



Баранов А. А.

Методика расчета
параметров маневров
встречи КА с орбитальной
станцией

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Баранов А. А. Методика расчета параметров маневров встречи КА с орбитальной станцией // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2008. № 6. 32 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2008-6>

Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В. Келдыша
Российской Академии наук

А.А. Баранов
МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ
МАНЕВРОВ ВСТРЕЧИ КА
С ОРБИТАЛЬНОЙ СТАНЦИЕЙ

Москва - 2008

А.А. Баранов

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ МАНЕВРОВ ВСТРЕЧИ КА С ОРБИТАЛЬНОЙ СТАНЦИЕЙ

АННОТАЦИЯ. В работе приведены алгоритмы минимизации в пространстве составляющих импульсов и в пространстве углов приложения импульсов. Показана возможность за счет использования физических особенностей задачи существенно сократить время поиска оптимального решения. Описан графический диалог с задачей, с помощью которого можно объединить достоинства численного и аналитического методов получения решения. Приведена итерационная процедура, позволяющая получать решения с заданной точностью с учетом всех основных возмущений. Приведены примеры решения четырех-, трех- и двухимпульсных задач.

Ключевые слова: оптимальные маневры встречи, графический диалог, итерационная процедура.

A.A. Baranov

METHODS OF CALCULATING MANEUVER PARAMETERS FOR RENDEZVOUS WITH ORBITAL STATION

ABSTRACT. The work describes algorithms for minimization in the spaces of impulse components and angles of impulse applications. It is shown that there is a possibility of reducing considerably the time of searching optimal solutions making use of some specific physical characteristics of the task. The described graphical interaction with the task ensures that advantages of numerical and analytical methods are put together. The given iterative procedure shows how to obtain solution with the required accuracies taking in to account all main perturbations. Solutions of four, three and two impulse tasks are given as examples.

Key words: optimal rendezvous maneuvers, graphical dialogue, iteration procedure.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ.....	4
2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ, ОБЩИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ.....	4
3. МИНИМИЗАЦИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТАВЛЯЮЩИХ ИМПУЛЬСОВ СКОРОСТИ.....	7
4. ПОИСК МИНИМУМА В ПРОСТРАНСТВЕ УГЛОВ ПРИЛОЖЕНИЯ ИМПУЛЬСОВ СКОРОСТИ.....	12
5. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАФИЧЕСКОГО ДИАЛОГА С ЗАДАЧЕЙ.....	17
6. ИТЕРАЦИОННОЕ УТОЧНЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МАНЕВРОВ.....	19
7. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.....	21
8. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИТЕРАЦИОННОЙ ПРОЦЕДУРЫ ДЛЯ ТОЧНОГО УЧЕТА ОГРАНИЧЕНИЙ НА ВЫСОТУ ОРБИТЫ ОЖИДАНИЯ.....	30
9. ЛИТЕРАТУРА.....	32

1. ВВЕДЕНИЕ

Задача расчета оптимальных параметров маневров, обеспечивающих встречу космических аппаратов (КА) на близких околокруговых орбитах, с помощью применения итерационной процедуры, сводится к задаче математического программирования и для ее решения можно воспользоваться хорошо известными численными методами.

Однако, в силу большой размерности задач и ограничений различного вида попытки прямого использования численных методов приводят к большим затратам машинного времени. Поэтому при использовании численных методов необходимо учитывать особенности рассматриваемых задач, для упрощения процесса минимизации.

В данной работе приводится численный метод, который в течение многих лет успешно использовался в баллистическом центре ИПМ им. М.В. Келдыша РАН для расчета маневров КА «Союз», «Прогресс», модулей «Квант», «Природа» и т.д. [1]. Несмотря на свою относительную простоту метод достаточно универсален, надёжен и обладает необходимым быстродействием.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ, ОБЩИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ

Расчет параметров маневров происходит при наличии ряда упрощений. Предполагается, что движение происходит в центральном гравитационном поле. Реальная тяга двигательной установки (ДУ) заменяется импульсной. Расчет ведется с учетом лишь величин первого порядка малости относительно $\Delta r/r_0$, где r_0 радиус опорной круговой орбиты, в Δr окрестности которой происходит движение. При данных предположениях с учетом влияния второго члена разложения в ряд гравитационного поля планеты (c_{20}), система уравнений для определения параметров импульсов скорости, переводящих космический аппарат (КА) с начальной орбиты на конечную орбиту за заданное время, имеет вид [2]

$$\sum_{i=1}^N \{ \Delta V_{ri} \sin[(1-\gamma)\varphi_i] + 2\Delta V_{ii} \cos[(1-\gamma)\varphi_i] \} = \Delta e_x, \quad (1a)$$

$$\sum_{i=1}^N \{ -\Delta V_{ri} \cos[(1-\gamma)\varphi_i] + 2\Delta V_{ii} \sin[(1-\gamma)\varphi_i] \} = \Delta e_y, \quad (1б)$$

$$\sum_{i=1}^N 2\Delta V_{ii} = \Delta a, \quad (1b)$$

$$\sum_{i=1}^N \{2\Delta V_{ri}[1 - \cos((1-\gamma)\varphi_i)] + \Delta V_{ii}[-3(1-\gamma)\varphi_i + 4\sin((1-\gamma)\varphi_i)]\} = \Delta t, \quad (1r)$$

$$\sum_{i=1}^N (-2\beta\Delta V_{ii}\varphi_i \cos u_i \sin 2i_0 - \Delta V_{zi} \sin \varphi_i) = \Delta Z, \quad (1d)$$

$$\sum_{i=1}^N (2\beta\Delta V_{ii}\varphi_i \sin u_i \sin 2i_0 + \Delta V_{zi} \cos \varphi_i) = \Delta V_z, \quad (1e)$$

где $\beta = -c_{20} \frac{3r_e^2}{2r_0^2}$, $\gamma = \frac{\beta}{2}(5 \cos^2 i_0 - 1)$, $c_{20} = -1082,637 \cdot 10^{-6}$, $r_e = 6378140$ м, i_0, r_0 -

наклонение и радиус опорной орбиты, u_i - аргументы широты точек приложения импульсов скорости, $\Delta e_x = e_f \cos \omega_f - e_0 \cos \omega_0$, $\Delta e_y = e_f \sin \omega_f - e_0 \sin \omega_0$, $\Delta a = (a_f - a_0)/r_0$, $\Delta t = \lambda_0(t_f - t_0)$, $\Delta z = z_0/r_0$, $\Delta V_z = V_{z0}/V_0$, $\Delta V_{ri} = \Delta V_{ri}^*/V_0$, $\Delta V_{ii} = \Delta V_{ii}^*/V_0$, $\Delta V_{zi} = \Delta V_{zi}^*/V_0$. Здесь «f», «0» - индексы, соответствующие конечной и начальной орбитам, e_f, e_0 - эксцентриситеты орбит; a_f, a_0 - большие полуоси орбит; ω_f, ω_0 - углы между направлением на перицентр соответствующей орбиты и направлением на заданную на конечной орбите точку (ось Ox - направлена на эту точку); t_f - необходимое время прихода в заданную точку, t_0 - время, в которое, при движении по начальной орбите, проекция радиус-вектора на плоскость конечной орбиты попадет на луч, проходящий через заданную точку; z_0 - отклонение начальной орбиты от плоскости конечной орбиты в момент t_0 , V_{z0} - боковая относительная скорость в этот момент; V_0, λ_0 - орбитальная и угловая скорости движения по опорной круговой орбите радиуса r_0 ($r_0 = a_f$); N - число импульсов скорости; φ_i - угол приложения i -го импульса скорости, отсчитываемый от направления на заданную точку в сторону движения КА; ΔV_{ri}^* , ΔV_{ii}^* , ΔV_{zi}^* - радиальная, трансверсальная и боковая составляющие i -го импульса скорости соответственно. Необходимо учитывать, что углы φ_i - моменты приложения импульсов скорости отрицательны, т.к. было принято, что в заданной точке $\varphi_f = 0$ (этим в частности объясняется знак «-» в пятом уравнении).

Если перейти от отклонений между плоскостями орбит ΔZ , ΔV_z к отклонениям элементов орбит Ω и i , то два последних уравнения системы принимают вид

$$\sum_{i=1}^N (4\beta \Delta V_{ri} \varphi_i \cos i_0 - \frac{\sin u_i}{\sin i_0} \Delta V_{zi}) = \Delta \Omega, \quad (1ж)$$

$$\sum_{i=1}^N \Delta V_{zi} \cos u_i = \Delta i. \quad (1з)$$

Заметим, что, если продолжительность встречи не велика (не более десяти дней), то влияние сжатия планеты можно не учитывать. В первых четырех уравнениях можно положить $\gamma=0$, а в двух последних уравнениях отбросить первые слагаемые.

Важным является ограничение, что углы приложения импульсов скорости должны принадлежать заданным множествам

$$\varphi_1 \subseteq F_1, \dots, \varphi_N \subseteq F_n \quad (2)$$

Множества F_i могут быть больше или меньше витка, состоять из нескольких отдельных интервалов, как это было у первых «Прогрессов». Ограничения на моменты приложения импульсов скорости связаны с зонами видимости с Земли, конструктивными особенностями аппаратов и т.д. Иногда углы приложения импульсов скорости фиксируются, например, при расчете четырех- и трехимпульсных маневров «Союзов» и «Прогрессов» предполагалось, что углы приложения третьего и четвертого импульсов скорости фиксированы за виток и полвитка до точки встречи ($\varphi_3 = -2\pi$, $\varphi_4 = -\pi$).

Задачу поиска параметров оптимальных маневров можно сформулировать следующим образом: определить ΔV_{ri} , ΔV_{ti} , ΔV_{zi} , φ_i ($i = 1, \dots, N$), доставляющие минимум функционалу W

$$W = \sum_{i=1}^N \sqrt{\Delta V_{ri}^2 + \Delta V_{ti}^2 + \Delta V_{zi}^2} + \sum_{i=1}^N Q_i$$

при ограничениях (1),(2).

Функционал задачи может включать вместе с суммарной характеристической скоростью ΔV слагаемые Q_i , учитывающие особенности задачи, но желательно, чтобы Q_i были выпуклыми функциями от составляющих импульсов скорости, как и ΔV . Например, для КА «Союз» и «Прогресс» функционал W имел вид [2]

$$W = \sum_{i=1}^N \sqrt{\Delta V_{ri}^2 + \Delta V_{ti}^2 + \Delta V_{zi}^2} + \sum_{i=1}^N k_i \sqrt{(a_{ri} \Delta V_{ti} - a_{ti} \Delta V_{ri})^2 + (a_{ri}^2 + a_{ti}^2) \Delta V_{zi}^2}.$$

Здесь $a_{ri}=2-2\cos\varphi_i$, $a_{ti}=-3+4\sin\varphi_i$, $k_i=k_i^*\delta\psi$ ($k_i^*>0$) - заданные коэффициенты, $\delta\psi$ - принятая максимальная ошибка ориентации импульсов скорости.

В отличие от пространства составляющих импульсов скорости, в пространстве углов приложения импульсов скорости функционал W имеет локальные минимумы. К тому же множества F_i могут быть достаточно сложными. Вследствие этого процесс минимизации обычно проводится в два этапа [2]: при каждом фиксированном $\Phi^T = \{\varphi_1, \dots, \varphi_N\}$ вычисляется минимум функционала W

$$W_m(\varphi) = \min_{\Delta V} W(\varphi, \Delta V) \quad (3)$$

по переменной $\Delta V^T = \{\Delta V_{r1}, \Delta V_{t1}, \Delta V_{z1}, \dots, \Delta V_{rN}, \Delta V_{tN}, \Delta V_{zN}\}$ при ограничениях (1). На втором этапе перебором точек из допустимого для приложения импульсов скорости множества $F = F_1 * F_2 * \dots * F_N$, находится глобальный минимум функционала $W_m(\varphi)$ по переменной φ .

Необходимо обратить внимание, что этапы проводятся не последовательно, а попеременно. Берется точка из множества F , для неё вычисляется W_m , выбирается новая точка из множества F , вычисляется W_m и т.д.

В двух следующих параграфах будет подробно рассмотрен каждый из этих этапов решения задачи.

3. МИНИМИЗАЦИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТАВЛЯЮЩИХ ИМПУЛЬСОВ СКОРОСТИ

Эту минимизацию можно проводить различными методами, но лучше всего её вообще избежать. Для этого число используемых составляющих импульсов скорости должно быть равно числу учитываемых ограничений системы (1). Предположим необходимо учитывать все шесть ограничений системы (1), значит, будут использоваться шесть составляющих импульсов скорости: четыре плоских и две боковых. Для двухимпульсной задачи все ясно, т.к. необходимо использовать все шесть имеющихся составляющих импульсов. Для трех- и четырехимпульсных задач необходимо отказаться от использования некоторых из составляющих импульсов скорости. Как было показано в [3], для четырехимпульсной задачи целесообразно отказаться от использования радиальных составляющих импульсов скорости. Тогда величины трансверсальных составляющих импульсов скорости однозначно

определяются из системы (1). У трехимпульсной задачи можно отказаться от использования радиальных составляющих тех двух импульсов скорости, которые прикладываются на одном интервале маневрирования [3]. Тогда трансверсальные составляющие импульсов скорости и радиальная составляющая импульса скорости, который один прикладывается на своем интервале маневрирования, также однозначно определяются из системы (1).

Если использовать приведенный прием сокращения числа используемых составляющих, то иногда возможен небольшой проигрыш в суммарной характеристической скорости ΔV , за счет отсутствия некоторых радиальных составляющих, но он вполне компенсируется простотой и надежностью получаемого решения.

Сложнее выбрать, какие из боковых составляющих лучше использовать. Можно порекомендовать, в трех импульсной задаче использовать боковые составляющие тех импульсов скорости, для которых было принято решение не использовать радиальные составляющие. Для четырехимпульсной задачи можно порекомендовать использовать боковые составляющие импульсов скорости первого интервала маневрирования. Тогда на втором интервале маневрирования перед стыковкой будет решаться более простая задача практически без боковых составляющих. Если стремимся уменьшить суммарную характеристическую скорость, то боковые составляющие импульсов скорости надо использовать на том интервале, на котором больше сумма трансверсальных составляющих. При большой продолжительности встречи и при больших отклонениях Ω использование боковых составляющих импульсов скорости первого интервала маневрирования практически необходимо, но лучше использовать боковые составляющие импульсов скорости обоих интервалов маневрирования. Существует и ещё одна простая возможность выбора оптимальных боковых составляющих импульсов скорости, о которой будет рассказано ниже.

Если необходимо найти оптимальное решение, то минимизации в пространстве составляющих импульсов скорости не избежать. Чтобы её упростить, при поиске $W_m(\Phi)$ линейные ограничения (1) используются для перехода к безусловной минимизации в пространстве меньшей размерности. Очевидно, что

размерность пространства минимизации сократится на число учтенных ограничений в виде учитываемых равенств системы (1).

Важным является вопрос, какие из составляющих импульсов скорости выбрать в качестве независимых переменных. Для составляющих импульсов скорости лежащих в плоскости орбиты это очевидно. Трансверсальные составляющие вносят основной вклад в изменение элементов орбиты, их величины существенно меняются при изменении углов приложения импульсов скорости, в то время как величины радиальных составляющих всегда остаются близкими к нулю. Таким образом, в качестве независимых переменных лучше брать радиальные составляющие, а в качестве начальной точки процесса минимизации использовать их нулевые значения. Это позволит существенно сократить число шагов минимизации необходимых для нахождения минимума.

Сложнее с боковыми составляющими импульсов скорости, поскольку трудно заранее выделить те из них, которые будут вносить небольшой вклад в процесс минимизации и, следовательно, могут быть использованы как независимые переменные. Однако, если имеется возможность изменять назначение независимых боковых составляющих импульсов скорости от одного набора углов приложения импульсов скорости к другому, то возможность выделения менее эффективных составляющих существует.

При большой продолжительности встречи наиболее эффективны те боковые составляющие, углы приложения импульсов скорости которых ближе к экватору, т.к. изменение наклона оказывает вековое влияние на изменение долготы восходящего узла (ДВУ). Следовательно, в качестве независимых лучше использовать те составляющие импульсов скорости, углы, приложения которых располагаются дальше от экватора.

При относительно небольшой продолжительности встречи (расстояние между интервалами маневрирования не превышает нескольких десятков витков) коррекция наклона не оказывает заметного влияния на ДВУ. Эффективность боковых составляющих зависит только от близости угла приложения их импульса скорости к оптимальному направлению коррекции плоскости орбиты φ_z (линии узлов

$\operatorname{tg}\varphi_z = -\frac{\Delta Z}{\Delta V_z}$). На рис. 1 на плоскости (V_z, Z) под углом φ_z отложен отрезок AK ,

величина которого равна величине бокового отклонения $\Delta i = \sqrt{\Delta V_z^2 + \Delta Z^2}$, которое необходимо скорректировать. На рисунке также изображены четыре угла приложения импульсов $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$. Если рассматривать только коррекцию бокового отклонения, то использование второй и третьей боковых составляющих (этому решению соответствует ломаная ABK) будет эффективнее чем использование первой и четвертой составляющих, т.к. длина соответствующей этому решению ломаной ADK , больше длины ломаной ABK . Таким образом, оптимально использовать боковые составляющие импульсов скорости, углы приложения которых наиболее

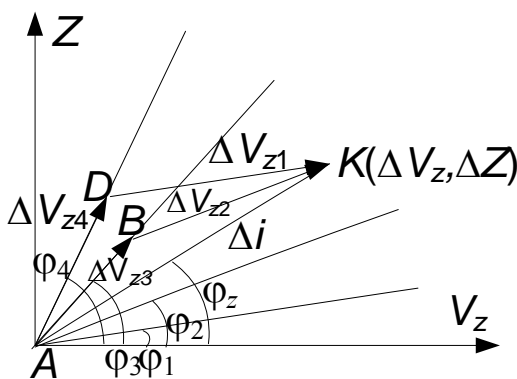


Рис. 1

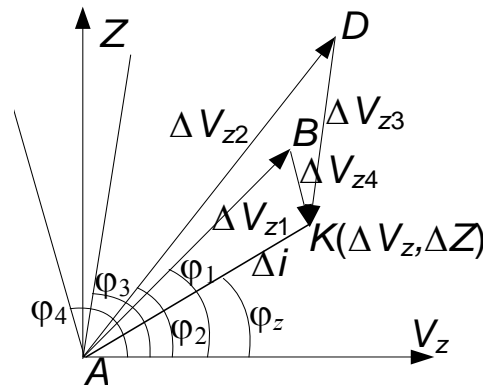


Рис. 2

близки к φ_z и лежат по разные стороны от этого направления.

Если все углы приложения импульсов лежат с одной стороны от направления φ_z (рис. 2), то брать надо не две ближайшие, а одну ближайшую и одну самую отдаленную составляющие импульсов скорости. Этому решению соответствует ломаная ABK на рис. 2. Решению с использованием двух других составляющих соответствует ломаная ADK , длина которой очевидно больше длины ломаной ABK . Таким образом, определены наименее эффективные составляющие, которые лучше брать в качестве независимых переменных при минимизации функционала W , а в качестве начальной точки процесса минимизации берутся их нулевые значения.

Используя эту же оценку эффективности боковых составляющих можно вообще избавиться от минимизации в их пространстве, оставив две наиболее эффективные составляющие.

Полезным является еще один вывод, который следует из рассмотренных выше примеров. Для коррекции боковых отклонений эффективней использовать

наборы углов приложения импульсов скорости, в которых присутствуют углы лежащие по разные стороны от направления φ_z .

Поскольку в процессе обеспечения полетов реальных КА приходится решать задачи с различным числом импульсов скорости и с различными ограничениями, программное обеспечение должно быть достаточно универсальным.

Для обеспечения этой универсальности, если возникает необходимость в минимизации в пространстве составляющих импульсов скорости, применяется следующая схема вычислений

При помощи матрицы J задаем, какие отклонения необходимо корректировать (от полного вектора отклонений Δ , который используется в системе (1), переходим, если требуется, к вектору меньшей размерности $\Delta_k = J\Delta$). В соответствующей шкале ставим признаки, какие составляющие импульсов скорости, обозначим их ΔV_k , будут использоваться для решения задачи. Формируется матрица влияния A_k этих составляющих импульсов скорости на выделенные отклонения. Ограничения (1) принимают вид

$$A_k \Delta V_k = \Delta_k \quad (4)$$

Ещё в одной шкале указывается, какие из составляющих импульсов скорости являются независимыми переменными, в пространстве которых будет проводиться оптимизация, их обозначим ΔV_i , остальные составляющие будут зависимыми переменными, их обозначим ΔV_d ($\Delta V_k = \Delta V_i + \Delta V_d$).

На соответствующие части можно разбить и матрицу A_k , тогда ограничение (4) принимает вид

$$A_i \Delta V_i + A_d \Delta V_d = \Delta_k \quad (5)$$

Из системы (5.5) можно найти ΔV_d

$$\Delta V_d = A \Delta V_i + \Delta_k^* \quad (6)$$

где $A = -A_d^{-1} A_i$, $\Delta_k^* = A_d^{-1} \Delta_k$.

Таким образом, перешли к безусловной минимизации W в пространстве ΔV_i

$$W = W(\Delta V_i).$$

Необходимые для минимизации градиентными методами частные производные W по независимым переменным вычисляются по аналогичной схеме с использованием информации из тех же шкал. Основой служат вычисляемые по

аналитическим формулам производные по всем используемым составляющим импульсов скорости.

Если требуется сделать нулевыми только часть отклонений (Δ_k), то остальные отклонения ($\Delta_p = \Delta - \Delta_k$) добавляются в минимизируемый функционал в виде штрафов

$$W = \sum_{i=1}^N \sqrt{\Delta V_{ri}^2 + \Delta V_{ii}^2 + \Delta V_{zi}^2} + \sum_{i=1}^N Q_i + \sqrt{\Delta_p^t G \Delta_p},$$

здесь G - заданная матрица. Например, можно требовать точного выхода в окрестность орбитальной станции, а отклонения по скоростям не обязательно должны быть нулевыми, тогда за счет штрафов их можно несколько уменьшить. Такая ситуация обычно возникает, когда число используемых составляющих импульсов скорости меньше числа терминальных ограничений.

Следует отметить, что в качестве метода минимизации в пространстве составляющих импульсов целесообразно использовать метод сопряженных градиентов, эффективность которого для данного класса задач примерно на 10% выше эффективности метода наискорейшего спуска.

4. ПОИСК МИНИМУМА В ПРОСТРАНСТВЕ УГЛОВ ПРИЛОЖЕНИЯ ИМПУЛЬСОВ СКОРОСТИ

Минимизация в пространстве углов приложения импульсов скорости (на множестве F) является более сложной из-за того, что область минимизации может состоять из нескольких отдельных областей, из-за наличия локальных минимумов и из-за того, что само значение функционала получается в результате минимизации в пространстве составляющих импульсов скорости. По этим причинам трудно применить какой-нибудь эффективный численный метод и обычно используют простой перебор точек из разрешенных интервалов, что позволяет найти глобальный минимум функционала W , но требует значительных затрат машинного времени.

Желание ускорить процесс поиска глобального минимума заставляет искать возможность сократить число точек множества F , для которых проводится вычисление W_m . Для этого можно одновременно использовать два метода. Первый – геометрический, позволяющий очень быстро и просто исключить заведомо не оптимальные точки для перелета между компланарными орбитами. Второй метод,

основанный на использовании оценки снизу величины W_m , применяется для отсеивания точек, не оптимальных для изменения плоскости орбиты.

Для объяснения идеи первого метода на плоскости составляющих вектора эксцентриситета построим окружности, имеющие радиусы R_1 и R_2 (рис.3), соответствующие суммам трансверсальных составляющих импульсов скорости первого и второго интервалов маневрирования ($R_1=\Delta V_{I1}$, $R_2=\Delta V_{II1}$) [3]. Центры окружностей расположены в точках $A(0,0)$ и $K(\Delta e_x, \Delta e_y)$. Определить величины ΔV_{I1} , ΔV_{II1} можно по формулам

$$\Delta V_{I1} \approx -\frac{\Delta t}{3\varphi_{10}},$$

$$\Delta V_{II1} \approx \frac{1}{2}\Delta a + \frac{\Delta t}{3\varphi_{10}},$$

где φ_{10} – произвольная точка, принадлежащая первому интервалу маневрирования. Как было показано в [3], для оптимального решения задачи многовитковой встречи точка, соответствующая вектору эксцентриситета орбиты ожидания (орбиты, получающейся после реализации импульсов скорости первого интервала маневрирования), должна принадлежать области G -области пересечения кругов, имеющих радиусы R_1 и R_2 , приведенной на рисунке 3.

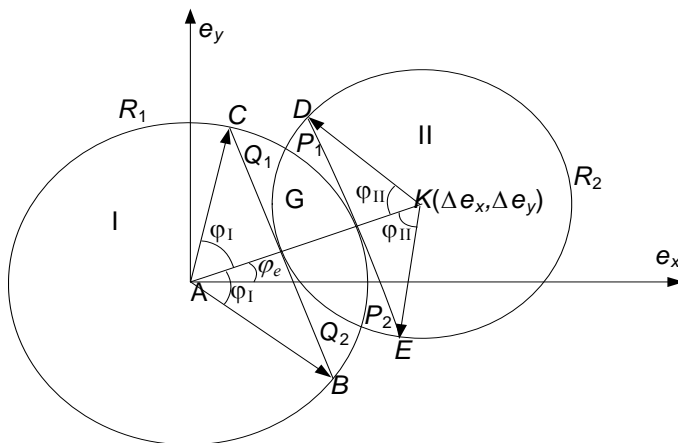


Рис.3

Таким образом, нецелесообразно использовать углы приложения импульсов скорости первого интервала маневрирования, при которых точка, соответствующая вектору эксцентриситета орбиты ожидания, будет принадлежать области I или II. Область I это полуплоскость, образованная прямой, проходящей через точки C и B (CB перпендикулярна AK) и не содержащая область G (рис. 3). Область II это

полуплоскость, образованная прямой, проходящей через точки D и E (DE перпендикулярна AK), и также не содержащая область G .

Таким образом, набор точек из множеств F отсеивается, если $\varphi_e + \varphi_I < \varphi_1 < \varphi_e + 2\pi - \varphi_I$ и одновременно $\varphi_e + \varphi_I < \varphi_2 < \varphi_e + 2\pi - \varphi_I$, или когда $0 < \varphi_3 < \varphi_e + \pi - \varphi_{II}$ или $\varphi_e + \pi + \varphi_{II} < \varphi_3 < 2\pi$ и одновременно $0 < \varphi_4 < \varphi_e + \pi - \varphi_{II}$ или $\varphi_e + \pi + \varphi_{II} < \varphi_4 < 2\pi$, где

$$\varphi_I = \arccos \frac{\Delta e - R_2}{R_1}, \quad \varphi_{II} = \arccos \frac{\Delta e - R_1}{R_2}, \quad \varphi_e = \arctg \frac{\Delta e_y}{\Delta e_x}.$$

Напомним, что углы $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ отрицательные, поэтому перед проверкой этих условий их надо путем увеличения на нужную величину $2\pi k$ привести к значению из диапазона $[0, 2\pi]$.

Набор точек из пространства F также отсеивается, если углы приложения импульсов скорости первого интервала лежат выше прямой AK , а углы приложения импульсов скорости второго интервала лежат ниже прямой AK или наоборот. Очевидно, что при таких углах точка, соответствующая вектору эксцентриситета орбиты ожидания, также не будет принадлежать области G .

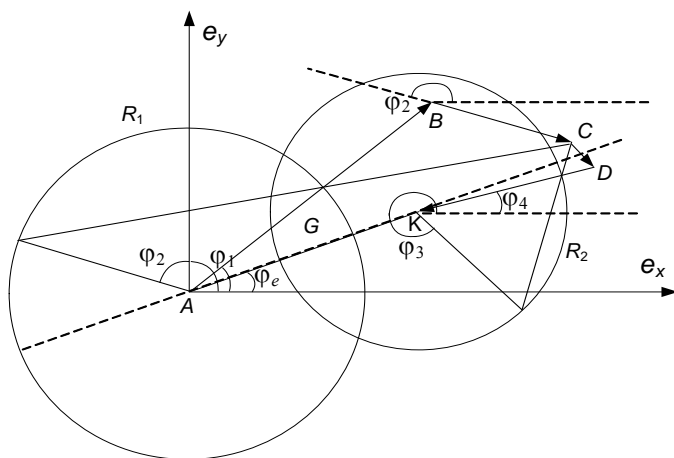


Рис.4

Пример решения, которое должно быть исключено по этому критерию (вектору эксцентриситета орбиты ожидания соответствует точка C), приведен на рис. 4. Импульсам скорости этого решения соответствуют отрезки AB, BC, CD, DK . Углы приложения импульсов скорости первого интервала φ_1, φ_2 лежат выше прямой AK , а углы приложения импульсов скорости второго интервала φ_3, φ_4 лежат ниже прямой AK .

Таким образом, для существования оптимального решения не допустимо, чтобы одновременно было выполнено условие $\varphi_e < \varphi_1, \varphi_2 < \varphi_e + \pi$, и $\varphi_e + \pi < \varphi_3, \varphi_4 < 2\pi$ или $0 < \varphi_3, \varphi_4 < \varphi_e$ или наоборот $\varphi_e < \varphi_3, \varphi_4 < \varphi_e + \pi$, и $\varphi_e + \pi < \varphi_1, \varphi_2 < 2\pi$ или $0 < \varphi_1, \varphi_2 < \varphi_e$.

Можно использовать и другие геометрические построения, сокращающие ещё большее число точек множества F , для которых проводится численная оптимизация, но необходимо помнить, что алгоритм должен быть достаточно простым, чтобы давать выигрыш по времени по сравнению с вычислением W_m .

Если окружности не пересекаются, то точка, соответствующая вектору эксцентриситета орбиты ожидания, должна принадлежать области D (рис.5).

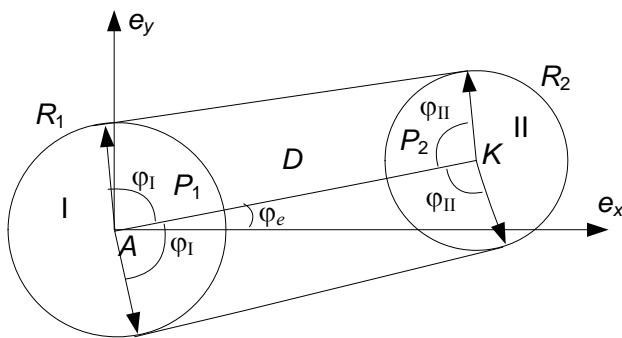


Рис. 5

Используя алгоритм, аналогичный приведенному выше, также можно при переборе исключить значительное число возможных точек множества F .

На втором этапе происходит отсеивание точек из областей G или D, для которых решение компланарной задачи встречи оптимально, однако имеются большие затраты на коррекцию положения плоскости орбиты. Для отсеивания применяется алгоритм [4], использующий оценку снизу минимизируемого функционала W и $L\pi$ последовательность [5] для перебора точек из множества F . Аналитическая оценка снизу W_n , вычисление которой требует значительно меньше времени, чем численное определение W_m , позволяет значительно сократить общее время решения задачи. Если величина W_n больше чем минимальное значение функционала W , найденное к этому моменту, то численный поиск минимума в пространстве составляющих импульсов скорости (определение W_m) для данного набора углов приложения импульсов скорости можно не проводить.

Поясним эту процедуру на примере, изображенном на рисунке 6. На этом рисунке значение функционала W_m показано сплошной линией, значение оценки снизу W_n - точечной. Необходимо найти минимум функционала W_m на интервале AF . Перебор точек интервала происходит с постоянным шагом от точки A к точке F . До

точки C значение W_m будет вычисляться для всех точек. Начиная с точки C значение W_n будет больше значения W_m в точке B и все точки на интервале CD будут исключены (значение W_m для них вычисляться не будет). При дальнейшем переборе аналогичным образом будут отброшены и точки на интервале EF .

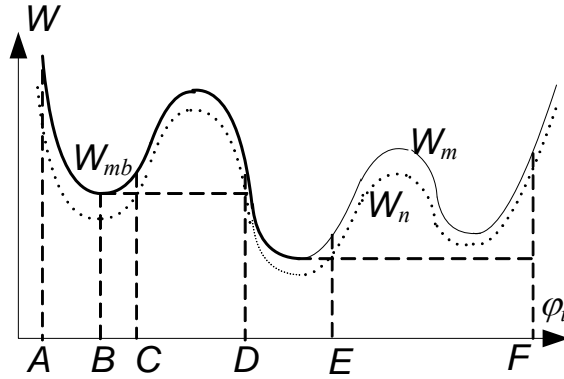


Рис.6

В качестве оценки снизу для непересекающихся орбит можно использовать величину

$$W_n = \sqrt{\Delta a^2 + (|\Delta V_{zi}| + |\Delta V_{zk}|)^2}, \quad (7)$$

а для пересекающихся орбит величину

$$W_n = \sqrt{\Delta e^2 + (|\Delta V_{zi}| + |\Delta V_{zk}|)^2}, \quad (8)$$

где Δa , Δe –разность больших полуосей орбит и модуль разности их векторов эксцентриситетов, ΔV_{zi} , ΔV_{zk} – две наиболее эффективные боковые составляющие импульсов скорости, процедура определения которых была описана выше.

Точки $L\pi_\tau$ последовательности были выбраны для перебора точек из множества F потому, что они позволяют наиболее эффективно использовать возможности величины W_n . Замечательным свойством $L\pi_\tau$ последовательности является то, что каждые 2^n её точек равномерно распределены в единичном кубе размерности N [5]. Множество F можно вписать в многомерный прямоугольник $L=L_1*L_2*...*L_N$, где L_i отрезок минимальной длины, содержащий множество F_i . Если мы возьмем 2^n точек $L\pi_\tau$ последовательности, то из её свойств следует, что для i -ой переменной в каждой $\frac{L_i}{2^n}$ части отрезка L_i будет находиться точка $L\pi_\tau$ последовательности. Таким образом, для каждого n точки последовательности равномерно распределены по отрезку L_i , а при росте n плотность распределения увеличивается.

То, что просмотр отрезка осуществляется не с мелким постоянным шагом, начиная с какой-то его части, а просматривается весь отрезок с каждым раз всё более уменьшающимся шагом, позволяет быстро определить районы существования локальных минимумов. Таким образом, текущее значение W_n будет сравниваться со значением функционала W близким к глобальному минимуму, и большее число точек будет исключено из рассмотрения.

Эта возможность показана на рис. 7. Пусть после просмотра первых четырех точек (они обозначены в том порядке, в каком их выдает $L\pi_t$ последовательность), равномерно распределенных на интервале AF , в четвертой точке было вычислено минимальное текущее значение функционала W_{m4} . Для всех последующих точек текущее значение W_n будет сравниваться с W_{m4} и как минимум будут исключены все точки на интервалах AB , CD и EF .

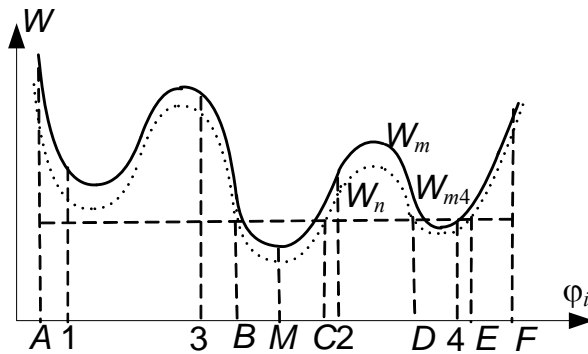


Рис.7

Если в процессе последующего перебора одна из точек попадет в окрестность глобального минимума (т.М), это позволит в дальнейшем не вычислять W_m для ещё большего количества точек.

5. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАФИЧЕСКОГО ДИАЛОГА С ЗАДАЧЕЙ

Численный метод весьма универсален, а в случае, когда число используемых составляющих импульсов совпадает с числом терминальных ограничений, достаточно быстрый и очень надежный. Существенным его недостатком является то, что нет объяснения, почему получили именно такое решение, и непонятно, как будет меняться решение, например, при учете дополнительных ограничений. Используя только численные методы, трудно выбрать схему маневрирования, т.е. определить какое минимальное число импульсов

скорости достаточно использовать для решения задачи и в каких местах их необходимо прикладывать.

Чтобы устранить эти недостатки можно организовать графический диалог с задачей. Впервые графический диалог был использован Р.К.Казаковой и А.К.Платоновым [8] при определении параметров маневров для межпланетных перелетов, и доказал свою высокую эффективность. В процессе диалога с задачей на экране монитора указывались моменты приложения импульсов скорости на начальной и конечной орбитах, параметры маневров определялись с помощью решения задачи Ламберта.

Для данной задачи импульсы скорости удобно изображать на плоскости составляющих вектора эксцентриситета. На экране монитора рисуется ломаная линия, соответствующая импульсам скорости найденного численным методом решения. Рисуются также окружности, соответствующие сумме трансверсальных составляющих импульсов скорости каждого из интервалов маневрирования. Взаимное положение ломаной и окружностей позволяет судить, например, насколько устойчиво решение к ошибкам знания орбит и исполнения импульсов (насколько глубоко точка, соответствующая вектору эксцентриситета орбиты ожидания, находится внутри области пересечения окружностей). Можно оценить, насколько углы приложения импульсов скорости, принадлежащих первому интервалу маневрирования, близки к углам оптимальной коррекции плоскости орбит (это направление также изображается на экране) и т.д. На экране существует возможность задать графически или числами новые значения каждого из углов приложения импульсов скорости и вернуться после этого в задачу, для определения новых значений величин импульсов скорости. Таким образом, можно учитывать дополнительные ограничения на место приложения и величины импульсов скорости, сокращать число используемых импульсов и т.д. Использование графического диалога позволяет объединить возможности численного и аналитического методов. Он особенно эффективен на стадии выбора схемы маневрирования, а также в случае возникновения нештатных ситуаций в полете. Если полет проходит штатно и используется давно выбранная и проверенная схема маневрирования, то можно обойтись только численным методом, т.к. необходимо просто определить параметры оптимальных маневров.

6. ИТЕРАЦИОННОЕ УТОЧНЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МАНЕВРОВ

В сформулированной в первом параграфе задаче используются довольно простые уравнения движения, не учитываются нецентральность гравитационного поля, влияние атмосферы, время работы двигателей КА и т.д. Это приводит к тому, что реальная точность формирования конечной орбиты будет недостаточной. Чтобы решить задачу с заданной точностью можно использовать итерационную схему [2], [6].

1. В начале очередной итерации решается “приближенная” задача: при принятых ранее упрощающих предположениях определяются параметры импульсов скорости, обеспечивающих формирование “целевой” орбиты (на первой итерации “целевая” орбита совпадает с конечной орбитой).

2. Затем, с учетом рассчитанных импульсов скорости и всех необходимых возмущений, осуществляется “точное” прогнозирование движения КА и находятся параметры сформированной орбиты.

3. Вычисляются отклонения параметров сформированной орбиты от соответствующих параметров конечной орбиты.

4. Если отклонения превышают допустимые, то параметры “целевой” орбиты меняются на величину вычисленных отклонений, и проводится следующая итерация. Процедура заканчивается, когда терминальные условия выполнены с заданной точностью.

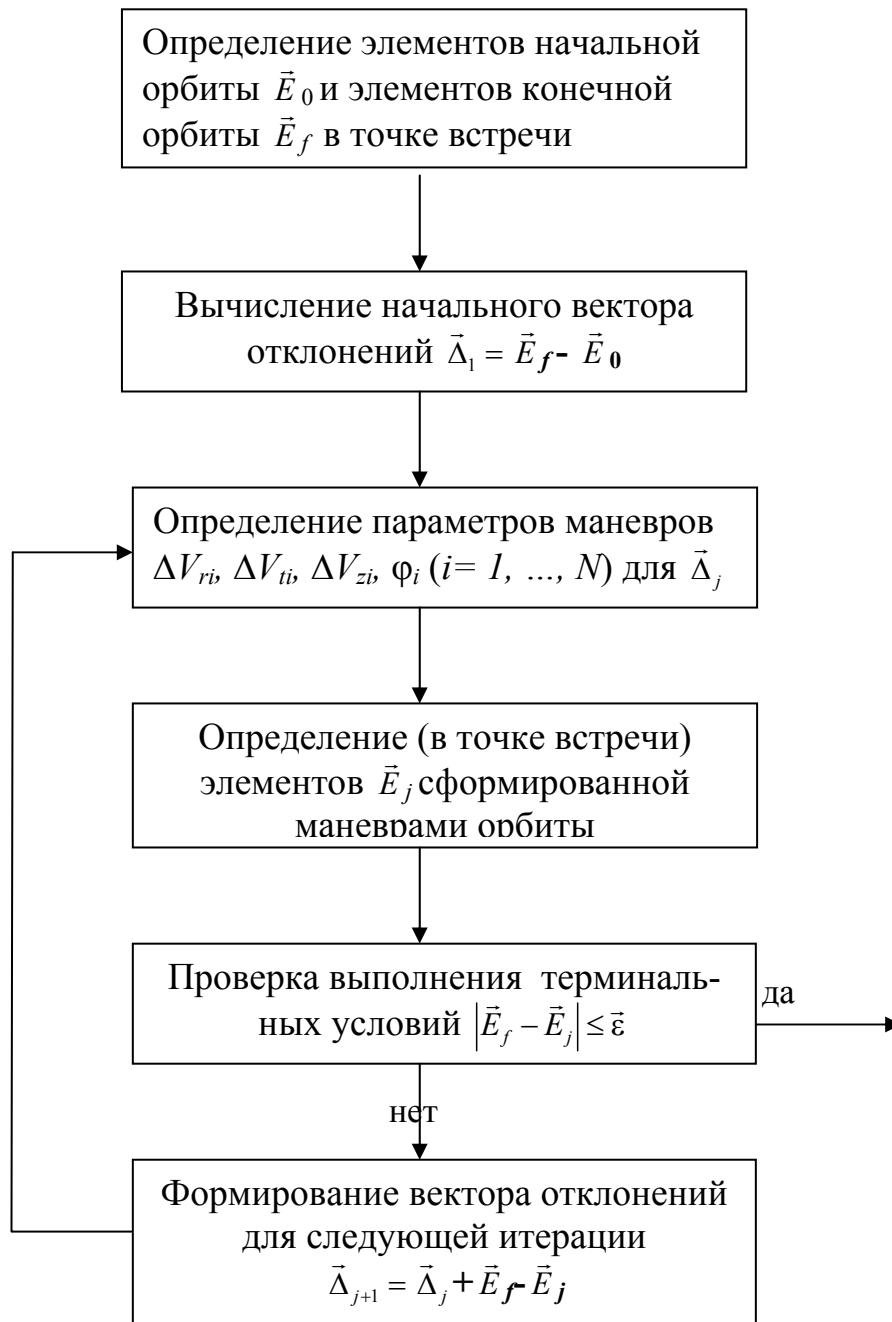
Ниже приведена блок-схема этой итерационной процедуры.

Для “точного” прогнозирования используются, как правило, численное и/или высокоточное численно-аналитическое интегрирование. Возможно, на разных итерациях использовать разные методы прогноза, но точность прогноза должна расти с ростом номера текущей итерации.

При численном интегрировании учитываются влияние нецентральности гравитационного поля, атмосферы, светового давления и т.д., моделируется работа двигателей КА, поэтому, не смотря на то, что параметры маневров и находятся на каждой итерации с использованием простейшей модели движения, но в результате использования итерационной процедуры они обеспечивают выход на конечную орбиту с требуемой точностью.

Заметим, что возможности такой схемы решения весьма велики. Отклонения каждой из орбит от опорной круговой могут достигать несколько сотен километров, а протяженность каждого из маневров составлять два-три десятка градусов по аргументу широты, что весьма далеко от первоначального импульсного предположения.

Конечно, возникает вопрос о строгой оптимальности найденного решения, но, как правило, вопрос строгой оптимальности еще более актуален для решений найденных другими методами.



7. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

В этом параграфе рассматриваются задачи определения параметров оптимальных маневров, которые решались в баллистическом центре ИПМ им. М.В. Келдыша РАН при баллистико-навигационном обеспечении полета КА «Союз ТМ-30».

В момент выхода на орбиту КА «Союз ТМ-30» разность в угловом положении корабля и станции (разность фаз) составляла $\Delta u \approx 197^\circ$.

Перед первым интервалом маневрирования решалась четырехимпульсная задача. При этом предполагалось, что на 17 витке прикладывается фиксированный импульс величиной 2м/с.

Исходные данные и результаты расчета четырехимпульсной задачи представлены в примере 1. В первой части примера приведены начальные условия обоих аппаратов (в гринвической вращающейся системе координат). Заданы F и a_p динамической атмосферы, а также, сколько гармоник разложения гравитационного потенциала Земли будет учитываться при численном интегрировании уравнений движения. Номером витка и аргументом широты задана прицельная точка, а также приведено время её достижения пассивным аппаратом. Заданы прицельный вектор и точности выполнения терминальных условий. Отличные от нуля значения диагональных элементов матриц J и J_z указывают, отклонения каких параметров необходимо корректировать.

Во второй части примера приведены разрешенные для приложения импульсов скорости интервалы маневрирования (они заданы номером витка, аргументом широты правой и левой границ) и шаги перебора точек из этих интервалов. Отметим, что углы приложения третьего и четвертого импульсов скорости фиксированы за виток и за пол витка до точки встречи. В массиве $V_r V_t V_z$ указано, какие составляющие импульсов скорости можно использовать для решения задачи (первая позиция соответствует V_r , вторая - V_t , третья - V_z , «1» в соответствующей позиции показывает, что эту составляющую надо использовать, «0» – не надо). В следующей строке определяется, в какой системе координат фиксируется ориентация ДУ во время реализации соответствующего маневра (0-инерциальная стабилизация, 1-орбитальная стабилизация). Эта информация указывается для каждого импульса скорости отдельно, поскольку иногда ориентация

импульсов скорости на разных интервалах маневрирования может фиксироваться в разных системах координат. Приводятся также ограничения на минимальную и максимальную величины импульсов скорости, и на минимальное угловое расстояние между ними. В последней строке приводятся значения коэффициентов k_i для функционала W

В третьей части примера приведена информация о фиксированных импульсах скорости.

В четвертой части представлены полученные на последней итерации результаты определения параметров маневров (составляющие импульсов скорости и аргументы широты точек их приложения). В следующей строке указано сколько потребовалось итераций для решения задачи, приведены значения функционала W , затрат суммарной характеристической скорости и суммы боковых составляющих импульсов скорости, а также общее число рассмотренных точек пространства F , и число точек отсеянных по различным критериям.

В пятой части дается информация о маневрах, полученная после численного интегрирования. Приводится время включения и время работы ДУ, величина и ориентация импульсов скорости. Поскольку ориентация ДУ фиксировалась в инерциальной системе координат, время включения и ориентация ДУ выбирались таким образом, чтобы на расчетную точку приложения импульса скорости приходилась середина активного участка, а ориентация ДУ в этот момент совпадала с расчетной ориентацией импульсов скорости. Этим объясняется наличие небольших отрицательных тангажей, величина которых пропорциональна величине импульсов, хотя радиальные составляющие импульсов не использовались. Этим объясняется и то, что аргументы широты моментов включения ДУ (последний столбец) немного меньше расчетных моментов приложения импульсов. В этой части примера приведены также отклонения корабля от станции.

В конце примера приведены элементы орбиты станции (ДОС) и элементы орбиты активного КА в начальный момент и после каждого из импульсов.

Пример 1

	ДОС	КА	Параметры атмосферы Грав. поле		
виток	782.	3.	F0=125.0	AP= 12.0	Ngarm=8.
дата	06.04.00	04.04.00	прицельная точка:		

время	85139.26	104719.62	виток	аргм. шир.(гр)	дата	время
X	3.159596	5.570846	33.	344.80	06.04.00	90048.42
Y(км)	-4.262639	-3.503213	приц. вектор:			
Z	-4.110163	.0	R, Vr, Vn, N, Z, Vz (км,м/с)			
Vx	6.286519	2.291193	0. 0. -12.5 0. 0. 0.			
Vy(км/с)	1.022838	3.694669	точности: R,Vr,Vn,N,Z,Vz (км,м/с)			
Vz	3.774388	6.110578	.100	.050	.050	.500 .100 .050
S	.0390	.0340	диаг. матрицы J=1. 1. 1. 1. Jz =1. 1.			

интервалы маневрирования

N импульса	1	2	3	4
виток начала интервала	3	3	32	33
аргм. широты левой границы (град)	200.	200.	344.8	164.8
аргм. широты правой границы (град)	440.	440.	344.8	164.8
шаг перебора интервала (град)	3.0	3.0	0.	0.
используемые составл-е импульса (V _r V _t V _z)	011	011	010	010
тип стабилизации ДУ (0-инерц., 1-орбитальн.)	0.	0.	0.	0.
огран-е на миним-ю величину импульса	.5	.5	.5	.5
огран-е на максим-ю величину импульса	60.	60.	60.	60.
огр-е на мин-е раст-е между имп-сами (град)	120.	120.	120.	120.
значения коэффициентов K	.007	.007	0.	0.

фиксированные импульсы:

N имп.	виток	арг.шир.(U)	dV(м/с)	курс	тангаж
3	17.	344.8	2.	0.	0.

Приближенное решение: составл-е имп-в и их углы приложения

dV_i(V_r, V_t, V_z): 0. 21.25 -10.95 0. 10.84 5.47 0. 6.29 0. 0. 22.38 0.

Виток арг. шир.: 3. 263. 3. 437. 32. 344.8 33. 164.8

Nit=5. W=129.70 dVsum= 64.71 dVzsum= 16.42 Nall=821. NdV=134.

N	дата	время	dV	курс	танг.	T(с)	вит	арг.шир.
1	20000404.	115124.0	23.90	27.26	-1.94	56.6	3.	261.06
2	20000404.	123445.1	12.14	333.20	-.97	28.6	3.	436.03

3	20000405.	90615.8	2.00	0.	0.	4.7	17.	344.80
4	20000406.	73028.1	6.29	0.	-.49	14.7	32.	344.31
5	20000406.	81501.2	22.38	0.	-1.74	52.2	33.	163.06

Отклонения от станции: км, м/сек

R= -0.001 Vr= .008 Vn= -12.499 N= -.046 Z= .0 Vz= 0.

Вит.	U	Hmin	Umin	Hmax	Umax	w	I	Omg	e
782	344.	329.7	7.9	341.6	308.7	41.6	51.6687	117.6062	.00082
3.	360.	192.0	61.2	238.	264.8	71.5	51.6920	130.1112	.00369
3.	264.	237.7	261.1	264.3	86.4	258.8	51.6391	129.7626	.00135
4.	78.	254.6	10.8	274.7	268.8	88.9	51.6315	129.5567	.00022
17.	345.	253.1	7.9	276.0	256.2	10.5	51.6690	123.9449	.00152
32.	345.	253.8	5.4	285.5	185.8	357.7	51.6675	117.9373	.00311
33.	166.	285.1	163.1	337.4	305.7	152.3	51.6688	117.7708	.00447

Приц-я точка: высота (км)=332.6 широта, долгота (град)= -11.9 332.4

После реализации на третьем и четвертом витках двух первых из рассчитанных импульсов скорости и определения орбиты по измерениям на 13-15 витках решается трехимпульсная задача. При этом определяются параметры маневра на 17 витке и параметры маневров на последнем интервале маневрирования. Применение этого вначале фиксированного, а затем уточняемого маневра на 17 витке позволяет компенсировать ошибки реализации маневров первого интервала маневрирования. Исходные данные для решения трехимпульсной задачи и рассчитанные параметры маневров приведены в примере 2.

После исполнения маневра на 17 витке и последующего определения орбиты перед последним интервалом маневрирования на 31-32 витках решается двухимпульсная задача. Исходные данные для её решения и рассчитанные параметры маневров приведены в примере 3.

Пример 2

	ДОС	АКА	Параметры атмосферы	Грв. поле
виток	782.	15.	F0=125.0 AP= 12.0	Ngarm=8.
дата	06.04.00	05.04.00	прицельная точка:	
время	85137.89	44135.78	виток аргм. шир.(гр)	дата время

X	3.160009	3.866979	33.	344.20	06.04.00	90037.94
Y(км)	-4.262298	5.393846	приц. вектор:			
Z	-4.110167	.0	R, Vr, Vn, N, Z, Vz (км,м/с)			
Vx	6.286416	-3.518402	0. 0. -12.5 0. 0. 0.			
Vy(км/с)	1.023499	2.514312	точности: R,Vr,Vn,N,Z,Vz (км,м/с)			
Vz	3.774374	6.081848	.100	.050	.050	.500 .100 .050
S	.0390	.031559	диаг. матрицы J=1. 1. 1. 1. Jz=1. 1.			

интервалы маневрирования

N импульса	1	2	3
виток начала интервала	17	32	33
аргм. широты левой границы (град)	164.	344.2	164.2
аргм. широты правой границы (град)	410.	344.2	164.2
шаг перебора интервала (град)	1.0	0.	0.
используемые составл-е импульса (VrVtVz)	011	010	010
тип стабилизации ДУ (0-инерц., 1-орбитальн.)	0.	0.	0.
огран-е на миним-ю величину импульса	.5	1.9	1.9
огран-е на максим-ю величину импульса	60.	60.	60.
огр-е на мин-е раст-е между имп-сами (град)	120.	120.	120.
значения коэффициентов K	.007	0.	0.

Приближенное решение: составл-е имп-в и их углы приложения

$dV_i(V_r, V_n, V_z)$: 0. .61 0. 0. 7.87 0. 0. 21.47 0.

Виток арг. шир. (U): 17. 349.0 32. 344.2 33. 164.2

Nit= 5. W= 29.95 dVsum= 29.95 dVzsum= .00 Nall= 248.

	дата	время	dV	курс	танг.	T(с)	вит	арг.шир.
1	20000405.	90737.9	.608	0.	.11	1.4	17.	348.95
2	20000406.	73014.9	7.868	0.	-.62	18.4	32.	343.5
3	20000406.	81452.0	21.471	0.	-1.66	49.9	33.	162.54

Отклонения от станции: (км, м/сек)

R= 0. Vr= 0. Vn= -12.500 N= 0. Z= -.402 Vz= .052

Rev	U	Hmin	Umin	Hmax	Umax	w	I	Omg	e
-----	---	------	------	------	------	---	---	-----	---

782. 344.2 329.6 7.9 341.5 308.7 41.93 51.6685 117.6067 .00081
 15. 0. 257.5 160.9 274.7 271.3 45.32 51.6695 124.9542 .00120
 17. 349.0 255.8 13.3 275.4 270.3 29.49 51.6715 123.9506 .00107
 32. 344.8 256.9 4.9 285.5 135.3 357.44 51.6686 117.9417 .00285
 33. 165.9 285.1 165.9 337.3 305.0 152.20 51.6699 117.7753 .00446
 Приц-я точка: высота (км)=332.7 широта, долгота (град)= -12.4 332.1

Пример 3

	ДОС	АКА	Параметры атмосферы	Грв. поле
виток	782.	30.	F0=125.0 AP= 12.0	Ngarm=8.
дата	06.04.00	06.04.00	прицельная точка:	
время	84937.62	30537.89	виток	аргм. шир.(гр) дата время
X	2.379805	2.004973	33.	344.20 06.04.00 90037.64
Y(км)	-4.351406	6.325135	приц. вектор:	
Z	-4.522517	0.	R, Vr, Vn, N, Z, Vz (км,м/с)	
Vx	6.709404	-4.125250	0. 0. -14.54 0. 0.17 0.	
Vy(км/с)	.459303	1.300320	точности: R,Vr,Vn,N,Z,Vz (км,м/с)	
Vz	3.089667	6.083085	.100 .050 .050 .500 .100 .050	
S	.0390	.031063	диаг. матрицы J=1. 1. 1. 1. Jz =1. 1.	

интервалы маневрирования

N импульса	1	2
виток начала интервала	32	33
аргм. широты левой границы (град)	284.2	104.2
аргм. широты правой границы (град)	404.2	224.2
шаг перебора интервала (град)	3.0	3.0
используемые составл-е импульса (VrVtVz)	111	111
тип стабилизации ДУ (0-инерц., 1-орбитальн.)	0.	0.
огран-е на миним-ю величину импульса	.5	.5
огран-е на максим-ю величину импульса	60.	60.
огр-е на мин-е раст-е между имп-сами (град)	120.	120.
значения коэффициентов K	.007	.007

Приближенное решение: составл-е имп-в и их углы приложения

$dV_i(V_r, V_n, V_z)$: -2.15 5.78 -2.19 2.36 21.50 -2.29

Виток арг. шир. (U): 32. 323.2 33. 164.2

Nit= 3. W= 29.17 dVsum= 28.30 dVzsum= 4.48 Nall= 1410.

N	дата	время	dV	курс	танг. T(c)	вит	арг.шир.
1	20000406.	72513.7	6.545	20.75	-19.15	15.3	32. 323.20
2	20000406.	81518.6	21.753	6.09	6.24	50.6	33. 164.20

Отклонения от станции: (км, м/сек)

R= -.001 Vr= .001 Vn= -14.54 N= .002 Z= .170 Vz= 0.

Rev	U	Hmin	Umin	Hmax	Umax	w	I	Omg	e
782.	344.2	330.6	360.0	343.6	300.8	44.95	51.6680	117.6063	.00078
30.	0.	256.2	10.0	274.6	271.3	42.31	51.6707	118.9471	.00134
32.	324.2	257.5	4.4	279.7	114.9	351.86	51.6715	117.9378	.00166
33.	167.6	277.7	164.2	337.0	306.8	153.62	51.6683	117.7690	.00506

Приц-я точка: высота (км)=333. широта, долгота (град)= -12.4 332.12

Для приведенной в примере 1 четырехимпульсной задачи проиллюстрируем возможности графического диалога для анализа и изменения получаемого решения. На рисунке 8 изображена картинка, которую оператор видит на экране монитора, после решения задачи на итерации с заданным номером (в

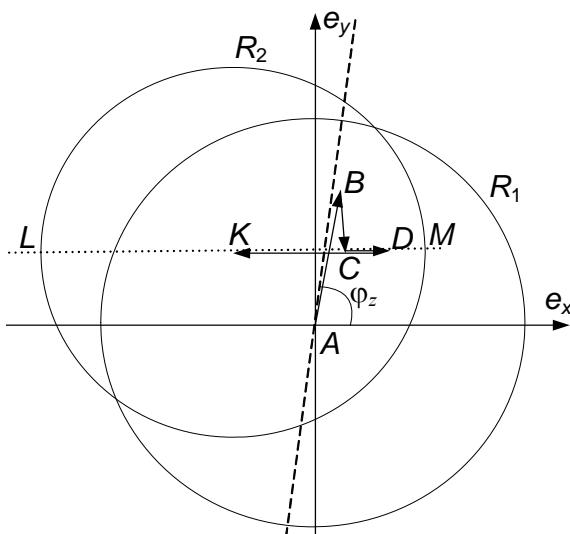


Рис.8

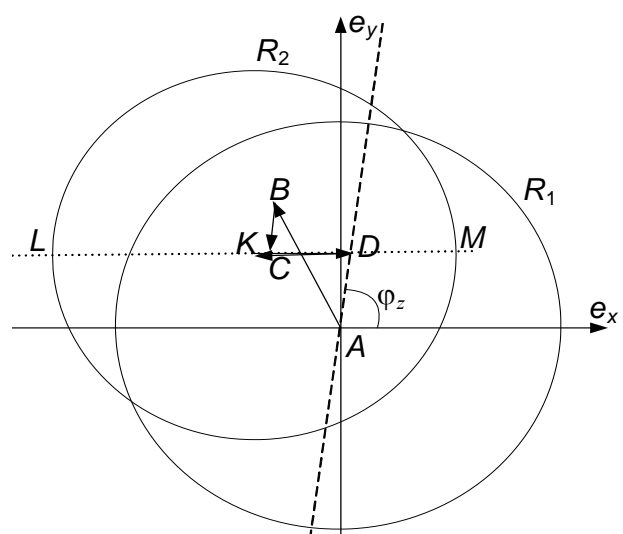


Рис.9

данном случае после пятой итерации).

Поскольку углы приложения третьего и четвертого импульсов скорости фиксированы за π и 2π до точки встречи, отрезок LM , с которого импульсами скорости второго интервала маневрирования можно перейти в конечную точку K , параллелен оси e_x и проходит через точку K . Направлению оптимальной коррекции плоскости орбиты соответствует пунктирная линия, проведенная через точку A под углом φ_z к оси e_x . Решению задачи (трансверсальным составляющим импульсов скорости) соответствует ломаная $ABCDK$. Можно видеть, что пунктирная линия пересекает отрезок LM . Как было показано в [5], в этом случае оптимальным будет решение, у которого импульсы скорости первого интервала маневрирования прилагаются в точках оптимальной коррекции плоскости орбиты (на линии узлов), а величины боковых составляющих пропорциональны величинам трансверсальных составляющих импульсов скорости. Действительно, у приведенного в примере 1 решения, найденного при помощи численного метода, модули отношений боковых составляющих импульсов скорости к трансверсальным составляющим у первого и второго импульсов примерно равны, а соответствующие трансверсальным составляющим импульсов отрезки AB и BC близки к пунктирной прямой. Третьему импульсу скорости соответствует отрезок CD четвертому DK . Видно, что у оптимального решения импульсы второго интервала (отрезки CD и DK) сильно отличаются по величине. Из рисунка также видно, что, для получения решения, у которого импульсы скорости второго интервала маневрирования будут примерно равны по величине, необходимо уменьшать угол приложения первого импульса скорости. В этом случае отрезок, соответствующий первому импульсу скорости, будет приближаться к точке K .

Это решение (рис 9) было получено с использованием графического диалога. Параметры импульсов скорости этого решения и их углы приложения приведены в Примере 4

Пример 4

$dV_i(V_r, V_n, V_z)$: .0 21.89 .45 .0 10.09 16.72 .0 14.11 .0 .0 14.95 .0

Виток арг. шир.: 3. 221.0 3. 440. 32. 344.8 33. 164.8

Nit= 8. W= 70.49 dVsum= 70.49 dVzsum= 17.16

У этого решения $CD \approx DK$. Направление отрезка, изображающего второй импульс скорости близко к направлению пунктирной прямой, следовательно, именно

этим импульсом в основном осуществляется коррекция плоскости орбиты (это видно и по величинам боковых составляющих импульсов скорости). Поскольку затраты на коррекцию плоскости орбиты у нового решения не распределены пропорционально между первым и вторым импульсами скорости, суммарная характеристическая скорость нового решения на 5.8 м/с больше чем у решения, приведенного в примере 1.

Решение каждой из приведенных выше задач осуществлялось с помощью итерационной процедуры, приведенной в разделе 5. Эффективность функционирования этой процедуры хорошо видно из данных по итерациям для четырехимпульсной задачи, приведенных в Примере 5. Последовательно, по итерациям выведена следующая информация: номер текущей итерации (Nit); суммарный вектор отклонений (SVD), который используется на этой итерации в системе 1 для определения параметров маневров; вычисленные на этой итерации составляющие импульсов скорости ($dV_i(V_r, V_t, V_z)$), номера витков и углы приложения импульсов скорости (N_i, U_i), а также получающиеся после реализации маневров, отклонения элементов орбиты корабля от элементов орбиты станции измененных на величину прицельного вектора (CD). Суммарный вектор отклонений (SVD) имеет размерность м/с (координатные составляющие вектора отклонений умножаются на угловую скорость движения по опорной круговой орбите). Используемый на первой итерации суммарный вектор отклонений совпадает с вектором отклонений нескорректированной орбиты корабля от орбиты станции, приведенным в самом начале Примера 5. Для ускорения сходимости итерационной процедуры углы приложения импульсов скорости фиксировались на третьей итерации. Как можно видеть из примера, итерационная процедура позволяет быстро и с высокой точностью обеспечить выполнение терминальных ограничений (после каждой итерации отклонения уменьшаются почти на порядок).

Пример 5

CD начальные отклонения корабля от станции+ прц. век. [км, м/с]:

CD: R=-141.47 VR= -11.25 VN= 95.79 N= 17538.6 Z= 2.635 VZ= 3.287

Nit=1 SVD: 162.504 11.250 -95.792 -20146.397 3.026 3.287

$dV_i(V_r, V_n, V_z)$: 0. 25.45 4.48 0. 9.68 .02 0. -.77 0. 0. 32.34 0.

$N_i U_i$: 3. 302.0 3. 440.0 32. 344.8 33. 164.8
 CD: R=15.48 VR=-25.47 VN=-11.89 N=-1468.2 Z=-18.07 VZ=-5.35

Nit=2 SVD: 144.713 36.728 -83.893 -18459.880 -17.729 -2.070
 $dV_i(V_r, V_n, V_z)$: 0. 25.58 -13.28 0. 6.47 4.58 0. 5.84 0. 0. 22.92 0.
 $N_i U_i$: 3. 263.0 3. 437.0 32. 344.8 33. 164.8
 CD: R=-1.413 VR= 17.47 VN=1.70 N= 3.443 Z= 1.231 VZ= .310

Nit=3 SVD: 146.336 19.253 -85.587 -18463.836 -16.315 -1.760
 $dV_i(V_r, V_n, V_z)$: 0. 21.12 -10.84 0. 10.94 5.59 0. 6.26 0. 0. 22.41 0.
 $N_i U_i$: 3. 263.0 3. 437.0 32. 344.8 33. 164.8
 CD: R= .170 VR= -.408 VN= -.207 N= 7.379 Z= .021 VZ= -.007

Nit=4 SVD: 146.140 19.661 -85.380 -18472.312 -16.291 -1.767
 $dV_i(V_r, V_n, V_z)$: 0. 21.23 -10.91 0. 10.84 5.48 0. 6.29 0. 0. 22.38 0.
 $N_i U_i$: 3. 263.0 3. 437.0 32. 344.8 33. 164.8
 CD: R= .002 VR=-.044 VN=.001 N=-.597 Z=-.010 VZ=-.003

Nit=5 SVD: 146.138 19.705 -85.382 -18471.626 -16.302 -1.771
 $dV_i(V_r, V_n, V_z)$: 0. 21.24 -10.94 0. 10.83 5.47 0. 6.29 0. 0. 22.38 0.
 $N_i U_i$: 3. 263.0 3. 437.0 32. 344.8 33. 164.8
 CD: R=-.001 VR= .008 VN= .001 N=-.046 Z= 0. VZ= 0.

8. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИТЕРАЦИОННОЙ ПРОЦЕДУРЫ ДЛЯ ТОЧНОГО УЧЕТА ОГРАНИЧЕНИЙ НА ВЫСОТУ ОРБИТЫ ОЖИДАНИЯ

Эту же процедуру можно эффективно использовать для точного выполнения ограничений на параметры орбиты ожидания и для многих других целей.

Рассмотрим, например, её использование для точного учета ограничения на высоту орбиты ожидания.

Пусть на i -й итерации задача решалась при ограничении, что высота орбиты ожидания h должна быть больше заданной величины h_{mi} . Было найдено

решение, у которого вычисляемая по аналитическим формулам высота h_{ai} удовлетворяла этому ограничению ($h_{ai} > h_{mi}$). В процессе численного интегрирования уравнений движения с учетом рассчитанных импульсов скорости, определяется также и высота орбиты ожидания h_i , соответствующая этому решению. Определяется разница $\Delta h = h_{ai} - h_i$ между значениями высоты, рассчитанными при помощи аналитического метода и численного интегрирования. На следующей $i+1$ итерации в качестве ограничения по высоте используется величина $h_{mi+1} = h_m + \Delta h$, где h_m – заданное минимально возможное значение высоты орбиты ожидания.

Такой прием позволяет использовать довольно простые формулы для вычисления высоты орбиты ожидания и в тоже время выполнять ограничение на высоту с высокой точностью.

Для определения параметров маневров, удовлетворяющих ограничению на высоту h_{mi} , можно воспользоваться численно аналитическим методом, приведенным в [7]. Если же для решения задачи используется численный метод, и число ограничений в виде равенств совпадает с числом используемых составляющих импульсов, то выполнение ограничения на высоту просто проверяется. После определения величин составляющих импульсов для очередной точки из множества F , проверяется выполнение ограничения $h_{ai} > h_{mi}$, и, если ограничение не выполнено, то решение отсеивается, а если выполнено, то проверяется оптимальность найденного решения и, если оно лучше предыдущих, оно становится текущим оптимальным решением.

Процедура аналогичная процедуре изменения h_{mi} используется при решении задачи, когда только часть из терминальных отклонений требуется сделать нулевыми (Δ_k), а остальные отклонения (Δ_p) добавляются в минимизируемый функционал в виде штрафов.

9. ЛИТЕРАТУРА

1. Баранов А.А., Гундобин И.О., Иванов Д.М. и др., Управление орбитальным движением КА в программе пилотируемых полетов, Труды XVI Научных чтений по космонавтике, М., 1992.
2. Бажинов И.К., Гаврилов В.П. и др., Навигационное обеспечение полета орбитального комплекса «Салют – 6» - «Союз» - «Прогресс», М., Наука, 1985.
3. Баранов А.А., О геометрическом решении задачи встречи на близких почтикруговых компланарных орбитах, Космические исследования, 1989, т.27, № 6, с. 808.
4. Баранов А.А., Алгоритм расчета параметров четырехимпульсных переходов между близкими околокруговыми орбитами, Космические исследования, 1986, т.24, № 3, с. 400.
5. Соболев И.М., Левитан Ю.Л., Получение точек, равномерно расположенных в многомерном кубе, препринт Института прикладной математики АН СССР, 1976, №40.
6. Баранов А.А., Алгоритм расчета параметров многовитковых маневров дальнего наведения, Космические исследования, 1990, т.28, № 1, с. 69.
7. Баранов А.А., О геометрическом решении задачи импульсного многовиткового перехода между близкими околокруговыми компланарными орбитами, препринт Института прикладной математики им. М. В. Келдыша АН СССР, 1985, №64.
8. Платонов А.К., Казакова Р.К., Система проектирования орбит в прикладных задачах небесной механики, препринт Института прикладной математики АН СССР, 1976, №106.