



**Ахметшин Р.З., Ефимов Г.Б.,
Энеев Т.М.**

Траектории экспедиций
космических аппаратов с
двигателем малой тяги по
доставке образцов грунта с
астероидов Главного пояса
и Фобоса

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Ахметшин Р.З., Ефимов Г.Б., Энеев Т.М. Траектории экспедиций космических аппаратов с двигателем малой тяги по доставке образцов грунта с астероидов Главного пояса и Фобоса // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2008. № 40. 23 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2008-40>

Российская Академия Наук
ОРДЕНА ЛЕНИНА ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В. Келдыша

Р.З. Ахметшин, Г.Б. Ефимов,
Т.М. Эннеев

ТРАЕКТОРИИ ЭКСПЕДИЦИЙ
КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ
С ДВИГАТЕЛЯМИ МАЛОЙ ТЯГИ
ПО ДОСТАВКЕ ОБРАЗЦОВ ГРУНТА
С АСТЕРОИДОВ ГЛАВНОГО ПОЯСА
И ФОБОСА

Москва, 2008 г.

УДК 629.198

Траектории экспедиций космических аппаратов с двигателем малой тяги по доставке образцов грунта с астероидов Главного пояса и Фобоса. Р.З. Ахметшин, Г.Б. Ефимов, Т.М. Энеев. Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва.

Аннотация

Исследованы траектории экспедиций космических аппаратов с электроракетными двигателями малой тяги по доставке образцов вещества с малых тел Солнечной системы – астероидов Веста, Фортуна и спутника Марса Фобоса. Для экспедиции к Фобосу проведен анализ траекторий полета, определены пределы оптимизации доставляемой к нему полезной массы КА, дана оценка потерь в полезной массе при использовании двигателя малой тяги с постоянной скоростью истечения. Показано удобство использования модели двигателя идеально регулируемой малой тяги для расчета и анализа траекторий перелета КА с малой тягой.

Ключевые слова: межпланетный полет, малая тяга, Фобос, астероид, проба грунта.

Trajectories of spacecraft missions with low thrust for delivering ground samples from Main Belt asteroids and Phobos. R.Z.Akhmetshin, G.B.Efimov, T.M.Eneev. Preprint of Keldysh Institute of Applied Mathematics, RAS, Moscow.

Abstract

Trajectories of spacecraft with electro-rocket engine for missions to the Main Belt asteroids Vesta, Fortuna and Mars' satellite Phobos are investigated. The goal of missions – delivering of ground samples to the Earth. For Phobos mission analysis of trajectories is done for a big range of start/finish dates. The payload mass delivered to Phobos is estimated. The difference in payload mass for two models of low thrust: with variable (i.e. “ideal”) and constant jet velocity is considered. The usage of ideal model for calculation and analysis of trajectories is proved.

Key words: interplanetary flight, low thrust, Phobos, asteroid, ground sample.

Введение.

Научная важность исследования малых тел, в первую очередь астероидов Главного пояса, комет группы Юпитера и спутников больших планет основана на связи с фундаментальной научной проблемой – о происхождении и эволюции Солнечной системы и связанной с нею проблемы формирования и состава Земли, которая имеет важное прикладное значение [1]. Модель происхождения Солнечной системы, полученная путем численного моделирования в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН в 1970-х годах Т.М. Энеевым и Н.Н. Козловым [2] предлагает некоторые подходы, имеющие соответствия в данных современной космохимии. Различные области Солнечной системы – кольцевые зоны формирования планет из общего протопланетного диска – согласно этой модели на первоначальной стадии имели слабое перемешивание и могли бы заметно отличаться по своему химическому составу, входящим в этот состав изотопам, а также по образовавшимся в них минералам. Для оценки химического состава Протоземли важно было бы получить образцы вещества из нескольких различных поясов Солнечной системы, чтобы по ним составить представление о веществе Земли.

При этом следует иметь в виду два обстоятельства. Во-первых, желательно, чтобы эти образцы относились к «реликтовому» веществу, сохранившему минеральный, химический и изотопный состав со времен формирования Солнечной системы в возможно неизменном виде. Вещество больших планет этому условию не удовлетворяет, так как оно прошло через многочисленные геологические процессы. Считается, что в неизменном виде может сохраниться вещество небесных тел размерами около 100-200 км в диаметре. Во-вторых, необходимо знать, из какой области Солнечной системы происходят полученные образцы вещества. Доставленные с Луны образцы грунта показали, в основном, близость с веществом Земли, притом, лунное вещество прошло через изменения и не может считаться реликтовым. Кроме земного вещества, в нашем распоряжении имеются многочисленные образцы вещества метеоритов. Однако, представляется весьма вероятным, что метеориты, как и порождающие их астероиды, сближающиеся с Землей (АСЗ), образующие группы Амура, Аполлона и Атона, яв-

ляются мигрантами из отдаленных областей Солнечной системы [3]. Образцы реликтового вещества можно получить, причем с привязкой к известной области, с некоторых спутников планет и из Главного пояса астероидов. Чтобы содержать реликтовое вещество из данной зоны протопланетного диска, спутники должны быть относительно небольшими и близко расположенными к планете. Удовлетворяют этим требованиям спутники Марса Фобос и Деймос.

Необходимость детального изучения минерального и изотопного состава малых тел ставит задачу десанта на их поверхность и доставки образцов их вещества на Землю. С 1980-х годов в Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН проводились расчеты оптимальных траекторий полетов КА с электроракетными двигателями малой тяги (МТ) к малым телам Солнечной системы (см., например, [4-12]). Проекты Российско-германской исследовательской группы "Фортуна" [8] и российский "Фобос-Грунт" [14] ставят целью доставку с малых тел образцов "реликтового" вещества (сохранившегося в слабо измененном виде со времени формирования Солнечной системы) с использованием двигателей малой тяги. В работе излагаются результаты исследования траекторий экспедиций к астероидам Главного пояса и к спутнику Марса Фобосу с помощью двигателей МТ. Для полетов к астероидам (на примере астероидов Веста и Фортуна) предполагалось использование ракеты носителя *Протон* и ядерной энергоустановки типа "ТОПАЗ" [8], при полете к Фобосу, – ракеты носителя *Союз* и солнечных батарей [14]. Даты экспедиций приводятся в том виде, как они были получены, имея в виду, что окна старта к Весте и Фортуне повторяются через ~ 1.4 года, а к Фобосу – через 2 года. При этом основные качественные (и в значительной степени количественные) результаты исследования остаются справедливыми и для последующих дат экспедиций.

При межпланетных полетах КА с МТ принимается следующая схема полета: разгон с помощью двигательной установки (ДУ) большой тяги (БТ – химического двигателя) с орбиты низкого ИСЗ до гиперболического избытка скорости "на бесконечности" V_{∞} в сфере действия Земли, межпланетный полет с ДУ МТ до цели, – например, малого тела. В наших расчетах траекторий полетов КА

с МТ к малым телам, как правило, использовалась модель ДУ "идеально регулируемой" МТ – без ограничений на величину и направление вектора реактивной тяги и на величину скорости истечения реактивной струи. Технически более реалистична модель ДУ МТ с постоянной скоростью истечения реактивной струи $V_C = \text{const}$, однако, оптимизация траекторий перелета по этой модели МТ и их анализ усложнены по сравнению с моделью идеально регулируемой МТ. Притом, основные характеристики перелетов по обеим моделям МТ во многих случаях достаточно близки, – что позволяет использовать модель идеально регулируемой МТ на первом этапе расчета перелетов, для их анализа и в качестве начального приближения для расчетов по модели МТ с $V_C = \text{const}$. Расчет траектории по модели идеально регулируемой МТ указывает также предельные возможности для МТ с $V_C = \text{const}$ по величине M_K массы КА у данной цели.

На заре исследования полетов КА с малой тягой было показано (см. [5, 13]), что для идеально регулируемого двигателя МТ при постоянной мощности $N_{ЭЛ}$ его энергоустановки имеет место разделение задачи оптимизации на массовую и траекторную. Трудоемкое и сложное построение оптимальной по величине M_K траектории перелета может проводиться независимо от выбора параметров КА и ДУ; оно приводится к задаче минимизации критерия J затрат на перелет:

$$J \equiv \int_{t_H}^{t_K} f^2(t) dt \rightarrow \min, \quad (1)$$

где f – ускорение реактивной струи, t_H , t_K – начальный и конечный моменты перелета. Затем, по величине J и характеристикам КА и ДУ, – M_0 , начальной массы КА и N_C , мощности "в струе" ($N_C = kN_{ЭЛ}$, k – к.п.д. преобразования, $N_{ЭЛ}$ электрическая мощность), массовые характеристики КА получаются простым досчетом

$$M_K = M_0 / (1 + v), \quad v \equiv M_{РТ} / M_K = J M_0 / 2N_C. \quad (2)$$

Здесь M_K , $M_{РТ}$ – конечная масса КА и масса затрат рабочего тела,. Пусть $M_{ЭДУ}$, $M_{КА}$ – масса энергетической установки вместе с ДУ и "сухая" масса КА (включая служебные системы), а масса баков M_B пропорциональна массе рабочего тела $M_B = \alpha M_{РТ}$ (например, $\alpha = 0.2$), тогда из формул

$$M_0 = M_K + M_{РТ}, \quad M_0 = (1 + \alpha) M_{РТ} + M_{ЭДУ} + M_{КА} + M_{П},$$

получается полезная масса M_{Π} КА у цели

$$M_{\Pi} = (1 - \alpha v) M_0 / (1 + v) - M_{\text{ЭДУ}} - M_{\text{КА}}. \quad (3)$$

Величина v характеризует экономичность полета, – долю $M_{\text{РТ}}$ в общей массе КА. Заметим, что зависимость полезной массы M_{Π} , как функции параметров траектории и КА, в случае близости к оптимуму является в большинстве случаев пологой. Поэтому небольшие отклонения значений параметров от оптимальных слабо влияют на величину M_{Π} , что позволяет при анализе и прикидочных расчетах в ряде случаев ограничиться приближенными их значениями.

Экспедиции по доставке образцов вещества с астероидов Главного пояса

Задача доставки на Землю образца грунта с астероида Главного пояса представляет большой научный интерес. Тонкие анализы изотопного состава грунта, определение изотопного дефицита по отношению к веществу Солнца и т.п. имеют принципиальное значение для изучения Солнечной системы. Подобные анализы, возможные лишь в земных условиях, могли бы стать эталоном для калибровки более грубых анализов при автоматическом исследовании малых тел. В настоящее время для полетов к астероидам, кометам и доставки вещества с них используются и проектируются КА с ДУ МТ и с традиционными химическими двигателями БТ. Нами были рассмотрены траектории полетов КА с двигателями МТ к астероидам Главного пояса [6-11].

При исследовании полетов КА с МТ к астероидам предполагалось использование ядерной энергетической установки и разгон у Земли ракетой носителем *Протон* [8]. Принималось, что начальная масса КА на этапе межпланетного перелета $M_0 = 5.8$ т при $V_{\infty} = 3$ км/с ($M_0 = 6.1$ т при $V_{\infty} = 2$ км/с); масса баков $M_{\text{Б}} = 0.2 \cdot M_{\text{РТ}}$, ядерная энергоустановка типа "ТОПАЗ" имеет мощность $N_{\text{ЭЛ}} = 20, 30$ кВт и массу (вместе с ЭРД и служебными системами) $M_{\text{ЭДУ}} = 3$ т, мощность "в струе" $N_{\text{С}} = 10, 14$ кВт (к.п.д. преобразования $k = 0.5$), сухая масса КА $M_{\text{КА}} = 1$ т. После достижения астероида с помощью МТ с выравниванием скоростей его и КА, предполагалась посадка на него КА или посадочного модуля, забор грунта и доставка его к Земле с помощью БТ или МТ.

В случае возвращения образца вещества с помощью специальной ракеты БТ на астероид может садиться только посадочный модуль, который затем

стартует к Земле. В случае доставки вещества на Землю с помощью МТ необходима либо стыковка посадочного модуля с КА на орбите спутника астероида, либо дистанционный забор грунта, либо посадка и подъем с астероида всего КА с МТ, что достаточно сложно. Однако такой возврат всего КА с МТ к Земле также рассматривался – для оценки энергозатрат на доставку вещества с астероида с помощью МТ. При возвращении необязательно выравнивать скорости КА или возвращаемого модуля и Земли, так как торможение в атмосфере позволяет гасить вторую космическую скорость и некоторый гиперболический ее избыток. Заметим, что окна старта для полетов к астероидам Главного пояса повторяются через определенный период (для ближней части пояса он равен $\Delta T \sim 1.4$ года) и часто энергетически близки, так что представленные варианты экспедиций дают представление об экспедициях к целому ряду астероидов с близкими характеристиками орбитам (большой полуоси, эксцентриситета и наклона) и об экспедициях к тем же астероидам с другими окнами старта.

Примером экспедиции КА с МТ по доставке образца вещества с астероида Главного пояса служат полеты к астероиду 4 Веста (спектральный класс U , диаметр ~ 576 км) [6-11]. Характеристики траекторий полетов КА с МТ от Земли к астероиду Веста (варианты I-IV) и обратно к Земле (варианты V-VI) приведены в табл.1. В ней даны даты t_H старта и t_K финиша полета, его длительность T ,

Таблица 1.

Вариант	t_H	t_K	T, Γ	$V_\infty, \text{км/с}$	$J, \text{м}^2/\text{с}^3$	$M_{\text{П,Т}} (N_C=10/14 \text{ кВт})$
I	19.VII.1998	9.VIII.2000	2.05	2	1.32	0.00 / 0.55
II	03.IX.1998	9.VIII.2000	1.92	3	1.09	0.13 / 0.59
III	23.XII.1997	3.XII.2000	2.95	2	0.93	0.48 / 0.87
IV	07.II.1998	23.V.2001	3.25	3	0.67	0.67 / 0.95
V	10.VII.2000	V.2002	1.85		0.75	
VI	18.IX.2001	VII.2003	1.85		0.45	
II+V	IX.1998	V.2002	3.8		1.84	0.00 / 0.11
III+VI	XII.1997	VII.2003	5.6		1.38	0.00 / 0.41
IV+VI	IX.1998	VII.2003	5.5		1.12	0.09 / 0.49

затраты J , величина V_∞ и полезная масса M_{Π} в конце полета. Варианты полетов от Земли к Весте отличаются длительностью и величиной V_∞ (соответственно, величиной M_0). Окна для даты t_K подлета КА к Весте и t_H старта для возврата от нее к Земле достаточно узкие, и должны быть согласованы. Совмещение пар траекторий Земля-Веста и Веста-Земля позволяет получить оценки возможности доставки вещества с Весты – общее время перелета T_Σ , суммарные затраты J_Σ и величина полезной массы M_{Π} , доставляемую к Земле, – которые приведены в конце табл.1 с обозначением сочетания вариантов полета к Весте и возврата от нее, например, – II+V.

Из таблицы видно, что вариант V возврата к Земле стыкуется (если незначительно изменить времена отлета прилета к Весте и отлета от нее) с вариантами I и II перелета к Весте за $T \sim 2$ года. С вариантами III и IV перелета к Весте за $T \sim 3$ года стыкуется вариант возврата к Земле VI. Для каждого варианта полета приведены два значения величины M_{Π} при $N_C = 10$ и 14 кВт. Начальная масса M_0 при возврате от астероида к Земле полагалась равной конечной массе M_K у астероида при перелете от Земли к Весте согласно (3). Из вариантов (II+V, III+VI, IV+VI) по затратам J_Σ оказываются лучшими два последних, с длительным полетом к Весте, и полезная масса, доставляемая к Земле, имеет приемлемую величину лишь в этих вариантах экспедиции, при $N_C = 14$ кВт.

Другая возможная схема экспедиции – спуск на астероид посадочного блока для забора пробы грунта и доставка его на Землю с помощью химического двигателя БТ. Такой вариант возвращения был рассмотрен для случая экспедиций к астероиду 19 Фортуна (класс C, 220 км) в проекте "Фортуна" Российско-германской исследовательской группы [8-11]. Характеристики траекторий полетов от Земли к Фортуне и обратно приведены в табл.2. В начале ее приведены даты t_H и t_K полета от Земли к Фортуне (варианты I-IV, $M_0 = 6.1$ т при $V_\infty = 2$ км/с), его длительность T и угловая дальность Φ , затраты J и полезная масса M_{Π} в конце полета (при $N_C = 10$ и 14 кВт). Затем, для полетов с БТ от Фортуны к Земле (варианты V-VII), приведены: даты t_H и t_K , T и Φ полета, требуемая скорость $V_{ХАР}$ разгона КА у Фортуны. Для вариантов всей экспедиции (сочетание полета к Фортуне и от нее, например, I+V), приводится суммарное время T_Σ

и конечная масса $M_{ЗК}$ возвращаемого аппарата в предположении, что его начальная масса у Фортуны равна всей полезной массе $M_{П}$, доставляемой к ней с помощью МТ. Приблизительно учтены затраты на взлет с Фортуны (считая затраты на взлет $\Delta V_{ХАР} \approx 300$ м/с).

Траектории были рассчитаны для окон старта полета к Фортуне в 1999, 2001, 2002 годах и окон старта возврата к Земле в 2002, 2003 и 2004 годах. Для полетов к Фортуне в первом окне старта приводятся две траектории с $T \sim 2$ и 2.5 года. Из табл.2 видно, что суммарное время экспедиции $T_{\Sigma} \sim 4-5$ лет. По величине $M_{П}$, доставляемой к Фортуне, окна старта с длительными перелетами от Земли дают заметный выигрыш; то же относится и к $M_{ЗК}$ у Земли (и особенно при продолжительном сопровождении астероида, сочетание II+VI). Окно старта от Земли в 2003 г. близко по своим возможностям с предыдущим окном 2001 г. (также и ряд следующих окон старта). Траектории перелетов КА с МТ к Фортуне и возврата к Земле с БТ (по две траектории, пунктир) представлены на рис.1.

Таблица 2.

Перелеты от Земли к Фортуне						
Вариант	t_H	t_K	$T, г$	$\Phi, град$	$J, м^2/с^3$	$M_{П} (N_c=10/14 \text{ кВт}), т$
I	XII.1999	XI.2001	2.0	302	0.94	0.47 / 0.85
II	XI.1999	IV.2002	2.5	378	0.77	0.71 / 1.05
III	V.2001	IV.2003	2.0	292	1.10	0.26 / 0.68
IV	IX.2002	XII.2004	2.3	302	0.98	0.41 / 0.81

Перелеты от Фортуны к Земле с двигателем БТ и данные по всей экспедиции								
Вариант	t_H	t_K	$T, г$	$\Phi, град$	$V_{ХАР}, км/с$	Вар.	$T_{\Sigma}, г$	$M_{ЗК} (N_c=10/14), т$
V	IV.2002	VII.2003	1.2	208	5.22	I+V	3.7	0.07/0.13
						II+V	3.75	0.11/0.17
VI	V.2003	X.2004	1.5	198	3.71	III+VI	3.5	0.07/0.18
						II+VI	4.9	0.18/0.27
VII	III.2004	I.2006	1.8	185	5.01	III+VII	4.6	0.04/0.14

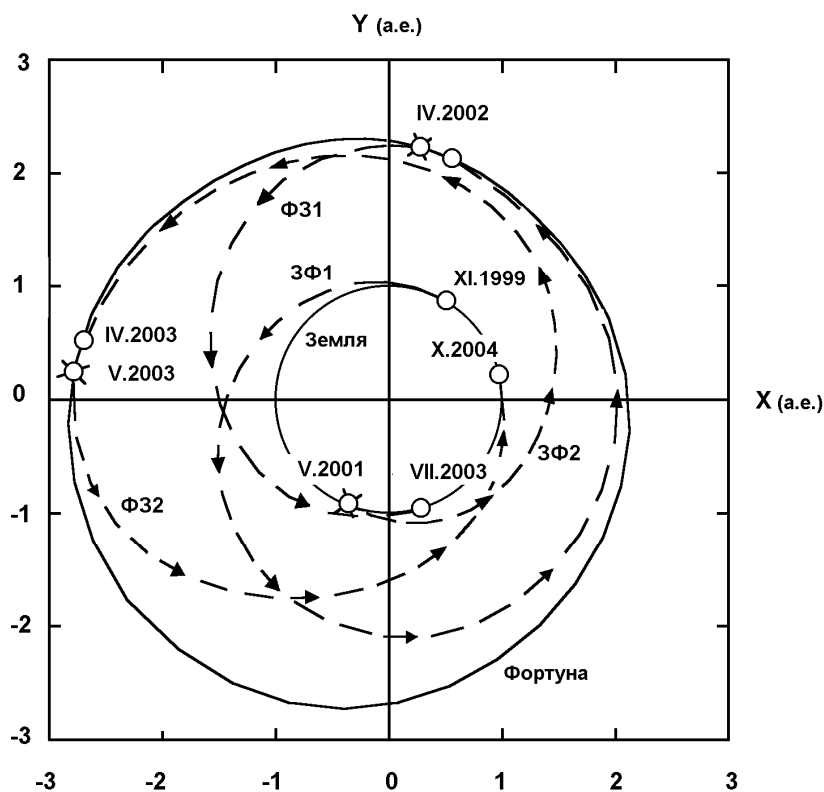


Рис. 1. Траектории полета к Фортуне с МТ и возврата к Земле с БТ.

Расчет указанных экспедиций по доставке образцов вещества с астероидов Веста и Фортуна с помощью КА с МТ показал возможность их осуществления при использовании ракеты носителя *Протон* и ядерной энергоустановки типа "ТОПАЗ" [8, 10-11]. Доставка вещества к Земле проще реализуема при помощи возвратной ракеты БТ, однако и в случае использования КА с МТ, получаются приемлемые величины доставляемой к Земле массы $M_{П}$. Приведенные примеры характеризуют также экспедиции к астероидам Веста и Фортуна со следующими окнами старта и к целому классу астероидов с близкими параметрами орбит.

Анализ траекторий экспедиции по доставке образца вещества с Фобоса

Фобос, спутник Марса, принадлежит к числу малых тел, сохранивших, вероятно, реликтовое вещество, слабо измененное со времен образования Солнечной системы и несущее информацию о процессах этого образования. Доставка образца вещества с Фобоса на Землю, благодаря близости Марса, легче осуществима, чем с других малых тел – астероидов Главного пояса и комет. Экспедиция по доставке вещества с Фобоса имеет большой научный интерес и в настоящее время включена в российскую федеральную космическую про-

грамму; в связи с этим она привлекает внимание исследователей [12, 14-16]. Для достижения Фобоса, точнее сферы действия Марса, предполагалось использовать КА с электроракетными двигателями МТ и энергетикой от солнечных батарей (СБ). При первоначальных расчетах оптимальных траекторий полета к Фобосу возник ряд вопросов. При их анализе использование модели идеально регулируемой МТ (с учетом особенностей энергетики от СБ) оказалось весьма полезным, как демонстрируется ниже.

Рассматривалась следующая схема экспедиции к Фобосу для доставки пробы вещества: разгон КА с орбиты ИСЗ до гиперболической скорости V_∞ ракетой носителем БТ, полет с МТ до сферы действия Марса с выравниванием скоростей КА и Марса. Затем – маневры в сфере действия Марса и посадка на Фобос с использованием ДУ БТ, доставка образца вещества к Земле с помощью возвратного модуля – стартующей с Фобоса ракеты БТ, которая тормозится в атмосфере Земли. Транспортный модуль, осуществляющий полет от Земли к Марсу с МТ и включающий ДУ МТ и СБ, предполагается сбрасывать после достижения сферы действия Марса. При расчетах полетов к Фобосу было принято, что масса КА после его разгона ракетой носителем *Союз* $M_0 = 2.27$ т при $V_\infty = 2$ км/с ($M_0 = 2.37$ т при $V_\infty = 1$ км/с); массу $M_{\text{СДУ}}$ систем ДУ МТ вместе с массой СБ принимаем равной $M_{\text{СДУ}} = 0.04 \cdot N_{\text{ЭЛ}}$, масса баков $M_{\text{Б}} = 0.2 \cdot M_{\text{РТ}}$, мощность СБ на орбите Земли $N_{\text{ЭЛ}} = 7.5$ кВт, мощность в струе $N_{\text{С}} = 3.75$ кВт ($k = 0.5$). Масса возвратного модуля $M_{\text{ВМ}} \sim 350-370$ кг (в зависимости от необходимой для старта к Земле величины $V_{\text{ХАР}}$). Величину полезной массы $M_{\text{П}}$ (включающей сам КА, возвратный модуль, средства стыковки с малым телом, научную аппаратуру) получаем из конечной массы $M_{\text{К}}$ КА у цели по формуле

$$M_{\text{П}} = M_{\text{К}} - M_{\text{СДУ}} - M_{\text{Б}} . \quad (5)$$

Применение современных солнечных батарей существенно облегчает КА с МТ: если для бортового ядерного реактора имеем удельную массу энергоустановки ~ 100 кг/кВт, то для СБ она ~ 15 кг/кВт [12]. Это позволяет использовать для экспедиции к Фобосу ракету носитель типа *Союз*, а не *Протон*, как в проекте "Фортуна" [8, 11]. Однако, при межпланетных полетах КА с МТ к малым телам мощность $N_{\text{С}}$ СБ не постоянна, поскольку она зависит от расстоя-

ния $r(t)$ КА до Солнца и падает примерно как $1/r^2(t)$ с удалением от него. У Марса мощность СБ будет меньше в 2.5 раза их мощности на орбите Земли, в поясе астероидов – меньше в 4-10 раз. Возможность разделения траекторной и массовой задач при полетах КА с идеально регулируемой МТ и СБ может быть сохранена, если ввести модифицированный критерий эффективности J^* [9, 12] (при этом модифицированная мощность $N^* = N_{эл} r^2(t) = const$)

$$J^* \equiv \int_{t_H}^{t_K} f^2(t) (r(t)/r_0)^2 dt, \quad (4)$$

где r_0 – радиус орбиты Земли. В критерии J^* под интегралом появляется как бы "штрафной множитель". Характерные величины критерия J^* для полетов к малым телам оказываются существенно больше, чем характерные величины J : при полете к Марсу $J^* \sim 0.7-1 \text{ м}^2/\text{с}^3$ ($J \sim 0.5 \text{ м}^2/\text{с}^3$), при полетах к астероидам Весте и Фортуне $J^* \sim 3.5-4 \text{ м}^2/\text{с}^3$ ($J \sim 0.9-1.3 \text{ м}^2/\text{с}^3$).

Целью исследования было построение и анализ оптимальных траекторий полета КА с МТ от Земли к Фобосу, анализ зависимости величины $M_{П}$ у Марса от параметров КА, ДУ БТ и МТ, сравнение траекторий полета при использовании моделей идеально регулируемой МТ и МТ с $V_C = const$. Пример траектории перелета КА с МТ между сферами действия Земли и Марса для идеальной модели МТ при старте в 2005 году приведен на рис. 2. При полетах с МТ величины M_K , $M_{П}$ зависят от года (окна) старта меньше, чем при полетах с БТ. Поэтому приводимые данные во многих случаях можно перенести на следующие окна старта полета к Марсу.

Интервал между окнами старта от Земли к Марсу и обратно, как известно, составляет около двух лет. Поэтому длительность T полета с МТ от Земли к Марсу может меняться в больших пределах – от года с небольшим до более чем двух лет. Встает задача расчета и анализа траекторий в этом диапазоне по T , а также в диапазоне изменения других параметров КА, ДУ БТ и МТ. Расчеты траекторий полета КА с МТ в этом диапазоне T по модели МТ с $V_C = const$ (например, [7]) дают большое число вариантов при разнообразии параметров: дат старта и финиша, величин V_C и V_∞ , числа пауз в работе ДУ МТ и их границ. Совместная оптимизация по всем этим параметрам создает трудности при

осмыслении всей массы расчетов и анализе влияния отдельных факторов. Использование модели идеально регулируемой МТ с разделением массовой и траекторной задач оказывается для такого анализа удобной и полезной.

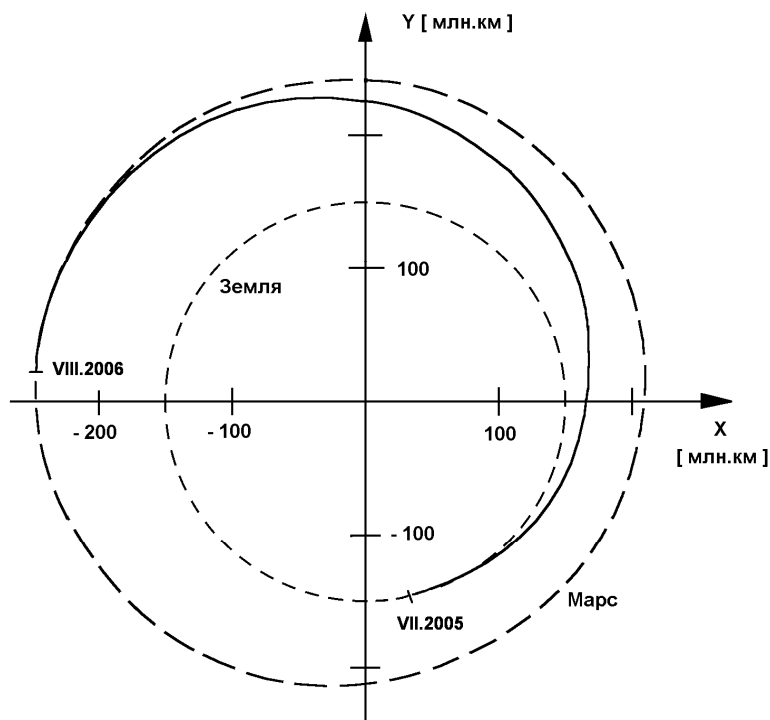


Рис.2. Траектория перелета КА с МТ от Земли к Марсу – сплошная линия. Пунктиром обозначены орбиты Земли и Марса.

При выбранном окне старта для перелетов КА с МТ к Марсу в 2005 году была построена картина изолиний $M_K(t_H, T) = \text{const}$ при фиксированном значении $V_\infty = 1$ км/с в указанном диапазоне $T \approx 300-850$ суток, представленная на рис.3. Изолинии $J^*(t_H, T) = \text{const}$ для того же полета совпадают с этой картиной изолиний, но только максимуму M_K будет отвечать минимум J^* , и наоборот. Вторая картина изолиний, на рис.4, отличается выбором оптимального значения V_∞ в каждой точке. Картина изолиний $J^*(t_H, T) = \text{const}$ при этом уже не совпадают с картиной изолиний $M_K(t_H, T) = \text{const}$ (как на рис.3), так как J^* зависит от величины V_∞ . Пунктиром на рис.4 приведены изолинии оптимальных значений V_∞ разгона у Земли с БТ. Для перелетов в основной, нижней части картины изолиний, как видно на рис.4, оптимальными оказываются значения $V_\infty > 2$ км/с; этим объясняется некоторое увеличение M_K на этом рисунке в сравнении с их значениями для тех же T при $V_\infty = 1$ км/с на рис.3. Большие значения V_∞

указывают на напряженность полета с точки зрения использования МТ – оптимальное комбинирование БТ и МТ дает перераспределение в пользу повышения роли БТ. Когда время полета T относительно невелико, в окне старта имеется один максимум M_K при дате старта t_H , соответствующий "гребню холма" на картине изолиний ("дну оврага" на картине изолиний J^*). Начиная с некоторого T ($\cong 700$ суток), появляется второй локальный максимум по t_H , отличающийся значениями угловой дальности полета, оптимальной величины V_∞ и конечной массы M_K . Затем, с ростом T , максимум сдвигается в область этого второго локального максимума.

Особенностью картины изолиний в значительной части диапазона по T (450-750 сут) является малое изменение M_K на "гребне холма", вдоль оси T в нижней части рис.3. Прирост M_K за 300 суток составляет всего 100 кг, то есть $\sim 6\%$, а на рис.4 на том же интервале T изменение M_K равно нулю, с небольшим уменьше-

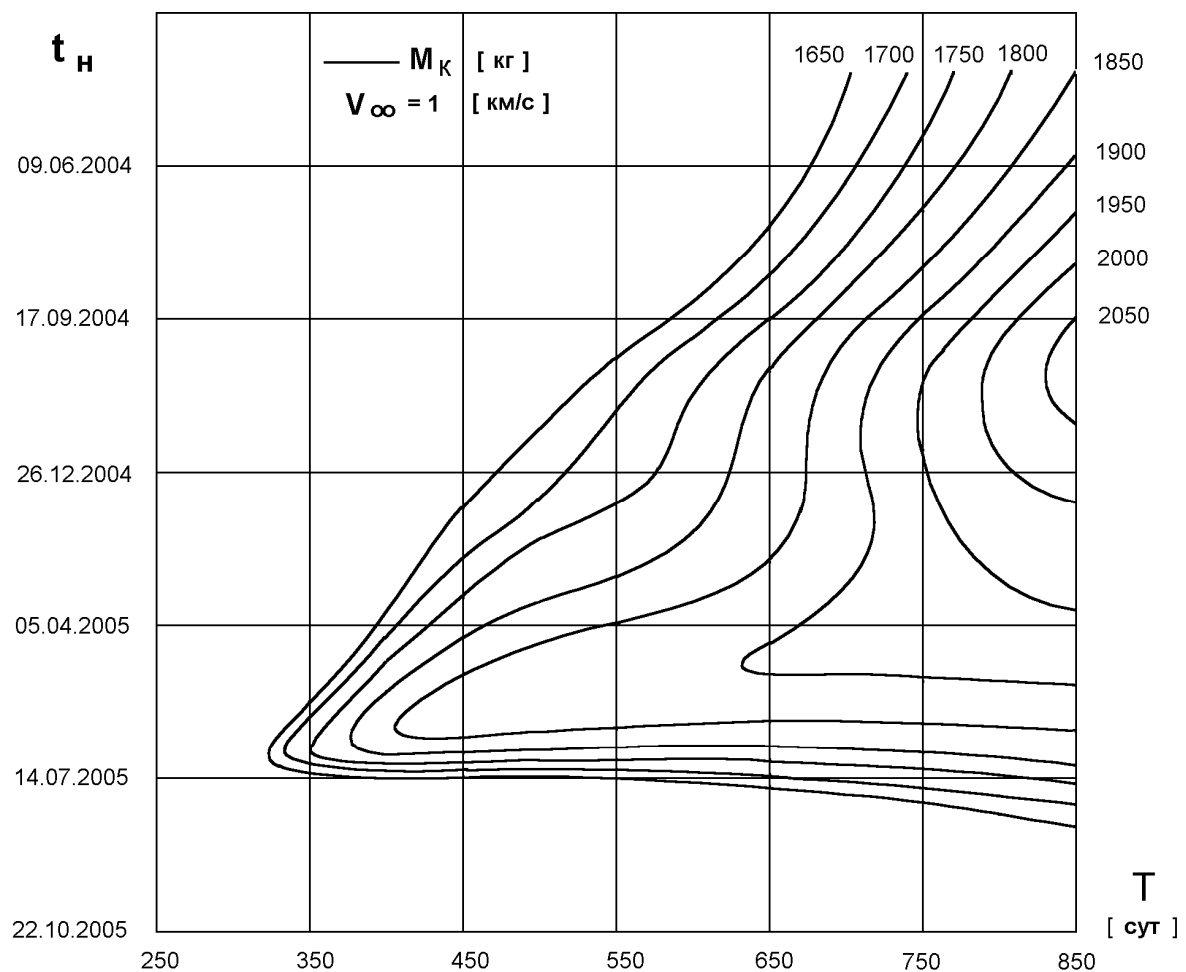


Рис. 3. Картина изолиний $M_K(t_H, T) = const$ при $V_\infty = 1$ км/с.

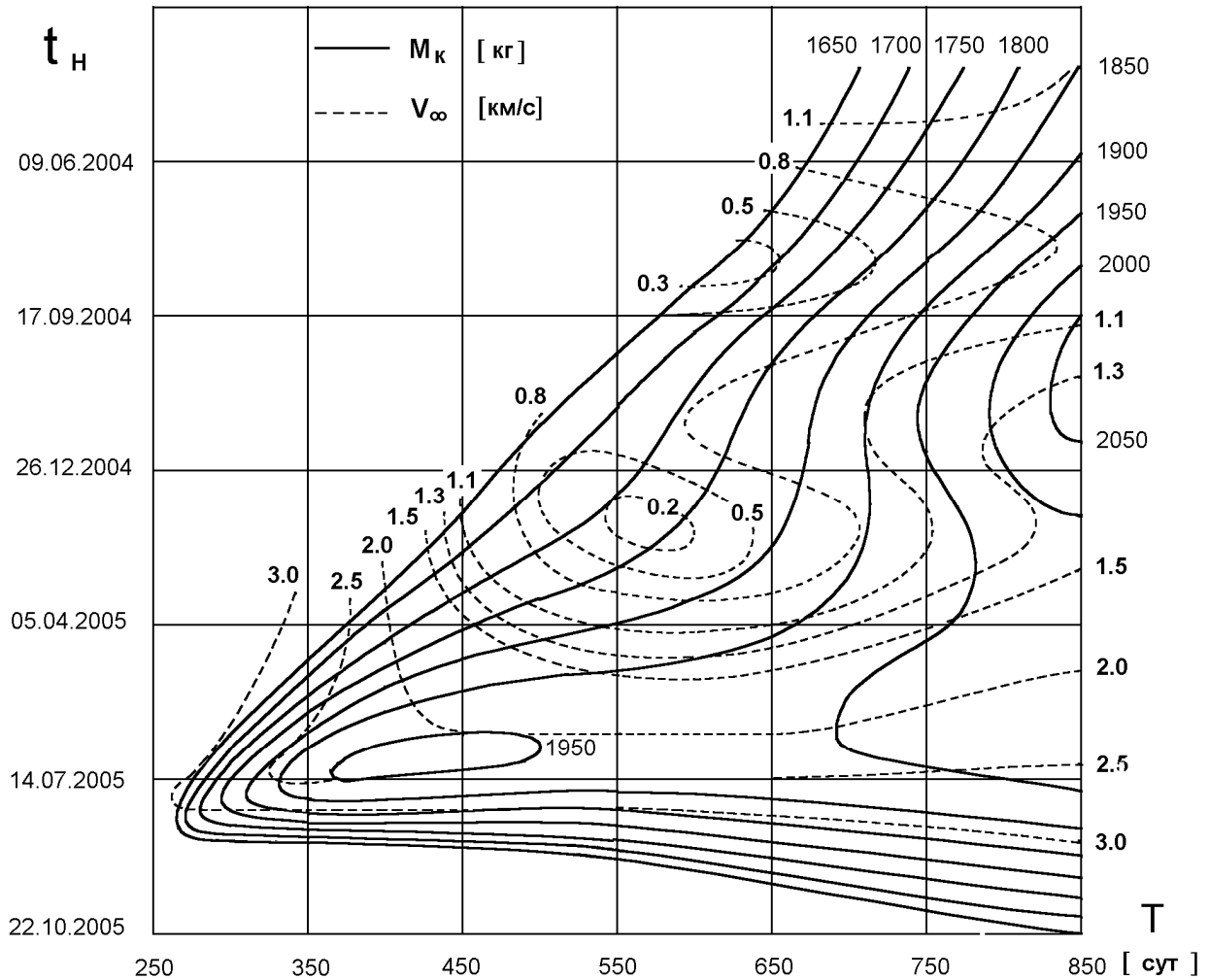


Рис. 4. Картина изолиний $M_K(t_H, T) = const$ при оптимальной величине V_∞ в каждой точке. Пунктиром показаны изолинии $V_\infty = const$.

нием M_K в середине интервала. Модель идеальной МТ показывает предельные по M_K возможности для каждого полета, поэтому при переходе от нее к модели $V_C = const$ происходят лишь небольшие потери в M_K , которые могут несколько различаться в разных областях диапазона по T (и зависят также от выбора величины V_C). Малое изменение M_K наблюдается и при разрезе "поперек холма", вдоль оси t_H . Так, при $T \sim 550$ суток на рис.3 M_K почти постоянна в диапазоне $t_H = 5.IV-25.VI.2005$ (около 3-х месяцев), а на рис.4 – в диапазоне $5.IV-25.VII.2005$ (~ 4-х месяцев). Как видно из рис.4, в этом диапазоне существенно изменяется соотношение вклада БТ и МТ: при более ранних датах старта $V_\infty = 1.1-1.5$ км/с, при поздних – $V_\infty = 2.5$ км/с. Соответственно изменяются и затраты J^* .

Графики изолиний $M_K(T)$, $J^*(T)$ для перелетов с идеальной МТ показывают невозможность существенного увеличения M_K или уменьшения затрат J^* у

Марса с ростом T . Проведенные расчеты по модели $V_C = const$ еще сильнее "выровняли" значения M_K на рассмотренном диапазоне T (450-800 сут.) – при отличии времени перелета почти вдвое разница M_K составляет всего единицы процентов (см. [15]). Здесь мы сталкиваемся с эффектом выхода на асимптоту $T \rightarrow \infty$ гиперболы $J^*(T)$ [6-7, 12]. В случае $V_C = const$, качественно, с точки зрения энергетики, можно считать, что траектории с различными T отличаются изменением длительности пауз в работе МТ и их перераспределением по траектории. Оптимальным комбинированием работы БТ (величины V_∞) и МТ можно объяснить и появление начальной паузы в работе ДУ МТ на межпланетном участке в некоторых вариантах полета (см. [11, 15]). При перелете КА с МТ к Марсу происходит падение мощности его СБ и, следовательно, тяги двигателя МТ. Попытки изменения траектории перелета так, чтобы парировать этот эффект за счет увеличения времени пребывания КА в областях, близких к Солнцу для увеличения энерговооруженности КА, как показывают примеры расчетов, не меняют ситуацию. На таких траекториях увеличиваются области с малым значением тяги, или, для МТ с $V_C = const$, увеличиваются паузы в работе ДУ МТ. Поскольку модель с идеально регулируемой МТ показывает предельные возможности перелета к цели при заданных условиях, видим, что в случае $V_C = const$ также нет возможности для увеличения M_K на рассмотренном диапазоне по T .

Построенная картина изолиний $M_K(T)$ отвечает на важный вопрос о резервах в величине M_K при достижении Марса за счет изменения длительности полета – она почти постоянна на большом диапазоне по T . Это позволяет выбирать T с учетом других требований к траектории – достаточности времени на маневры в сфере действия Марса, удобства проведения наблюдений траектории КА и ее коррекции и т.п.

Проведем оценки изменения полезной массы M_{Π} у Марса с помощью производных M_{Π} по ее аргументам (M_0, J^*, N_C), которые можно получить из формул (3) [9]. При вычислении значений производных примем значения: $M_0 = 2.27$ т, $J^* \cong 0.65$ м²/с³, $N_C = 3.75$ кВт и $v = 0.195$ ($v = M_{РТ} / M_K$) – в области "гребня холма" функции M_K на рис.4. Производные M_{Π} по аргументам будут равны: по $M_0 = 0.64$, по $J^* = - 0.55$, по $N_C = 0.02$ (с учетом $M_{ЭДУ}(N_C)$). Как видим, произ-

водная M_{Π} по N_C близка к нулю. Рост M_{Π} может дать лишь увеличение начальной массы M_0 или уменьшение J^* . Для получения, например, приращения ΔM_{Π} в 100 кг необходимо увеличить начальную массу M_0 на $\Delta M_0 = 150$ кг или уменьшить J^* на $\Delta J^* = 0.18 \text{ м}^2/\text{с}^3$. Однако уменьшение J^* , как показано выше, практически невозможно – имеет место выход функции $J^*(T)$ на горизонтальную асимптоту. Таким образом, увеличение M_{Π} возможно лишь при возрастании начальной массы M_0 . Заметим, что при полетах к Фортуне и Весте аналогичные производные (по $M_0 = 0.55 \pm 0.1$, в зависимости от варианта; по $J^* = -1.2 \pm 0.2$; по $N_C = 0.13-0.08$, при $N_C = 10$ и 15 кВт) указывают на несколько иную зависимость M_{Π} от аргументов: еще нет выхода на асимптоту по J , асимптота по N_C заметна только при $N_C = 14$ кВт. Величины ΔM_{Π} , вычисляемые для полетов к астероидам по производным и из табл. 1, 2 – близки. Оценки с помощью производных указывают на тенденции в изменении M_{Π} с изменением аргументов, которые, как правило, сохраняются и при переходе к модели МТ с $V_C = const$.

Сравнение перелетов с моделью малой тяги идеально регулируемой и с постоянной скоростью истечения струи

Представленные результаты для экспедиций к астероидам и Фобосу получены в предположении идеальной изменяемости вектора ускорения МТ. Учет реальных возможностей ДУ МТ, замена модели идеальной МТ на модель с $V_C = const$ уменьшает величину M_{Π} . Размеры проигрыша следует оценить.

Для модели идеальной МТ имеет место разделение задачи оптимизации на траекторную и весовую – при условии, что скорость V_{∞} на границе точечной сферы действия Земли задана и фиксирована. Поэтому было предложено исследовать задачу для фиксированных значений V_{∞} из дискретного набора значений (0, 1, ... 4 км/с) [4-5, 11]. При этом задача поиска оптимальной траектории, а также двухточечная краевая задача, к которой она может быть сведена с помощью принципа максимума, не зависят от конкретных параметров КА и ДУ МТ. Краевая задача в этом случае зависит от параметров начальной и конечной орбит, момента старта t_H , продолжительности перелета T и V_{∞} . Так как идеальная малая тяга не ограничена по величине, решение краевой задачи, в

принципе, существует для любых значений t_H , T и V_∞ . Проблема решения, в основном, упирается в наличие хорошего начального приближения, в качестве которого обычно используется какая-либо имеющаяся оптимальная траектория перелета к той же цели или к другой с близкими характеристиками орбиты. После того, как решение найдено, оно зависит (для выбранных начальной и конечной орбит и заданного V_∞) от двух параметров: t_H и T . От них зависят и функционал задачи J и соответствующая программа ускорения $f(t)$. По параметру t_H обычно имеется ярко выраженный минимум, который в плоскости параметров (t_H, T) соответствует "дну оврага" картины изолиний функционала $J(t_H, T)$. С увеличением продолжительности перелета T функционал J монотонно убывает, так как полет становится менее напряженным и требуются меньшие значения $f(t)$.

Полученное значение J не дает полного представления о степени оптимальности полученной траектории; в большей степени об этом можно судить по виду функции $f(t)$. На рис.5 представлен пример трех программ ускорения $f(t)$ для перелета к одной и той же цели, различающихся параметрами V_∞ и T . На кривой с $T = 2.7$ года (штрих-пунктирной) величина $f(t)$ сильно возрастает в конце траектории. Так как J есть интеграл от квадрата ускорения, последний участок дает немалый вклад в его величину. Как видно из графика, значения $f(t)$ на конечном участке можно значительно уменьшить за счет небольшого (~10%) увеличения продолжительности перелета, и в результате уменьшить функционал J . Получающаяся программа $f(t)$ (сплошная кривая) выглядит более сбалансированной – без явно проигрышных участков. Третья программа (штриховая кривая) имеет ярко выраженный "горб" в начале траектории. Этот "горб" можно уменьшить за счет увеличения V_∞ , т.е. возрастания вклада большой тяги. Однако выигрыш в полезной массе $M_{П}$, можно оценить, лишь вычислив ее по формуле (3) при заданных параметрах КА и ДУ – N_C , $M_0(V_\infty)$ и α_B , – и определить, достижимо ли необходимое значение $M_{П}$, и при каких V_∞ , t_H , T .

Получение приемлемых значений функционала J обычно отвечает на вопрос и о существовании траектории перелета к данному небесному телу не только с идеальной МТ, но и с $V_C = const$. Но так бывает не всегда. Возможны

случаи, когда тяги КА не хватает для реализации перелета. Поэтому необходим дополнительный анализ. Тяга P пропорциональна $u^{id}(t)$: $P = 2N_c/V_c = 2N_c u$. Для модели МТ с постоянной скоростью истечения величина u постоянна (или кусочно-постоянна) на активных участках. Мощность N_c , а следовательно и тяга P , есть переменная величина, т.к. зависит от расстояния КА до Солнца, поэтому ниже анализируется программа изменения $u(t) = 1/V_c$. На рис. 6, 7 для двух перелетов к Фобосу представлены (пунктиром) графики функции $u^{id}(t)$ и графики $u(t)$ для полета с МТ при значениях $V_c = 16, 21$ км/с (что соответствует ДУ МТ СПД-100 и СПД-160 [6-7]), полученные в результате решения задачи оптимизации. В отличие от идеальной тяги для них имеются паузы в работе, поэтому график имеет ступенчатый характер.

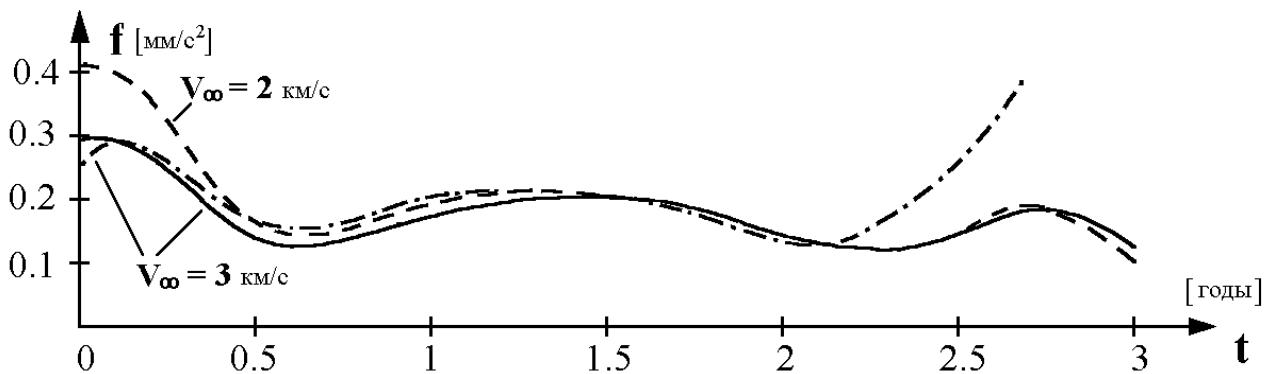


Рис. 5. Примеры программ ускорения $f(t)$ при полете как функции V_∞ и T .

График $u^{id}(t)$ дает более точную информацию о траектории перелета, чем график ускорения $f(t)$. Если на всей траектории график $u^{id}(t)$ превышает значение u для МТ с $V_c = const$, значит ДУ имеет большую, чем у идеальной МТ, скорость истечения и развивает меньшую тягу. Решения краевой задачи за данное время не существует, и для осуществления перелета необходимо дополнительное время. Если значение u превышает $u^{id}(t)$, то решение существует, но тяга ДУ с $V_c = const$ избыточна в сравнении с идеальной МТ, что приводит к появлению пауз в работе ДУ, перерасходу рабочего тела и к проигрышу ΔM_k в конечной массе и в полезной массе.

На рис 6 изображены графики $u(t)$ для $V_c = const$ и $u^{id}(t)$ для идеальной МТ при перелете к Фобосу с $V_\infty = 2.3$ км/с, $M_0 = 2238$ кг, $N_c = 3.84$ кВт, $T = 400$ суток и угловой дальностью $\Phi = 4.33$ радиан. Для идеальной МТ конечная масса

$M_K^{id} = 1960$ кг, масса рабочего тела $M_{РТ} = 278$ кг. Для ДУ МТ СПД-100, с $V_C = 16$ км/с ($u(t) \approx 0.062$, рис.6-а) программа $u(t)$ на всем диапазоне превышает график $u^{id}(t)$, что приводит к большим паузам и перерасходу $M_{РТ}$. Конечная масса равна $M_K = 1845$ кг, что меньше в сравнении с идеальной МТ на $\Delta M_K = 115$ кг, или на 41% от массы $M_{РТ}$. Перелет с $V_C = 21$ км/с (рис.6-б) дает лучшее значение $M_K = 1927$ кг, а $\Delta M_K = 33$ кг (12% от $M_{РТ}$, что в 3.5 раза меньше, чем при $V_C = 16$ км/с), поскольку для него $u(t)$ ближе к графику для идеальной МТ. Заметно уменьшается и продолжительность пауз в работе ДУ.

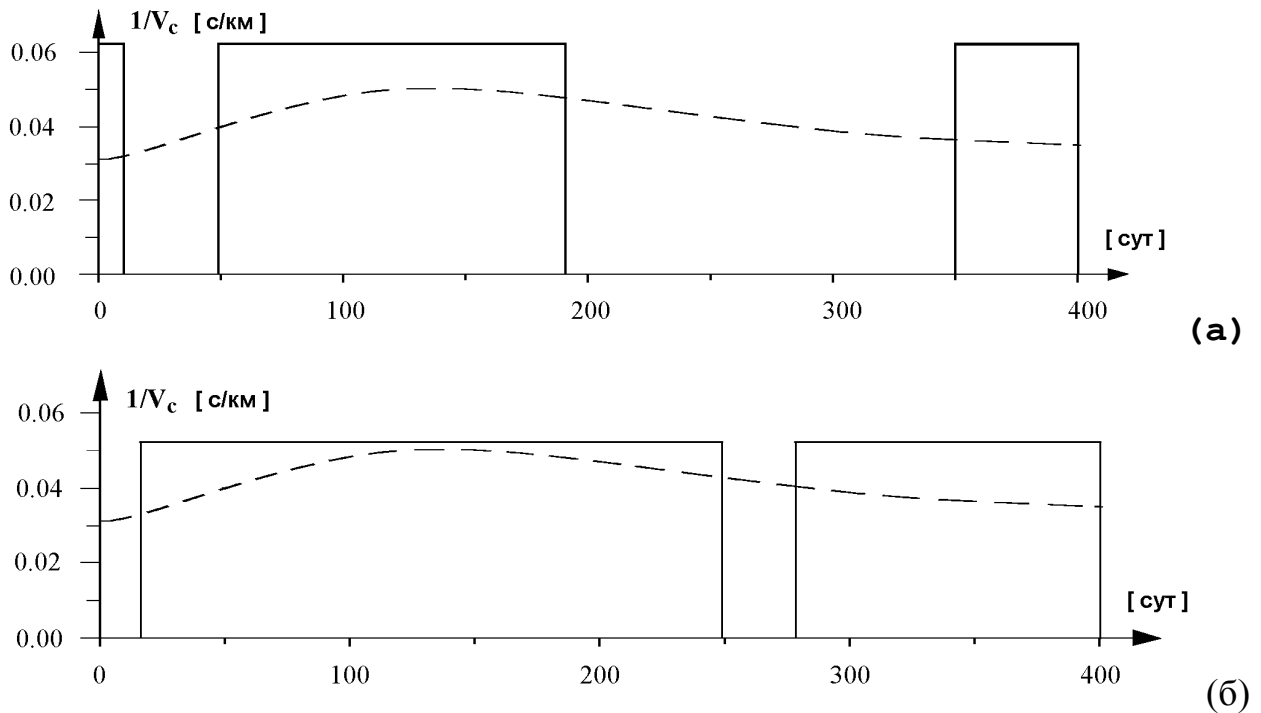


Рис. 6 Сравнение функции $u^{id}(t) = 1/V_C(t)$ для МТ с $V_C = const$ и идеальной МТ (ступенчатые и штриховая кривые) при $V_C = 16$ (а) и 21 (б) км/с.

Таким образом, на основании графика $u^{id}(t)$ и значения u для данного $V_C = const$ можно оценить удачность выбранного значения скорости истечения, или судить об отсутствии решения при данном V_C . Например, в случае $V_C = 50$ км/с (ЭРД ES-XX [8]) график $u^{id}(t)$ на рис. 6 на всем отрезке времени превышает значение 0.02, соответствующее этой скорости V_C . Значит, перелет с $V_C = 50$ км/с при данных краевых условиях невозможен. Иногда, как в случае, изображенном на рис.7 (перелет к Фобосу в те же сроки, но с $V_\infty = 1.6$ км/с, $M_0 = 2326$ кг; $M_K^{id} = 1925$ кг, $M_{РТ} = 401$ кг), только на основе графика $u^{id}(t)$ трудно судить о существовании решения. В варианте, изображенном на рис.7а (как и в случаях рис. 6) график $u^{id}(t)$ целиком лежит ниже значения u , что отвечает существованию

решения. В случае рис. 7б график $u^{id}(t)$ лежит частью выше, частью ниже значения u , поэтому не ясно, существует ли решение для $V_C = 21$ км/с. Аккуратные расчеты оптимальных траекторий показали, что при заданных V_C и краевых условиях перелет неосуществим.

На рис.7(а, б) представлены два варианта полета с МТ при $V_C = const$. В первом случае используется одно значение V_C (16 км/с), во втором – два значения V_C (16 и 21 км/с), – с возможностью переключения с одного режима на другой, более экономный на текущем отрезке полета. В первом случае $M_K = 1837$ кг, $\Delta M_K = 88$ кг (22% от $M_{РТ}$), во втором $M_K = 1908$ кг, $\Delta M_K = 17$ кг ($\approx 4\%$ от $M_{РТ}$). Отметим, что использование двух значений $V_C = const$ позволяет очень хорошо аппроксимировать график $u^{id}(t)$ идеальной МТ и минимизировать перерасход рабочего тела.

Таким образом, график программы $u^{id}(t)$ полета КА с моделью идеальной МТ может дать информацию об аналогичном полете с кусочно-постоянной МТ. Он позволяет увидеть, на каких участках траектории велики затраты $M_{РТ}$ рабочего тела, и какие могут быть возможности их уменьшения (например, за счет некоторого изменения параметров t_H , T , V_∞). Также этот график позволяет оценить, насколько удачны параметры ДУ МТ (величина V_C) и на каких участках полета возможен перерасход $M_{РТ}$ и проигрыш в величине M_K .

Аналогичное сравнение двух моделей МТ было проведено для перелетов от Земли к астероиду Фортуна [8-9, 11]. Были рассмотрены уровни тяги, соответствующие величинам $V_C = 16, 21$ и 35 км/с (первые два отвечают плазменному ДУ типа *СПД-100* и *СПД-140*, третье – ионному *RIT-35* [8]). При использовании ДУ с $V_C = 21$ км/с, значение $u = 1/V_C$ на всем протяжении полета оказывается выше, чем кривая для идеальной МТ, т.е. тяга избыточна в сравнении с идеальной, что приводит к проигрышу $\Delta M_K = 120$ кг ($\sim 10\%$ от $M_{РТ}$). При $V_C = 16$ км/с перерасход $M_{РТ}$ еще больше. При комбинировании работы двух ДУ МТ с $V_C = 21$ и 35 км/с потери ΔM_K составляют ~ 50 кг. Таким образом, и в этом случае возможность использования двух типов ДУ МТ с $V_C = const$ позволяет обеспечить минимальные потери в величине M_K .

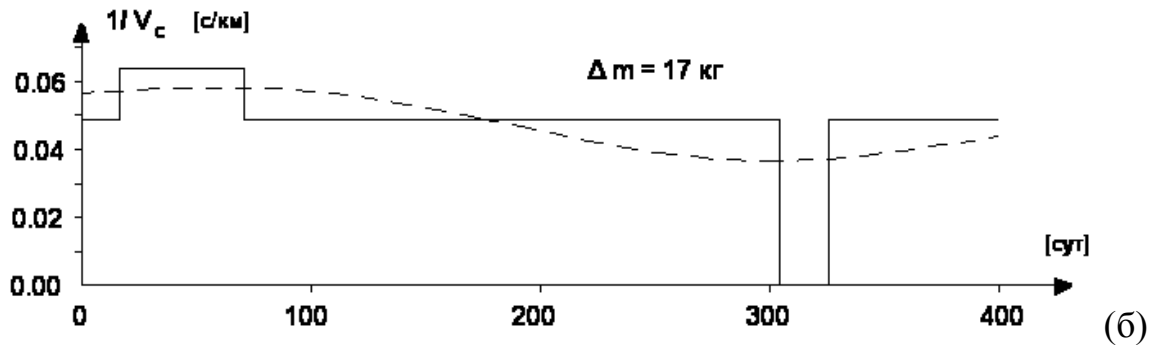
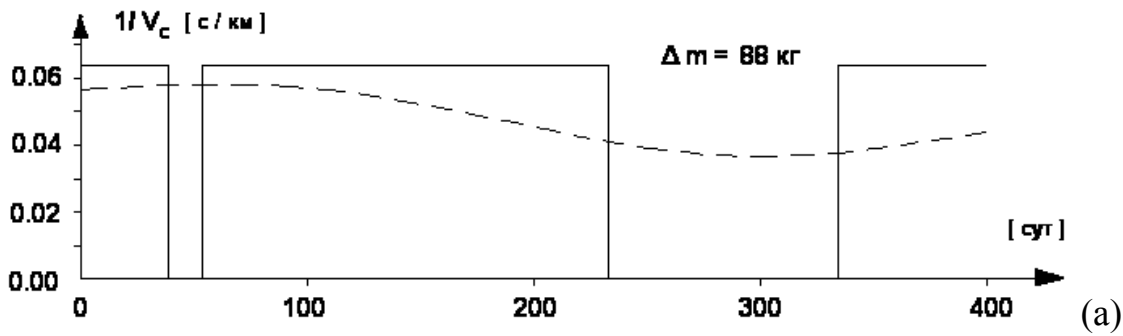


Рис. 7. Сравнение функции $u^{id}(t) = 1/V_c(t)$ для идеальной МТ и $V_c = \text{const}$ (штриховая и ступенчатые кривые) при $V_c = 16$ км/с (а) и двух значениях – 16 и 21 км/с (б).

Заключение. Исследована возможность экспедиций по доставки образцов реликтового вещества с астероидов Главного пояса Веста и Фортуна (и близких к ним по параметрам орбит) и со спутника Марса Фобоса при использовании ЭРД с энергетикой от ядерной установки или солнечных батарей и ракет-носителей разного класса. Близость массовых характеристик перелетов КА с идеально регулируемой МТ и МТ с постоянной скоростью истечения обосновывает возможность использования модели идеально регулируемой МТ, более простой и удобной, в предварительных расчетах при исследовании перелетов КА с МТ к малым телам. С помощью этой модели МТ удастся провести подробный анализ траекторий перелета и оценить его оптимальные характеристики, а также получить оценки параметров полета для ДУ МТ с постоянной скоростью истечения реактивной струи.

Работа поддержана грантом РФФИ N 04-01-00346 и научной школы НШ.1123.2008.1.

Литература

1. Энеев Т.М. Актуальные задачи исследования дальнего космоса // Космич. Исслед. 2005. Т. 43. № 6. С. 403-407.
2. Энеев Т.М., Козлов Н.Н. Модель аккумуляционного процесса формирования планетных систем. I. Численные эксперименты// Астрон. вестник. 1981. т.15. № 2. С. 80-94. - II. Вращение планет и связь с теорией гравитационной неустойчивости // Астрон. вестник. 1981. т.15. № 3. С. 131-141.
3. Энеев Т.М., Ефимов Г.Б. Миграция малых тел в Солнечной системе // Земля и Вселенная. 2005. № 1. С. 80-89.
4. Р.З.Ахметшин, С.С.Белоглазов, Н.С.Белоусова, А.И.Глазков, В.В.Гущин, В.А. Егоров, Г.Б.Ефимов. Оптимизация перелетов к астероидам и кометам КА с комбинированием двигателей большой и малой тяги.- Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша АН СССР N 144. М., 1985.
5. В.А.Егоров, Г.Б.Ефимов, Р.З.Ахметшин и др. О перелетах КА с малой тягой к кометам и астероидам. Исследование творчества основоположников космонавтики и ее современные проблемы. М. Наука, 1989, с. 134-143.
6. Eneev T.M., Efimov G.B., Smirnov V.V. On the simple return from the asteroid by low-thrust spacecraft// II German-Russian conference on Electric Propulsion Engines and their technical applications. Russia, Moscow. 1993. Summary of the Papers. P.127.
7. Т.М.Энеев, В.А.Егоров, Г.Б.Ефимов, Р.З.Ахметшин, В.В.Смирнов. Траектории перелетов к астероидам и кометам КА с ЭРД. Препринт ИПМ им.М.В.Келдыша РАН, 1994, N 34. - Eneev T.M., Konstantinov M.S., Efimov G.B., Akhmetshin R.Z., Fedotov G.G., Petukhov V.G. Advanced interplanetary missions with solar-nuclear electric propulsion. Preprint Keldysh Inst.of Appl. Mathematics RAS, N 35,1996.
8. Loeb H.W., Popov G.A., Eneev T.M., Efimov G.B. et al. Advanced Interplanetary Missions Using Nuclear-Electric Propulsion. Study Report. Ed. by Joint Study Group, Bonn, Moscow and Paris. June, 1995. 217 pp.
9. Eneev T.M., Konstantinov M.S., Akhmetshin R.Z., Efimov G.B. et al. Mercury-

- to-Pluto rendezvous missions using solar-nuclear electric propulsion. Preprint № 111. M.: Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS. 1996. - Eneev T.M., Konstantinov M.S., Efimov G.B. et al. Some methodical problems of low-thrust trajectory optimization. Preprint № 110. M.: Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS. 1996.
10. В.А.Егоров, Т. М.Энеев, Р.З.Ахметшин, Г.Б.Ефимов и др. Траекторно-баллистический анализ полетов к астероидам и кометам космических аппаратов с малой тягой. - В кн.: Интеллектуальные системы автономных аппаратов для космоса и океана. Москва, 1997, с.40-72.
 11. Eneev T.M., Akhmetshin R.Z., Efimov G.B., Yegorov V.A. Asteroid and Comet Rendezvous Missions Using Low-thrust Nuclear Electric Propulsion // Space Forum. 2000. V. 5. P. 279–305.
 12. Р.З.Ахметшин, Г.Б.Ефимов. О некоторых задачах в проекте "Фобос-Грунт" // Актуальные проблемы авиационных и аэрокосмических систем. 2007. v.12, N 1(23). P. 40-50.
 13. В.В.Белецкий. Очерки по механике космического полета. М., Наука, 1964.
 14. Авдудевский В.С., Аким Э.Л., Энеев Т.М. и др. Космический проект «Фобос-Грунт»: основные характеристики и стратегия развития // Космонавтика и ракетостроение. 2000. Т. 19. С. 8–21.
 15. Федотов Г.Г. Об использовании возможностей комбинации большой и малой тяги при полетах к Марсу// Космич. Исслед. 2001. Т.39. № 6. С. 613-621.
 16. Zaslavsky G.S., Zharov V.G., Chernov A.V. Optimal transfer from Earth satellite orbit to Mars satellite orbit with using electric propulsion system at cruising phase // 17th International Symposium on Space Flight Dynamics. Proceedings. Moscow, 2003. V. 1. P. 305-311.