



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 51 за 2007 г.



ISSN 2071-2898 (Print)  
ISSN 2071-2901 (Online)

А. Д. Брюно, В. П. Варин

Порождающее семейство с  
периодических решений  
ограниченной задачи

Статья доступна по лицензии  
[Creative Commons Attribution 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)



**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Брюно А. Д., Варин В. П. Порождающее семейство с периодических решений ограниченной задачи // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2007. № 51. 14 с.

<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2007-51>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
ОРДЕНА ЛЕНИНА ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
ИМЕНИ М.В. КЕЛДЫША

А.Д. Брюно, В.П. Варин

ПОРОЖДАЮЩЕЕ СЕМЕЙСТВО  $\varepsilon$   
ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ  
ОГРАНИЧЕННОЙ ЗАДАЧИ

Москва, 2007 г.

А.Д. Брюно, В.П. Варин. Порождающее семейство с периодических решений ограниченной задачи. Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, 2007.

Рассматривается плоская круговая ограниченная задача трех тел при  $\mu = 0$ . В § 1 на плоскости симметрии вблизи тела  $P_2$  вводится новая локальная система координат. В § 2 описывается порождающее семейство  $c$ , которое выходит из коллинеарной неподвижной точки  $L_1$ . В § 3 с помощью новых локальных координат подробно описываются те части порождающего семейства  $i$ , которые расположены вблизи тела  $P_2$ . Кроме того, там сопоставляются характеристики порождающих семейств  $c$  и  $i$ .

A.D. Bruno, V.P. Varin. The generating family  $c$  of periodic solutions of the restricted problem. Preprint of the Keldysh Institute of Applied Mathematics of RAS, Moscow, 2007.

We consider the plane circular restricted three-body problem for  $\mu = 0$ . In § 1, in the plane of symmetry, we introduce a new local coordinate system near the primary  $P_2$ . In § 2, we describe the generating family  $c$ , which is born at the collinear stationary point  $L_1$ . In § 3, using the new local coordinate system, we give a detailed description of those parts of the generating family  $i$  which are near the primary  $P_2$ . In addition, we give a comparison there of the characteristics of the generating families  $c$  and  $i$ .

© ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.  
Москва, 2007 г.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований, грант 05-01-00050, и программой Президиума РАН "Фундаментальные проблемы нелинейной динамики".

E-mails: [bruno@keldysh.ru](mailto:bruno@keldysh.ru), [varin@keldysh.ru](mailto:varin@keldysh.ru)

[http: www.keldysh.ru](http://www.keldysh.ru)

(см. электронная библиотека, каталог публикаций сотрудников ИПМ, препринт).

В книге [1] изложены основы для изучения натуральных семейств периодических решений плоской круговой ограниченной задачи трех тел при малых значениях  $\mu$ . Такое изучение было начато в серии препринтов [2–8]. Здесь оно продолжено.

Используются понятия и обозначения из [1–8].

## § 1. Локальные координаты вблизи тела $P_2$

На плоскости симметрии  $\Pi = \{x_2 = y_1 = 0\}$  имеются координаты  $x_1, y_2$ . Чтобы изучить характеристики семейств периодических решений, проходящие вблизи тела  $P_2 = \{x_1 = 0\}$ , введем при  $\mu \neq 0$  координаты

$$w_1 = \frac{\mu}{1 - x_1}, \quad y_2. \quad (1.1)$$

В этих координатах тело  $P_2$  представлено вертикалью  $w_1 = +\infty$ , если  $x_1 \leq 0$ , и вертикалью  $w_1 = -\infty$ , если  $x_1 \geq 0$ . Следовательно, для разных знаков  $1 - x_1$  получаются две различные плоскости с телом  $P_2$  в той или иной бесконечности. Такое раздувание абсциссы объясняется тем, что очень близко к телу  $P_2$  проходит много характеристик различных семейств, и для их различия простого увеличения масштаба недостаточно. Кроме того, согласно принципу Брука на характеристике одного семейства знак  $1 - x_1$  не меняется. В координатах (1.1) взаимное расположение характеристик такое же, как и в координатах  $x_1, y_2$ . Тело  $P_1$  представлено вертикалью  $w_1 = \mu$ . В [2] формулой (2.3) были введены координаты  $z_1 = (x_1 - 1)/\mu, y_2$ . Но они оказались не удобными по указанной выше причине. Очевидно

$$w_1 = -1/z_1. \quad (1.2)$$

При  $\mu = 0$  предельные положения характеристики вычисляются по скорости входа  $(v_1, v_2)$  решения-отрезка в тело  $P_2$ . Пусть  $V^2 = v_1^2 + v_2^2$ . Согласно формуле (3.6) § 3 препринта [2] и формуле (1.2) имеем

$$w_1 = -\frac{V^2 v_1}{V - |v_1|}, \quad y_2 = 1 + \sqrt{2|w_1| + 3 - C} \operatorname{sgn} v_2. \quad (1.3)$$

Напомним, что  $V^2 = 3 - C$ , где  $C$  — значение константы Якоби на решении-отрезке. При  $\mu \rightarrow 0$  точка  $(w_1, y_2)$  из (1.1) стремится к предельному положению  $(w_1, y_2)$  из (1.3). Формулы (1.3) будем использовать для изображения характеристик порождающих семейств.

## § 2. Порождающее семейство $c$

Натуральное семейство  $c$  выходит из неподвижной коллинеарной точки  $L_1$  и заканчивается как двукратное на семействе  $h$ .

При  $\mu = 0$  порождающее семейство  $c$  состоит из двух частей: семейства  $c$  задачи Хилла и семейства  $c$  основной предельной задачи (т.е. ограниченной задачи с  $\mu = 0$ ). Будем их обозначать  $c'$  и  $c''$  соответственно.

Семейство  $c$  задачи Хилла вычислено в [9], а в [10] вычислены значения вертикального следа  $\text{Tr}_v$  на нем. В работах [11, 12, 7] показаны характеристики семейства  $c$  задачи Хилла в координатах

$$\xi_1 = (x_1 - 1)/\mu^{1/3}, \quad \eta_2 = (y_2 - 1)/\mu^{1/3}.$$

На этих рисунках видно, что из точки  $L_1$  выходят две характеристики: одна идет вверх, а другая — вниз. Обе расположены слева от тела  $P_2$ . Верхняя характеристика удаляется от тела  $P_2$ , а нижняя приближается к нему.

Здесь опишем вторую часть  $c''$  семейства  $c$ . Семейство  $c$  основной предельной задачи — это часть семейства  $B_1$  решений-отрезков. Все оно состоит из однократных симметричных решений-отрезков, имеющих одну точку пересечения с плоскостью симметрии  $\Pi$ . Соответствующая характеристика семейства  $B_1$  в координатах  $\tilde{a}, \tilde{e}$  показана на рис. 20 и 40 [1] и на рис. 4 в [7]. Семейству  $c''$  соответствует та часть семейства  $B_1$ , характеристика которого имеет  $\tilde{a} \leq 1$ . Она располагается при  $\tilde{e} \in [1, 2]$  и  $\tilde{e} \in [-2, -1]$ . Обе характеристики семейства  $c''$  в разных системах координат показаны на рис. 1–3. При этом в рис. 1, 2 на оси абсцисс использованы две переменные: слева  $x_1 \in [0, 1]$  и затем  $w_1 \in [0, 3]$ . На рис. 3 вторая характеристика проходит вдоль тела  $P_2$ . На ней  $x_1 = 1$ ,  $y_2$  вычисляется по (1.3), и затем  $\tilde{a}, \tilde{e}$  вычисляются по (2.2) из [2]:

$$\tilde{e} = x_1 y_2^2 (1 - \mu)^{-1} \text{sign } y_2, \quad \tilde{a} = x_1 / |2 - |\tilde{e}||.$$

На рис. 4 показана зависимость нормированного периода  $\tilde{T} \stackrel{\text{def}}{=} T/(2\pi)$  от  $x_1$  и  $w_1$ . Плоский след  $\text{Tr} = +\infty$  и вертикальный след  $\text{Tr}_v = -\infty$  везде, кроме последней орбиты 3, где они оба перескакивают от своих бесконечностей к значению 2. Семейство  $c''$  имеет три критические орбиты, представленные в таблице 1. Орбита 1 — начальная семейства  $c''$ , состоит из одной точки  $x_1 = 1, x_2 = 0$ . На орбите 2 происходит столкновение с телом  $P_1$ , а на орбите 3 семейство  $c$  заканчивается как локально двукратное на круговой орбите с  $a = 1, \tilde{e} = -1$ . На рис. 5 показана критическая орбита 2. Отметим, что на семействе  $c''$  константа Якоби монотонно убывает от 3 до  $-1$ .

### § 3. О порождающем семействе $i$

Порождающее семейство  $i$  описано в [5]. Здесь укажем его свойства в новых координатах (1.3). Для кусков  $\mathbf{K}_3, \mathbf{K}_9, \mathbf{K}_{15}\text{--}\mathbf{K}_{17}$  орбиты порожда-

ющих семейств начинаются и заканчиваются в теле  $P_2$ . Для этих кусков на рис. 6 характеристики порождающего семейства показаны в координатах  $w_1, y_2$  (см. формулу (1.3)). При этом для кусков  $\mathbf{K}_3, \mathbf{K}_9, \mathbf{K}_{15}$  и  $\mathbf{K}_{17}$  использованы семейства  $C_{12}, C_{23}, C_{34}$  соответственно, а для куска  $\mathbf{K}_{16}$  – семейство  $B_1$ , ибо на этом куске орбиты суть  $C_{12} + 2B_1$  и вблизи тела  $P_2$  происходит симметричное соединение двух концов решений-отрезков из  $B_1$ .

На рис. 6 указаны куски  $\mathbf{K}_l$  и номера критических точек. Отметим, что характеристика куска  $\mathbf{K}_{16}$  проходит по характеристике семейства  $c''$  (т.е.  $B_1$ ). При этом между орбитами 34 и 33 характеристика семейства  $i$  проходит дважды, т.е. имеется зигзаг характеристики, расположенный на характеристике семейства  $B_1$ . Получается, что вдоль нижнего участка характеристики семейства  $B_1$  характеристика семейства  $i$  имеет зигзаги, аналогичные зигзагам вдоль верхнего участка характеристики семейства  $B_1$ , которые описаны в [5], п. 1.4. Если раздуть участки характеристики семейства  $i$ , проходящие по характеристикам семейства  $B_1$ , то получим последовательности зигзагов, схематически показанные на рис. 7 и 8 для верхнего и нижнего участка соответственно. В этих рисунках по оси абсцисс откладывается номер  $n$  зигзага на характеристике, а по оси ординат  $-1/(3 - C)^{1/3}$  и  $1/(3 - C)^{1/3}$  на рис. 7 и 8 соответственно. Пересечение характеристики с осью абсцисс означает, что она продолжается вдоль характеристики семейства  $B_1$ , но уже монотонно (т.е. без зигзагов). Левый участок характеристики вблизи оси ординат соответствует ее приходу слева на характеристику семейства  $B_1$ .

Расположенные слева кривые, которые не выходят на ось абсцисс, соответствуют тем участкам характеристики семейства  $i$ , которые не пересекаются с характеристиками семейства  $B_1$ . На рис. 7 это характеристика куска  $\mathbf{K}_2$  (см. рис. 2 [5]), а на рис. 8 это характеристики кусков  $\mathbf{K}_3$  и  $\mathbf{K}_9$  (см. рис. 6 здесь). На рис. 7 и 8 также указаны куски характеристик  $\mathbf{K}_7, \mathbf{K}_{13}$  и  $\mathbf{K}_{16}$ , имеющие зигзаги вдоль характеристик семейства  $B_1$ .

Отметим, что в координатах  $\tilde{a}, \tilde{e}$  или  $x_1, y_2$  или  $w_1, y_2$  характеристика семейства  $i$  при  $\mu = 0$  может располагаться либо слева от характеристик семейства  $B_1$  или на них, но не может быть справа от них. При  $\mu > 0$  она располагается слева от характеристик семейства  $c$ .

В таблице 2 приведены значения основных величин для критических орбит порождающего семейства  $i$ . Она отличается от табл. 1 [5] наличием координат  $\tilde{a}(T/2), \tilde{e}(T/2)$  для орбит с нечетными индексами (они начинаются и заканчиваются в теле  $P_2$ ). Для этих же орбит значения  $w_1(T/2), y_2(T/2)$  приведены в табл. 3. Отметим, что в табл. 2 для этих ор-

бит приведены значения  $v_1(T/2)$ ,  $v_2(T/2)$ , ибо там  $x_1(T/2) = 1$ , а  $y_2(T/2)$  определяется после пересчета по формулам (1.3).

## Литература

1. Брюно А.Д. Ограниченная задача трех тел. Плоские периодические орбиты. М.: Наука, 1990. 296 с.
2. Брюно А.Д., Варин В.П. О семействах периодических решений ограниченной задачи трех тел. Препринт N 10. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2005. 20 с.
3. Брюно А.Д., Варин В.П. Семейство  $h$  периодических решений ограниченной задачи при малых  $\mu$ . Препринт N 67. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2005. 32 с.
4. Брюно А.Д., Варин В.П. Семейство  $h$  периодических решений ограниченной задачи при больших  $\mu$ . Препринт N 64. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2005. 31 с.
5. Брюно А.Д., Варин В.П. Порождающее семейство  $i$  периодических решений ограниченной задачи. Препринт N 36. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2006. 27 с.
6. Брюно А.Д., Петрович В.Ю. Десингуляризации ограниченной задачи трех тел. Препринт N 53. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2006. 11 с.
7. Брюно А.Д., Варин В.П. Периодические решения ограниченной задачи трех тел при малых  $\mu$ . Препринт N 34. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2007. 30 с.
8. Брюно А.Д., Варин В.П. Сложные семейства периодических решений ограниченной задачи. Препринт N 35. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2007. 27 с.
9. Hénon M. Numerical exploration of the restricted problem V. Hill's case: periodic orbits and their stability // Astron. and Astrophys. 1969. V. 1. N. 2. P. 223–238.
10. Hénon M. Vertical stability of periodic orbits in the restricted problem II. Hill's case // Astron. and Astrophys., **30**, (1974), 317-321.
11. Bruno A.D. Singular perturbations in Hamiltonian mechanics // Hamiltonian Mechanics./ Ed. J. Seimenis. N.Y.: Plenum Press, 1994. P. 43-49.
12. Брюно А.Д. Нулькратные и обратные периодические решения ограниченной задачи трех тел. Препринт N 93. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 1996. 32 с.

Таблица 1. Критические орбиты порождающего семейства  $c''$ .

$k$	$x_1(0)$	$y_2(0)$	$v_1(T/2)$	$v_2(T/2)$	$\tilde{T}$	$C$
1	1	1	0	0	3/2	3
2	1	$\infty$	-0.77337	-1	1	1.401879
3	1	-1	0	-2	1	-1

$\tilde{\text{Tr}}$	$\tilde{\text{Tr}}_v$	$\tilde{a}(0)$	$\tilde{e}(0)$	$\tilde{a}(T/2)$	$\tilde{e}(T/2)$	$k$
$+\infty$	$-\infty$	1	1	1	1	1
$+\infty$	$-\infty$	0.71333	$\pm 2$	2.070245	-2.483035	2
$+\infty, 2$	$-\infty, 2$	1	-1	1	-1	3

$k$	$w_1(T/2)$	$y_2(T/2)$
1	1	1
2	-2.51823	-1.57577
3	0	-1



Таблица 2. Критические орбиты

$k$	$x_1(0)$	$y_2(0)$	$x_1/v_1(T/2)$	$y_2/v_2(T/2)$	$T$	$C$
1	-0.48074	-1.44224	0.48074	1.44224	1/2	3.466806
2	-0.62996	-1.25992	0.62996	1.25992	1	3.174802
3	-0	$-\infty$	0	$\infty$	1	1.587401
4	-0.62996	1.25992	0.62996	-1.25992	1	0
5 <sub>1</sub>	-1	0.64233	0	-1.64233	1	0.302723
6 <sub>1</sub>	-1.11511	0	-0.45439	-1	1	1.793529
7 <sub>1</sub>	-1	-0.64233	0	-0.35766	1	2.872078
8	-0.62996	-1.25992	0.62996	1.25992	1	3.174802
9	-0.71137	-1.18563	0.71137	1.18563	3/2	3.092586
10	-0.76314	-1.14471	0.76314	1.14471	2	3.057531
11 <sub>2</sub>	-1.44660	-0.26866	0.07968	4.87734	2	2.087672
12 <sub>2</sub>	-1.00111	-0.64631	0.56750	1.55348	2.28129	2.874117
13 <sub>2</sub>	-1.11511	0	0.02439	8.97987	2.05598	1.793529
14 <sub>2</sub>	-1.08919	0.18386	0	$+\infty$	1.97370	1.401875
15 <sub>2</sub>	-1.06323	0.75542	0.46304	-1.73461	2	-0.296033
16	-0.76314	1.14471	0.76314	1.14471	2	-0.436790
17 <sub>1</sub>	-0.52628	1.57792	0	-1.83043	2	-0.350507
18 <sub>1</sub>	-0	$-\infty$	-0.71797	-1	2	1.484505
19 <sub>1</sub>	-0.52628	-1.57792	0	-0.16956	2	2.971249
20	-0.76314	-1.14471	0.76314	1.14471	2	3.057531
21	-0.79906	-1.11868	0.79906	1.11868	5/2	3.039272
22	-0.82548	-1.10064	0.82548	1.10064	3	3.028534
23 <sub>2</sub>	-0.27594	-2.45690	0.27594	2.45690	3	2.567360
24 <sub>2</sub>	-0.52678	-1.57693	0.78293	1.22585	3.34713	2.971298
25 <sub>2</sub>	-0	$-\infty$	0.05931	5.69137	3.08850	1.484505
26 <sub>2</sub>	-0.00094	46.09515	0	$+\infty$	2.99013	1.401875
27 <sub>2</sub>	-0.63084	1.39961	0.63084	-1.39962	3	-0.554474
28	-0.82548	1.10064	0.82548	-1.10064	3	-0.605706
29 <sub>1</sub>	-1	0.88802	0	-1.88802	3	-0.564633
30 <sub>3</sub>	-1.06323	0.75542	-0.21093	-1.80320	2.85821	-0.296033
31 <sub>3</sub>	-1.08919	0.18386	-0.77337	-1	2.97370	1.401875
32 <sub>3</sub>	-1.11511	0	-0.45439	-1	3.11196	1.793529
33 <sub>3</sub>	-1.00111	-0.64631	0.035995	-0.35297	3.57535	2.874117
34 <sub>3</sub>	-1.44660	-0.26866	-0.73387	-0.61134	3.10317	2.087672
35 <sub>1</sub>	-1	-0.88802	0	-0.11197	3	2.987461
36	-0.82548	-1.10064	0.82548	1.10064	3	3.028534
37	-0.84574	-1.08738	0.84574	1.08738	7/2	3.021678
38	-0.86177	-1.07721	0.86177	1.07721	4	3.017032
39 <sub>2</sub>	-1.31106	-0.60421	0.41247	1.92050	4	2.744731

семейства  $i$  для  $\mu = 0$ 

$\Gamma$	$\Gamma_v$	$\tilde{a}(0)$	$\tilde{\epsilon}(0)$	$\tilde{a}(T/2)$	$\tilde{\epsilon}(T/2)$	$k$
-2	-2	-0.48074	1	0.48074	1	1
2	2	-0.62996	1	0.62996	1	2
2	2	-0.62996	$\pm 2$	0.62996	$\pm 2$	3
2	2	-0.62996	-1	0.62996	-1	4
2, $+\infty$	2, $-\infty$	-0.62996	-0.41260	0.62996	-0.41260	5 <sub>1</sub>
$+\infty$	$-\infty$	-0.55755	0	0.66570	-0.49783	6 <sub>1</sub>
$+\infty, 2$	$-\infty, 2$	-0.62996	0.41260	0.62996	0.41260	7 <sub>1</sub>
2	2	-0.62996	1	0.62996	1	8
-2	-2	-0.71137	1	0.71137	1	9
2	2	-0.76314	1	0.76314	1	10
2, $-\infty, +\infty$	2, $+\infty$	-0.76314	0.10441	0.76314	1.89558	11 <sub>2</sub>
$+\infty, -\infty$	$+\infty$	-0.63288	0.41828	0.90016	1.36955	12 <sub>2</sub>
$-\infty$	$+\infty$	-0.55755	0	0.73776	1.96693	13 <sub>2</sub>
$-\infty$	$+\infty$	-0.55481	-0.03682	0.71332	$\pm 2$	14 <sub>2</sub>
$-\infty, 2$	$+\infty, 2$	-0.76314	-0.60676	0.76314	-1.39324	15 <sub>2</sub>
2	2	-0.76314	-1	0.76314	-1	16
2, $+\infty$	2, $-\infty$	-0.76314	-1.31037	0.76314	-0.68963	17 <sub>1</sub>
$+\infty$	$-\infty$	-0.67362	$\mp 2$	23.87091	-1.95811	18 <sub>1</sub>
$+\infty, 2$	$-\infty, 2$	-0.76314	1.31047	0.76314	0.68962	19 <sub>1</sub>
2	2	-0.76314	1	0.76314	1	20
-2	-2	-0.79906	1	0.79906	1	21
2	2	-0.82548	1	0.82548	1	22
2, $-\infty, +\infty$	2, $+\infty$	-0.82548	1.66571	0.82548	1.66571	23 <sub>2</sub>
$+\infty, -\infty$	$+\infty$	-0.76342	1.30996	0.95078	1.17653	24 <sub>2</sub>
$-\infty$	$+\infty$	-0.67362	$\pm 2$	0.75483	1.92141	25 <sub>2</sub>
$-\infty$	$+\infty$	-0.67177	-1.99859	0.71332	$\pm 2$	26 <sub>2</sub>
$-\infty, 2$	$+\infty, 2$	-0.82548	-1.23588	0.82548	-1.23578	27 <sub>2</sub>
2	2	-0.82548	-1	0.82548	-1	28
2, $+\infty$	2, $-\infty$	-0.82548	-0.78859	0.82548	-0.78859	29 <sub>1</sub>
$+\infty$	$-\infty$	-0.76314	-0.60676	1.08948	-1.08213	30 <sub>3</sub>
$+\infty$	$-\infty$	-0.55481	-0.03682	2.07016	-2.48305	31 <sub>3</sub>
$+\infty$	$-\infty$	-0.55755	0	1.51374	-2.66061	32 <sub>3</sub>
$+\infty, -\infty$	$-\infty$	-0.63288	0.41828	1.15659	-1.13539	33 <sub>3</sub>
$-\infty, +\infty$	$-\infty$	-0.76314	0.10441	1.45764	-2.68604	34 <sub>3</sub>
$+\infty, 2$	$-\infty, 2$	-0.82548	0.78858	0.82548	0.78858	35 <sub>1</sub>
2	2	-0.82548	1	0.82548	1	36
-2	-2	-0.84574	1	0.84574	1	37
2	2	-0.86177	1	0.86177	1	38
2, $-\infty, +\infty$	2, $+\infty$	-0.86177	0.47863	0.86177	1.52136	39 <sub>2</sub>

Таблица 3. Критические орбиты семейства  $i$  с нечетными индексами.

$k$	$w_1(T/2)$	$y_2(T/2)$
$5_1$	0	-0.64234
$6_1$	-0.85125	-0.70557
$7_1$	0	0.64234
$17_1$	0	-0.83044
$18_1$	-2.12065	-1.39932
$19_1$	0	0.83044
$29_1$	0	-0.88802
$30_3$	-0.43331	-1.04026
$31_3$	-2.51824	-1.57577
$32_3$	-2.85822	-1.63114
$33_3$	-2.07030	-1.06555
$34_3$	-3.02577	-1.63891
$35_1$	0	0.88802

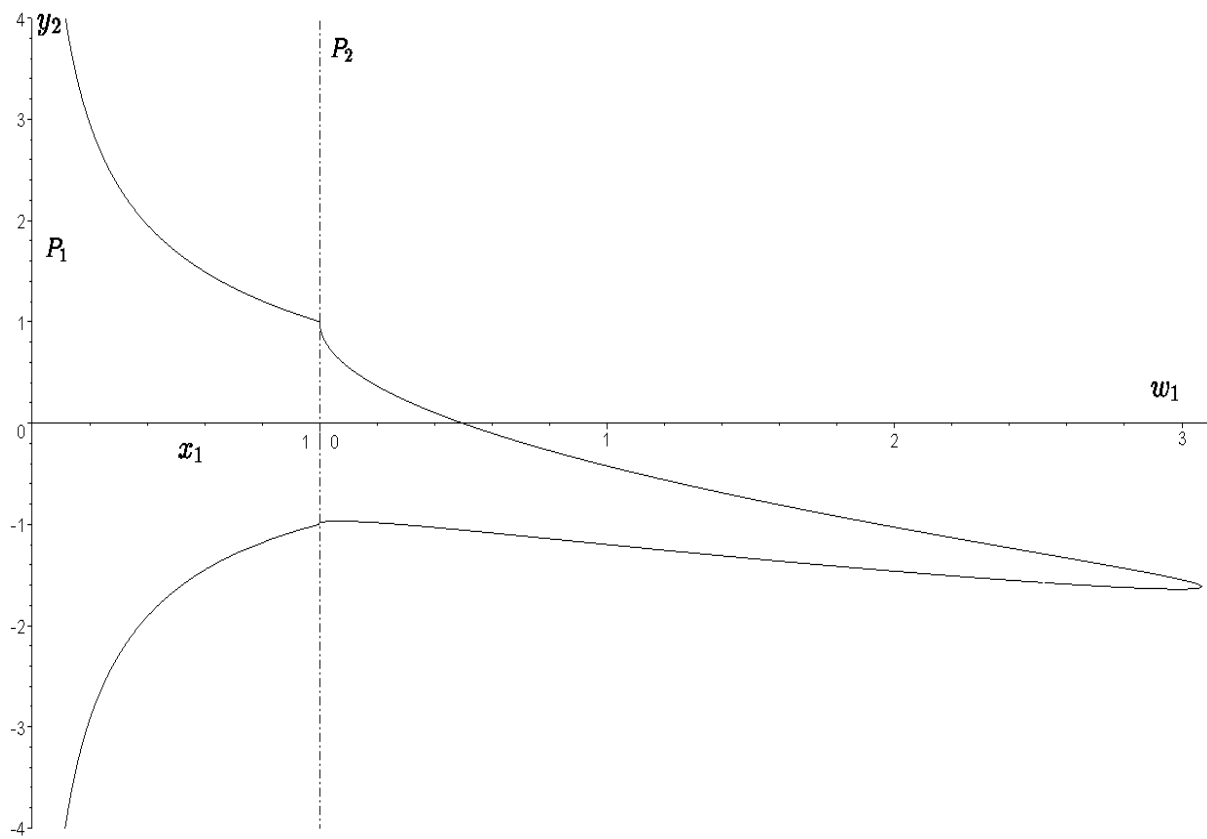


Рис. 1. Характеристики семейства  $c''$  при  $\mu = 0$ .

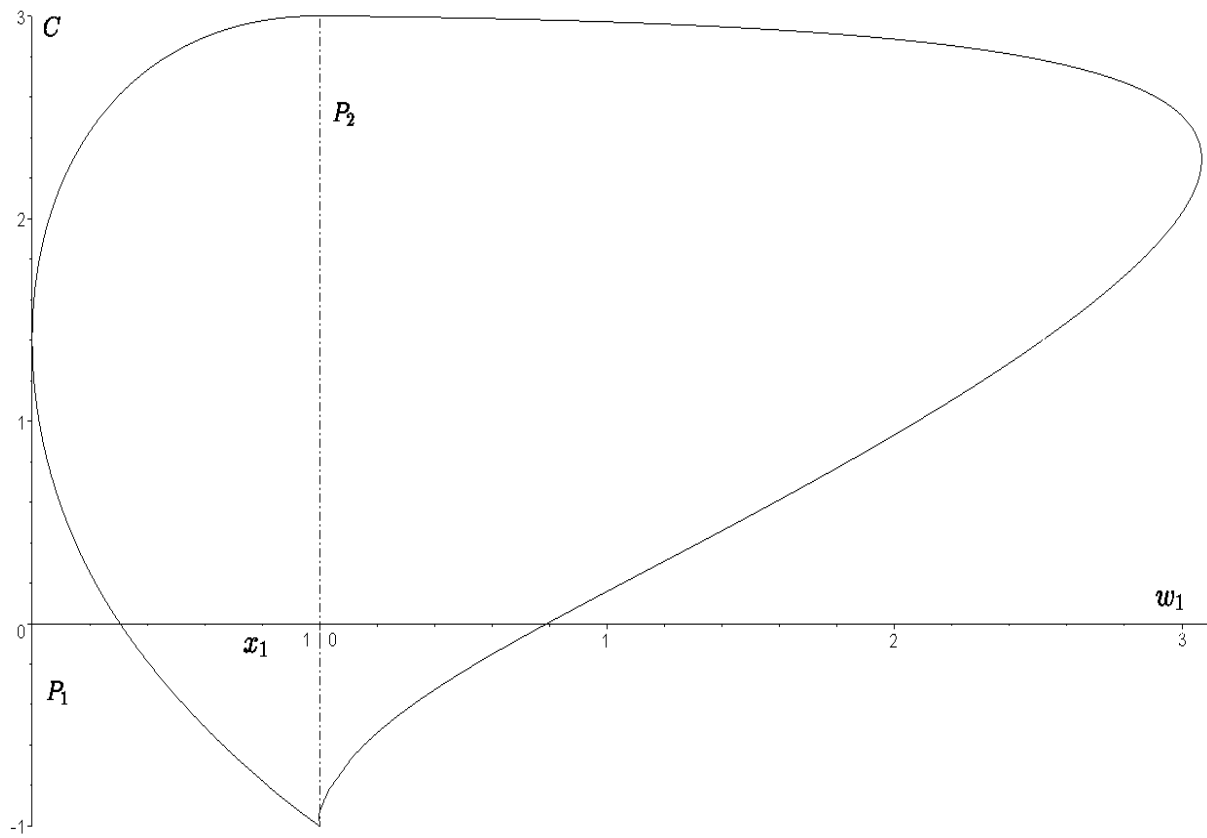


Рис. 2. Характеристика семейства  $c''$  при  $\mu = 0$ .

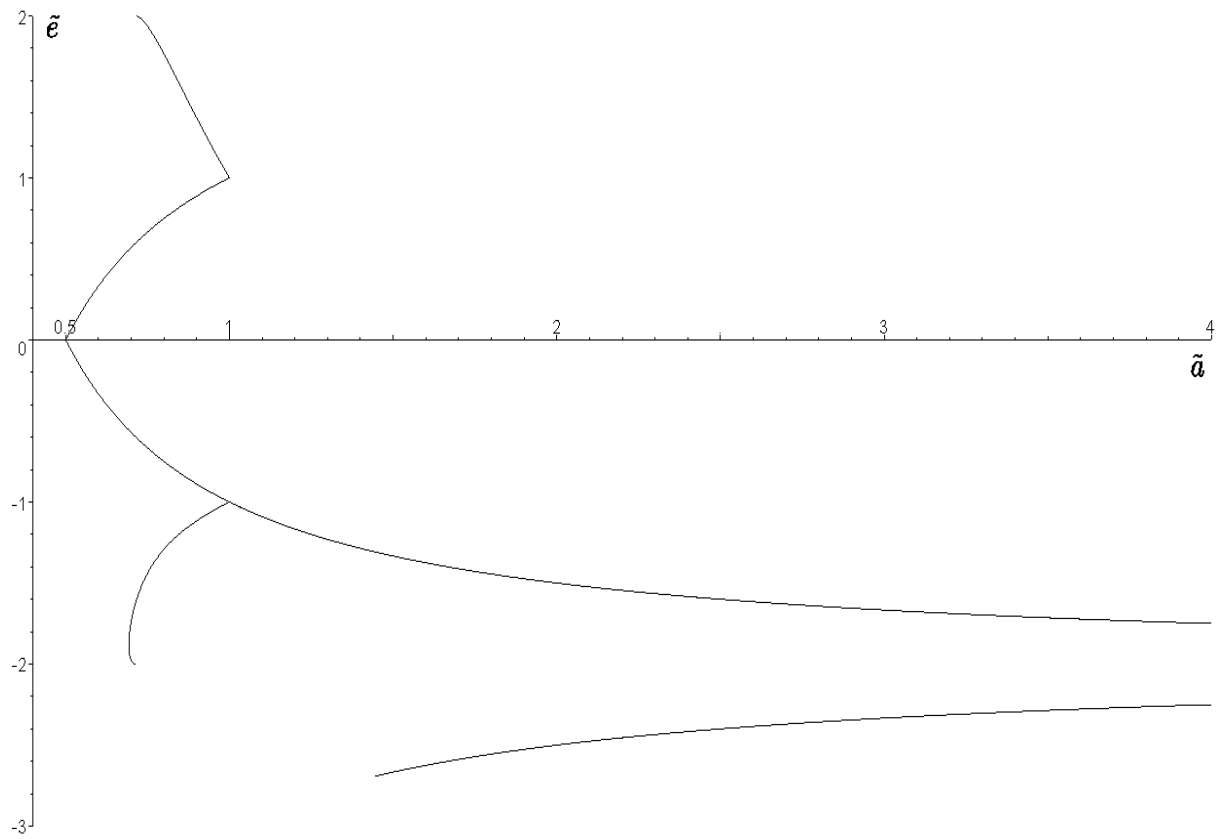


Рис. 3. Характеристики семейства  $c''$  при  $\mu = 0$ .

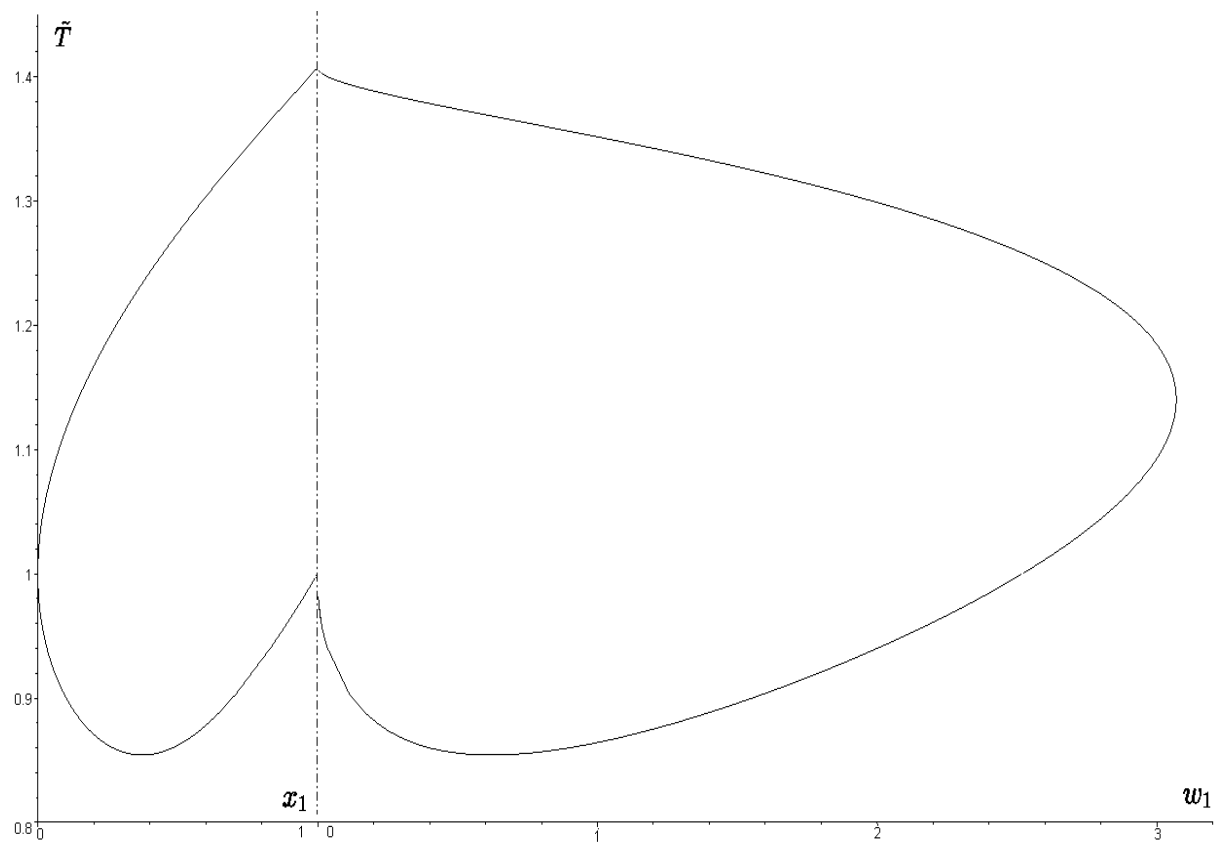


Рис. 4. Нормированный период семейства  $c''$  при  $\mu = 0$ .

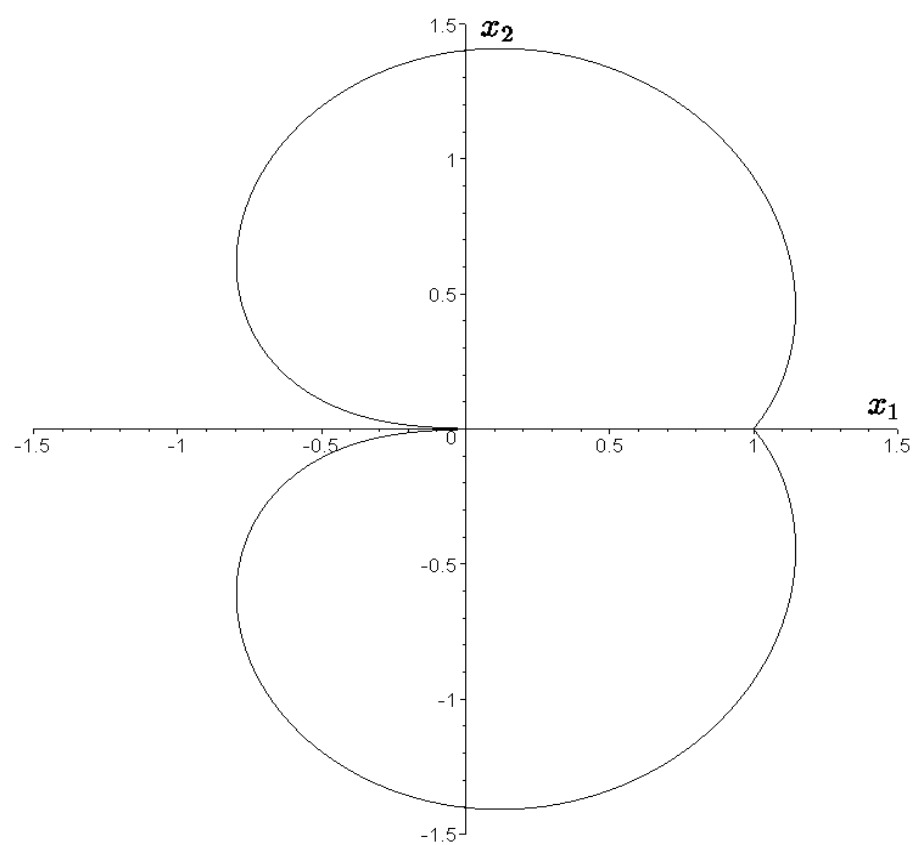


Рис. 5. Критическая орбита 2 семейства  $c''$  при  $\mu = 0$ .

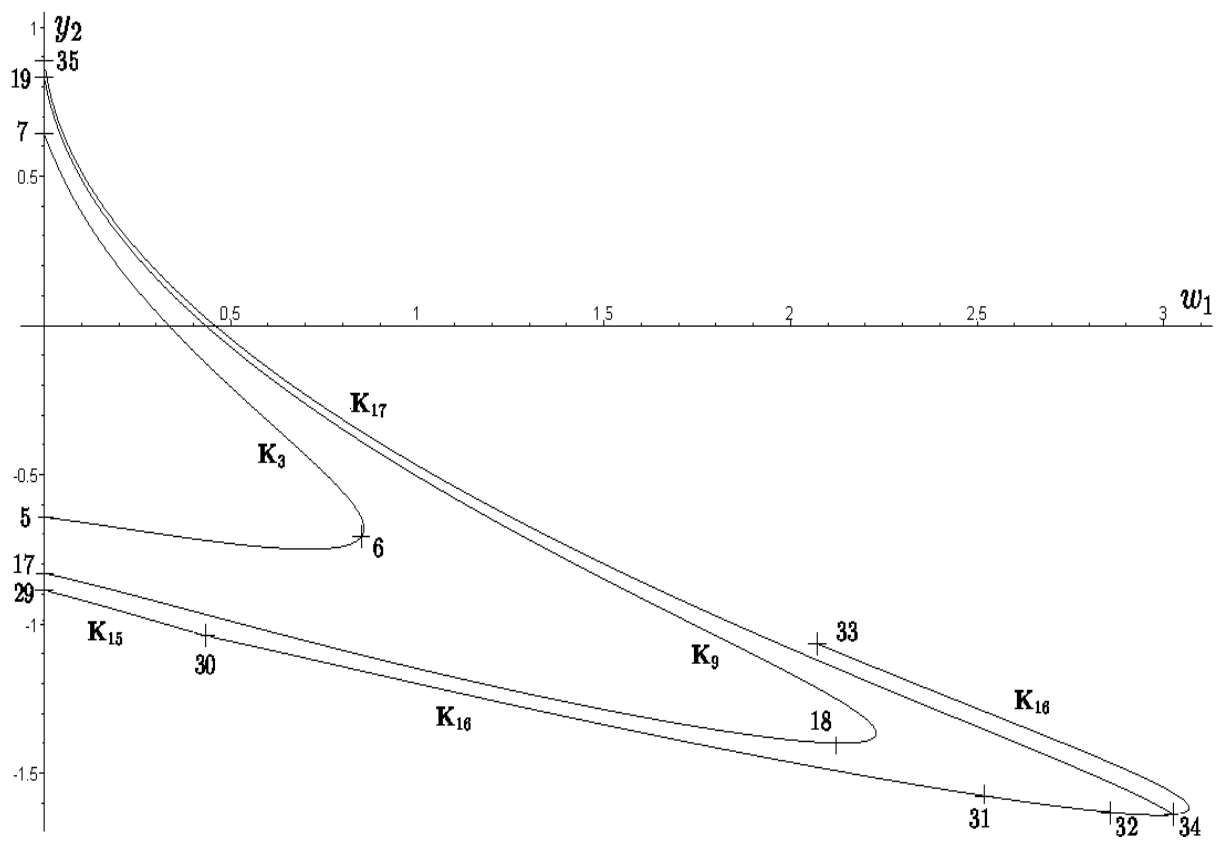


Рис. 6. Характеристики частей семейства  $c''$  в координатах  $w_1, y_2$ .

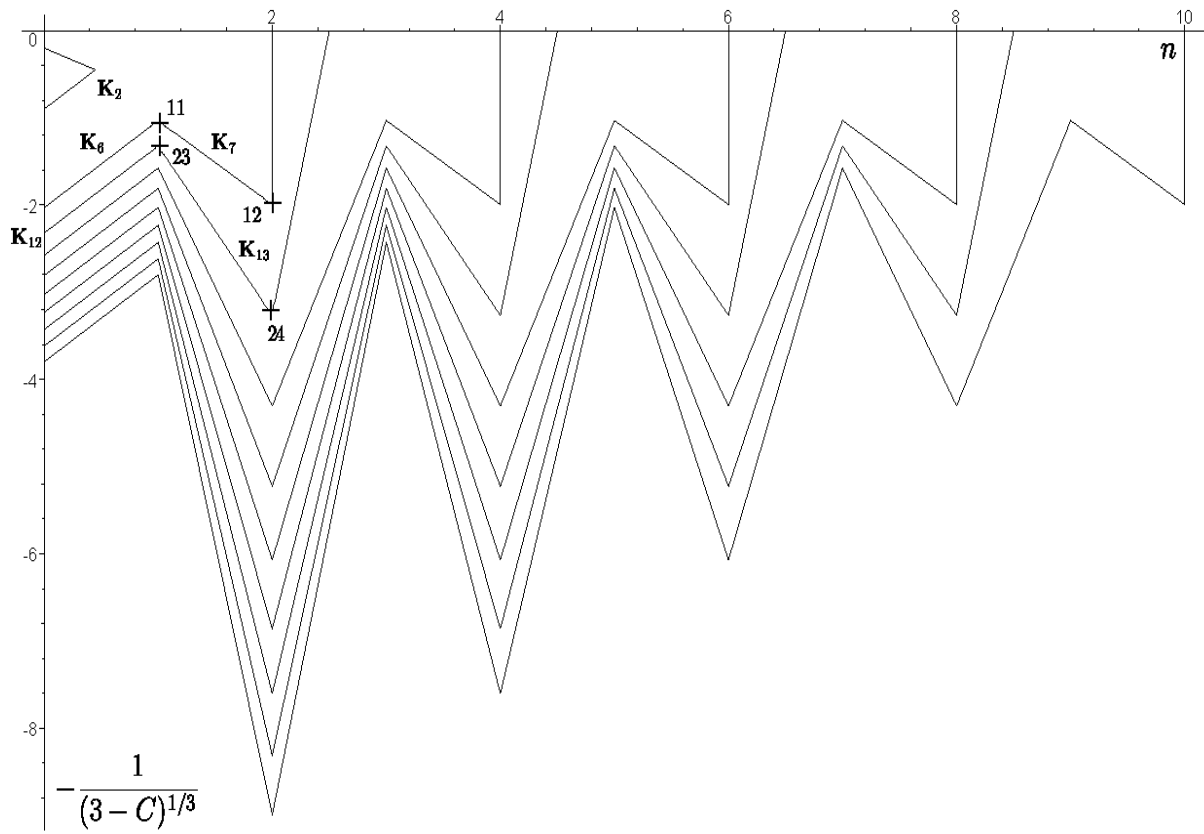


Рис. 7. Зигзаги верхней характеристики семейства  $i$  при  $\mu = 0$ .

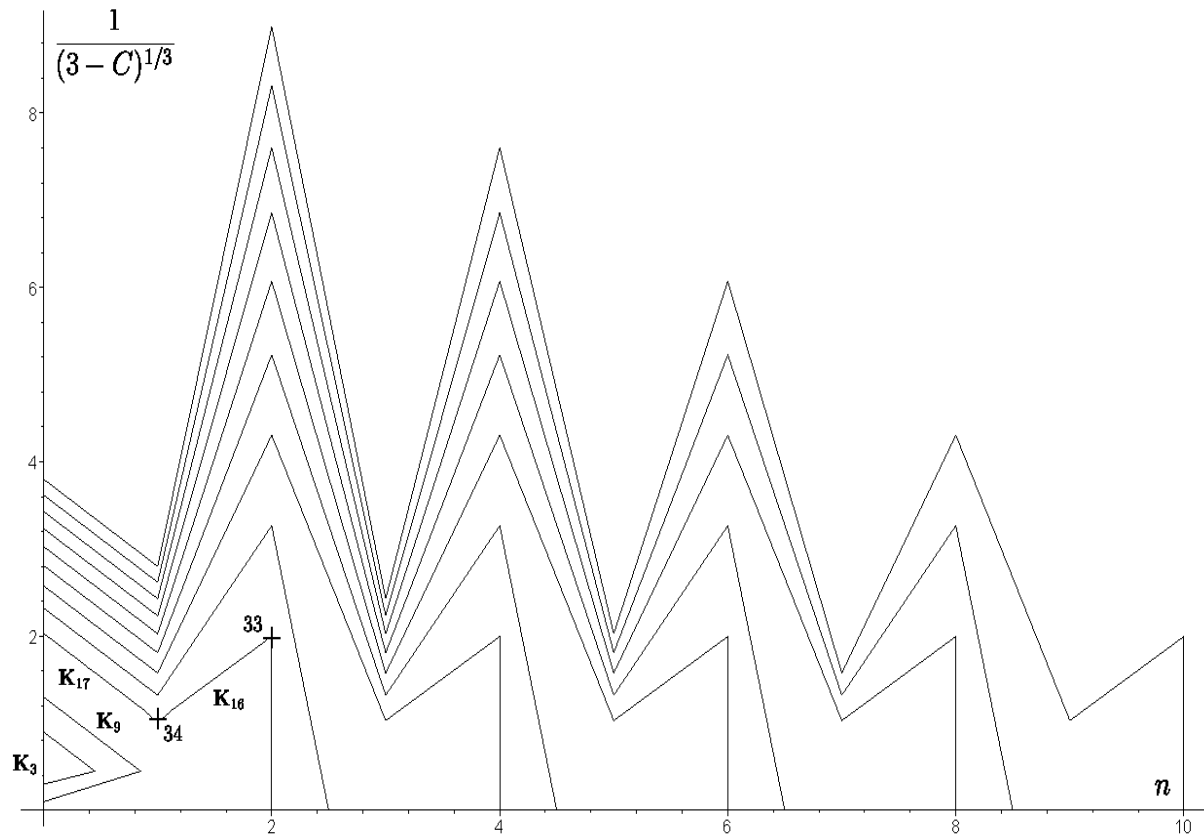


Рис. 8. Зигзаги нижней характеристики семейства  $i$  при  $\mu = 0$ .