



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 56 за 2009 г.



Видякин В.В., Волков Д.М.,  
Воронков Д.Н., [Галактионов В.А.](#),  
Клевченя А.А., Шевченко Д.Е.

Компьютерное  
моделирование  
геологического строения и  
процесса разработки  
нефтяного месторождения

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Компьютерное моделирование геологического строения и процесса разработки нефтяного месторождения / В.В.Видякин [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2009. № 56. 25 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2009-56>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М.В. Келдыша

Видякин В.В., Волков В.М., Воронков Д.Н., Галактионов В.А.,  
Клевченя А.А., Шевченко Д.Е.

**Компьютерное моделирование геологического  
строения и процесса разработки нефтяного  
месторождения**

Москва  
2009

Видакин В.В., Волков В.М., Воронков Д.Н., Галактионов В.А., Клевченя А.А., Шевченко Д.Е.

## **Компьютерное моделирование геологического строения и процесса разработки нефтяного месторождения**

### **Аннотация**

В работе рассмотрены вопросы моделирования геологического строения и процесса разработки нефтяного месторождения. Предложен алгоритм двумерной интерполяции, который учитывает особенности создания геологических карт: большое число точек наблюдения, неравномерность и случайность их расположения, различная достоверность информации в точках, наличие многосвязных границ областей расчета, присутствие геологических нарушений. Описаны математическая модель процесса вытеснения вязкопластической нефти водой в неоднородной пористой среде в трехмерных областях со скважинами, а также алгоритмы численного решения возникающих при этом начально-краевых задач. Представленные алгоритмы программно реализованы и апробированы. Возможности разработанных программных средств проиллюстрированы результатами численного анализа некоторых модельных задач.

Vidyakin V.V., Volkov V.M., Voronkov D.N., Galaktionov V.A., Klevchenya A.A., Shevchenko D.E.

## **Computational modeling of geological structure and extraction process of oilfield Abstract**

We considered the problems of computational modeling of oilfield geological structure and the simulation of oil extraction process. The paper proposes the interpolation algorithm taking into account main peculiarities of geological maps creation: large number of accidentally located control points, different trustworthiness of information for points, multicoherent boundary of calculation domain, the existence of geological faults. The paper describes the mathematical model of non-steady displacement of non-Newtonian oil by water in essentially inhomogeneous bed tapped by a system of injecting and operating wells. It presents the algorithms of numerical analysis of corresponding boundary-value problems. The features of the model have been keyed in user-friendly software. The capabilities of the software are illustrated through the calculation of several typical problems of oil displacement by water.

Электронная версия с цветными иллюстрациями размещена по адресу:  
[http://www.keldysh.ru/pages/cgraph/publications/cgd\\_publ.htm](http://www.keldysh.ru/pages/cgraph/publications/cgd_publ.htm)

## СОДЕРЖАНИЕ

Аннотация .....	2
Содержание .....	3
1. Введение .....	4
2. Базовые положения .....	5
3. Двумерная интерполяция в задачах построения геологических моделей .....	6
3.1. Математическая постановка задачи .....	7
3.2. Описание используемого алгоритма.....	7
3.3. Особенности алгоритма для большого количества точек.....	10
3.4. Учет геологических разломов .....	11
3.5. Апробация разработанных программных средств.....	12
4. Численное моделирование процесса вытеснения нефти водой .....	15
4.1. Математическая модель.....	15
4.2. Алгоритм численного решения .....	16
4.3. Программная реализация алгоритмов и тестовые примеры .....	19
5. Заключение.....	23
6. Библиография .....	24

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Системы компьютерного моделирования геологического строения и процесса разработки нефтяного месторождения являются важной составной частью программного обеспечения, функционирующего в геологических подразделениях нефтедобывающих компаний [1, 2]. Их использование позволяет существенно повысить эффективность работы сотрудников при принятии тактических и стратегических решений процесса разработки нефтяных месторождений, подготовке отчетной документации. В настоящее время существует большой набор программных средств, автоматизирующих в той или иной степени процесс решения задач геологического и гидродинамического моделирования. Условно их можно разделить на две большие группы:

1) универсальные программные средства, обеспечивающие функционирование постоянно действующих геолого-технологических и гидродинамических моделей нефтяных месторождений;

2) специализированные программные средства, ориентированные на решение оперативных и специфических задач геомоделирования.

Программные комплексы первой группы (Roxar, Schlumberger, Landmark) обеспечивают пользователей мощными интегрированными средствами структурного и литологического моделирования, моделирования пространственных распределений петрофизических свойств, распределений пород различных литотипов. Они имеют развитые средства формирования и коррекции нерегулярных гидродинамических сеток, позволяющих описать свойства месторождений со сложным строением. Поддерживается функционирование нескольких гидродинамических моделей трехмерной многофазной многокомпонентной фильтрации в неоднородной трещиновато-пористой среде. В настоящее время программные комплексы первой группы и их отдельные компоненты широко используются в научно-исследовательских и проектных центрах крупных нефтяных компаний.

Особенностью функционирования малых нефтяных компаний является исторически сложившаяся множественность используемых баз данных,

невозможность приобретения дорогостоящих полнофункциональных программных комплексов первой группы и отсутствие подготовленных специалистов для их перманентной загрузки. В связи с этим возникает потребность в эксплуатации более доступных специализированных программных средств, ориентированных на оперативное решение наиболее актуальных задач и не требующих длительного времени на их освоение. К программным средствам второй группы можно отнести отечественные комплексы TIMEZYX, ISOLINE, ТРИАС, MapManager. Они используются в производственных подразделениях российских нефтяных компаний.

Целью данной работы является обзор функционального содержания и алгоритмической структуры основных компонент пакета MapManager [3]. Дано описание реализованных в пакете подходов и приводится ряд практических примеров, иллюстрирующих эффективность разработанных методик в решении конкретных задач геологического и гидродинамического моделирования.

## **2. БАЗОВЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ**

В простейшем приближении нефтяное месторождение может рассматриваться как совокупность последовательно залегающих природных пластов (слоев), каждый из которых описывается собственной геометрией (областью существования, поверхностями кровли, подошвы, тектонических нарушений) и свойствами (пространственным распределением геолого-геофизических параметров).

Под геологической моделью месторождения будем понимать его представление в виде набора двумерных (трехмерных) сеток, характеризующих его геологические свойства [4, 5]. Основными источниками информации для построения геологической модели являются данные, полученные при геофизических исследованиях скважин, интерпретация данных сейсморазведки (реперные поверхности, поверхности тектонических нарушений), дополнительная априорная информация (контура начальных и текущих флюидных контактов, зон замещения и выклинивания пластов). Условно можно

разделить процесс создания геологической модели на следующие взаимосвязанные этапы:

- 1) интерпретация каротажного материала по скважинам;
- 2) построение схем корреляции пластов по скважинным данным;
- 3) интерпретация данных сейсморазведки;
- 4) построение модели тектонических нарушений;
- 5) построение структурно-опорных поверхностей сейсмических горизонтов;
- 6) интерполяция скважинных данных на 2D (3D) сетки геологических параметров пластов;
- 7) литологическое, петрофизическое моделирование.

Под гидродинамической моделью месторождения будем понимать совокупность представлений геологической модели и дополнительных данных: фильтрационных параметров и данных по работе скважин (интервалы перфорации, радиус скважины, пластовое или забойное давление, дебиты или расходы фаз). Гидродинамическое моделирование осуществляется путем численного решения начально-краевых задач, описывающих многофазную фильтрацию флюидов в неоднородной пористой среде.

### **3. ДВУМЕРНАЯ ИНТЕРПОЛЯЦИЯ В ЗАДАЧАХ ПОСТРОЕНИЯ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

Рассмотрим плоскую задачу вычисления значений некоторого параметра в узлах прямоугольной сетки по заданным его значениям в случайно расположенных точках. Излагаемый алгоритм ее решения базируется на сочетании методов натуральных сплайнов [6] и крайгинга [7], учитывает особенности реальных геологических карт: большое число точек наблюдения (несколько десятков тысяч), неравномерность и случайность их расположения, различная достоверность информации в точках, наличие многосвязных границ областей расчета, присутствие геологических нарушений (трещин, разломов).

#### **3.1. Математическая постановка задачи**

Пусть существуют линейное пространство  $G$  для функций  $f$ , определенных на  $R^n$ , вещественное гильбертово пространство  $H$  для функционалов от  $f$ , и линейный оператор  $T : G \rightarrow H$ . Требуется найти элемент  $\sigma \in G$ , удовлетворяющий двум условиям:

$$\sigma(X_i) = Z_i, \quad i = 1, \dots, m$$

$$\|T\sigma\|_H^2 = \text{Min}$$

где  $Z_i$  – фиксированные числа, равные значениям, которые принимают оцениваемые функции  $f$  в точках  $X_i$ , минимум ищется по всем элементам  $f \in G$ ,  $\{f\} \rightarrow \sigma$ . Например, в одномерном случае имеем

$$f(x_i) = Z_i, \quad i = 1, \dots, m;$$

$$\|T\sigma\|^2 = \Phi(f) = \int_a^b [f''(x)]^2 dx \rightarrow \text{Min}$$

Здесь  $\Phi(f)$  – аналог потенциальной энергии упругого стержня, закрепленного в точках плоскости  $(x_i, f_i)$ , а на сплайне  $\sigma \in \{f\}$  реализуется минимум этой энергии. В двумерном случае для нахождения сплайн-функции можно использовать условие минимума функционала

$$\Phi(f) = \int_{\Omega} [(\partial^2 f / \partial x^2)^2 + 2(\partial^2 f / \partial x \partial y)^2 + (\partial^2 f / \partial y^2)^2] d\Omega$$

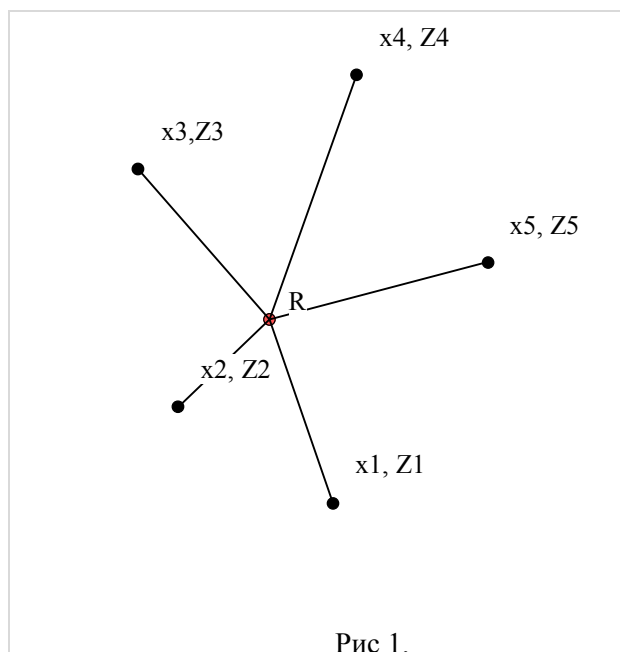
### 3.2. Описание используемого алгоритма

В реализованном нами алгоритме решение задачи ищется в виде функции:

$$S(X) = \sum_{i=1}^m Z_i Q_i(X) \quad (3.1)$$

где  $Z_i$  – известные значения в точках  $X_i$  (см. рис. 1),  $Q_i$  – априори неизвестные весовые функции, для вычисления которых используется метод крайгинга [7].





Основными критериями подбора значений функций  $Q_i$  для произвольной точки R является выполнение условий:

- 1) минимизация среднеквадратичного отклонения ошибок в формуле (3.1)

$$e^2 = e_R^2 - 2 \sum_{i=1}^m Q_i e_{RXi} + \sum_i \sum_j Q_i Q_j e_{XiXj},$$

где  $e_R^2$  - дисперсия ошибки в окрестности искомой точки R,  $e_{RXi}$  - ковариация значений между точками R и  $X_i$ ,  $e_{XiXj}$  - ковариация значений между точками  $X_i$  и  $X_j$ .

- 2) условие несмещенности (предотвращение систематического завышения или занижения искомых решений):

$$\sum_{i=1}^m Q_i = 1$$

Получаем переопределенную систему с числом уравнений, превышающим число неизвестных. Для ее регуляризации введем новую дополнительную неизвестную  $\lambda$ . При этом общий минимизируемый функционал может быть записан в виде:

$$F = e^2 + 2\lambda(\sum_i Q_i - 1)$$

Продифференцировав  $F$  по всем неизвестным  $Q_i$ ,  $\lambda$  и приравняв соответствующие производные к нулю, получим систему  $m+1$  линейных уравнений с  $m+1$  неизвестными  $Q_i$  и  $\lambda$ :

$$\sum_j Q_j e_{xiXj} + \lambda = e_{RXi}, \quad i = 1..m$$

$$\sum_{i=1}^m Q_i = 1$$

или в матричном виде

$$|\Sigma| |Q| = |D|, \quad (3.2)$$

где введены следующие обозначения:

$$|\Sigma| = \begin{vmatrix} e_{11} & \dots & e_{1m} & 1 \\ e_{21} & \dots & e_{2m} & 1 \\ \dots & \dots & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}, \quad |Q| = \begin{vmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ \lambda \end{vmatrix}, \quad |D| = \begin{vmatrix} e_{R1} \\ e_{R2} \\ \dots \\ 1 \end{vmatrix}$$

Решение системы (3.2) имеет вид:

$$|Q| = |\Sigma|^{-1} |D| \quad (3.3)$$

Заметим, что в общем случае функции  $e_{ij}$ , которые являются дисперсией ошибок, имеют геостатистическую природу, зависящую от конкретного объекта исследования, и получаются из анализа так называемых вариограмм оцениваемой физической величины. В простейшем приближении может использоваться модель, в которой  $e_{ij}$  задаются расстояниями между точками  $x_i$  и  $x_j$ .

### 3.3. Особенности алгоритма для случая большого количества точек

Итак, задача определения значения рассматриваемой физической величины в точке  $R$  сводится к выбору в ее окрестности  $m$  точек  $x_i$ , в которых известны

значения  $z_i$  этой величины, определению расстояний между всеми точками и вычислению весовых функций  $Q_i$  по формуле (3.3). Для решения задачи в случае большого числа точек применяется метод разбиения единицы на плоскости [6]. Рассматриваемая область разбивается в плане на взаимно перекрывающиеся прямоугольники  $ij$ ,  $i=1,\dots,m$ ;  $j=1,\dots,l$  (см. рис. 2), содержащие фиксированное число точек, для которых решается система (3.2). Далее значение в оцениваемой точке  $X=(x,y)$  вычисляется для каждого прямоугольника  $ij$ , покрывающего точку  $X$ , согласно (3.1) как  $S_{ij}(X) = \sum_k Z_k Q_k$

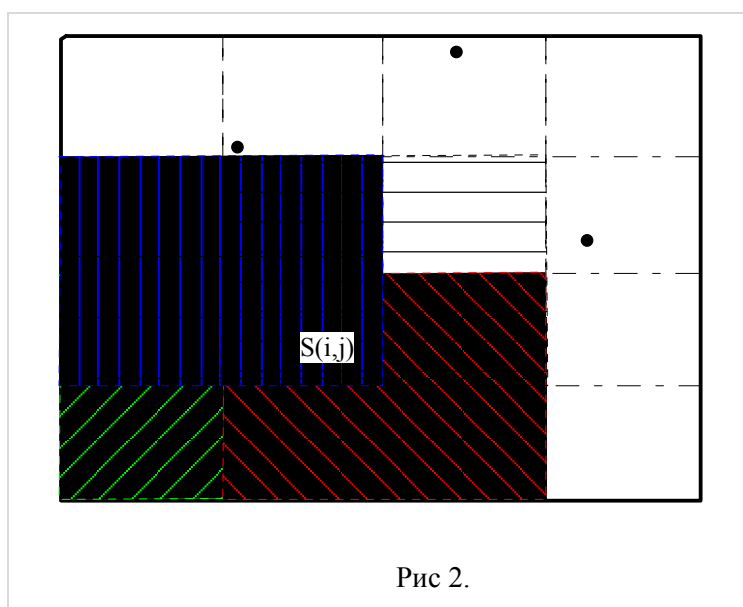


Рис 2.

Затем значения в оцениваемой точке  $X$ , полученные от перекрывающихся прямоугольников «склеиваются» между собой по формуле

$$S(X) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l w_{ij}(X) S_{ij}(X)$$

где  $w_{ij}(X)$  - весовые коэффициенты, для которых выполняется условие

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^l w_{ij}(X) = 1$$

Функции  $w_{ij}(X) = v_i(x)u_j(y)$   $i = 1,\dots,n$ ;  $j = 1,\dots,l$  определены на множестве прямоугольников  $R_{ij} = (\xi_{i-1}, \xi_{i+1}) \times (\eta_{j-1}, \eta_{j+1})$ ,  $i = 1,\dots,n$ ;  $j = 1,\dots,l$ , покрывающих всю область, достигая максимума в центре и снижаясь до 0 при достижении

границы прямоугольника. X-компонента весовой функции  $v_i(x)$  задается следующим образом:

$$v_1(x) = \{1, x \leq \xi_1, H((x - \xi_1)/(\xi_2 - \xi_1)), \xi_1 \leq x \leq \xi_2; 0, x \geq \xi_2\},$$

$$v_i(x) = \{0, x \leq \xi_{i-1}, x \geq \xi_{i+1}; 1 - v_{i-1}(x), \xi_{i-1} \leq x \leq \xi_i; H((x - \xi_i)/(\xi_{i+1} - \xi_i)), \xi_i \leq x \leq \xi_{i+1}\}$$

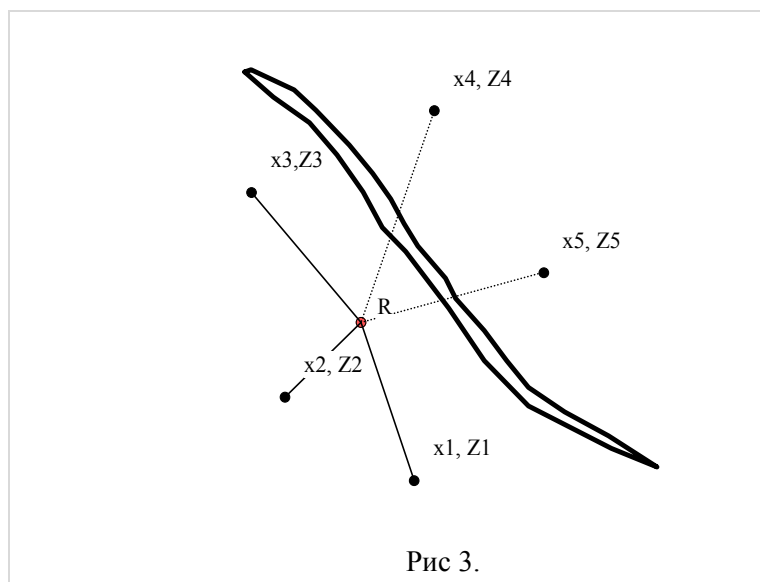
для  $i=2, \dots, n-1$ ,

$$v_n(x) = \{0, x \leq \xi_{n-1}, 1 - v_{n-1}(x), \xi_{n-1} \leq x \leq \xi_n, 1, x \geq \xi_n\}, H(t) = 1 - 3t^2 + 2t^3$$

Функции  $u_j(y)$  строятся аналогично.

### 3.4. Учет геологических разломов

Рассматриваемая область интерполируемой величины не всегда описывается непрерывным полем. На геологических картах встречаются разрывы непрерывности, обусловленные тектоническими нарушениями, имеющими линейную структуру. Они представляются линиями разломов, на смежных берегах которых оцениваемая величина претерпевает скачок. Обычно разлом задается специальным контуром, построенным вдоль ломаной линии разрыва, который разбивает карту на многосвязные области непрерывности. В случае существования геологических разломов общая концепция алгоритма сохраняется. Особенности связаны с обработкой ситуации, когда линия разлома экранирует линию «наблюдения», соединяющую точку оценивания  $R$  с одной из точек  $X_i$ . Такие точки  $X_i$  игнорируются в матричных соотношениях (3.2).



Так, в примере на рис. 3 для точки R в матричном уравнении присутствуют точки 1, 2, 3, а точки 4 и 5 в расчет не принимаются. Соответствующая система (3.2) решается методом Гаусса индивидуально для каждого узла сетки.

Недостатком данного подхода являются возможные возмущения полученного решения, вызываемые сменой условий задачи (уход значения за разлом или выход из-за него) при переходе от одной оцениваемой точки к близко расположенной другой, а также несоответствие поведения поля по разные стороны разлома, что не характерно для геологических образований. Для преодоления указанных проблем осуществляется предварительный расчёт поля сдвига с использованием заданных либо рассчитанных амплитуд разломов. При этом вдоль границы разлома вводятся новые вспомогательные точки, задающие значения сдвига. Значения в изначально заданных точках корректируются в соответствии с рассчитанным полем сдвига. Затем осуществляется интерполяция скорректированных значений без учёта разломов и суммирование полученного поля с полем сдвига.

### 3.5. Апробация разработанных программных средств

На базе ПК MapManager создан пакет модулей автоматизированного создания и анализа геологической модели нефтяного месторождения, программно реализующий изложенный алгоритм. На основе обработки

первичной геолого-геофизической информации по скважинам и дополнительной априорной информации (контура ВНК, нарушений, зон замещения и выклинивания) пакет обеспечивает пользователя средствами формирования, анализа и интерактивной коррекции 2D/3D сеток, характеризующих геологические и гидродинамические свойства пласта. Сетки могут быть рассчитаны силами пакета или импортированы из стандартных обменных форматов. При собственных расчетах пакет учитывает геологические разломы, врезы пластов, поддерживает применение модификаций метода схождения и использование различных алгоритмов интерполяции (сплайн, крайгинг с учетом вариограмм, OFELI). При создании геологической модели пользователь может задать граничные условия, определяющие значение и градиент интерполируемого параметра на некотором контуре. Это позволяет учесть субъективное представление геолога о поведении параметра в зонах с недостаточным количеством данных.

Созданные 2D/3D сетки могут быть использованы для визуализации геологических моделей (в виде карт, геологических профилей, 3D представлений), для оперативного уточнения моделей (локальный пересчет полей после получения дополнительной информации), оперативного подсчета запасов нефти по участку, подготовки данных для гидродинамических расчетов. На рис. 4 представлена карта нефтенасыщенных толщин, полученная на основе геологической модели пакета MapManager. На рис. 5 представлено распределение нефтенасыщенности на два момента времени вдоль вертикального сечения объекта разработки (геометрия пласта и трехмерное поле нефтенасыщенности импортированы из ПК «Rohar»).



## 4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЫТЕСНЕНИЯ НЕФТИ ВОДОЙ

### 4.1. Математическая модель

Для изучения динамики процесса вытеснения нефти использовалась трехмерная модель Баклея-Левретта [8], описывающая конвективное обводнение нефтеносного пласта. Исследовалась двухфазная фильтрация двух несмешивающихся несжимаемых жидкостей в недеформируемой неоднородной пористой среде, когда движение вытесняемой жидкости описывается законом фильтрации с предельным градиентом, а вытесняющей – обобщенным законом Дарси. Если капиллярный скачок давления между фазами не учитывается, то система уравнений для определения давления  $p$  и водонасыщенности  $s$  может быть записана в виде [8, 9]:

$$\sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left( A \frac{\partial p}{\partial x_j} \right) = 0 \quad (4.1)$$

$$m \frac{\partial s}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j F) = 0 \quad (4.2)$$

где

$$A = k \left( \frac{\psi f_1(s)}{\mu_1} + \frac{f_2(s)}{\mu_2} \right), \quad u_j = -A \frac{\partial p}{\partial x_j}, \quad F = \frac{k f_2}{\mu_2 A},$$
$$\mu = \frac{\mu_1}{\mu_2}, \quad \psi = \begin{cases} 1 - G / |\nabla p|, & |\nabla p| > G / (1 - \varepsilon) \\ \varepsilon, & |\nabla p| \leq G / (1 - \varepsilon) \end{cases}$$

$t$  – время,  $x_1, x_2, x_3$  – декартовы координаты,  $\mu_i$  – динамические коэффициенты вязкости фаз,  $k$  – коэффициент абсолютной проницаемости пористой среды,  $f_i$  – функции фазовых проницаемостей,  $m$  – пористость среды,  $G$  – предельный градиент давления для нефти,  $\varepsilon$  – параметр регуляризации, предотвращающий вырождение эллиптического оператора уравнения (4.1), индексы  $i=1, 2$  соответствуют нефти и воде.



Уравнения (4.1), (4.2) рассматриваются в ограниченной области  $\Omega$ , имеющей форму прямоугольного параллелепипеда. В начальный момент времени во всей области задается исходное распределение водонасыщенности  $s(x_1, x_2, x_3, 0) = s_0(x_1, x_2, x_3)$ . На границе  $\bar{\Omega}$  области  $\Omega$  считается известным давление  $p(x \in \bar{\Omega}_1) = p_0(x)$ ,  $\bar{\Omega} \supseteq \bar{\Omega}_1$  или поток жидкости, определяемый величиной  $q(x \in \bar{\Omega}_2) = A \delta p / \delta \bar{n} = q_0(x)$ , где  $\bar{\Omega} \supseteq \bar{\Omega}_2$ ,  $\bar{\Omega}_1 \cup \bar{\Omega}_2 = \bar{\Omega}$ ,  $\bar{\Omega}_1 \cap \bar{\Omega}_2 = \emptyset$ ,  $\vec{n}$  – вектор внешней нормали к поверхности границы. В соответствии с этим для уравнения (4.1) определяются краевые условия Дирихле при  $x \in \bar{\Omega}_1$  и Неймана при  $x \in \bar{\Omega}_2$ . Если поток на каком-либо участке границы направлен внутрь области,  $q(x \in \bar{\Omega}_+) > 0$ , то предполагается, что водонасыщенность вдоль этого участка известна  $s(x \in \bar{\Omega}_+, t) = s_{\bar{\Omega}}(x, t)$ . Скважины моделируются цилиндрическими источниками (стоками) с заданным расходом и водонасыщенностью (для нагнетательных скважин).

## 4.2. Алгоритм численного решения

Численное решение системы (4.1), (4.2) с соответствующими начальными и граничными условиями определялось методом последовательного расчета распределений давления и насыщенности [10]. Давление рассчитывалось из уравнения (4.1) с использованием многокомпонентного итерационного метода переменных направлений. Водонасыщенность определялась из уравнения (4.2) с помощью интерполяционного метода характеристик.

Для расчета поля давления  $p = p(x)$  уравнение (4.1) стандартным образом аппроксимировалось конечно-разностной схемой на трехмерной сетке  $\Omega_h = (x_{1i}, x_{2j}, x_{3k})$ ,  $x_{mn} = (n-1)h_m$ , где  $h_m$  – шаги дискретизации в направлениях  $x_m$ . Для реализации данной схемы использован многокомпонентный итерационный метод переменных направлений [11]

$$\frac{p_m^{n+1} - \bar{p}}{\tau} = \Lambda_m \left( p_m^{n+1} - p_m^n \right) + \sum_{k=1}^3 \Lambda_m p_m^n + Q, \quad m = 1, 2, 3, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (4.3)$$

Здесь  $\bar{p} = (p_1 + p_2 + p_3)/3$ ,  $p_m = p(x_{1i}, x_{2j}, x_{3k}, t)$ ,  $\tau$  – итерационный параметр,  
 $A_{\pm} = 2A(x_{mi})A(x_{mi} \pm h_m)/(A(x_{mi}) + A(x_{mi} \pm h_m))$ ,  $A = (A_+ + A_-)/2$ ,  
 $\Lambda_m p_m = h_m^{-2}(A_+ p_m(x_{mi+1}) - 2A p_m(x_{mi}) + A_- p_m(x_{mi-1}))$ , величина  $Q$  выражает  
 плотность источников (стоков) жидкости в точках локализации скважин.

В качестве начального приближения итерационного процесса при расчете  
 давления на новом временном слое  $t_{j+1} = t_j + \Delta t_{j+1}$  использованы значения

давления при  $t = t_j$ :  $p(x_1, x_2, x_3, t_{j+1}) = p(x_1, x_2, x_3, t_j)$ . При  $t = 0$

$p(0, x_1, x_2, x_3) = p_0$ , где  $p_0$  – среднее внутрипластовое давление на момент  
 начала моделирования. Итерации прекращаются при выполнении условия

$$\max \left\{ \left| p_m^{k+1} - \bar{p} \right| \right\} + \max \left\{ \left| p_m^{k+1} - p_{k \neq m}^{k+1} \right| \right\} < \varepsilon_P, \text{ где постоянная } \varepsilon_P = 10^{-3} \div 10^{-5} \text{ определяет}$$

требуемую точность приближенного решения.

Итерационный алгоритм (4.3) является безусловно устойчивым. Скорость  
 его сходимости, согласно известным теоретическим оценкам [12], зависит от  
 выбора итерационного параметра  $\tau$ , оптимальное значение которого  
 определяется границами спектра разностных операторов:  $\tau = \tau_0 \sim 1/\sqrt{\Delta \delta}$ ,

$$\delta E \leq \sum_{k=1}^3 \Lambda_k \leq \Delta E, \quad E \text{ – единичный оператор. Поскольку границы спектра}$$

операторов  $\Lambda_k$  пропорциональны величине абсолютной проницаемости среды и  
 обратно пропорциональны квадрату шага сетки в соответствующем  
 координатном направлении, то для ускорения сходимости процесса  
 итерационный параметр задается в виде  $\tau = \tau_0 \approx h/\sqrt{\bar{A}}$ ,  $h = (h_1 + h_2 + h_3)/3$ ,

$$\bar{A} = \frac{1}{V} \iiint_V A(x) dx.$$

Опыт использования описанного итерационного алгоритма (4.3) показывает,  
 что если для расчета поля скоростей использовать компоненты приближенного  
 решения  $p_m$  по каждому из пространственных направлений, то

удовлетворительная точность в большинстве случаев требует порядка сотни итераций на начальном этапе моделирования и 5-10 итераций при переходе на новый временной слой.

Решение уравнения для функции водонасыщенности осуществлялось с помощью интерполяционного метода характеристик. Заметим, что во всех узлах сетки, за исключением точек локализации нагнетательных скважин, уравнение (4.2) эквивалентно следующему уравнению:

$$m \frac{\partial s}{\partial t} + \sum_{m=1}^3 v_m \frac{\partial s}{\partial x_m} = 0, \quad (4.4)$$

где величина  $v_m = u_m \frac{\partial F}{\partial s}$  имеет смысл скорости водной фазы в суммарном потоке жидкости. Решение уравнения (4.4) вдоль характеристик является постоянным, поэтому имеет место равенство

$$s(x_{1i}, x_{2j}, x_{3k}, t_n + \Delta t) = s(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, t_n), \quad (4.5)$$

где

$$\bar{x}_1 = x_{1i} - \Delta t v_1 / m, \quad \bar{x}_2 = x_{2j} - \Delta t v_2 / m, \quad \bar{x}_3 = x_{3k} - \Delta t v_3 / m. \quad (4.6)$$

Алгоритм расчета функции водонасыщенности на новом временном слое  $t = t_n + \Delta t$  включает следующие шаги:

1) Согласно рассчитанному полю давления в каждой точке сетки (за исключением точек локализации нагнетательных скважин) вычисляются компоненты вектора скорости:

$$v_m(x_{1i}, x_{2j}, x_{3k}, t_n) = -0.5 h_m^{-1} (p(x_m + h_m) - p(x_m - h_m)) A(x_{1i}, x_{2j}, x_{3k}, t_n) \partial F / \partial s$$

2) Определяется шаг по времени, обеспечивающий устойчивость алгоритма:  $\Delta t = h_m / \max_{x,m} \{v_m(x)\}$ .

3) Согласно формулам (4.6) для каждого узла сетки вычисляются координаты точек  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$  и соответствующие им значения водонасыщенности. При этом расчет водонасыщенности осуществляется путем линейной интерполяции с использованием известных значений функции  $s$  в восьми

вершинах элементарной ячейки сетки, внутри которой находится точка  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ .

Алгоритм (4.5), (4.6) является аналогом явной схемы с разностями против потока и обеспечивает первый порядок точности относительно шагов сетки.

### **4.3. Программная реализация алгоритмов и тестовые примеры**

Представляется актуальным создание и развитие программного обеспечения, позволяющего эффективно решать вопросы оперативного анализа и прогнозирования процессов нефтеизвлечения, оценивать влияние на них различных факторов, обеспечивать возможность быстрого принятия решений, адекватных той или иной ситуации. Для практической реализации перечисленных аспектов в рамках программного комплекса Map Manager создан набор специализированных модулей, включающий в себя:

- 1) построитель упрощенной 3D геологической и гидродинамической моделей объекта разработки (совокупность 2D/3D сеток, характеризующих фильтрационные свойства пласта, фаз, начальные и граничные условия для рассматриваемой области фильтрации);
- 2) модуль расчета 3D полей давления и водонасыщенности на основе численного решения краевых задач для (4.1)-(4.2) IMPES методом;
- 3) модуль оценки точности приближенных решений, основанный на расчете баланса жидкостей в моделируемой области;
- 4) модули 2D/3D визуализации полученных решений.

Созданное программное обеспечение тестировалось на известных экспериментальных и аналитических решениях. В частности в [13], на примере динамики вытеснения нефти в элементе симметрии пятиточечной системы расстановки скважин, представлены результаты сопоставления численных решений Map Manager с аналитическими результатами [14].

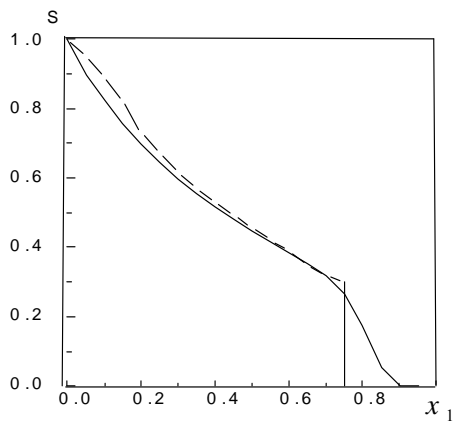


Рисунок 6. Распределение насыщенности вдоль стороны квадрата

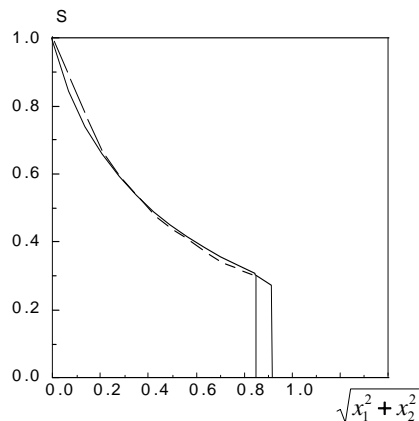


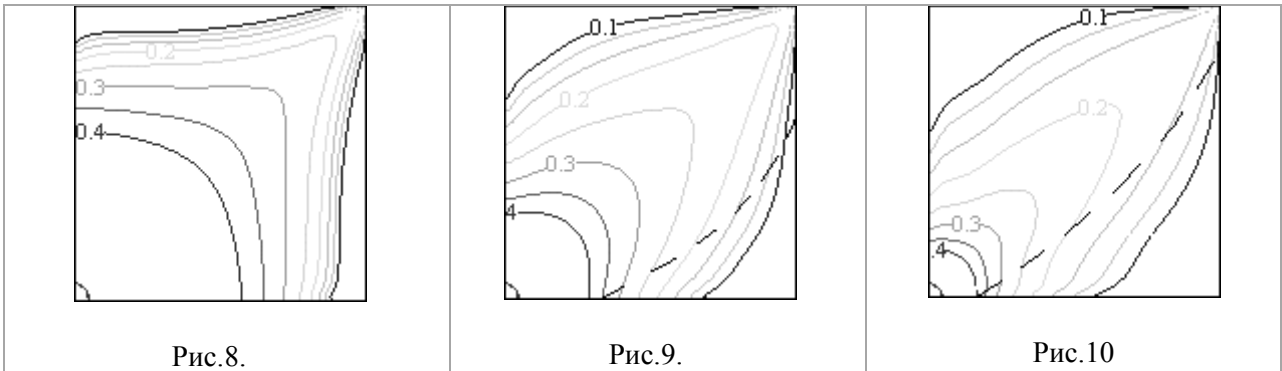
Рисунок 7. Распределение насыщенности вдоль диагонали квадрата

Расчеты проводились внутри квадрата с непроницаемыми сторонами, в противоположные углы которого помещены нагнетательная и добывающая скважины. Полагалось, что пористая среда однородна ( $k=1$ ), длина стороны квадрата равна единице, расход каждой из скважин  $q=0.5$ ,  $\mu=10$ , функции фазовых проницаемостей совпадают с модельными зависимостями [8]. Результаты расчетов показаны на рис.6, рис.7. Сплошные линии иллюстрируют численные решения для  $h_j=0.05$ ,  $t=0.3$ , пунктирные -соответствуют аналитическому решению [14].

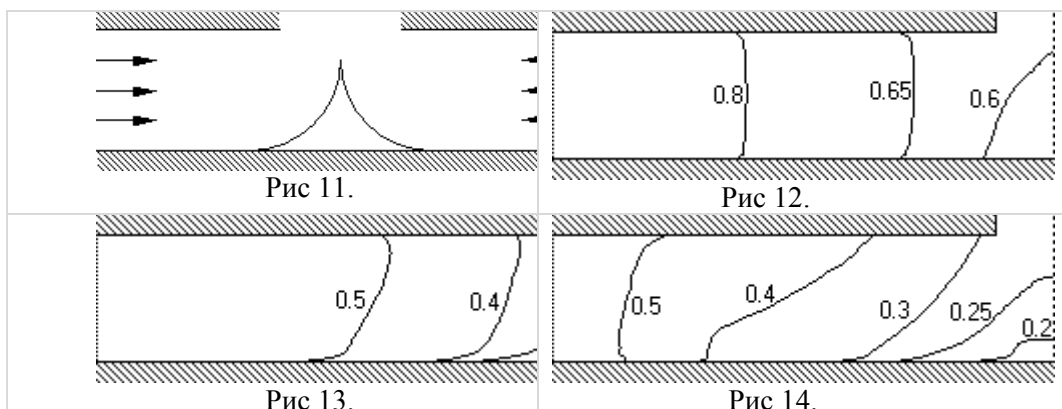
На рисунках 8-10 представлены результаты расчетов вытеснения вязкопластической нефти водой в элементе симметрии пятиточечной схемы заводнения. Расчеты были выполнены для параллелепипеда однородной пористой среды с непроницаемыми гранями ( $300\text{м} \times 300\text{м} \times 3\text{м}$ ,  $k = 500$  мД), на противоположные вертикальные ребра которого помещены нагнетательная и добывающая скважины с расходом  $q=5$  м<sup>3</sup>/сутки. Полагалось  $\mu=20$ ,  $m=0.2$ ,  $G=0$  (Рис. 8),  $G=0.02$  атм/м (Рис.9),  $G=0.04$  атм/м (Рис. 10). Представленные изолинии водонасыщенности соответствуют моменту установившегося течения ( $t = 5$  лет). Нетрудно заметить, что для больших  $G$  основной поток локализуется вдоль диагонали, соединяющей скважины. В окрестности двух других

вертикальных ребер параллелепипеда образуются застойные зоны переменной водонасыщенности, которая с течением времени практически не меняется.

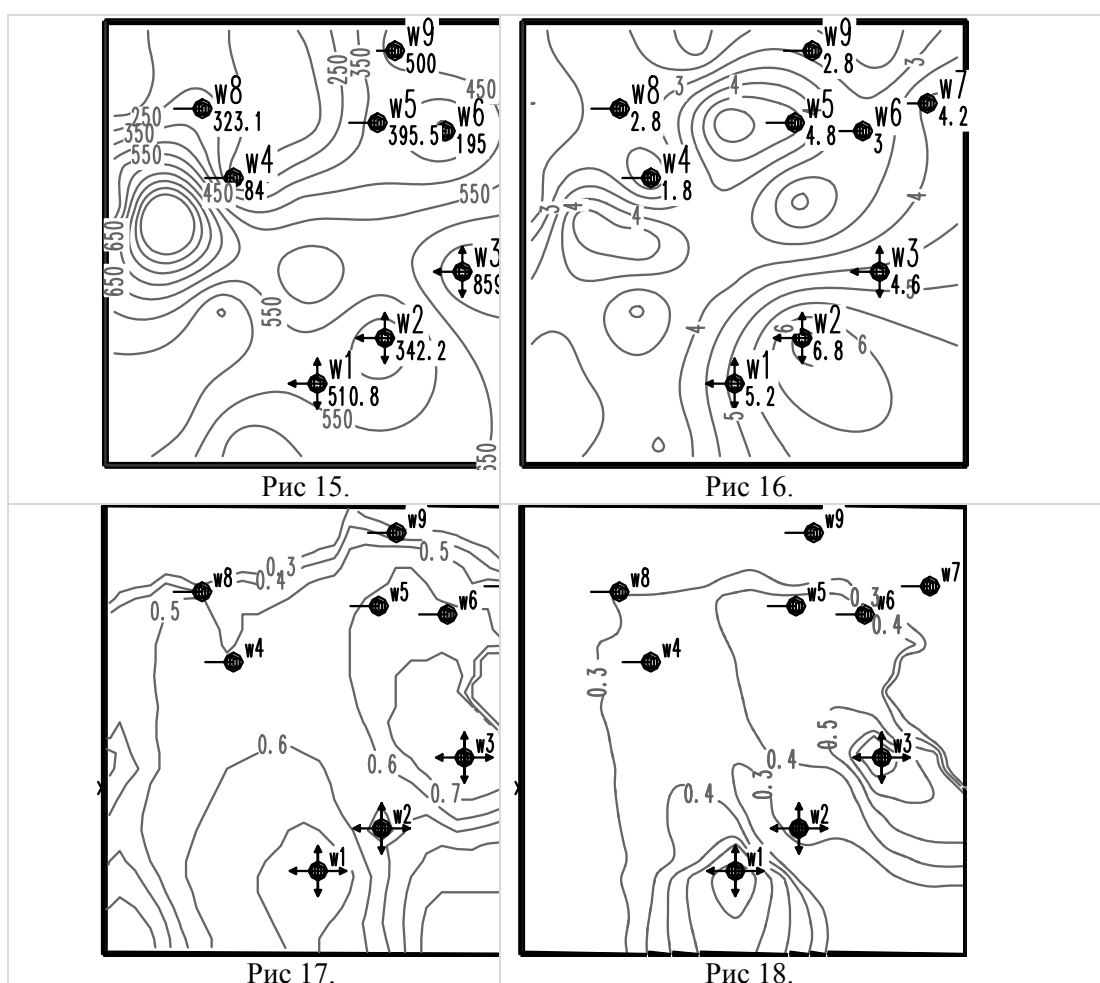
Сравнение конфигураций застойных зон с точными решениями для поршневого вытеснения (пунктирные линии [15]), демонстрирует их удовлетворительную качественную согласованность.



На рисунках 11-14 представлены численные решения осесимметричной задачи вытеснения вязкопластической нефти водой из цилиндрической области (высота области – 40 м, радиус области – 150 м, проницаемость среды  $k = 500$  мД). Вытесняющая жидкость поступает в область через боковую поверхность ( $s_1 = 1$ , поток  $40 \text{ м}^3/\text{сутки}$ ) и покидает ее через дискообразную трещину в кровле (радиус трещины – 20м, давление – 1 атм, см. рис. 11). Изолинии визуализируют установившееся распределение водонасыщенности после 4 лет вытеснения при  $\mu = 1.8$ ,  $m = 0.2$ ,  $G = 0$  (Рис. 12),  $G = 0.02 \text{ атм/м}$  (Рис. 13),  $G = 0.04 \text{ атм/м}$  (Рис. 14). На подошве области под трещиной отчетливо наблюдается образование застойной зоны.



Программное обеспечение решения краевых задач для системы (4.1), (4.2) использовалось для исследования процесса заводнения участка реального нефтяного месторождения. Рассматривался участок в виде параллелепипеда  $2000 \times 2000 \times 25$  м<sup>3</sup>, содержащий пористый пласт средней толщиной 5 м и начальной водонасыщенностью  $s^0 = 0.15$ . Процесс вытеснения обеспечивался тремя нагнетательными скважинами (W1, W2, W3) и шестью добывающими (W4-W9). Геологические свойства пласта (проницаемость и толщина) и схема расположения скважин представлены рис.15-16.



Задача решалась в предположении заданных расходов на работающих скважинах ( $1000$  м<sup>3</sup>/сутки для нагнетательных скважин,  $10$  м<sup>3</sup>/сутки для добывающих). Граничные условия для давления и водонасыщенности на вертикальных гранях параллелепипеда определялись интерполяционными методами с учетом данных на окружающих участок скважинах. Горизонтальные грани полагались

непроницаемыми. Некоторые результаты вычислений представлены на рис. 17-18, где визуализированы изолинии водонасыщенности после 20 лет закачки для  $G=0$ ,  $G=0.02$  атм/м. Значение предельного градиента оказывает существенное влияние на скорость продвижения фронта вытеснения. При вытеснении вязкопластической нефти зональная неоднородность пласта вызывает появление дополнительных застойных зон, не участвующих в фильтрационном процессе (см., например, окрестность скважины W2). Сравнительный анализ результатов моделирования динамики водонасыщенности с реальными данными истории разработки нефтяного месторождения показал адекватность использованной модели и возможность получения на ее основе хороших качественных и количественных прогнозных оценок продуктивности месторождения и остаточных запасов сырья.

## **5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В работе рассмотрен ряд задач, возникающих при создании и анализе геологических и гидродинамических моделей нефтяного месторождения. Даны их математические постановки, алгоритмы решения, результаты апробации разработанных программных средств.

Предложен, программно реализован и апробирован алгоритм двумерной интерполяции, который учитывает особенности создания геологических карт: большое число точек наблюдения, неравномерность и случайность их расположения, различная достоверность информации в точках, наличие многосвязных границ областей расчета, присутствие геологических нарушений.

Разработан алгоритм численного решения трехмерных начально-краевых задач, возникающих при моделировании процесса вытеснения вязкопластической нефти водой в неоднородной пористой среде в областях со скважинами. Приведены примеры сопоставления результатов численного анализа некоторых модельных задач с известными аналитическими решениями и результаты моделирования разработки реального месторождения. Представленные



результаты демонстрируют эффективность разработанной и программно реализованной в ПК MapManager методики.

## **6. БИБЛИОГРАФИЯ**

[1] Закревский К.Е. Геологическое 3D моделирование. – Москва: ООО ИПЦ «Маска», 2009.

[2] Булыгин Д.В., Медведев Н.Я., Кипоть В.Л. Моделирование геологического строения и разработки залежей нефти Сургутского свода. – Казань: ДАС, 2001.

[3] Видякин В.В., Журавков М.А., Коновалов О.Л., Клевченя А.А., Воронков Д.Н., Зенько В.П., Сасункевич С.П. ГИС-технологии при добыче полезных ископаемых. Специализированная корпоративная геоинформационная система MapManager. – Минск: БГУ, 2004.

[4] РД 153-39.047-00 Регламент по созданию постоянно-действующих геолого-технологических моделей нефтяных и газонефтяных месторождений. – Москва: Минтопэнерго, 2000.

[5] Хисамов Р.С. Особенности геологического строения и разработки многопластовых нефтяных месторождений. – Казань: Мониторинг, 1996.

[6] Игнатов М.И., Певный А.Б. Натуральные сплайны многих переменных. – Москва: Наука, 1991.

[7] Давид М. Геостатистические методы при оценке запасов руд. – Москва: Недра, 1982.

[8] Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. – Москва: Недра, 1984.

[9] Кричлоу Г.Б. Современная разработка нефтяных месторождений – проблемы моделирования. – Москва: Недра, 1979.

[10] Клевченя А.А., Таранчук В.Б. О некоторых численных решениях задач вытеснения неньютоновской нефти водой // Численные методы решения задач

фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. – Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1980, с. 123-129.

[11] Абрашин В.Н. Многокомпонентные итерационные методы переменных направлений // Математическое моделирование, 2000, т. 12, № 2, с.45-58.

[12] Абрашин В.Н., Егоров А.А., Жадаева Н.Г. О скорости сходимости аддитивных итерационных методов // Дифференциальные уравнения, 2001, т.37, № 7, с. 867-879.

[13] Vidyakin V.V., Klevchenya A.A., Konovalov O.L., Volkov V.M. Numerical simulation of 3D non-steady displacement of oil by water. Environmental Issues and Waste Management in Energy and Mineral Production, Rotterdam, 1998, pp. 419-422.

[14] Данилов В.Л., Кац Р.М. Гидродинамические расчеты взаимного вытеснения жидкости в пористой среде. – Москва: Наука, 1980.

[15] Бернадинер М.Г., Ентов В.М. Гидродинамическая теория фильтрации аномальных жидкостей. – Москва: Наука, 1975.