



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

А. Е. Бондарев, Т. Н. Михайлова,
И. Г. Рыжова

Прототипный программный
комплекс 3DLS для
численного моделирования и
визуального представления
распространения звуковых
возмущений в объеме.

Статья доступна по лицензии
[Creative Commons Attribution 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)



Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Бондарев А. Е., Михайлова Т. Н., Рыжова И. Г. Прототипный программный комплекс 3DLS для численного моделирования и визуального представления распространения звуковых возмущений в объеме. // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2007. № 68. 20 с.

<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2007-68>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М.В. Келдыша

А.Е.Бондарев, Т.Н.Михайлова, И.Г.Рыжова

**Прототипный программный комплекс 3DLS для
численного моделирования и визуального
представления распространения звуковых
возмущений в объеме**

Москва

2007

А.Е.Бондарев, Т.Н.Михайлова, И.Г.Рыжова

Прототипный программный комплекс 3DLS для численного моделирования и визуального представления распространения звуковых возмущений в объеме.

Аннотация

В работе описываются свойства прототипного комплекса программ, предназначенного для численного моделирования и визуального представления процессов распространения звуковых волн в закрытом объеме на основе численного решения трехмерных нестационарных линейризованных уравнений Эйлера. Описываются различные типы постановки граничных условий. Приведены результаты реализации расчетов тестовых задач. Данная работа является обобщением созданных ранее двумерных методик расчета на трехмерный случай.

A.E.Bondarev, T.N.Mikhailova, I.G.Ryzhova

Prototype program 3DLS for numerical simulation and visual presentation of sound waves propagation inside 3D volume

Abstract

This work considers the features of prototype program 3DLS intended for numerical simulation and visual presentation of sound waves 3D propagation inside closed volumes. The calculations are based on 3D time-dependent linearised Euler equations solution. Different types of boundary conditions are discussed. The results of test calculations are described. This work presents an attempt to generalise 2D approaches and methods created before to 3D case.

Версия статьи с цветными иллюстрациями размещена по адресу http://www.keldysh.ru/pages/cgraph/publications/cgd_publ.htm.

Содержание

1. Введение	4
2. Функциональное назначение программного комплекса	4
3. Описание программного комплекса	6
4. Постановка граничных условий	10
5. Входные и выходные данные	11
6. Визуальное представление результатов	12
7. Результаты тестовых расчетов	12
8. Обсуждение	14
9. Заключение	15
Список литературы	16

1. Введение

Эта работа содержит описание свойств, реализованных в прототипе программного комплекса для расчета и визуального представления процесса распространения звуковых волн внутри трехмерной области, содержащей источник звука. Данная работа опирается на работы [1,2,3], в которых реализовывались некоторые из подходов к расчетам распространения звуковых волн, в частности для двумерного случая. Данная работа отчасти представляет собой развитие и обобщение разработанного ранее двумерного программного комплекса на трехмерный случай.

Основным результатом работы является создание прототипа программного комплекса для моделирования трехмерного распространения звуковых волн. Для расчетов в комплексе реализованы два численных метода: метод конечных объемов и метод, основанный на расщеплении по направлениям. Визуальное представление результатов позволяет пользователю изучать как общую картину распространения возмущений в области, так и исследовать более тонкие структуры в срезах.

Комплекс позволяет проводить расчеты распространения звуковых волн в замкнутых объемах содержащих внутри себя заданные объекты. Комплекс позволяет приближенно моделировать задаваемые звукопоглощающие свойства границ объема и расположенных внутри него объектов. Проведенные расчеты модельных задач показали качественное воспроизведение таких физических эффектов как дифракция звуковой волны на препятствии внутри объема, частичное отражение от препятствия.

2. Функциональное назначение программного комплекса.

Программный комплекс 3D Linear Sound Solver (3DLS) - это пакет программ, позволяющий рассчитать и получить в каждый момент времени звуковые характеристики замкнутого объема, содержащего внутри некие

объекты. С целью упрощения геометрии счетной области и представления результатов в прототипе программного комплекса используется ортогональная декартова сетка. Звуковые волны рассматриваются как малые возмущения воздуха внутри объема. Условия частичного отражения/поглощения звука на поверхностях границ задаются с помощью специальных граничных условий. Численное решение находится с помощью одного из двух, реализованных в настоящий момент в прототипе программного комплекса, численных методах. Один из них - метод конечного объема, основанный на законах сохранения, записанных для ячеек вычислительной сетки. Взаимодействие между ячейками находится из хорошо известного решения задачи о взаимодействии потоков. Второй - метод переменных направлений, где на каждом направлении последовательно применяется неявная разностная схема второго порядка точности по времени и пространству, обладающая дополнительным свойством регулируемой искусственной вязкости, необходимой для подавления возможных нежелательных осцилляций, искажающих и разрушающих решение.

Программный комплекс 3DLS позволяет исследовать распространение звуковых волн в замкнутой трехмерной области, содержащей внутри себя заданные объекты и моделировать физические эффекты, которые невозможно получить с помощью других акустических моделей - диффузной модели распространения звука или геометрических методов:

а) Дифракция. Если внутри исследуемого объема расположена преграда, а перед ней - источник звуковых волн, то характеристики звукового поля за преградой определяются не только отраженными звуковыми волнами, как в лучевой геометрической модели акустики. Если размер преграды сравним с длиной волны, то эффект дифракции приобретает большое значение. Программный комплекс 3DLS позволяет моделировать этот эффект.

б) Частичное отражение. Если звукопоглощающие свойства любой граничной поверхности известны, то соответствующее задание граничных условий позволяет пользователю программного комплекса моделировать

частичное отражение звуковых волн от этой граничной поверхности. Комплекс позволяет задавать эти граничные условия изменяющимися во времени, что значительно расширяет спектр возможных практических приложений.

В результате расчетов пользователь может получать данные, характеризующие процесс распространения звуковых волн в объеме. Их визуальное представление и численные характеристики позволяют пользователю получать информацию, недоступную для методов статистической и геометрической акустики.

3. Описание программного комплекса

Физическая модель

Рассмотрим линеаризованные уравнения Эйлера для движения сжимаемого газа, записанные в интегральной форме. Это формализация законов сохранения для любого объема V , ограниченного поверхностью S . Изменение во времени консервативных величин (массы, момента, энергии) происходит только за счет потоков величин через поверхность. Силы гравитации не рассматриваются в акустических задачах, источники момента и энергии в объеме V отсутствуют. Если каждую переменную F представить в виде малого возмущения f от начального невозмущенного состояния F_0

$$F(t, x, y, z) = F_0 + f(t, x, y, z) \quad (3.1)$$

и подставить (3.1) для каждой переменной в стандартные уравнения Эйлера, то опустив величины порядка $f \times f$, мы получим известный набор уравнений для распространения малых возмущений. Для переменных u, v, w, p являющихся соответственно возмущениями компонент скорости и давления, линеаризованные уравнения Эйлера можно записать в интегральной форме следующим образом:

$$\frac{d}{dt} \int_V \bar{v} dV + \int_S \bar{p} n dS = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V p dV + \frac{1}{M^2} \int_S v_n dS = 0 \quad (3.3)$$

где

- p - возмущение давления
 \vec{v} - вектор возмущений скорости; $\vec{v} = (u, v, w)$
 \vec{n} - вектор нормали к поверхности объема; $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$
 v_n - возмущения скорости, нормальные к поверхности
 $v_n = \vec{v}\vec{n} = un_x + vn_y + wn_z$

Приведенные величины являются безразмерными. Основными характеристическими величинами являются:

для $\vec{v} - v_0$;

для геометрических параметров - L_0 ;

для $p - \rho_0 v_0^2$ (ρ_0 - плотность невозмущенного газа);

$M_0 = v_0 / \sqrt{\gamma R T_0}$ - характерное число Маха;

R - газовая постоянная,

T_0 - температура невозмущенного газа.

Характерные величины характеризуют каждую отдельную задачу и определяют характерное число Маха.

Численные методы

В программном комплексе 3DLS реализованы два различных численных алгоритма, позволяющих решать систему уравнений, описанную выше. Первый - это явный метод конечного объема, использующий схему типа Годунова [4], второй - метод переменных направлений, на каждом направлении применяющий неявную схему второго порядка по времени и пространству [5,6]. Оба метода, реализованные в программном комплексе дополняют друг друга и позволяют пользователю выбирать тот или иной в

зависимости от вычислительных потребностей и возможностей вычислительной техники пользователя.

Метод конечного объема.

В укороченном виде для описания численного метода можно записать линейризованные уравнения Эйлера (3.1-3.3) в общей векторной интегральной форме:

$$\frac{d}{dt} \int_V \vec{A} dV + \int_S \vec{B} dS = 0 \quad (3.4)$$

где \vec{A} , \vec{B} - 4-мерные векторы.

В декартовой системе координат с вертикальной осью Z компоненты векторов представляются как:

$$\vec{A} = (u, v, w, p) \quad (A_-)$$

$$\vec{B} = (pn_x, pn_y, pn_z, v_n)$$

Расчетная область разбивается на малые прямоугольные объемы, стороны которых являются координатными поверхностями. Центр каждого прямоугольного объема обозначим индексами $(i+1/2, j+1/2, k+1/2)$, где i, j, k изменяются от 1 до максимального значения, определенного размерностью вычислительной сетки. Перепишем уравнения (3.4) для каждого отдельного элементарного объема. Предположим, что переменные (u, v, w, p) постоянны в каждом рассматриваемом объеме в каждый фиксированный момент времени. полученную систему решаем явным двухшаговым методом типа предиктор-корректор. На первом шаге определяются значения в момент времени $t+dt/2$ на граничных поверхностях элементарных объемов с помощью известного решения задачи о взаимодействии потоков [4]. На втором шаге по времени $t+dt$ по известным значениям потоков на границах элементарных объемов определяем значения (u, v, w, p) в центрах.

Разностная схема устойчива при ограничении на шаг по времени dt :

$$dt(i,j,k) * (1/dtx(i,j,k) + 1/dty(i,j,k) + 1/dtz(i,j,k)) < 1 ,$$

где

$$dtx = dx / \max(u-c, u+c), \quad dx = x(i+1) - x(i), \quad u = u(i+1/2, j+1/2, k+1/2)$$

$$dty = dy/\max(v-c, v+c), \quad dy=y(j+1)-y(j), \quad v=v(i+1/2, j+1/2, k+1/2)$$

$$dtz = dx/\max(w-c, w+c), \quad dx=x(k+1)-x(k), \quad w=w(i+1/2, j+1/2, k+1/2)$$

$$c = \sqrt{\gamma RT_0} \text{ - скорость звука.}$$

Метод переменных направлений.

Задача решается в предположении, что для каждой из переменных u, v, w, p соответствующее уравнение из (3.4) является определяющим. Каждое из уравнений системы (3.4) можно представить в обобщенном виде

$$\frac{\partial f}{\partial t} + a \frac{\partial f}{\partial x} + b \frac{\partial f}{\partial y} + c \frac{\partial f}{\partial z} = H \quad (3.5)$$

где a, b, c - соответствующие коэффициенты. В H входят члены с производными по функциям, для которых данное конкретное уравнение не является определяющим.

Для решения системы уравнений используется метод переменных направлений. Последовательно для направлений X, Y, Z по мере продвижения по времени рассматриваются уравнения вида:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + a \frac{\partial f}{\partial x} = A \quad (3.6)$$

$$A = -b \frac{\partial f}{\partial y} - c \frac{\partial f}{\partial z} + H$$

Для решения каждого из уравнений типа (3.6) используется неявная конечно-разностная WW-схема "с весами" [5,6], разрешаемая с помощью скалярных прогонок.

Используемая неявная схема [5,6] обладает для линейного уравнения на решении вторым порядком аппроксимации по времени и пространству. Определенный выбор весов позволяет устранять нежелательные осцилляции, которые могут возникать в процессе расчета.

Данная схема является неявной и не имеет ограничений на шаг по времени, однако проведенные численные эксперименты показали, что реализация этого алгоритма расчета требует выделения большей оперативной памяти. Таким образом пользователю предоставлен выбор - каким из

реализованных алгоритмов пользоваться при решении той или иной конкретной задачи.

4. Постановка граничных условий

В прототипе программного комплекса реализовано несколько типов граничных условий, с помощью которых пользователь может моделировать несколько классов задач. Рассмотрим эти условия:

Граничные условия типа "поглощение"

Задание граничных условий, имитирующих полное поглощение звуковых волн на границах, производится следующим образом. На границах задаются следующие соотношения:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial n^2} = 0 \quad (4.1)$$

где $f = (u, v, w, p)$

Граничные условия типа "отражение"

Задание граничных условий, имитирующих полное отражение звуковых волн на границах, производится путем задания на соответствующих границах следующих соотношений:

$$\frac{\partial v}{\partial n} = \frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (4.2)$$

Вышеприведенные условия (4.1) и (4.2) являются хорошо известными из газовой динамики условиями беспрепятственного протекания возмущений через границу или непротекания.

Граничное условие типа "частичное отражение"

Звукопоглощающие свойства предполагаемого материала границы моделируются путем линейной комбинации условий (4.1) и (4.2)

$$(1 - a_1) \frac{\partial f}{\partial n} + a_1 \frac{\partial^2 f}{\partial n^2} = 0 \quad (4.3)$$

где коэффициент a_1 можно приближенно рассматривать как коэффициент звукопоглощения конкретного материала.

Граничные условия типа "источник"

Предполагается, что источник колебаний имитирует колебания путем задания колебаний скорости, нормальной к поверхности источника. Предположим, что заданы колебания источника с частотой f и амплитудой X_m . Тогда колебания на границе источника задаются следующими соотношениями:

$$U = Vm \sin(2\pi t), \quad Vm = 2\pi f X_m \quad (4.4)$$

5. Входные и выходные данные

В качестве входных данных для расчета необходимо задать: геометрическое описание вычислительной области (сцены), описание сетки, акустические свойства поверхностей.

Геометрическое описание включает трехмерную модель вычислительной области и всех объектов, расположенных внутри нее. Предполагается задание размеров области, описание ее формы, описание формы, задание размеров и местоположения всех объектов внутри сцены.

Построение сетки проводится с помощью встроенных в программный комплекс алгоритмов, исходя из конкретных свойств задачи. Реализована возможность сгущения сетки в окрестности объекта, представляющего интерес для пользователя.

Акустические свойства задаются исходя из моделирования свойств материалов конкретных поверхностей. В задании граничных условий реализовано грубое приближение учета конкретных свойств звукопоглощения.

В качестве выходных данных пользователь может получать поля данных в интересующий его момент времени, а также следить за развитием распространения звуковых волн со временем.

6. Визуальное представление результатов

Визуальное представление результатов реализовано с помощью интеграции в прототип двух модулей, позволяющих пользователю визуальный мониторинг и обработку полученных в расчетах результатов. Трехмерное представление процесса распространения звуковых колебаний в области реализовано с помощью интегрированного графического модуля GeoGraph. (Программный модуль GeoGraph создан и предоставлен В.Н.Кочиним, за что авторы выражают ему свою глубокую признательность). Здесь предусмотрены возможности построения изоповерхностей, комбинированных сечений с изолиниями по трем координатным плоскостям, построения наборов сечений в выбранной координатной плоскости. Все это дает пользователю возможность работы по изучению результатов расчетов в трехмерной области. Более точное исследование тонких структур, образующихся в расчетной области в процессе расчета в разные моменты времени возможно на основе использования широко известного графического комплекса программ ГРАФОР [7] и его современных версий, адаптированных к использованию в операционных средах Windows и Linux [8,9]. Также существует возможность монтировать компьютерный фильм, иллюстрирующий развитие колебательного процесса во времени.

7. Результаты тестовых расчетов

В процессе работы был проведен ряд тестовых расчетов модельных задач.

В трехмерной расчетной области решается система линеаризованных уравнений Эйлера для сжимаемого невязкого газа. Расчетная область представляет собой параллелепипед, обладающий размерами $4 \times 3 \times 3$ по координатам X , Y , Z соответственно. На входной поверхности заданы колебания источника обладающего мощностью 1 Вт и частотой 250. Колебания моделируются с помощью соответствующего граничного условия типа (4.4). Координаты расположения источника на поверхности $ABA'B'$ следующие:

$$X = 0; 1.4 < Y < 1.9; 1.1 < Z < 1.7$$

Рассмотрим результаты расчетов различных задач, рассматривавшихся при сохранении вышеуказанных условий.

а) Задача рассматривается в предположении отсутствия объектов внутри вычислительной области. На всех границах задается граничное условие, имитирующее полное поглощение звуковых возмущений (4.1).

Пример общей картины результатов в трехмерной области представлен на рис. 1 - 4. Здесь расчетные данные представлены в виде комбинации трех сечений в различных координатных плоскостях с изоповерхностями, а также в виде наборов сечений по координатным плоскостям. Более тонкая структура отражена на рис. 5 - 7, где представлено линиями постоянного давления распространение возмущений в плоскости перпендикулярной оси Y при $Y = 1.7$ на моменты времени $t = 0.0012; 0.0035; 0.0116$ соответственно. Эти рисунки иллюстрируют начальную фазу распространения звуковых возмущений от источника в сечении, проходящем через источник.

Представленные сечения позволяют увидеть картину распространения звуковых возмущений при условии полного поглощения их граничными поверхностями.

б) Данная задача также рассматривается в предположении отсутствия объектов внутри вычислительной области. На всех границах задается граничное условие, имитирующее полное отражение звуковых возмущений (4.2).

Рис.8 представляет картину течения в сечении, перпендикулярном оси Y при $Y = 3.0$. Приведенные результаты показывают, что по мере удаления от источника возмущений в счетной области образуется картина течения схожая с полученной при аналогичных граничных условиях в [1] в двумерной постановке задачи картиной наложения отраженных звуковых колебаний.

в) Данная задача рассматривалась в предположении наличия внутренней преграды в счетной области. На всех границах счетной области и на преграде были заданы условия, имитирующее полное отражение звуковых возмущений (4.2).

Результаты приведены на момент времени $t = 0.0464$. Рис. 9 представляет сечение, перпендикулярное оси Y при $Y = 3.0$. Здесь отражены процессы отражения звуковых возмущений перед преградой, разворот звуковых возмущений около кромок преграды, образование области акустической "тени" за преградой. Рассчитанные процессы качественно схожи с результатами аналогичной двумерной задачи, рассчитанной в [2].

в) Данная задача также рассматривалась в предположении наличия аналогично предыдущей задаче расположенной внутренней преграды в счетной области. На всех границах счетной области и на преграде были заданы условия, имитирующее частичное отражение звуковых возмущений (4.3). Коэффициент звукопоглощения выбирался равным 0.5.

Все результаты также приведены на момент времени $t = 0.0464$. Рис.10 выбран в сечении, аналогично предыдущей задаче. Изменения в картине течения схожи с двумерной аналогией [2] и обусловлены наличием частичного поглощения возмущений.

8. Обсуждение

В настоящее время создание программных модулей для проведения наукоемких расчетов, их визуального представления и обработки результатов с целью интеграции в программные комплексы более широкого функционального профиля и содержания является актуальной задачей. Требования и задачи по созданию подобных модулей описаны в большом количестве публикаций [10–13]. Прототип программного модуля 3DLS изначально разрабатывался как подсистема, предназначенная к интеграции в программный комплекс, обладающий более широкой функциональностью. Примеры такой интеграции наукоемких модулей изложен в [12]. Поэтому дальнейшее развитие данного прототипа во многом будет определяться назначением, свойствами и функциональным наполнением того программного комплекса, куда данный модуль предполагается интегрировать.

Также следует отметить, что при визуализации тонких нестационарных эффектов возникает проблема недостаточно информативной визуализации в трехмерной области, подробно описанная в [14,15]. В прототипе 3DLS данная проблема решается паллиативным путем – объединением двух модулей визуализации, что позволяет сочетать общую трехмерную картину с визуальным представлением более тонких структур. В дальнейшем предполагается для решения вышеуказанной проблемы использовать предложенные в [14,15] статистические и комбинированные подходы.

9. Заключение

Разработанный прототип программного комплекса 3DLS позволяет решать в замкнутом объеме, содержащем внутренние конструктивные элементы, задачи распространения звуковых возмущений. Данный прототип позволяет решать линеаризованные уравнения Эйлера двумя реализованными программно алгоритмами, отражать особенности течения, появляющиеся благодаря наличию внутри объема различных конструктивных элементов. Данный подход позволяет моделировать и получать информацию о таких физических эффектах как дифракция звуковых волн на преградах и частичное отражение. Эти данные невозможно получить находясь в рамках более простых инженерных акустических моделей, таких как диффузная модель или геометрическая. Применение 3DLS позволяет дополнить акустическую информацию полученную с помощью вышеуказанных инженерных моделей. Программный комплекс позволяет приближенно учитывать реальные звукопоглощающие свойства материалов в расчетах и их влияние на процессы распространения звуковых волн. Пользователь может получать поля физических данных как результаты расчета и отображать их графически.

Список литературы.

- [1] А.Е.Бондарев, Ю.А.Молотилин. Численное моделирование нестационарного распространения звуковых волн в закрытой области / Препринт ИПМ им.М.В.Келдыша РАН, 1994, № 64, 13 с.
- [2] А.Е.Бондарев, Ю.А.Молотилин. Численное моделирование дифракционных эффектов при распространении звуковых волн / Препринт ИПМ им.М.В.Келдыша РАН, 1995, №10, 13 с.
- [3] Ю.М.Баяковский, А.К.Алексеев, А.Е.Бондарев, Т.Н.Михайлова, Ю.А.Молотилин. Численное моделирование распространения звуковых волн в трехмерной области / Отчет ИПМ, 1996, 29 с.
- [4] С.К.Годунов, А.В.Забродин, М.Я.Иванов, А.Н.Крайко, Г.П.Прокопов. Численное решение многомерных задач газовой динамики // М.: "Наука", 1976.
- [5] А.Е.Бондарев. Численное решение уравнения Бюргерса в области высоких градиентов / Препринт ИПМ им.М.В.Келдыша РАН, № 12, 1990, 13 с.
- [6] А.Е.Бондарев. Применение методов научной визуализации для оптимизации вычислительных свойств конечно-разностных схем / Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 79, 2006, 17 с.
- [7] Ю.М.Баяковский, В.А.Галактионов, Т.Н.Михайлова. Графор. Графическое расширение Фортрана // М.: "Наука", 1985.
- [8] С.Б.Базаров, Ю.М.Баяковский. Комплекс графических программ ГРАФОР в среде WINDOWS / Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 30, 2000, 10 с.
- [9] С.Б.Базаров, Ю.М.Баяковский, Ф.Ф.Сейдалиева, А.Ю.Скачков. Адаптация комплекса графических программ ГРАФОР в операционных

системах WINDOWS и LINUX / Препринт ИПИМ им.М.В. Келдыша РАН,
№ 27, 2002, 16 с.

- [10] А.И.Зенков. Реализация модульного подхода при построении унифицированной системы научной визуализации // Proc. Of Graphicon-2002, Russia, Nizhny Novgorod, 2002, pp.239-242.
- [11] Zibarov A., Babayev D., Mironov A., Komarov I., Konstantinov P. Main Features of the Scientific VR© Visualization Package // Proc. Of Graphicon-2002, Russia, Nizhny Novgorod, 2002, pp.173-178.
- [12] Vassiliev V., Voloboy A., Vyukova N. Context-Aided Visualization of Volumetric Data // Proc. 14th International Conference on Computer Graphics and Vision GraphiCon-2004, Russia, Moscow, September 6 -10, 2004, p.151-154.
- [13] А.Н.Карпов. Визуализация данных на параллельных вычислительных комплексах // Труды 15-ой международной конференции по компьютерной графике и ее приложениям - Графикон-2005, Россия, Новосибирск, июнь 20-24, с.211-215.
- [14] D.V.Mogilenskikh. Nonlinear Color Interpretation of Physical Processes Presentation // Proc. Of Graphicon-2000, Moscow, 2000, pp.202-211.
- [15] D.V.Mogilenskikh, I.V.Pavlov. Algorithms of Color Interpolation in Visualization of Results of Numerical Simulation // Proc. Of Graphicon-2001, Russia, Nizhny Novgorod, 2001.

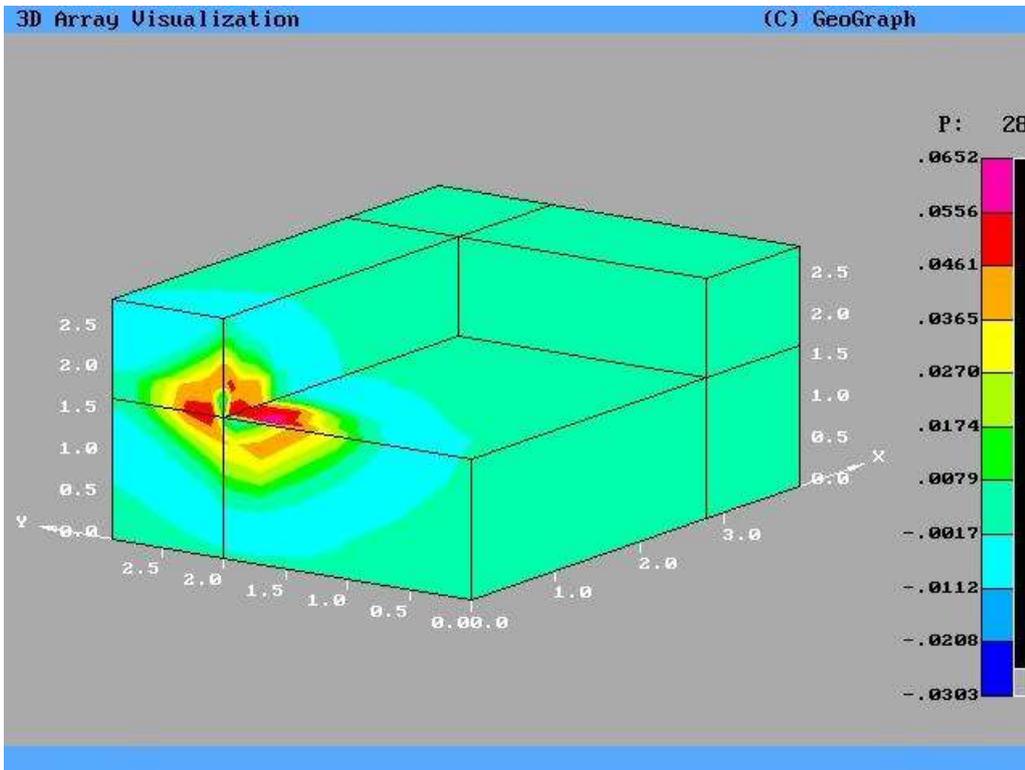


Рис.1

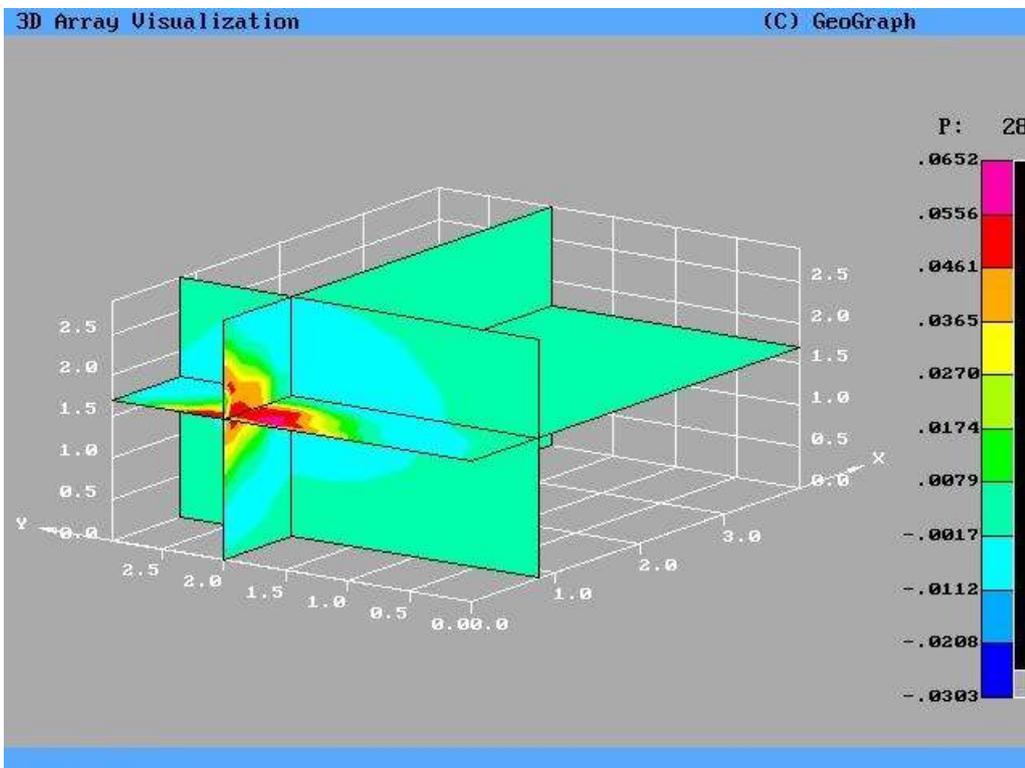


Рис.2

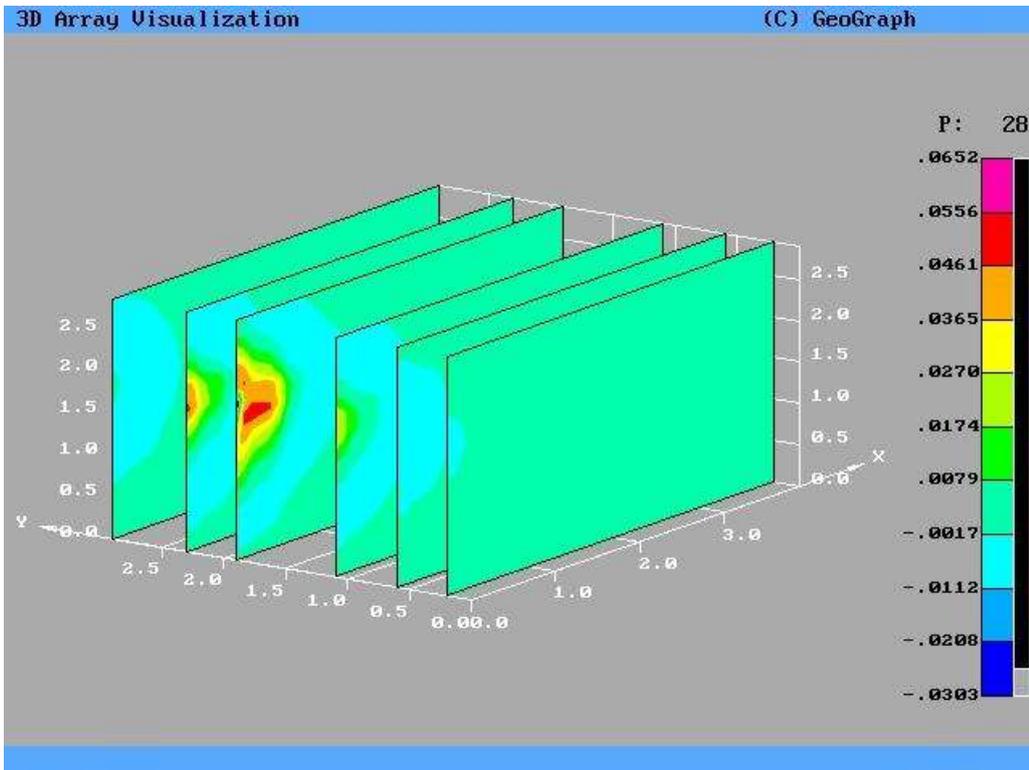


Рис.3

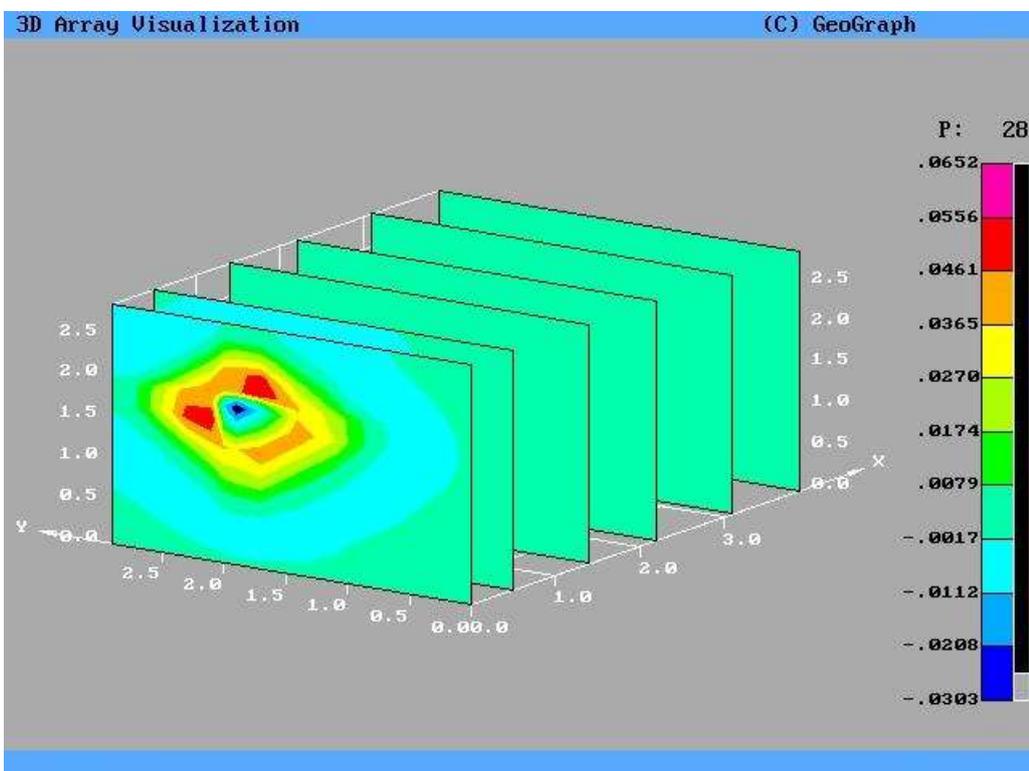


Рис.4

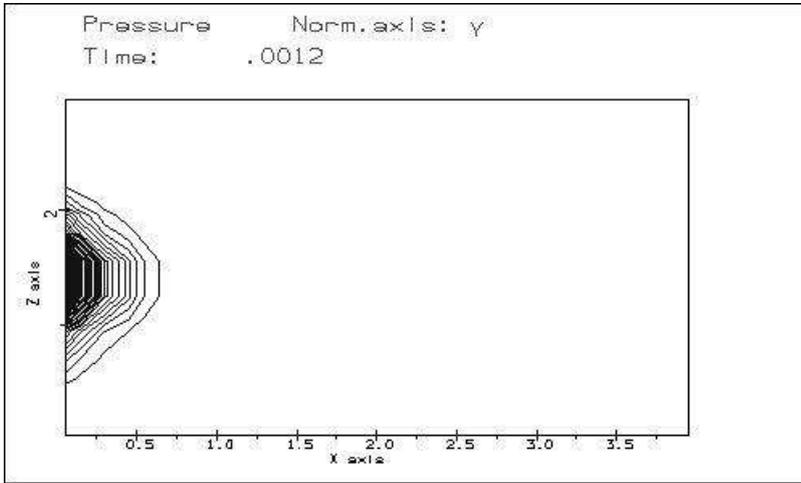


Рис.5

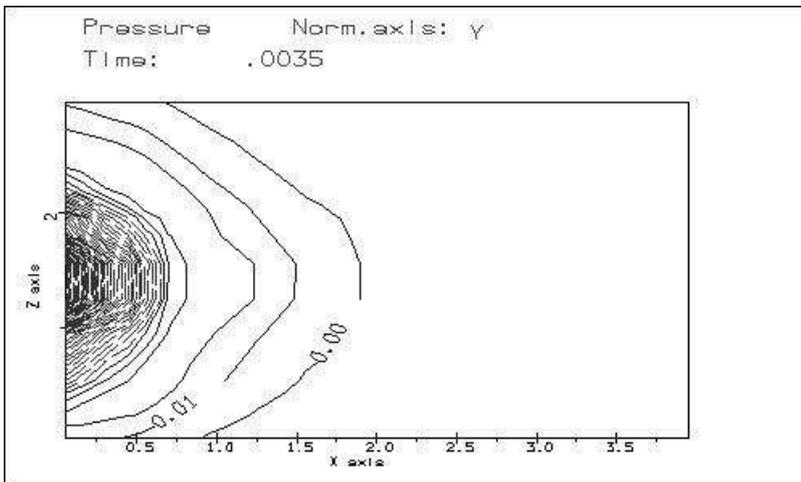


Рис.6

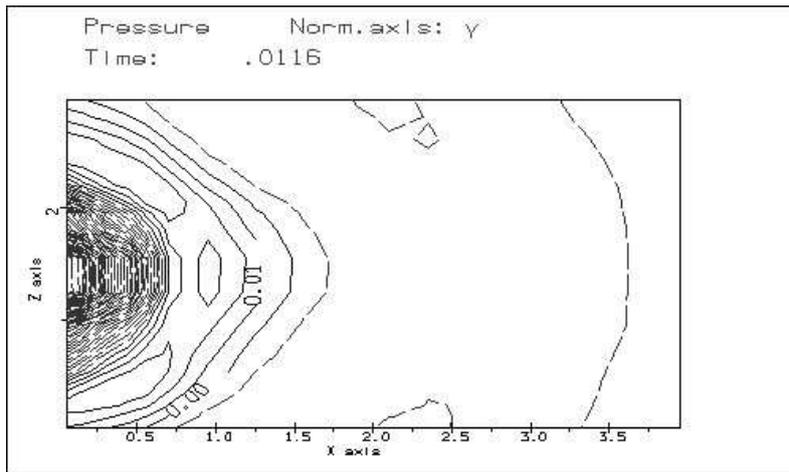


Рис.7

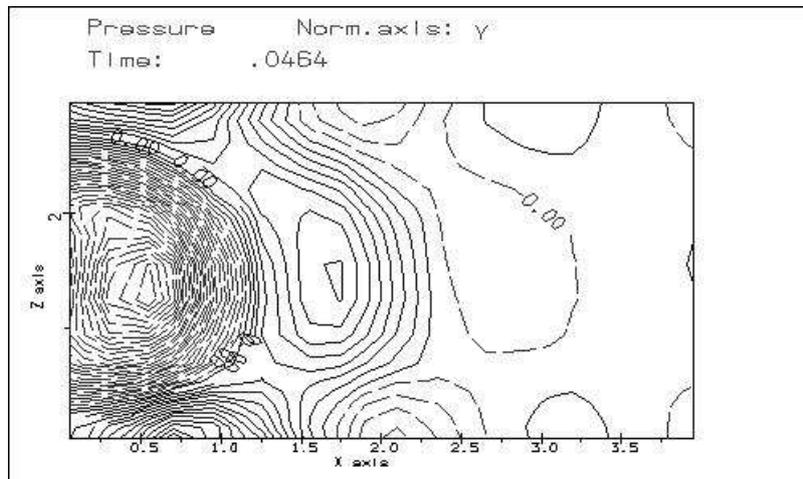


Рис.8

