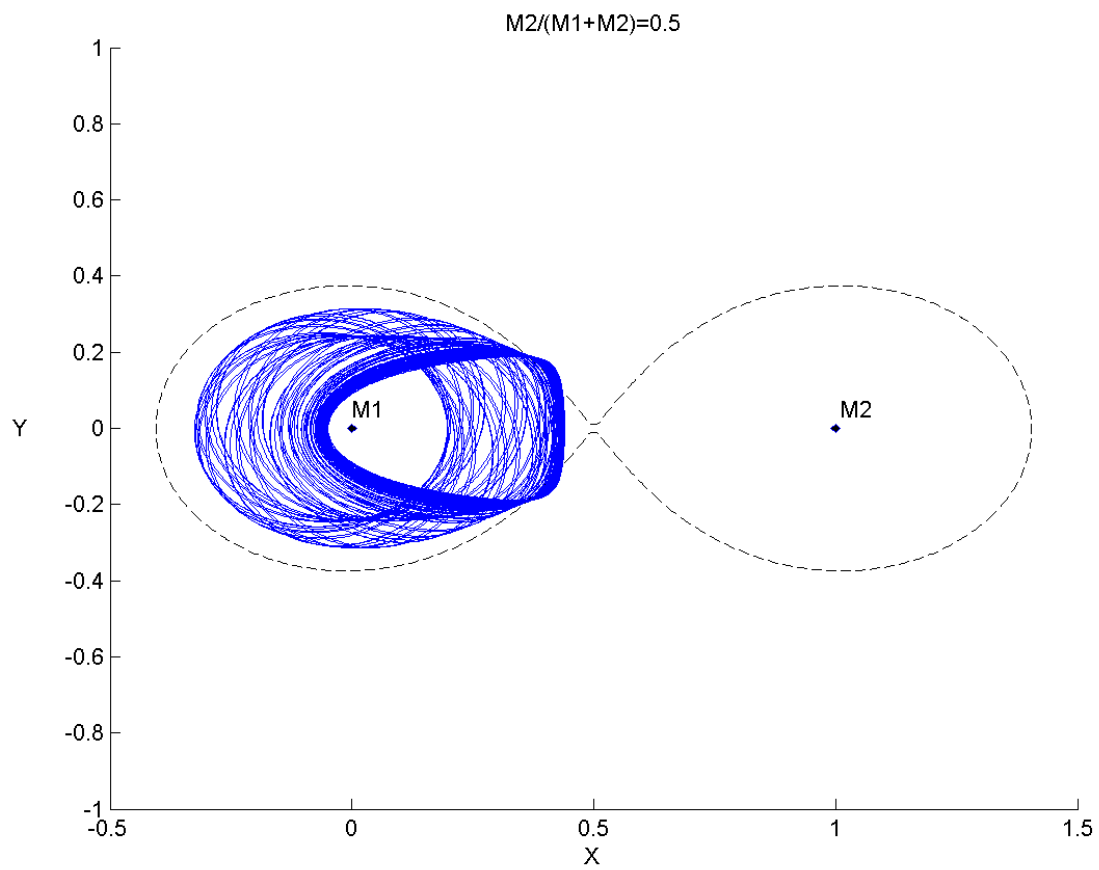


Рис. 8

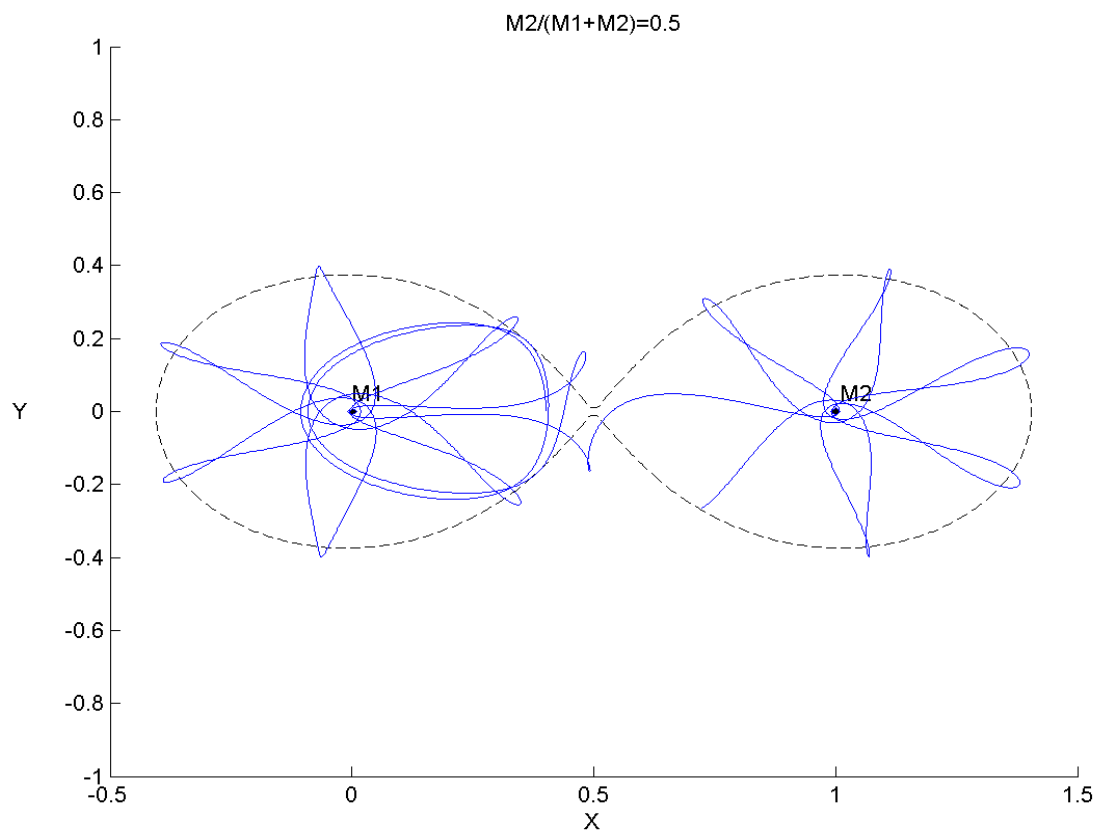


Рис. 9