

<u>ИПМ им.М.В.Келдыша РАН</u> • <u>Электронная библиотека</u> <u>Препринты ИПМ</u> • <u>Препринт № 64 за 2008 г.</u>



Сихарулидзе Ю.Г., Жуков Б.И.

Динамические нагрузки на самолет-носитель при реализации воздушного старта ракеты-носителя (четырехопорная схема).

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Сихарулидзе Ю.Г., Жуков Б.И. Динамические нагрузки на самолет-носитель при реализации воздушного старта ракетыносителя (четырехопорная схема). // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2008. № 64. 34 с. URL: <u>http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2008-64</u>

# Ордена Ленина ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М.В. Келдыша Российской Академии наук

Ю.Г. Сихарулидзе, Б.И. Жуков

# Динамические нагрузки на самолет-носитель при реализации воздушного старта ракеты-носителя (четырехопорная схема).

Москва - 2008

Ю.Г. Сихарулидзе, Б.И. Жуков. Динамические нагрузки на самолетноситель при реализации воздушного старта ракеты-носителя (четырехопорная схема). Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2008, 34 страницы.

В рамках общей задачи воздушного старта ракеты-носителя (РН) из самолета-носителя (СН) рассматривается частная задача определения нагрузки от транспортно-пускового контейнера (ТПК), в котором находится РН, на грузовой пол СН при полете к месту пуска и в процессе десантирования РН через задний грузовой люк. Построена математическая модель четырехопорной схемы крепления ТПК к грузовому полу СН, позволяющая вычислять реакции опор, перерезывающую силу и изгибающий момент в сечениях ТПК. Модель позволяет учитывать произвольное изменение погонной массы РН по ее длине, а также любое изменение действующей перегрузки по времени и длине РН. В качестве примеров рассматриваются случаи нагружения при транспортировке РН к месту запуска и при десантировании РН из ТПК в процессе выполнения самолетом-носителем маневра «Горка» условий для создания квазиневесомости.

**Y.G. Sikharulidze, B.I. Zhukov. Dynamic Loadings on the Carrier Aircraft at Implementation of the Vehicle air Launch (the Four-Basic Scheme).** Preprint, Inst. Appl. Mathem., Russian Academy of Sciences, 2008, 34 Pages.

Within limits of the air launch general problem the particular task is investigated. The task includes determination of loads from the transporting and launching container (TLC) with launch vehicle (LV) on the carrier aircraft (CA) cargo floor during flight to the launch site and LV ejection through the back cargo door. The mathematical model is constructed for four-base scheme of TLC mounting to the cargo floor of CA. The model provides calculation of the support reaction, inertia shear and bending moment in cross sections of TLC. The model takes into account an arbitrary change of LV mass per unit length and also any change of load factor on time and LV length. As examples there are considered cases of structural load during flight to the launch site and LV ejection from TLC when CA makes climb up maneuver to provide almost zero gravity condition.

Работа написана в развитие работы [1] и является промежуточным этапом при переходе от классической двухопорной схемы крепления транспортнопускового контейнера (ТПК) к полу самолета-носителя (СН) к многоопорным схемам.

Целью данной работы является определение динамических нагрузок на ТПК при четырхопорной схеме его крепления к грузовому полу CH, а также реакций в опорах. Работа является частью общей задачи построения математической модели процесса десантирования ракеты-носителя (PH) из CH, которая необходима для выбора оптимальной схемы крепления ТПК к грузовому полу CH с целью минимизации его массы, а также определения динамических нагрузок на PH, ТПК и CH при обеспечении безударного выхода.

#### 1. Постановка задачи

Рассматривается четырехопорная схема крепления ТПК к грузовому полу СН, показанная на рис. 1.1.

Такая схема является промежуточной между двухопорной и многоопорной схемами. Будем полагать, что левая (нулевая) опора является шарнирно неподвижной, а остальные три опоры являются шарнирно подвижными. Для определенности принято, что внешние опоры (0 и 3) расположены на концах ТПК. Расстояния между опорами ( $a_1, a_2, a_3$ ) в общем случае могут различаться, но в рассматриваемых примерах они приняты одинаковыми с целью упрощения и обеспечения равномерного нагружения пола грузовой кабины CH при транспортировке PH (т.е.  $a_1 = a_2 = a_3 = a$ ).

Математическая модель взаимодействия РН с ТПК в процессе десантирования, от момента страгивания РН (т.е. начала ее движения относительно ТПК) до момента покидания ТПК, не зависит от числа опор и включает следующие допущения. Движение РН относительно ТПК рассматрива-



Рис. 1.1. Схема нагружения ТПК при сдвиге РН на величину Δ*х* (четыре опоры ТПК на грузовой пол).

ется в системе координат 0хуz, связанной с ТПК. Начало ее совпадает с передней (по направлению полета СН) точкой ТПК. Ось 0х направлена в сторону движения РН при выходе из ТПК, т.е. против направления полета СН. Ось 0у направлена вверх, а ось 0z замыкает правую систему координат.

ТПК принят в виде упругой балки трубчатого сечения длиной *L* с заданной погонной массой  $\mu_1(x)$ . В каждый фиксированный момент времени *t* известна нормальная перегрузка по длине ТПК:  $n_{y1}(t, x)$ . РН рассматривается в виде цилиндрической упругой балки длиной *L*, которая прилегает к ТПК по всей длине и в процессе выхода перемещается без трения на величину  $\Delta x$ . Погонная масса РН задана:  $\mu_2(\xi)$ , где  $\xi$  - связанная координат ППК и РН:

$$\xi = x - \Delta x \,. \tag{1.1}$$

где

$$0 \le \Delta x \le L \,. \tag{1.2}$$

Известна перегрузка, действующая на РН в каждый момент времени:  $n_{y2}(t, x)$ . Для общности постановки не предполагается тождественное равенство перегрузок  $n_{y1}(t, x)$  и  $n_{y2}(t, x)$ .

Величины погонных нагрузок, приложенных к ТПК, определяются соотношением

$$q_{\Sigma}(t,x) = q_1(t,x) + q_2(t,x), \qquad (1.3)$$

где

$$q_1(t,x) = g_0 n_{y_1}(t,x) \mu_1(x)$$
(1.4)

- погонная сила от распределенной массы ТПК,

$$q_2(t,x) = g_0 n_{\nu 2}(t,x) \mu_2(\xi) \tag{1.5}$$

- погонная сила от распределенной массы PH,  $g_0 = 9,81 \text{ м/c}^2$  – ускорение свободного падения на уровне моря.

Величина  $q_{\Sigma}(t,x)$  зависит также от взаимного положения РН и ТПК, т.е. от перемещения  $\Delta x(t)$  в процессе выхода РН. Перемещение  $\Delta x(t)$  принято в качестве параметра квазистатической (т.е. статической в каждый момент времени *t*) задачи о нагружении ТПК при десантировании РН.

Часть РН длиной ∆*x*, которая вышла из ТПК, порождает на правом конце сосредоточенную перерезывающую силу

$$Q_{y}(\Delta x) = -g_{0} \int_{L}^{L+\Delta x} \mu_{2}(\xi) n_{y2}(t, x) dx$$
(1.6)

и сосредоточенный изгибающий момент

$$M_{z}(\Delta x) = g_{0} \int_{L}^{L+\Delta x} \mu_{2}(\xi) n_{y2}(t,x)(x-L) dx . \qquad (1.7)$$

В случае положительной перегрузки  $n_{y2}(t,x) > 0$  перерезывающая сила  $Q_y(\Delta x) < 0$ , т.е. направлена вниз, а изгибающий момент  $M_z(\Delta x) > 0$ , т.е. направлен по часовой стрелке.

Как отмечалось ранее [1], двухопорная схема является статически определимой системой, для решения которой не требуется рассмотрение

дополнительных уравнений, задающих деформацию системы. В общем случае (т.е. при отсутствии симметрии) четырехопорная система будет два раза статически неопределимой, так как имеет две лишние связи.

Для расчета статически неопределимой балки, которая принята в качестве модели ТПК, в сопротивлении материалов используются так называемые [2]. При высокой уравнения mpex моментов степени статической балки неопределимости заданной ЭТОТ способ позволяет получить дополнительные уравнения с числом неизвестных в каждом из них не более трех, что существенно упрощает решение системы уравнений.

#### 2. Модель погонной массы

При близких длинах РН и ТПК, масса РН (~102000 кг) более чем на порядок превышает массу ТПК (~10000 кг в двухопорной схеме). В четырехопорной схеме масса ТПК должна быть меньше, чем в двухопорной. Поэтому для сравнительного анализа действующих нагрузок на ТПК в четырехопорной и многоопорной схемах можно в первом приближении принять погонную массу ТПК постоянной:

$$\mu_1(x) = \frac{m_{\text{THK}}}{L} = const \, .$$

В целях упрощения задачи длины РН и ТПК приняты одинаковыми:

Эта величина соответствует длине РН без выступающей части сопла двигателя первой ступени. Тогда погонная масса ТПК в первом приближении составляет

$$\mu_1(x) = \frac{10000 \text{ Kr}}{31 \text{ M}} = 320 \text{ Kr/M}.$$
(2.1)

Погонная масса заправленной РН существенно меняется по ее длине (на порядок и более), поэтому необходимо учитывать отмеченный фактор при построении модели µ<sub>2</sub>(ξ). В основу модели положены предварительные данные

об изменении погонной массы по длине РН при полной заправке, а также жесткостные характеристики поперечных сечений РН. Исходные данные скорректированы с учетом размещения в цилиндрической части головного обтекателя (ГО) космического разгонного блока (КРБ) с полезной нагрузкой (ПН). Масса КРБ включает конструкцию (1000 кг) и топливо (4500 кг), а масса ПН составляет 4000 кг. Принятая модель погонной массы РН и ее жесткостные характеристики приведены в табл. 2.1.

ξ, M*)	μ <sub>2</sub> , кг/м	$\Delta m$ , КГ	$EJ \cdot 10^{-9}$ , $\mathbf{H} \cdot \mathbf{m}^2$	$GF \cdot 10^{-9}$ , H	Примечание
$0 \le \xi \le 2,8$	70	196	3,73	1,12	
2,8<ξ≤4,2	3290	4606	3,94	1,18	Бак «Г1»
4,2<ξ≤6,0	9450	17010	3,94	1,18	Бак «Г1»
6,0<ξ≤7,5	550	825	3,89	1,15	
7,5<ξ≤11,6	12830	52605	3,73	1,12	Бак «О1»
11,6<ξ≤16,0	410	1804	0,85	0,24	
16,0<ξ≤17,0	8770	8770	2,20	0,45	Бак «О2»
17,0<ξ≤19,0	820	1640	1,20	0,20	
19,0<ξ≤19,4	6710	2684	1,80	0,35	Бак «Г2»
19,4<ξ≤21,3	250	475	1,80	0,35	
21,3<ξ≤27,7	1650	10560	0,44	0,08	КРБ+ПН
27,7<ξ≤31,0	250	825	0,20	0,09	
		Σ=102000			

Таблица 2.1- Погонная масса и жесткостные характеристики РН

\*) от хвостовой части РН.

Здесь *E*– модуль упругости, *J* – осевой момент инерции поперечного сечения PH, *G* – модуль сдвига (модуль упругости второго рода), *F* – площадь поперечного сечения PH.

Средняя погонная масса РН составляет

$$\mu_2(\xi) = \frac{102000 \text{ kr}}{31 \text{ m}} = 3290 \text{ kr/m}.$$
(2.2)

На рис. 2.1 показано изменение погонной массы РН по длине. Видно, что в местах расположения баков погонная масса на порядок больше, чем в местах расположения межбаковых и хвостовых отсеков.



Рис. 2.1. Изменение погонной массы по длине РН.

### 3. Методика расчета четырехопорной схемы

Основную систему для расчета статически неопределимой балки получают путем ее разрезания в сечениях над опорами. Неизвестными являются изгибающие (опорные) моменты, возникающие в сечениях над опорами. Неизвестные моменты считаются положительными, когда они вызывают сжатие верхних волокон балки.

Методика расчета статически неопределимой балки включает следующие шаги [2]:

- 1. Построение расчетной схемы статически неопределимой балки.
- 2. Нумерация слева направо опор и пролетов балки.
- 3. Построение эпюры изгибающих моментов от заданной внешней нагрузки для каждого пролета балки (как для простой балки на двух опорах).
- 4. Составление уравнения трех моментов для каждой промежуточной опоры балки.
- 5. Решение системы уравнений трех моментов для определения значений неизвестных опорных моментов в сечениях над промежуточными опорами.

- Построение эпюр поперечной силы и изгибающего момента для каждого пролета балки, как для однопролетной простой балки, под действием заданной нагрузки и опорных моментов.
- 7. Определение опорных реакций в исходной балке.

#### 3.1. Уравнения трех моментов

Уравнение трех моментов для некоторой опоры *n* в общем случае имеет следующий вид:

$$M_{n-1}\frac{a_n}{J_n} + 2M_n \left(\frac{a_n}{J_n} + \frac{a_{n+1}}{J_{n+1}}\right) + M_{n+1}\frac{a_{n+1}}{J_{n+1}} = -6\left(\frac{\omega_n d_{n+1}}{a_n J_n} + \frac{\omega_{n+1} d_{n+1}}{a_{n+1} J_{n+1}}\right).$$
(3.1)

В это уравнение входят три неизвестных момента:  $M_{n-1}$ ,  $M_n$  и  $M_{n+1}$ . Физически условие (3.1) показывает, что взаимный угол поворота двух смежных поперечных сечений над опорой *n* равен нулю. Здесь  $a_n$  и  $a_{n+1}$  - длины пролетов, соответственно, между опорами n-1, n и n, n+1;  $J_n$ ,  $J_{n+1}$  - моменты инерции пролетов  $a_n$  и  $a_{n+1}$ ;  $\omega_n$ ,  $\omega_{n+1}$  - площади эпюр изгибающих моментов, возникающих от заданной внешней нагрузки в простых балках с пролетами  $a_n$  и  $a_{n+1}$ ;  $d_{n1}$  - расстояние от центра тяжести площади эпюры  $\omega_n$  до левой опоры пролета  $a_n$ ;  $d_{n+12}$  - расстояние от центра тяжести площади эпюры  $\omega_n$  до левой опоры пролета  $a_n$ ;  $d_{n+12}$  - расстояние от центра тяжести площади эпюры  $\omega_n$ , до правой опоры пролета  $a_n$ ; не истояние от центра тяжести площади эпюры  $\omega_{n+1}$  до правой опоры пролета  $a_n$ ;  $d_{n+12}$  - расстояние от центра тяжести площади эпюры  $\omega_n$ , до левой опоры пролета  $b_n$ ,  $d_{n+1}$ . Принятые обозначения в уравнении трех моментов показаны на рис. 3.1. При построении эпюр изгибающих моментов от внешних нагрузок не учитывают действие опорных моментов  $M_{n-1}$ ,  $M_n$ ,  $M_{n+1}$ , которые приложены в местах условных разрезов исходной балки заданной системы. Каждый отдельный пролет, полученный в результате «разрезания», считается простой балкой на двух опорах.

В правую часть уравнения трех моментов (3.1) входят произведения  $\omega_n d_{n1}$  и  $\omega_{n+1}d_{n+12}$ , которые по существу являются статическими моментами площади левой эпюры изгибающего момента относительно левой опоры и площади правой эпюры изгибающего момента относительно правой опоры. Если известен



Рис. 3.1. Схема принятых обозначений в уравнении трех моментов. статический момент  $\omega_n d_{n1}$  относительно левой опоры пролета *n*, то статический момент относительно правой опоры можно определить пересчетом по формуле

$$\omega_n d_{n2} = \omega_n \cdot (a_n - d_{n1}) = \omega_n a_n - \omega_n d_{n1}.$$
(3.2)

Используем уравнение трех моментов для раскрытия дважды статически неопределимой системы, которой является ТПК на четырех опорах (рис. 1.1). В этой системе неизвестны опорные моменты  $M_1 \, \text{и} \, M_2$ , приложенные в местах «разреза» ТПК над внутренними опорами *1* и *2*. Левый конец ТПК предполагается шарнирно опертым, поэтому

$$M_0 = 0. (3.3)$$

На правом конце ТПК в общем случае прикладывается момент  $M_z(\Delta x)$  от вышедшей на величину  $\Delta x$  части PH, т.е.

$$M_3 = -M_z(\Delta x). \tag{3.4}$$

Знак «-» взят по той причине, что в сечении над опорой 3 рассматривается момент от внешних нагрузок, приложенных *справа* [2]. Сам момент  $M_z(\Delta x)$  положителен, так как действует по часовой стрелке.

Будем полагать, что ТПК имеет постоянное сечение, поэтому момент инерции по длине будет постоянным, и система уравнений для определения неизвестных опорных моментов  $M_1$  и  $M_2$  с учетом условий (3.3) и (3.4) имеет вид

10

$$\begin{cases} 2M_1(a_1 + a_2) + M_2 a_2 = -\frac{6\omega_1 d_{11}}{a_1} - \frac{6\omega_2 d_{22}}{a_2}, \\ M_1 a_2 + 2M_2(a_2 + a_3) - M_z(\Delta x) a_3 = -\frac{6\omega_2 d_{21}}{a_2} - \frac{6\omega_3 d_{32}}{a_3}. \end{cases}$$
(3.5)

Здесь  $d_{ij}$  - расстояние от центра тяжести эпюры изгибающего момента *i* -го пролета (*i*=1,2, 3) до левой опоры, если *j* = 1, и до правой опоры, если *j* = 2.

Исключим из уравнений (3.5) неизвестный момент  $M_1$  и вычислим  $M_2$ :

$$M_{2} = \frac{1}{a_{2}^{2} - 4(a_{1} + a_{2})(a_{2} + a_{3})} \left[ -2(a_{1} + a_{2})a_{3}M_{z}(\Delta x) - \frac{6\omega_{1}d_{11}a_{2}}{a_{1}} - 6\omega_{2}d_{22} + 12(a_{1} + a_{2})\left(\frac{\omega_{2}d_{21}}{a_{2}} + \frac{\omega_{3}d_{32}}{a_{3}}\right) \right].$$
(3.6)

С использованием соотношений типа (3.2) выразим в (3.6) статические моменты относительно правых опор  $\omega_2 d_{22}$  и  $\omega_3 d_{32}$  через статические моменты относительно левых опор  $\omega_2 d_{21}$  и  $\omega_3 d_{31}$ , соответственно для пролетов  $a_2$  и  $a_3$ . Тогда уравнение (3.6) можно привести к виду

$$M_{2} = \frac{1}{a_{2}^{2} - 4(a_{1} + a_{2})(a_{2} + a_{3})} \left[ -2(a_{1} + a_{2})a_{3}M_{z}(\Delta x) - \frac{6a_{2}}{a_{1}}\omega_{1}d_{11} - 6a_{2}\omega_{2} + \left(18 + \frac{12a_{1}}{a_{2}}\right)\omega_{2}d_{21} + 12(a_{1} + a_{2})\left(\omega_{3} - \frac{\omega_{3}d_{31}}{a_{3}}\right) \right].$$
(3.7)

После вычисления  $M_2$  посредством (3.7), можно из первого уравнения (3.5) определить  $M_1$ , выразив статический момент относительно правой опоры  $\omega_2 d_{22}$  через статический момент относительно левой опоры  $\omega_2 d_{21}$ :

$$M_{1} = \frac{1}{2(a_{1} + a_{2})} \left( -M_{2}a_{2} - \frac{6}{a_{1}}\omega_{1}d_{11} - 6\omega_{2} + \frac{6}{a_{2}}\omega_{2}d_{21} \right).$$
(3.8)

Соотношения (3.7) и (3.8) позволяют вычислять опорные моменты при различных длинах пролетов  $a_1, a_2, a_3$  и произвольном распределении нагрузок по длине ТПК. Для вычисления  $M_1$  и  $M_2$  необходимо задать следующие величины:

 $M_z(\Delta x)$  - момент от вышедшей на  $\Delta x$  части PH;

 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  - площади эпюр изгибающих моментов для пролетов  $a_1, a_2, a_3$ ;

 $\omega_1 d_{11}, \omega_2 d_{21}, \omega_3 d_{31}$  - статические моменты площадей эпюр изгибающих моментов относительно левых опор для пролетов  $a_1, a_2, a_3$ .

Получим уравнения для расчета необходимых величин. Принято, что к ТПК приложена суммарная погонная нагрузка (1.3), включающая погонную силу  $q_1(t, x)$  от распределенной массы ТПК (1.4) и погонную силу  $q_2(t, x)$  от распределенной массы РН (1.5). В соответствии с принятыми обозначениями, при  $n_{y1} > 0$ ,  $n_{y2} > 0$  погонные силы направлены вниз, т.е. отрицательны. На правом конце ТПК при выходе РН на величину  $\Delta x$  возникает перерезывающая сила (1.6) и изгибающий момент (1.7).

#### 3.2. Определение реакций в опорах

Предварительно введем условные обозначения  $R_{ij}$  для реакций в опорах от заданной внешней нагрузки, рассматривая каждый пролет ТПК как простую балку на двух опорах. Здесь первый индекс *i* = 1, 2, 3 указывает на номер пролета, а второй индекс *j* = 1, 2 указывает на номер опоры: *l* – левая опора, *2* – правая опора.

Для построения эпюры изгибающих моментов от заданной внешней нагрузки в каждом пролете балки (как для простой балки на двух опорах) необходимо определить реакции в опорах. Так, для первого пролета, где  $0 \le x \le a_1$ , реакция в правой опоре (номер *I* на рис. 1.1) определяется из условия равенства нулю всех моментов относительно левой опоры (номер *0* на рис. 1.1):

$$R_{12} = \frac{1}{a_1} \left\{ \int_{0}^{a_1} q_1(t, x) x dx + \frac{1}{2} \left[ \text{sign}(a_1 - \Delta x) + 1 \right] \int_{\Delta x}^{a_1} q_2(t, x) x dx \right\}.$$
 (3.9)

Реакция в левой опоре находится из условия равенства нулю проекций всех сил на ось у:

$$R_{11} = \int_{0}^{a_{1}} q_{1}(t, x) dx + \frac{1}{2} \left[ \text{sign}(a_{1} - \Delta x) + 1 \right] \int_{\Delta x}^{a_{1}} q_{2}(t, x) dx - R_{12}.$$
(3.10)

Аналогично можно определить реакции для второго пролета ТПК, где  $a_1 \le x \le a_1 + a_2$ :

$$R_{22} = \frac{1}{a_2} \begin{cases} \int_{a_1}^{a_1+a_2} q_1(t,x)(x-a_1)dx + \frac{1}{2} [\operatorname{sign}(a_1 - \Delta x) + 1] \int_{a_1}^{a_1+a_2} q_2(t,x)(x-a_1)dx + \\ + \frac{1}{2} [\operatorname{sign}((a_1 + a_2 - \Delta x)(\Delta x - a_1)) + 1] \int_{\Delta x}^{a_1+a_2} q_2(t,x)(x-a_1)dx \end{cases},$$
(3.11)  

$$R_{21} = \int_{a_1}^{a_1+a_2} q_1(t,x)dx + \frac{1}{2} [\operatorname{sign}(a_1 - \Delta x) + 1] \int_{a_1}^{a_1+a_2} q_2(t,x)dx + \\ + \frac{1}{2} [\operatorname{sign}((a_1 + a_2 - \Delta x)(\Delta x - a_1)) + 1] \int_{\Delta x}^{a_1+a_2} q_2(t,x)dx - R_{22}.$$
(3.12)

Таким же способом определяются реакции для третьего пролета, где $a_1 + a_2 \le x \le L$ :

$$R_{32} = \frac{1}{a_3} \Biggl\{ \int_{a_1+a_2}^{L} q_1(t, x)(x - a_1 - a_2) dx + \\ + \frac{1}{2} [\operatorname{sign}(a_1 + a_2 - \Delta x) + 1] \int_{a_1+a_2}^{L} q_2(t, x)(x - a_1 - a_2) dx + \\ + \frac{1}{2} [\operatorname{sign}((L - \Delta x)(\Delta x - a_1 - a_2)) + 1] \int_{\Delta x}^{L} q_2(t, x)(x - a_1 - a_2) dx \Biggr\},$$

$$R_{31} = \int_{a_1+a_2}^{L} q_1(t, x) dx + \frac{1}{2} [\operatorname{sign}(a_1 + a_2 - \Delta x) + 1] \int_{a_1+a_2}^{L} q_2(t, x) dx + \\ + \frac{1}{2} [\operatorname{sign}((L - \Delta x)(\Delta x - a_1 - a_2)) + 1] \int_{\Delta x}^{L} q_2(t, x) dx - R_{32}.$$
(3.14)

### 3.3. Изгибающие моменты и их интегралы

Зная внешние нагрузки в каждом пролете как в простой балке на двух опорах и вычисленные выше реакции от этих нагрузок, можно получить уравнения изгибающего момента для каждого пролета, затем вычислить площади

эпюр изгибающего момента и определить статические моменты этих площадей относительно левых опор.

Для вычисления изгибающего момента в произвольном сечении *x* первого пролета, где  $0 \le x \le a_1$ , воспользуемся соотношением (3.11) из [1], тогда

$$M_{z1}(\Delta x, x) = \int_{0}^{x} q_{1}(t, x) x dx - x \int_{0}^{x} q_{1}(t, x) dx + R_{11}x + \frac{1}{2} [\operatorname{sign}(a_{1} - \Delta x) + 1] \times \frac{1}{2} [\operatorname{sign}(x - \Delta x) + 1] \left[ \int_{\Delta x}^{x} q_{2}(t, x) x dx - x \int_{\Delta x}^{x} q_{2}(t, x) dx \right].$$
(3.15)

Первые два слагаемых существуют при любом  $\Delta x$  сдвиге РН относительно ТПК, а третье слагаемое существует только при  $0 < \Delta x < x < a_1$ .

Площадь ω<sub>1</sub> эпюры изгибающего момента, возникающего в первом пролете от заданной внешней нагрузки, определяется интегралом

$$\omega_1 = \int_0^{a_1} M_{z1}(\Delta x, x) dx ,$$

или подробно с учетом (3.15):

$$\omega_{1} = \int_{0}^{a_{1}} \left[ \int_{0}^{x} q_{1}(t, x) x dx \right] dx - \int_{0}^{a_{1}} \left[ x \int_{0}^{x} q_{1}(t, x) dx \right] dx + R_{11} \frac{a_{1}^{2}}{2} + \frac{1}{2} \left[ \text{sign}(a_{1} - \Delta x) + 1 \right] \times \frac{1}{2} \left[ \text{sign}(x - \Delta x) + 1 \right] \left\{ \int_{\Delta x}^{a_{1}} \left[ \int_{\Delta x}^{x} q_{2}(t, x) x dx \right] dx - \int_{\Delta x}^{a_{1}} \left[ x \int_{\Delta x}^{x} q_{2}(t, x) dx \right] dx \right\}.$$
(3.16)

Статический момент относительно левой опоры *S*<sub>11</sub> эпюры изгибающего момента на первом пролете определяется интегралом

$$S_{11} = \omega_1 d_{11} = \int_0^{a_1} M_{z1}(\Delta x, x) x dx$$
,

или подробно с учетом (3.15):

$$S_{11} = \int_{0}^{a_{1}} \left[ x \int_{0}^{x} q_{1}(t, x) x dx \right] dx - \int_{0}^{a_{1}} \left[ x^{2} \int_{0}^{x} q_{1}(t, x) dx \right] dx + R_{11} \frac{a_{1}^{3}}{3} + \frac{1}{2} \left[ \text{sign}(a_{1} - \Delta x) + 1 \right] \times \frac{1}{2} \left[ \text{sign}(x - \Delta x) + 1 \right] \left\{ \int_{\Delta x}^{a_{1}} \left[ x \int_{\Delta x}^{x} q_{2}(t, x) x dx \right] dx - \int_{\Delta x}^{a_{1}} \left[ x^{2} \int_{\Delta x}^{x} q_{2}(t, x) dx \right] dx \right\}.$$

$$(3.17)$$

Изгибающий момент в произвольном сечении x второго пролета, где  $a_1 \le x \le a_1 + a_2$ , определяется соотношением, подобным (3.15):

$$M_{z2}(\Delta x, x) = \int_{a_{1}}^{x} q_{1}(t, x)(x - a_{1})dx - (x - a_{1})\int_{a_{1}}^{x} q_{1}(t, x)dx + R_{21} \cdot (x - a_{1}) + \frac{1}{2} \Big[ \operatorname{sign}(a_{1} - \Delta x) + 1 \Big] \Big[ \int_{a_{1}}^{x} q_{2}(t, x)(x - a_{1})dx - (x - a_{1})\int_{a_{1}}^{x} q_{2}(t, x)dx \Big] + \frac{1}{2} \Big[ \operatorname{sign}(x - \Delta x) + 1 \Big] \times \frac{1}{2} \Big[ \operatorname{sign}((a_{1} + a_{2} - \Delta x)(\Delta x - a_{1})) + 1 \Big] \times \Big[ \int_{\Delta x}^{x} q_{2}(t, x)(x - a_{1})dx - (x - a_{1})\int_{\Delta x}^{x} q_{2}(t, x)dx \Big].$$
(3.18)

Площадь ω<sub>2</sub> эпюры изгибающего момента, возникающего во втором пролете от заданной внешней нагрузки, определяется интегралом

$$\omega_2 = \int_{a_1}^{a_1+a_2} M_{z2}(\Delta x, x) dx ,$$

или подробно с учетом (3.18):

$$\begin{split}
\omega_{2} &= \int_{a_{1}}^{a_{1}+a_{2}} \left[ \int_{a_{1}}^{x} q_{1}(t,x)(x-a_{1})dx \right] dx - \int_{a_{1}}^{a_{1}+a_{2}} \left[ (x-a_{1}) \int_{a_{1}}^{x} q_{1}(t,x)dx \right] dx + R_{21} \frac{a_{2}^{2}}{2} + \\
&+ \frac{1}{2} \left[ \operatorname{sign} \left( a_{1} - \Delta x \right) + 1 \right] \left\{ \int_{a_{1}}^{a_{1}+a_{2}} \left[ \int_{a_{1}}^{x} q_{2}(t,x) (x-a_{1}) dx \right] dx - \int_{a_{1}}^{a_{1}+a_{2}} \left[ (x-a_{1}) \int_{a_{1}}^{x} q_{2}(t,x) dx \right] dx \right\} + \\
&+ \frac{1}{2} \left[ \operatorname{sign} \left( (a_{1} + a_{2} - \Delta x) (\Delta x - a_{1}) \right) + 1 \right] \times \frac{1}{2} \left[ \operatorname{sign} (x - \Delta x) + 1 \right] \times \\
&\times \left\{ \int_{\Delta x}^{a_{1}+a_{2}} \left[ \int_{\Delta x}^{x} q_{2}(t,x) (x-a_{1}) dx \right] dx - \int_{\Delta x}^{a_{1}+a_{2}} \left[ (x-a_{1}) \int_{\Delta x}^{x} q_{2}(t,x) dx \right] dx \right\}.
\end{split}$$
(3.19)

Статический момент относительно левой опоры *S*<sub>21</sub> эпюры изгибающего момента на втором пролете определяется интегралом

$$S_{21} = \omega_2 d_{21} = \int_{a_1}^{a_1+a_2} M_{z2}(\Delta x, x)(x-a_1) dx,$$

или подробно с учетом (3.18):

$$S_{21} = \int_{a_1}^{a_1+a_2} \left[ (x-a_1) \int_{a_1}^{x} q_1(t,x)(x-a_1) dx \right] dx - \int_{a_1}^{a_1+a_2} \left[ (x-a_1)^2 \int_{a_1}^{x} q_1(t,x) dx \right] dx + R_{21} \frac{a_2^3}{3} + \frac{1}{2} \left[ \operatorname{sign}(a_1 - \Delta x) + 1 \right] \left\{ \int_{a_1}^{a_1+a_2} \left[ (x-a_1) \int_{a_1}^{x} q_2(t,x) (x-a_1) dx \right] dx - \int_{a_1}^{a_1+a_2} \left[ (x-a_1)^2 \int_{a_1}^{x} q_2(t,x) dx \right] dx \right\} + \frac{1}{2} \left[ \operatorname{sign}((a_1 + a_2 - \Delta x)(\Delta x - a_1)) + 1 \right] \times \frac{1}{2} \left[ \operatorname{sign}(x - \Delta x) + 1 \right] \times \left\{ \int_{\Delta x}^{a_1+a_2} \left[ (x-a_1) \int_{\Delta x}^{x} q_2(t,x) (x-a_1) dx \right] dx - \int_{\Delta x}^{a_1+a_2} \left[ (x-a_1)^2 \int_{\Delta x}^{x} q_2(t,x) dx \right] dx \right\} \right\}.$$

$$(3.20)$$

Изгибающий момент в произвольном сечении x третьего пролета, где  $a_1 \le x \le a_1 + a_2$ , определяется соотношением, подобным (3.15):

$$M_{z3}(\Delta x, x) = \int_{a_{1}+a_{2}}^{x} q_{1}(t, x)(x - a_{1} - a_{2})dx - (x - a_{1} - a_{2})\int_{a_{1}+a_{2}}^{x} q_{1}(t, x)dx + R_{31} \cdot (x - a_{1} - a_{2}) + \frac{1}{2} \Big[ \operatorname{sign}(a_{1} + a_{2} - \Delta x) + 1 \Big] \Big[ \int_{a_{1}+a_{2}}^{x} q_{2}(t, x)(x - a_{1} - a_{2})dx - (x - a_{1} - a_{2})\int_{a_{1}+a_{2}}^{x} q_{2}(t, x)dx \Big] + \frac{1}{2} \Big[ \operatorname{sign}((L - \Delta x)(\Delta x - a_{1} - a_{2})) + 1 \Big] \times \frac{1}{2} \Big[ \operatorname{sign}(x - \Delta x) + 1 \Big] \times \Big[ \int_{\Delta x}^{x} q_{2}(t, x)(x - a_{1} - a_{2})dx - (x - a_{1} - a_{2})\int_{\Delta x}^{x} q_{2}(t, x)dx \Big].$$
(3.21)

Площадь ω<sub>3</sub> эпюры изгибающего момента, возникающего в третьем пролете от заданной внешней нагрузки, определяется интегралом

$$\omega_3 = \int_{a_1+a_2}^L M_{z3}(\Delta x, x) dx ,$$

или подробно с учетом (3.21):

$$\begin{split} \omega_{3} &= \int_{a_{1}+a_{2}}^{L} \left[ \int_{a_{1}+a_{2}}^{x} q_{1}(t,x)(x-a_{1}-a_{2})dx \right] dx - \int_{a_{1}+a_{2}}^{L} \left[ (x-a_{1}-a_{2}) \int_{a_{1}+a_{2}}^{x} q_{1}(t,x)dx \right] dx + R_{31} \frac{a_{3}^{2}}{2} + \\ &+ \frac{1}{2} \left[ \operatorname{sign}\left(a_{1}+a_{2}-\Delta x\right)+1 \right] \times \\ &\times \left\{ \int_{a_{1}+a_{2}}^{L} \left[ \int_{a_{1}+a_{2}}^{x} q_{2}(t,x)(x-a_{1}-a_{2})dx \right] dx - \int_{a_{1}+a_{2}}^{L} \left[ (x-a_{1}-a_{2}) \int_{a_{1}+a_{2}}^{x} q_{2}(t,x)dx \right] dx \right] + \\ &+ \frac{1}{2} \left[ \operatorname{sign}\left((L-\Delta x)(\Delta x-a_{1}-a_{2})\right)+1 \right] \times \frac{1}{2} \left[ \operatorname{sign}(x-\Delta x)+1 \right] \times \\ &\times \left\{ \int_{\Delta x}^{L} \left[ \int_{\Delta x}^{x} q_{2}(t,x)(x-a_{1}-a_{2})dx \right] dx - \int_{\Delta x}^{L} \left[ (x-a_{1}-a_{2}) \int_{\Delta x}^{x} q_{2}(t,x)dx \right] dx \right\}. \end{split}$$

Статический момент относительно левой опоры S<sub>31</sub> эпюры изгибающего момента на третьем пролете определяется интегралом

$$S_{31} = \omega_3 d_{31} = \int_{a_1+a_2}^{L} M_{z3}(\Delta x, x)(x-a_1-a_2)dx,$$

или подробно с учетом (3.21):

$$S_{31} = \int_{a_{1}+a_{2}}^{L} \left[ (x-a_{1}-a_{2}) \int_{a_{1}+a_{2}}^{x} q_{1}(t,x)(x-a_{1}-a_{2})dx \right] dx - \int_{a_{1}+a_{2}}^{L} \left[ (x-a_{1}-a_{2})^{2} \int_{a_{1}+a_{2}}^{x} q_{1}(t,x)dx \right] dx + \frac{1}{2} \left[ \operatorname{sign}(a_{1}+a_{2}-\Delta x)+1 \right] \times$$

$$\times \left\{ \int_{a_{1}+a_{2}}^{L} \left[ (x-a_{1}-a_{2}) \int_{a_{1}+a_{2}}^{x} q_{2}(t,x)(x-a_{1}-a_{2})dx \right] dx - \int_{a_{1}+a_{2}}^{L} \left[ (x-a_{1}-a_{2})^{2} \int_{a_{1}+a_{2}}^{x} q_{2}(t,x)dx \right] dx \right\} + \frac{1}{2} \left[ \operatorname{sign}((L-\Delta x)(\Delta x-a_{1}-a_{2}))+1 \right] \times \frac{1}{2} \left[ \operatorname{sign}(x-\Delta x)+1 \right] \times \\ \times \left\{ \int_{\Delta x}^{L} \left[ (x-a_{1}-a_{2}) \int_{\Delta x}^{x} q_{2}(t,x)(x-a_{1}-a_{2})dx \right] dx - \int_{\Delta x}^{L} \left[ (x-a_{1}-a_{2})^{2} \int_{\Delta x}^{x} q_{2}(t,x)dx \right] dx \right\}.$$

Полученные выше соотношения являются наиболее общими и верны при любых длинах пролетов  $a_1, a_2, a_3$ , любых видах погонных нагрузок от PH  $q_2(t, x)$  и ТПК  $q_1(t, x)$ , а также при любом сдвиге  $\Delta x$  PH относительно ТПК.

### 3.4. Расчет нагрузок на ТПК и грузовой пол СН

Вычисленные в общем виде площади эпюр изгибающих моментов на всех пролетах и их статические моменты относительно левых опор пролетов позволяют решать задачу трех моментов в общем случае. После вычисления опорных моментов  $M_2$  и  $M_1$  по формулам (3.7) и (3.8), соответственно, можно определить нагрузки на ТПК и грузовой пол СН. Эпюры поперечной силы и изгибающего момента строятся для каждого пролета ТПК между опорами, как для однопролетной простой балки на двух опорах, под действием заданной нагрузки и опорных моментов  $M_1$  и  $M_2$ .

В общем случае, для *n*-го пролета величины изгибающего момента и поперечных сил в сечении *x* определяются следующими соотношениями [2]:

$$M_{z}(x) = M_{z_{6new}}(x) + M_{n-1} + \frac{M_{n} - M_{n-1}}{a_{n}}x,$$
(3.24)

$$Q_{y}(x) = Q_{y_{gnew}}(x) + \frac{M_{n} - M_{n-1}}{a_{n}}.$$
(3.25)

Здесь  $M_{z_{внеш}}(x), Q_{y_{внеш}}(x)$  - изгибающий момент и поперечная сила от заданной внешней нагрузки;

$$M_{n-1} + \frac{M_n - M_{n-1}}{a_n} x$$

- изгибающий момент от опорных моментов  $M_n$  и  $M_{n-1}$ ;

$$\frac{M_n - M_{n-1}}{a_n}$$

- поперечная сила от опорных моментов  $M_n$  и  $M_{n-1}$  (равная левой опорной реакции от действия указанных опорных моментов); координата *х* измеряется от левой границы *n*-го пролета.

Опорные реакции для ТПК, как неразрезной балки, равны разности поперечных сил, действующих в сечениях, расположенных слева и справа от каждой опоры в непосредственной близости, и представляют собой величины скачков в эпюре поперечных сил [2]:

$$R_n = Q_{n,n+1} - Q_{n,n}. ag{3.26}$$

Направление вверх для опорных реакций считается положительным.

Воспользуемся уравнениями (3.24) и (3.25) для построения нагрузок на ТПК как неразрезной балки.

Для первого пролета (n=1), где  $0 \le x \le a_1$ , имеем

$$M_{z}^{(1)}(x) = M_{z1}(x) + M_{0} + \frac{M_{1} - M_{0}}{a_{1}}x, \qquad (3.27)$$

$$Q_{y}^{(1)}(x) = Q_{y1}(x) + \frac{M_{1} - M_{0}}{a_{1}}.$$
(3.28)

Здесь  $M_{z1}(x)$  определяется уравнением (3.15),  $M_0 = 0$ , перерезывающая сила от внешних нагрузок вычисляется как

$$Q_{y1}(x) = R_{11} - \int_{0}^{x} q_{1}(t, x) dx - \frac{1}{2} \left[ \text{sign}(a_{1} - \Delta x) + 1 \right] \times \frac{1}{2} \left[ \text{sign}(x - \Delta x) + 1 \right] \int_{\Delta x}^{x} q_{2}(t, x) dx , \qquad (3.29)$$

 $R_{11}$  задается условием (3.10).

Для второго пролета (n=2), где  $a_1 \le x \le a_1 + a_2$ , имеем

$$M_{z}^{(2)}(x) = M_{z2}(x) + M_{1} + \frac{M_{2} - M_{1}}{a_{2}}(x - a_{1}), \qquad (3.30)$$

$$Q_{y}^{(2)}(x) = Q_{y2}(x) + \frac{M_{2} - M_{1}}{a_{2}}.$$
(3.31)

Здесь  $M_{z2}(x)$  определяется уравнением (3.18), а перерезывающая сила от внешних нагрузок вычисляется как

$$Q_{y2}(x) = R_{21} - \int_{a_1}^{x} q_1(t, x) dx - \frac{1}{2} [\operatorname{sign}(a_1 - \Delta x) + 1] \int_{a_1}^{x} q_2(t, x) dx - \frac{1}{2} [\operatorname{sign}((a_1 + a_2 - \Delta x)(\Delta x - a_1) + 1] \times \frac{1}{2} [\operatorname{sign}(x - \Delta x) + 1] \int_{\Delta x}^{x} q_2(t, x) dx,$$
(3.32)

 $R_{21}$  задается условием (3.12).

Для третьего пролета (n=3), где  $a_1 + a_2 \le x \le L$ , имеем

$$M_{z}^{(3)}(x) = M_{z3}(x) + M_{2} + \frac{M_{3} - M_{2}}{a_{3}}(x - a_{1} - a_{2}), \qquad (3.33)$$

$$Q_{y}^{(3)}(x) = Q_{y3}(x) + \frac{M_{3} - M_{2}}{a_{3}}.$$
(3.34)

Здесь  $M_{z3}(x)$  определяется уравнением (3.21),  $M_3 = -M_z(\Delta x)$  согласно (3.4), перерезывающая сила от внешних нагрузок вычисляется как

$$Q_{y3}(x) = R_{31} - \int_{a_1+a_2}^{x} q_1(t, x) dx - \frac{1}{2} [\operatorname{sign}(a_1 + a_2 - \Delta x) + 1] \int_{a_1+a_2}^{x} q_2(t, x) dx - \frac{1}{2} [\operatorname{sign}((L - \Delta x)(\Delta x - a_1 - a_2)) + 1] \times \frac{1}{2} [\operatorname{sign}(x - \Delta x) + 1] \int_{\Delta x}^{x} q_2(t, x) dx,$$
(3.35)

где  $R_{31}$  задается условием (3.14).

### 4. Определение нагрузок при четырехопорной схеме

При определении нагрузок для четырехопорной схемы крепления ТПК к грузовому полу СН рассматривается тестовый набор следующих режимов нагружения:

по перегрузке

- постоянная перегрузка;
- линейно меняющаяся по длине РН и ТПК перегрузка;

по изменению погонной массы РН

- средняя погонная масса РН;
- переменная по длине погонная масса РН (рис.2.1);

по положению РН относительно ТПК

- транспортировка заправленной PH в CH ( $\Delta x = 0$ );
- выход PH из TПК в условиях квазиневесомости ( $0 \le \Delta x \le L$ ).

### 4.1. Действие постоянной перегрузки

Рассматриваются два режима нагружения. Первый режим связан с транспортировкой заправленной РН в CH, т.е. до начала выхода РН из ТПК  $(\Delta x = 0)$ . Расчетная нормальная перегрузка составляет

$$n_{y_1}^p(t,x) = n_{y_2}^p(t,x) = 3.$$

*Второй режим* связан с выходом РН из ТПК в условиях квазиневесомости. Эксплуатационная нормальная перегрузка составляет

$$n_{v1}^{\circ}(t,x) = n_{v2}^{\circ}(t,x) = 0, 2 \pm 0, 1,$$

и с учетом коэффициента безопасности k=1,5 расчетная нормальная перегрузка

$$n_{v1}^{p}(t,x) = n_{v2}^{p}(t,x) = 0,45$$
.

В этом случае имеет место дополнительное нагружение ТПК вследствие сдвига РН относительно ТПК на величину  $\Delta x$ . В принятой модели взаимодействия РН с ТПК в процессе выхода (РН – упругая цилиндрическая балка, ТПК – труба) РН не может поворачиваться относительно ТПК вплоть до

полного выхода. Вышедшая часть РН будет создавать на срезе ТПК сосредоточенную силу  $Q_y(\Delta x)$  и сосредоточенный момент  $M_z(\Delta x)$ , величины которых однозначно определяются длиной  $\Delta x$  вышедшей части РН из ТПК. Максимальные величины  $Q_y(\Delta x)$  и  $M_z(\Delta x)$  будут достигаться непосредственно перед выходом РН из ТПК, т.е. при  $\Delta x \Box L$ . На следующем этапе модель взаимодействия будет уточнена за счет рассмотрения опорно-ведущих поясов РН. В этом случае РН будет вращаться относительно ТПК (вокруг последнего опорно-ведущего пояса) после выхода предпоследнего опорно-ведущего пояса из ТПК. Из-за вращения РН величины  $Q_y(\Delta x)$  и  $M_z(\Delta x)$  и  $M_z(\Delta x)$  будут меньше, чем в первой модели, но при этом возникает опасность соударения РН с ТПК или СН.

Для получения предварительных количественных оценок приняты следующие числовые данные:

- погонная масса ТПК  $\mu_1(x) = 320 \text{ кг/м}$ ;

- средняя погонная масса PH  $\mu_2(\xi) = 3290 \text{ кг/м}$ ;

- длина PH и ТПК *L*=31 м;

- расстояние между опорами  $a_1 = a_2 = a_3 = a = 10,33$  м.

Модель постоянной погонной массы PH ( $\mu_2 = const$ ) и TПК ( $\mu_1 = const$ ) и постоянной перегрузки приводят к постоянной погонной нагрузке, что является общепринятым в сопротивлении материалов [2]. В исследуемой задаче эта модель рассматривается в качестве исходного эталона, с которым сравниваются другие случаи нагружения при переменной погонной массе PH и линейном изменении нормальной перегрузки по длине ТПК.

Два рассматриваемых случая по положению РН относительно ТПК (транспортировка РН к месту запуска со средней расчетной перегрузкой  $n_y^p = 3,0$  при  $\Delta x = 0$  и выход РН из ТПК в процессе выполнения маневра «Горка» со средней расчетной перегрузкой  $n_y^p = 0,45$  при  $0 \le \Delta x \le 31$  м), безусловно, не исчерпывают всех расчетных случаев для выбора элементов конструкции ТПК из условия прочности. Однако оба случая являются достаточно «жесткими», так

как в первом случае нормальная перегрузка является максимальной, а во втором случае перемещение PH относительно ТПК порождает дополнительные нагрузки.

Ниже представлены результаты расчетов для рассмотренных режимов нагружения: эпюры перерезывающей силы  $Q_y(x)$  (рис. 4.1) и изгибающего момента  $M_z(x)$  (рис. 4.2) по длине ТПК. Видно, что максимальная перерезывающая сила для режима транспортировки возникает в сечениях над опорами 1 и 2, которые расположены ближе к центру ТПК. Максимальная перерезывающая сила в режиме выхода РН из ТПК возникает в сечениях над опорами 2 и 3, которые расположены ближе к срезу ТПК. В режиме выхода РН из ТПК для значений  $\Delta x \ge 25$  м перерезывающая сила оказывается больше, чем в режиме транспортировки.

Максимальный изгибающий момент при транспортировке РН в СН возникает в сечениях над опорами I и 2, которые расположены ближе к центру ТПК, и в середине пролетов  $a_i$  и  $a_3$ . Максимальный изгибающий момент в режиме выхода РН из ТПК возникает в сечении над опорой 3, которая расположена на срезе ТПК. При перемещении РН на величину  $\Delta x > 13$  м в процессе десантирования максимальный изгибающий момент оказывается больше, чем при транспортировке РН.

Величина максимальной перерезывающей силы, которая реализуется в режиме выхода РН из ТПК, составляет Q<sub>у max</sub>=821 кН, что примерно на четверть превышает величину максимальной перерезывающей силы, достигаемой в режиме транспортировки Q<sub>у max</sub>=659 кН.

Величина максимального изгибающего момента, которая реализуется в режиме выхода РН из ТПК, составляет M<sub>z max</sub>=6528 кН·м, что примерно в 6 раз превышает максимальную величину изгибающего момента, достигаемого в



Рис. 4.2. Изгибающий момент при постоянных погонных массах РН и ТПК и постоянных перегрузках.

режиме транспортировки, М<sub>г max</sub>=1134 кН·м.

При транспортировке, реакции в опорах ТПК составляют  $R_0=R_3=439$  кН и  $R_1=R_2=1208$  кН, т.е. наиболее нагруженными оказываются опоры 1 и 2, которые расположены ближе к центру ТПК. При десантировании и выходе РН почти на полную длину реакции в опорах ТПК имеют разные знаки:  $R_0=-36$  кН (направлена вниз),  $R_1=269$  кН (направлена вверх),  $R_2=-995$  кН (направлена вниз),  $R_3=821$  кН (направлена вверх).

Видно, что при расчете ТПК на прочность в рассматриваемой постановке (т.е. при постоянных погонных нагрузках) следует анализировать оба режима нагружения: для опор 0 и 1 более критичен режим транспортировки, для опор 2 и 3 – режим выхода РН из ТПК.

Реальное распределение погонной массы по длине PH (табл. 2.1, рис. 2.1) существенно отличается от равномерного. Поэтому происходит качественное и количественное перераспределение перерезывающих сил и изгибающих моментов по длине PH.

На рис. 4.3 показана перерезывающая сила, а на рис. 4.4 показан изгибающий момент по длине ТПК при переменной погонной массе РН и постоянных перегрузках. В этом случае распределенная погонная сила, действующая на ТПК, пропорциональна погонной массе РН.

Видно, что максимальная перерезывающая сила имеет место в режиме транспортировки и возникает в сечении над опорой *1*. Это объясняется расположением над этой опорой бака окислителя «O1».

С учетом реального распределения массы по длине РН максимальный изгибающий момент при транспортировке также возникает в сечении над опорой *1*. Максимальный изгибающий момент при выходе РН из ТПК имеет место в сечении над опорой *3*, которая расположена на срезе ТПК.

Сравнение двух режимов нагружения (транспортировка и выход PH) с учетом реального распределения массы PH по ее длине позволяет выявить максимальные величины перерезывающей силы и изгибающего момента.



Рис. 4.3. Перерезывающая сила при переменной погонной массе РН и постоянных перегрузках.



Рис. 4.4. Изгибающий момент при переменной погонной массе РН и постоянных перегрузках.

Максимальное значение перерезывающей силы достигается при транспортировке и составляет Q<sub>у max</sub>=1441 кH, что примерно в 2,5 раза больше величины перерезывающей силы при выходе PH из ТПК (Q<sub>y max</sub>=576 кH).

Максимальное значение изгибающего момента достигается при выходе РН из ТПК на наибольшую длину. Это максимальное значение M<sub>z max</sub>=4646 кH·м примерно в 2,8 раза превышает максимальную величину изгибающего момента при транспортировке (M<sub>z max</sub>=1652 кH·м).

Видно, что переход от упрощенной модели распределения погонной массы по длине PH (средняя погонная масса) к реальной модели распределения при постоянной нормальной перегрузке приводит к изменению картины нагрузок как для перерезывающей силы  $Q_y$ , так и для изгибающего момента  $M_z$ . При этом существенно изменяется величина максимальной перерезывающей силы  $Q_y$  (с 821 кH до 1441 кH, т.е. увеличивается в 1,75 раза) и величина максимального изгибающего момента  $M_z$  (с 6528 кH·м до 4646 кH·м т.е. уменьшается в 1,4 раза). В целом, при определении расчетных нагрузок на ТПК четырехопорной схемы в случае постоянной нормальной перегрузки следует учитывать изменение погонной массы PH по ее длине.

Учет реального распределения массы РН по длине приводит к изменению реакций в опорах ТПК (по сравнению с постоянными погонными нагрузками). При транспортировке они меняются существенно:  $R_0=392$  кH,  $R_1=2220$  кH,  $R_2=540$  кH и  $R_3=142$  кH. При десантировании и выходе РН почти на полную длину реакции составляют  $R_0=-24$  кH,  $R_1=196$  кH,  $R_2=-703$  кH и  $R_3=575$  кH, что тоже существенно отличается от значений, полученных для модели постоянной массы PH.

#### 4.2. Действие линейной перегрузки

Другая апробация вычислительных алгоритмов и случаев нагружения проводилась в предположении линейного изменения расчетной перегрузки по длине РН и ТПК. При построении линейной модели перегрузки принято, что в центре ТПК величина перегрузки равна расчетной перегрузке для случая транспортировки РН в CH ( $n_y^p = 3,0$ ) и для случая выхода РН из TПК ( $n_y^p = 0,45$ ), соответственно. На левом конце ТПК перегрузка на 1/3 меньше, а на правом конце на 1/3 больше. В результате получены следующие линейные модели расчетных перегрузок для случая транспортировки РН в CH и для случая выхода РН из ТПК:

$$n_{y_1}^p(t,x) = n_{y_2}^p(t,x) = 2 + 0,06452x, \qquad (4.1)$$

$$n_{\nu 1}^{p}(t,x) = n_{\nu 2}^{p}(t,x) = 0,3 + 0,009677x, \qquad (4.2)$$

Для случая транспортировки РН в СН предполагается, что имеет место маневр в вертикальной плоскости с вращением СН относительно центра масс. В результате этого маневра СН происходит перераспределение перегрузки по линейному закону (4.1). Для случая выхода РН из ТПК предполагается, что имеют место угловая скорость и угловое ускорение, что также приводит к перераспределению перегрузки по линейному закону (4.2).

Расчеты проводились как для случая средней погонной массы PH μ<sub>2</sub>(ξ) = 3290 кг/м, так и для случая переменной по длине погонной массы PH (табл .2.1, рис. 2.1).

Ниже представлены результаты расчетов:

- эпюры перерезывающей силы Q<sub>y</sub>(x) (рис. 4.5) и изгибающего момента M<sub>z</sub>(x) (рис. 4.6) по длине ТПК для случая средней погонной массы РН;
- эпюры перерезывающей силы Q<sub>y</sub>(x) (рис. 4.7) и изгибающего момента M<sub>z</sub>(x) (рис. 4.8) по длине ТПК для случая переменной по длине погонной массы РН.

Сравнение условий нагружения четырехопорного ТПК под действием постоянной и линейной нормальных перегрузок в модельных задачах с постоянными погонными массами РН и ТПК и с переменной по длине погонной



Рис. 4.5. Перерезывающая сила при постоянных погонных массах РН и ТПК и линейных перегрузках.



Рис. 4.6. Изгибающий момент при постоянных погонных массах PH и TПК и линейных перегрузках.

28



Рис. 4.7. Перерезывающая сила при переменной погонной массе РН и линейных перегрузках.



Рис. 4.8. Изгибающий момент при переменной погонной массе РН и линейных перегрузках.

29

массой РН показывает значительное различие в величинах перерезывающей силы и изгибающего момента.

Линейная перегрузка, которая «в среднем» совпадает с постоянной и увеличивается к срезу ТПК, порождает существенно большие нагрузки на ТПК и грузовой пол СН, чем постоянная перегрузка, поэтому необходимо учитывать фактор возможного изменения перегрузки по длине ТПК и РН.

Перерезывающая сила достигает экстремальных значений  $Q_{y max}$ =1438 кН (для случая постоянной погонной массы PH) при десантировании, когда PH почти полностью выходит из ТПК, и  $Q_{y max}$ =1206 кН (для случая переменной по длине погонной массы PH) при транспортировке. Изгибающий момент достигает максимальных значений  $M_{z max}$ =11516 кН·м (для случая постоянной погонной массы PH) и  $M_{z max}$ =7594 кН·м (для случая переменной по длине погонной массы PH) и  $M_{z max}$ =7594 кН·м (для случая переменной по длине погонной массы PH) при пуске, когда PH почти полностью выходит из ТПК. Следовательно, при оценке условий нагружения, необходимо рассматривать оба случая.

При постоянной и при линейной перегрузке перерезывающая сила  $Q_y$  достигает экстремальных значений в сечениях ТПК над опорами 2 и 3, которые расположены ближе к срезу ТПК. Это происходит при пуске, когда PH почти полностью выходит из ТПК.

В режиме транспортировки наибольшее влияние на значение величины перерезывающей экстремальной силы  $O_v$ оказывает закон распределения погонной массы РН. При равномерном распределении погонной массы наиболее нагруженными оказываются средние опоры 1 и 2. Для случая переменной погонной массы наиболее нагруженной в режиме транспортировки оказывается опора 1, на которую приходится наибольший вес бака окислителя «O1».

Изгибающий момент M<sub>z</sub> достигает экстремальных значений в сечении над опорой *3*, расположенной на срезе ТПК. Это происходит при пуске, когда РН почти полностью выходит из ТПК.

Линейная перегрузка приводит к изменению величин реакций в опорах ТПК по сравнению с постоянной перегрузкой. Это вызвано перераспределением погонных сил по длине PH и ТПК. В случае постоянной погонной массы PH реакции в опорах ТПК при транспортировке составляют  $R_0=317$  кH,  $R_1=1025$  кH,  $R_2=1391$  кH и  $R_3=561$  кH, а при десантировании (в конце выхода PH из ТПК) реакции составляют  $R_0=-70$  кH,  $R_1=459$  кH,  $R_2=-1765$  кH и  $R_3=1438$  кH. Учет переменности погонной массы PH по длине существенно перераспределяет величины реакций в опорах ТПК. Так, при транспортировке реакции составляют  $R_0=301$  кH,  $R_1=1901$  кH,  $R_2=650$  кH и  $R_3=172$  кH, а при выходе PH из ТПК почти на полную длину в процессе десантирования реакции составляют  $R_0=-45$  кH,  $R_1=308$  кH,  $R_2=-1157$  кH и  $R_3=939$  кH.

В таблицах 4.1 и 4.2 представлены величины максимальной перерезывающей силы и максимального изгибающего момента для всех рассмотренных случаев нагружения (для двухопорной [1] и четырехопорной схем крепления ТПК к полу СН).

Сравнение двухопорной и четырехопорной схем крепления ТПК к грузовому полу СН показывает, что максимальная перерезывающая сила уменьшается практически во всех рассмотренных случаях нагружения. Изгибающий момент, который является определяющим для расчета потребной из условия прочности массы ТПК, уменьшается почти в два раза. Отсюда следует, что четырехопорный ТПК должен иметь массу почти в два раза меньше, чем двухопорный ТПК.

В табл. 4.3 представлены реакции в опорах ТПК, т.е. силы, приложенные к грузовому полу СН в точках опор, для всех рассмотренных случаев нагружения (для двухопорной и для четырехопорной схем крепления ТПК к полу СН).

Сравнение с двухопорной схемой [1] позволяет сделать заключение, что при четырехопорной схеме нагрузки на пол СН уменьшаются примерно в 1,5-2 раза. Однако для случая переменной массы РН, за счет большого веса бака

# Таблица 4.1. Величина максимальной перерезывающей силы

	Расчетный случай	Точка приложения и величина максимальной перерезывающей силы				
Модель нагружения		Двухопорная схема		Четырехопорная схема		
		опора	Q <sub>y max</sub> , кН	опора	Q <sub>y max</sub> , кН	
Постоянная погонная	Транспортировка, $n_y^p = 3,0$	В	1275	1, 2	659	
масса ГП, постоянная перегрузка	Десантирование, $n_y^p = 0,45  \Delta x = 30 \text{ м}$	В	855	3	821	
Переменная погонная масса РН, постоянная перегрузка	Транспортировка, $n_y^p = 3,0$	A	1350	1	1441	
	Десантирование, $n_y^p = 0,45  \Delta x = 30 \text{ м}$	В	720	3	576	
Постоянная погонная	Транспортировка, $n_y^p(t, x) = 2 + 0,06452x$	В	1536	2	781	
масса ГП, линейная перегрузка	Десантирование, $n_y^p(t,x) = 0, 3 + 0,009677x$ $\Delta x = 30$ м	В	1453	3	1438	
Переменная погонная	Транспортировка, $n_y^p(t, x) = 2 + 0,06452x$	A	1082	1	1206	
линейная перегрузка	Десантирование, $n_y^p(t,x) = 0, 3 + 0,009677x$ $\Delta x = 30$ м	В	1143	3	939	

# в ТПК при различных случаях нагружения

### Таблица 4.2. Величина максимального изгибающего момента

Модель нагружения	Расчетный случай	Точка приложения и величина максимального изгибающего момента				
		Двухопорная схема		Четырехопорная схема		
		опора	М <sub>z max</sub> , кН∙м	опора	М <sub>z max</sub> , кН∙м	
Постоянная погонная масса РН, постоянная перегрузка	Транспортировка, $n_y^p = 3,0$	В	7700	1, 2	1134	
	Десантирование, $n_y^p = 0,45  \Delta x = 30 \text{ м}$	В	12050	3	6528	
Переменная погонная масса РН, постоянная перегрузка	Транспортировка, $n_y^p = 3,0$	B A-B*	2691 3765	1	1652	
	Десантирование, $n_y^p = 0,45  \Delta x = 30 \text{ м}$	В	10165	3	4646	
Постоянная погонная	Транспортировка, $n_y^p(t, x) = 2 + 0,06452x$	В	9592	2	1345	
масса ГП, линейная перегрузка	Десантирование, $n_y^p(t,x) = 0, 3 + 0,009677x$ $\Delta x = 30$ м	нтирование, x) = 0, 3 + 0,009677x В 20556 3 30  м	3	11516		
Переменная погонная масса РН	Транспортировка, $n_y^p(t,x) = 2 + 0,06452x$	В А-В*	3295 3015	1	1196	
линейная перегрузка	Десантирование, $n_y^p(t,x) = 0, 3 + 0,009677x$ $\Delta x = 30$ м	В	16147	3	7594	

### в ТПК при различных случаях нагружения

(\*) *А-В* – изгибающий момент достигает максимального значения между опорами *А* и *В*.

Таблица 4.3. Реакции в опорах ТПК при различных случаях нагружения

Модель нагружения		Двухопорная схема		Четырехопорная схема			
	Расчетный случай	Реакции в опорах, кН		Реакции в опорах, кН (при $a_1 = a_2 = a_3 = 10,33$ м)			
		R <sub>A</sub>	R <sub>B</sub>	R <sub>0</sub>	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>
Постоянная погонная масса РН, постоянная перегрузка	Транспортировка, $n_y^p = 3,0$	802	2492	439	1208	1208	439
	Десантирование, $n_y^p = 0,45  \Delta x = 30 \text{ м}$	-828	1322	-36	269	-995	821
Переменная погонная масса РН, постоянная перегрузка	Транспортировка, $n_y^p = 3,0$	1684	1610	392	2220	540	142
	Десантирование, $n_y^p = 0,45  \Delta x = 30 \text{ м}$	-696	1190	-24	196	-703	575
Постоянная погонная масса РН, линейная перегрузка	Транспортировка, $n_y^p(t,x) = 2 + 0,06452x$	404	2890	317	1025	1391	561
	Десантирование, $n_y^p(t,x) = 0,3+0,009677x$ , $\Delta x = 30$ м	-1429	2214	-70	459	-1765	1438
Переменная погонная масса РН, линейная перегрузка	Транспортировка, $n_y^p(t,x) = 2 + 0,06452x$	1330	1693	301	1901	650	172
	Десантирование, $n_y^p(t,x) = 0,3 + 0,009677x$ , $\Delta x = 30$ м	-1120	1864	-45	308	-1157	939

«O1» и его расположения непосредственно над опорой *1*, нагрузка на эту опору в режиме трнспортировки примерно в 1,4 раза превышает аналогичную нагрузку для двухопорной схемы.

Приведенные выше результаты моделирования условий нагружения ТПК и грузового пола CH соответствуют одинаковому расстоянию между опорами *0-1, 1-2, 2-3*. Были проведены также расчеты для смещенных влево и вправо на 1-2 м средних опор *1* и *2*. Установлено, что такое смещение указанных опор не приводит к существенному изменению нагрузок на ТПК и грузовой пол CH.

В целом, даже на уровне рассмотренных модельных задач нагружения, видны преимущества четырехопроной схемы ТПК по сравнению с двухопорной.

### Выводы

Основные результаты выполненной работы состоят в следующем:

- Разработан вычислительный алгоритм и создано программное обеспечение, позволяющие определять нагрузки на ТПК и грузовой пол СН для четырехопорной схемы при любом смещении РН относительно ТПК и при любой погонной нагрузке (из-за переменной погонной массы РН по ее длине или из-за переменной нормальной перегрузки по длине ТПК и РН).
- Показано, что учет изменения погонной массы по длине PH значительно изменяет распределение нагрузок на ТПК и реакции опор грузового пола, особенно в случае переменной по длине ТПК и PH перегрузки.
- Показана необходимость учета изменения перегрузки по длине ТПК и РН, так как при этом происходит существенное перераспределение нагрузок по сравнению со случаем постоянной перегрузки.
- На модельных задачах нагружения конструкции ТПК и СН показано, что увеличение числа опор с двух до четырех должно позволить существенно уменьшить массу ТПК.
- Рассмотренная четырехопорная схема крепления ТПК к полу СН является промежуточным этапом при переходе к многоопорным схемам, которые, как предполагается, позволят уменьшить нагрузки на ТПК и грузовой пол СН.

### Литература

- Сихарулидзе Ю.Г. Жуков Б.И. Динамические нагрузки на самолетноситель при реализации воздушного старта ракеты-носителя (двухопорная схема). Препринт № 9 ИПМ РАН за 2008.
- Дарков А.В. Шпиро Г.С. Сопротивление материалов. «Высшая школа», М. 1975.