



Галанин М.П., Лотоцкий А.П.,  
Родин А.С., Щеглов И.А.

Движение лайнера в  
магнитном компрессоре:  
сравнение моделей  
упругого, жидкого и  
пластического лайнера

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Движение лайнера в магнитном компрессоре: сравнение моделей упругого, жидкого и пластического лайнера / М.П.Галанин [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2009. № 58. 37 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2009-58>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

Ордена Ленина Институт прикладной математики

им. М. В. Келдыша

М. П. Галанин, А. П. Лотоцкий, А. С. Родин, И. А. Щеглов

**Движение лайнера в магнитном компрессоре: сравнение**

**моделей упругого, жидкого и пластического лайнера**

Москва – 2009

## Аннотация

Работа посвящена моделированию электромагнитного ускорения и торможения лайнера в магнитном компрессоре. Рассмотрено двумерное приближение, соответствующее сечению исходной пространственной области поперечной плоскостью. В работе представлены модели, в которых лайнер считается упругим телом, упругопластическим телом и вязкой жидкостью. Приведены результаты расчетов и проведен сравнительный анализ поведения лайнера для разных моделей.

**M.P. Galanin, A.P. Lototskii, A.S. Rodin, I.A. Sheglov**

### **Liner motion in the magnetic compressor: liquid, elastic, and plastic models comparison**

#### **Abstract**

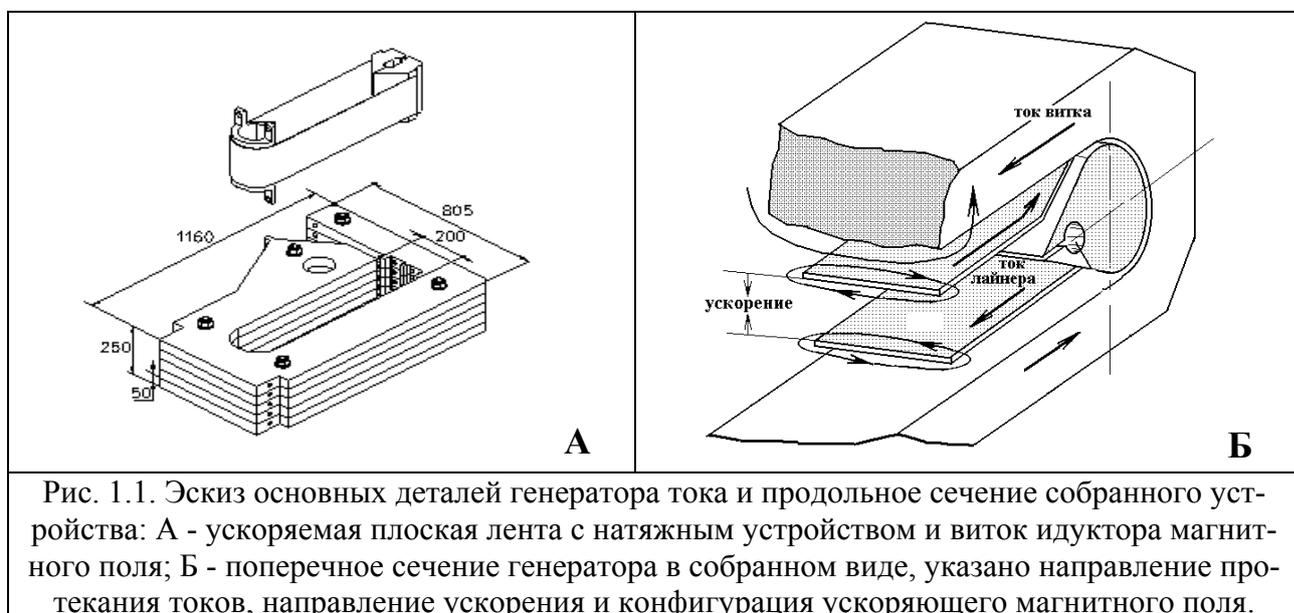
The paper is aimed to the modeling of electromagnetic acceleration and breaking of the liner in magnetic compressor. The 2D approach corresponding to the cross-section of spatial region is discussed. Liquid, elastic, and plastic models of the liner are presented. The calculation results are given and comparative analyze of different models is carried out.

#### **Содержание**

1. Введение и постановка задачи	3
2. Физическая модель	5
3. Математическая модель	7
4. Численная модель	12
5. Физические параметры	14
6. Экспериментальные результаты	14
7. Результаты расчетов	16
8. Заключение	29
Список литературы	30

## 1. Введение и постановка задачи

Установка «МОЛ» («Магнитное обжатие лайнеров») предназначена для исследования работы всех ступеней модуля установки «Байкал» и генерации электрического импульса мегаджоульного уровня. Для установки «МОЛ» [1] разработан макет усилительного каскада мощности (магнитный компрессор – МК), работа которого основана на сжатии магнитного потока лайнером, ускоренным электродинамическими силами до скорости 1 км/с. Схема МК приведена на рис. 1.1Б. Принцип работы усилителя аналогичен принципу работы взрывомагнитного генератора [3], однако разгон лайнера осуществляется электромагнитными силами. Элементы устройства показаны на рис. 1.1А.



На этапе проектирования и создания рабочего образца усилителя мощности необходимо иметь представление о масштабе вероятных неоднородностей, возникающих при разгоне и торможении плоского лайнера с конечными размерами в магнитном поле, что и явилось причиной создания макета устройства, а также постановки задачи математического и численного моделирования динамики разгона пластин и других процессов, сопутствующих ускорению. При этом поперечное сечение устройства, определяющее основную конфигурацию магнитного поля ускорителя, было выбрано, исходя из параметров токового импульса установки МОЛ. Ряд экспериментов и расчетов, выполненных до настоящего времени, приводятся и частично обсуждются ниже. Макетное уст-

ройство в данный в своей нагрузочной части претерпело изменение и показано на фотографии рис. 1.2.



Рис.1.2. Ускорительный виток с индуктивной нагрузкой, вынесенной за пределы окна витка.

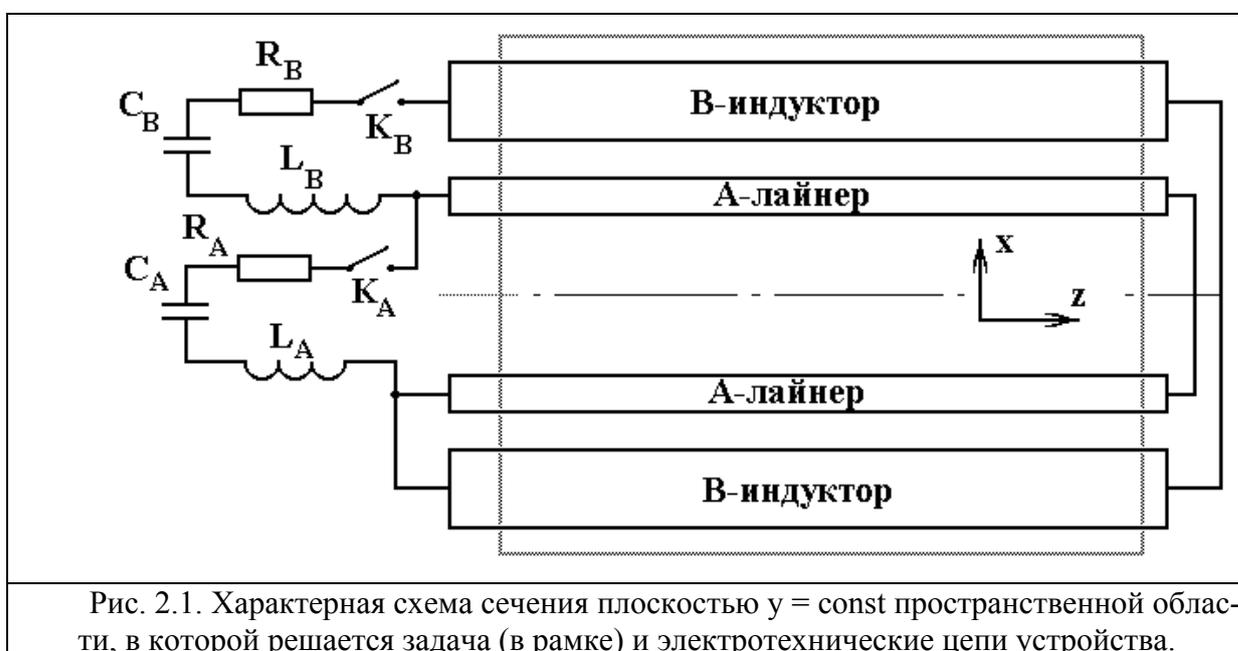
Как было показано ранее [2], моделирование электродинамического разгона плоской (и абсолютно жесткой) пластины лайнера имеет неплохое соответствие с результатами экспериментов. Но одного этого соответствия недостаточно для оптимизации режимов работы электромагнитного компрессора, предназначенного для генерации коротких импульсов тока. Режим компрессии магнитного поля предъявляет особые требования к геометрической форме зазора между пластинами в момент сжатия магнитного поля. Для короткого генерируемого импульса отдача кинетической энергии тонкого лайнера должна проводиться одновременно по всей его плоскости. Искажение плоской формы приводит к неодновременному процессу торможения различных участков пла-

стин и растягиванию выходного электрического импульса во времени. В худшем случае это может привести к запираанию части магнитного потока в компрессоре. Термодинамическое состояние материала лайнера в момент его останковки также чрезвычайно важно, ибо лайнер должен быть непрозрачен для магнитного поля.

Таким образом, одним из ключевых вопросов является определение формы пластины в процессах ускорения и торможения лайнера. Анализ этого вопроса и посвящена настоящая работа.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 09-01-00151).

## 2. Физическая модель



На рис. 2.1 приведено сечение узла ускорения плоскостью  $y = \text{const}$ . Показано присоединение соответствующих электрических цепей индуктора и лайнера, которые могут коммутировать между собой. Здесь и далее лайнер, индуктор и относящиеся к ним элементы и величины помечены соответствующими индексами А и В.

В начальный момент времени конденсатор  $C_B$  в цепи индуктора заряжен до некоторого начального напряжения. После замыкания цепи ключом  $K_B$  по индуктору (и лайнеру) начинает течь разрядный ток. Созданное им в зазоре ускорителя магнитное поле взаимодействует с протекающим по лайнеру током, ускоряя лайнер вдоль оси  $x$ . В некоторый момент времени (отличный от момен-

та начала ускорения) ключом  $K_A$  замыкается цепь контура лайнера. Ток лайнера, в данной схеме равный току в ускорительном витке, создает внутри полости лайнера дополнительное магнитное поле. Это поле является полем рассеяния для ускорительного контура. Однако при срабатывании ключа  $K_A$  эта часть магнитного поля принадлежит замкнутому контуру нагрузки. Наглядно это можно видеть на рис.1.1.Б. Ускорившись, лайнер сжимает это поле, которое окончательно и выводится из системы в виде импульса тока во внешней цепи лайнера. Требуется по начальным и граничным данным, физическим характеристикам сред рассчитать их положение и скорость, напряженность и давление магнитных полей в зазорах между пластинами ускорителя, профиль их поверхностей, токи и напряжения во внешних электрических цепях.

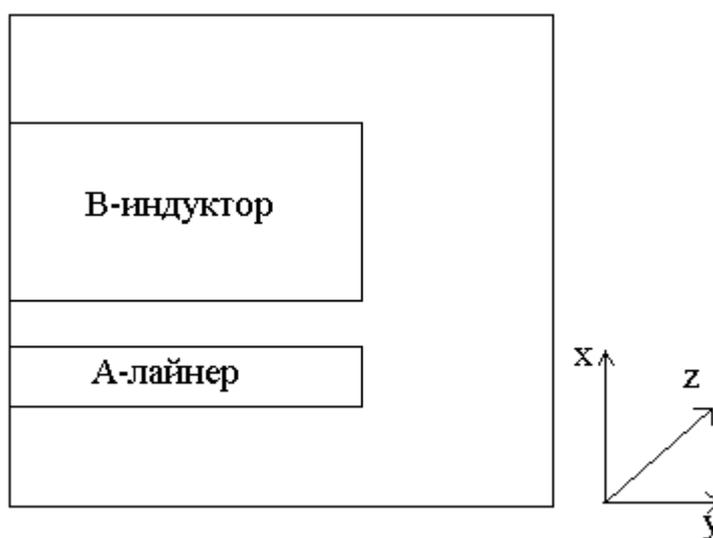


Рис. 2.2. Характерная схема четверти сечения плоскостью  $z = \text{const}$  пространственной области, в которой решается задача.

В связи со сложностью изучаемых процессов принято решение о построении различных двумерных моделей. Модель, соответствующую сечению исходной пространственной области плоскостью  $y = \text{const}$  (рис. 2.1), в дальнейшем будем называть «продольной» моделью. Она подробно описана в работах [7,8]. В данной работе рассмотрено сечение исходной области плоскостью  $z = \text{const}$  (рис. 2.2). Соответствующую модель будем называть «поперечной».

На рис. 2.2 приведена одна четвертая часть поперечного сечения, аналогичного рис. 1.1 Б.

Задача рассматривается в пространственно двумерном приближении. Все величины считаются зависящими только от координат  $x$  и  $y$ . В уравнениях производные по  $z$  отсутствуют. Это означает формально бесконечную протяжен-

ность ускорительной системы в данном направлении. При этом в модели учитывается «эффективная» длина системы в  $z$  – направлении, в значительной степени определяющая процесс перекачки энергии из внешней электрической цепи в кинетическую энергию лайнера.

Соответственно у скоростей ненулевыми являются только  $x$  и  $y$  компоненты. Аналогично отличные от нуля  $x$  и  $y$  компоненты имеет напряженность магнитного поля. Таким образом, эти ненулевые векторы лежат в плоскости рис. 2.2. Векторы напряженности электрического поля и плотности тока имеют по одной ненулевой  $z$  компоненте и направлены перпендикулярно плоскости рис. 2.2.

Параметры внешних электрических цепей предполагаются сосредоточенными, так что для описания цепей можно применять уравнения Кирхгофа [13]. Уравнения внешних цепей обязаны быть выбраны в форме, которая бы обеспечивала сохранение энергии в системе. Кроме того, математическая модель должна обеспечивать протекание полного тока цепи через заданные сечения.

Индуктор предполагается неподвижным, т.е. сила реакции крепежа соответствует действующей на индуктор силе Лоренца и компенсирует ее. Его форма также является неизменной. Материал индуктора является проводником.

Из-за ограниченности объема экспериментальных данных существует значительная неопределенность в том, как ведет себя материал, из которого изготовлена пластина. Поэтому в данной работе приведены 3 способа описания лайнера: он рассматривается как упругое тело, как упругопластическое тело или как вязкая несжимаемая жидкость.

### **3. Математические модели движения лайнера в электромагнитном поле**

В данном параграфе приведены основные соотношения использованных моделей. Дополнительная информация о моделях представлена в работах [5, 6, 9].

### 3.1. Электродинамическая часть

Электродинамическая часть модели основана на системе уравнений Максвелла в квазистационарном приближении (см. [10, 14])

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \text{rot}([\mathbf{v} \times \mathbf{H}] - \mathbf{E}),$$

$$\text{rot } \mathbf{H} = 4\pi\sigma \mathbf{E} = 4\pi \mathbf{j}, \quad (3.1)$$

$$\text{div } \mathbf{H} = 0.$$

Здесь  $\sigma$  - электропроводность,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  - напряженности электрического и магнитного полей,  $\mathbf{j}$  - плотность тока,  $\mathbf{v}$  - вектор скорости движения точек среды (в данном случае лайнера).

После введения векторного потенциала  $\mathbf{A}$  задача для определения полей внутри области принимает вид:

$$\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}, \quad \mathbf{A} = (0, 0, A),$$

$$4\pi\sigma \left[ \frac{DA}{Dt} - \left( \int_{S_k} \sigma \frac{DA}{Dt} dS + I_k \right) / \int_{S_k} \sigma dS \right] = \Delta A \text{ в } S_k, \quad (3.2)$$

$$\Delta A = 0 \text{ в диэлектрике}, \quad (3.3)$$

$$A|_{t=0} = 0, [A] = 0 \text{ на } \partial S_k, A|_{\partial G} = 0,$$

где  $S_k$  - подобласти, занятые проводниками (лайнер и индуктор,  $k=A$ , В соответственно),  $\partial G$  - граница области  $G$ ,  $\partial S_k$  - границы проводников.

Уравнения внешних электрических цепей имеют вид:

$$L_A I_{A,t} + R_A I_A - U_A - 2\chi_A I_z = 0,$$

$$C_A U_{A,t} = -I_A.$$

$$L_B I_{B,t} + R_B I_B - U_B - 2(\chi_B - \chi_A) I_z = 0, \quad (3.4)$$

$$C_B U_{B,t} = -I_B.$$

Здесь  $L$ ,  $R$ ,  $C$ , соответственно, - индуктивность, сопротивление и емкость в цепи,  $I$  и  $U$  – сила тока в цепи и напряжение на обкладках конденсатора,

$$\chi_k(t) = \left( - \int_{S_k} \sigma \frac{DA}{Dt} dS - I_k \right) / \int_{S_k} \sigma dS,$$

слагаемое  $\chi_k$  играет роль плотности поверхностных магнитных токов (см. [6]).

### 3.2 Математическая модель термоупругого тела

Данная модель основана на представлении материала лайнера в виде изотропного сжимаемого термоупругого твердого тела ([5, 13]). Введены следующие обозначения:  $\rho$  и  $\rho_0$  – текущая и начальная плотность материала лайнера,  $x_i$  и  $a_i$  – эйлеровые и лагранжьевые (используется общая лагранжева система координат) переменные,  $u_i = x_i - a_i$  – компоненты вектора перемещения ( $i = 1, 2, 3$  в общем случае, в данном – до 2:  $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$ ). Уравнения движения записаны в лагранжьевых переменных:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial L_{ij}}{\partial a_j} + \rho_0 / \rho F_i, \quad (3.5)$$

где  $\mathbf{F} = [\mathbf{j} \times \mathbf{H}]$  - сила Лоренца, действующая на тело,  $L_{ij}$  - тензор напряжений Лагранжа. Для линейно-упругой среды он задается следующим выражением (более подробно см. [13]):

$$L_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial a_k} (2\mu\gamma_{kj} + (\lambda I_1 - \beta(T - T_0))\delta_{kj}), \quad (3.6)$$

где  $\lambda$  и  $\mu$  – коэффициенты Ламе,  $\beta = (3\lambda + 2\mu)\alpha_T$ ,  $\alpha_T$  – коэффициент линейного теплового расширения.

Тензор деформации и два его первых инварианта имеют вид:

$$\gamma_{kl} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_k}{\partial a_l} + \frac{\partial u_l}{\partial a_k} + \frac{\partial u_m}{\partial a_k} \frac{\partial u_m}{\partial a_l} \right), \quad I_1 = \gamma_{ii}, \quad I_2 = \gamma_{ij}\gamma_{ij}.$$

Здесь использовано правило суммирования по повторяющимся индексам.

Так как в процессе движения возникают значительные деформации лайнера, то в тензоре деформации учтены квадратичные слагаемые.

Соответствующее уравнение энергии записано в виде уравнения теплопроводности (см. [5]):

$$\rho_0 c_\gamma \frac{\partial T}{\partial t} + \beta T \frac{\partial I_1}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial a_i} \left( \kappa(T) \frac{\partial T}{\partial a_i} \right) + \rho_0 / \rho \phi,$$

где  $c_\gamma$  – удельная массовая теплоемкость при постоянной деформации,  $\kappa(T)$  – коэффициент теплопроводности,  $\phi = (\mathbf{jE})$  – мощность тепловыделения.

### 3.3 Математическая модель жидкого лайнера

Для описания движения вязкой несжимаемой жидкости использована система уравнений Навье – Стокса [5,6] (в эйлеровых координатах):

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right) = -\text{grad} p + \eta \Delta \mathbf{v} + \mathbf{F},$$

$$\text{div} \mathbf{v} = 0. \quad (3.7)$$

Здесь  $p$  – гидродинамическое давление,  $\eta = \rho \nu$  – коэффициент динамической вязкости,  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости.

Уравнение теплопроводности для данной модели принимает следующий вид:

$$\rho_0 c_\gamma \left( \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) T \right) = \text{div}(\kappa(T) \text{grad} T) + \phi,$$

$$\phi = (\mathbf{jE}) + \eta \left( 2 \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v_y}{\partial y} \right)^2 \right).$$

Здесь  $\phi$  – мощность выделения энергии, включающая в себя джоулево тепло и источник тепла за счет вязкости.

### 3.4 Математическая модель упругопластического лайнера

Уравнения движения лайнера в приближении упругопластического материала имеют следующий вид (см. [9, 11]):

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial \tilde{a}_k} \left( S_{ik} + S_{kj} \frac{\partial u_i}{\partial \tilde{a}_j} \right) + F_i. \quad (3.8)$$

В отличие от (3.5) уравнения (3.8) записаны с использованием текущей лагранжевой системы координат ( $\tilde{a}_i$  - текущие лагранжевы координаты). В [11] такой подход назван UL (updated Lagrangian) подходом. Так как в каждый фиксированный момент времени UL- координаты  $\tilde{a}_i$  совпадают с эйлеровыми ко-

ординатами  $x_i$ , разница между UL- и эйлеровым подходами проявляется в использовании разных определений скоростей величин: при UL-подходе рассматриваются материальные производные, а при эйлеровом – локальные производные.

В (3.8)  $S_{ij}$  - второй тензор напряжений Пиолы-Кирхгоффа (тензор условных напряжений). Он связан с тензором истинных напряжений Коши  $s_{ij}$  и с тензором напряжений Лагранжа  $L_{ij}$ , использованным в (3.5), следующими выражениями:

$$s_{ij} = \frac{1}{J} \frac{\partial x_i}{\partial \tilde{a}_k} S_{kl} \frac{\partial x_j}{\partial \tilde{a}_l},$$

$$L_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial \tilde{a}_k} S_{kj} = S_{ij} + \frac{\partial u_i}{\partial \tilde{a}_k} S_{kj},$$

где  $J = \left| \frac{\partial x_i}{\partial \tilde{a}_j} \right|$  - якобиан соответствующего преобразования координат.

Выбранная модель больших упругопластических деформаций основана на следующих предположения (см. [9, 11]).

- 1) Тензор скорости деформаций  $\mathbf{V}$  (с компонентами  $V_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$ )

можно представить в виде суммы упругой  $\mathbf{V}^e$  и пластической  $\mathbf{V}^p$  составляющих:

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}^e + \mathbf{V}^p.$$

- 2) Определяющее соотношение для упругопластического тела имеет следующий вид:

$$\mathbf{s}^H = C^E : \mathbf{V}^e = C^E : (\mathbf{V} - \mathbf{V}^p), \quad (3.9)$$

где  $\mathbf{s}^H$  - производная Хилла тензора напряжений Коши,  $C^E$  - тензор коэффициентов жесткости для изотропного тела, знак «:» означает двойную сумму по

повторяющимся индексам тензоров в индексной форме записи данного выражения.

В отличие от определяющего соотношения для термоупругого тела (3.6), в котором тензор напряжений непосредственно связан с тензором деформаций, в (3.9) задана связь производных соответствующих тензоров.

3) Пластическая составляющая тензора скоростей деформаций определяется по ассоциативному закону пластического течения:

$$\mathbf{v}^P = \tilde{\eta} \frac{\partial f_y}{\partial \mathbf{s}} = \tilde{\lambda} \mathbf{s}',$$

где  $\tilde{\lambda}$  - некоторая неизвестная функция (в расчетах использован метод дополнительных деформаций, не требующий нахождения  $\tilde{\lambda}$  в явном виде),  $\frac{\partial f_y}{\partial \mathbf{s}}$  - вектор в пространстве компонент девиатора тензора напряжений, направленный по нормали к поверхности текучести,  $f_y$  - функция текучести.

Считаем, что материал лайнера обладает изотропным упрочнением. Поэтому в качестве функции текучести выбрана следующая функция:

$$f_y(\mathbf{s}', \eta) = 3J_2(\mathbf{s}') - s_y^2(\bar{\varepsilon}^P),$$

где  $J_2(\mathbf{s}') = \frac{1}{2} s'_{ij} s'_{ij}$  - второй инвариант девиатора тензора напряжений ( $s'_{ij} = s_{ij} - \frac{1}{3} s_{kk} \delta_{ij}$ ),  $\bar{\varepsilon}^P$  - параметр упрочнения, характеризующий величину накопленных пластических деформации,  $s_y$  - предел текучести материала.

На текущем этапе данная модель не включает в себя эффекты, связанные с изменением температуры.

#### 4. Численная модель

Для решения задачи использован метод конечных элементов с элементами первого порядка. Предварительно проведена триангуляция области. В данной работе приведены результаты расчетов с сетками, построенными с помощью программы Gridder2D, которая позволяет сгущать сетку в заданных подобластях (более подробные сведения о данном программном комплексе изложены в [12]). В начальный момент времени сетка в лайнере состоит из правильных треугольников.

На рис. 4.1-4.2 приведена сетка, построенная в расчете для пластического лайнера. Размеры ячеек сетки в лайнере и в диэлектрике различаются в десятки раз.

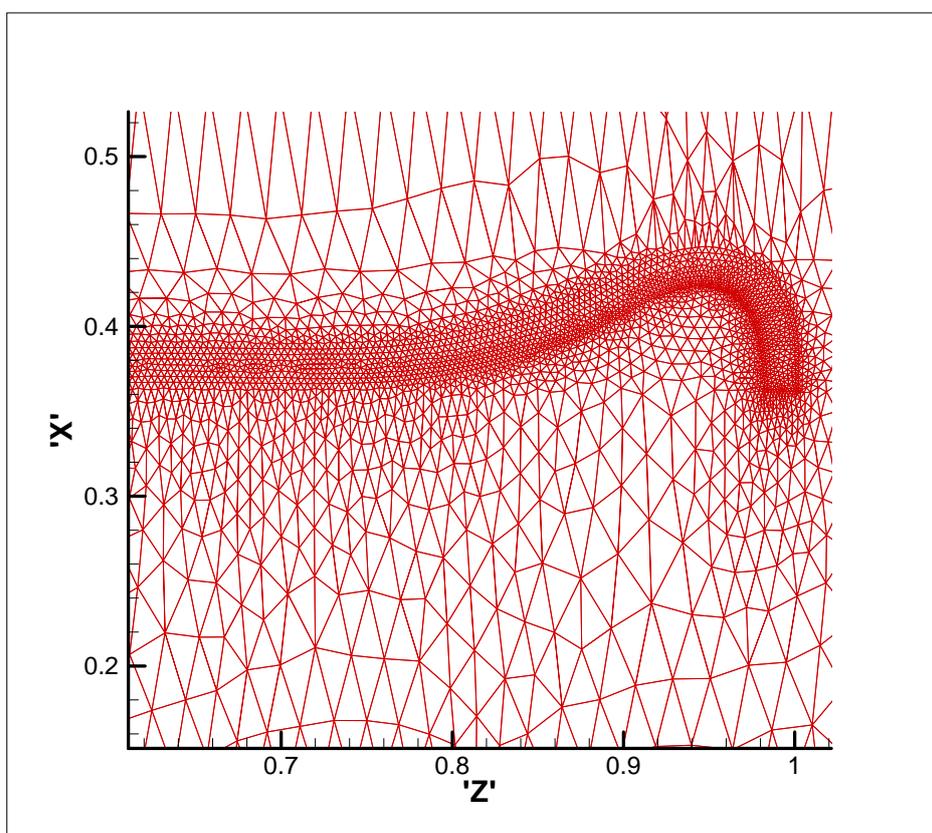


Рис. 4.1. Сетка для пластического лайнера, построенная с помощью программы Gridder2D

В работах [5,6] путем линейных преобразований делалось сгущение сетки в лайнере по оси  $x$ , но при этом получались треугольники, сильно растянутые по оси  $y$ . Как будет показано ниже, форма лайнера в процессе движения зависит от качества используемых сеток (но интегральные характеристики расчетов с различными сетками хорошо совпадают).

Сетка в лайнере перестраивается в соответствии с полученными значениями вектора перемещений в узлах сетки. При этом возникают определенные сложности с перестройкой сетки в диэлектрике. В работах [4,5] предложен следующий алгоритм: диэлектрическая область разбивается на несколько подобластей, в каждой из которых новая сетка получается из старой с помощью билинейных преобразований.

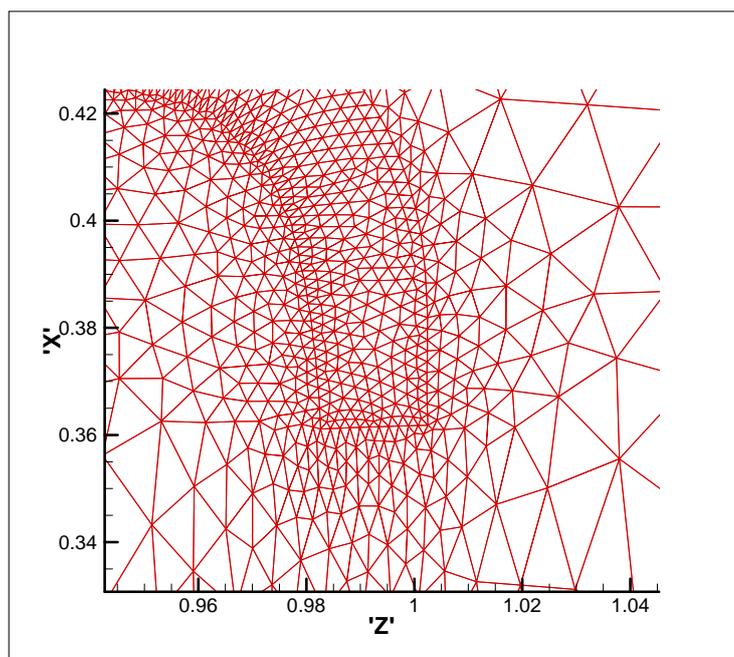


Рис. 4.2. Сетка для пластического лайнера, построенная с помощью программы Gridder2D

В некоторых расчетах с жидким и пластическим лайнером данный алгоритм перестройки сетки не работает. Поэтому в настоящей работе применялся другой подход, который можно представить в виде следующего алгоритма:

- 1) на каждом шаге по времени сетка лайнера сдвигается в соответствии с рассчитанными перемещениями;
- 2) с помощью программы Gridder2D в диэлектрике строится новая сетка (при этом используются данные о новом контуре лайнера);
- 3) производится «сшивки» сеток в лайнере и диэлектрике.

Выбор двух описанных алгоритмов обусловлен тем, что в диэлектрической подобласти решается только эллиптическое уравнение (3.3) для векторно-

го потенциала, поэтому при перестройке сетки можно обойтись без переинтерполяции используемых величин.

## 5. Физические параметры

Приведем в безразмерном виде физические параметры задачи, которые являются общими для всех вариантов расчетов.

Начальная температура  $T = 1.45$ . Начальная скорость лайнера равна нулю. Размеры конструкции в соответствии с рис. 2.2 (для одной четвертой части): высота индуктора равна 1.5, его полуширина – 1.0. Высота лайнера равна 0.02, его полуширина – 1.1. Расстояние между лайнером и индуктором по высоте в начальный момент времени равно 0.02. Начальная высота нижней кромки лайнера равна 0.96.

При расчете электромагнитных полей считается, что на расстоянии 0.5 от краев лайнера или индуктора (в начальный момент времени) находится идеально проводящий экран (в характере его электропроводности возможны варианты).

Параметры материала индуктора взяты равными соответствующим величинам стали: плотность  $\rho = 1.95$ , теплоемкость  $c_v = 9.21$ , теплопроводность  $\kappa = 1.998 \cdot 10^{-5}$ , электропроводность  $\sigma = 52.9$  при  $0^\circ \text{C}$ .

Параметры материала лайнера взяты равными соответствующим величинам алюминия: плотность  $\rho = 0.63525$ , теплоемкость  $c_v = 18.037$ , теплопроводность  $\kappa = 1.035 \cdot 10^{-4}$ , электропроводность  $\sigma = 40.66$  при  $0^\circ \text{C}$ , модуль Юнга  $E = 1762.58$ , коэффициент Пуассона  $\nu_p = 0.301$ . Для модели с «жидким» лайнером выбрана вязкость  $\nu = 0.1$ . Для упругопластического лайнера взят предел текучести  $s_y = 0.9$ .

Для обоих материалов электропроводность взята в виде функции температуры вида  $\sigma = \sigma_s / (1 + \alpha_\sigma T)$  с соответствующими параметрами из [15].

Параметры электрической цепи индуктора составили: индуктивность  $L_B = 20.0$ , емкость  $C_B = 3.1 \cdot 10^{-5}$ , сопротивление  $R_B = 1.2 \cdot 10^2$ .

Начальное напряжение на обкладках конденсатора взято равным 2000.0, начальный ток – нулевой.

Параметры электрической цепи лайнера составили: индуктивность  $L_A = 2.5$ , емкость  $C_A = 1000$ , сопротивление  $R_A = 10^{-5}$ .

Начальное напряжение и начальный ток равны нулю.

## 6. Экспериментальные результаты

Поскольку процесс ускорения лайнера занимает короткий промежуток времени (порядка сотни микросекунд), а в результате торможения большая часть ленты уничтожается, то имеющийся объем экспериментальных данных достаточно ограничен.

Одними из наиболее важных экспериментальных результатов являются фотографии теневой съемки лайнера в процессе его движения, опубликованные в работе [2].

Фотографии, приведенные на рис. 6.1, показывают, что профиль лайнера вплоть до момента сжатия магнитного потока остается относительно тонким и пластины совершают практически плоскопараллельное движение. Но рис. 6.1 описывает поведение лайнера в продольном сечении, а рассматриваемая в данной работе модель относится к поперечному сечению.

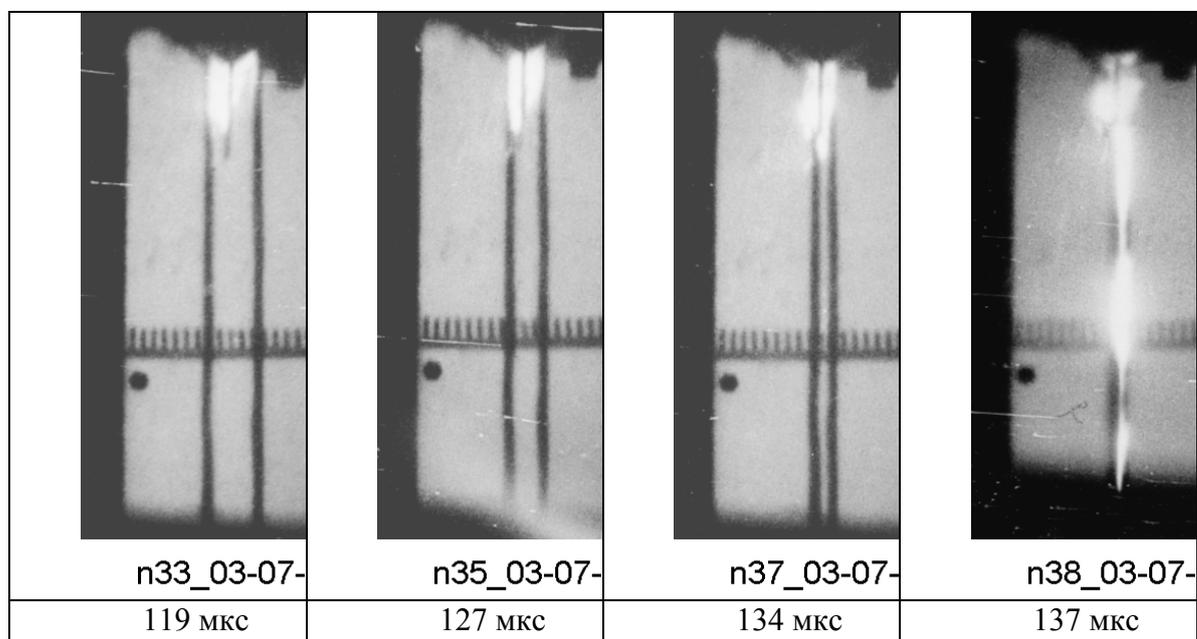


Рис.6.1. Кадры теневой киносъемки лайнера, разогнанного до  $V = 1$  км/с.

В этой же работе [2] приведены данные об эффективной ширине лайнера, изменяющейся во время ускорения. Эти данные получены по измерению «следов» пластины лайнера, падающей на клиновые скосы, расположенные в зоне

закрепления концов ленты (см. рис. 1.1Б). Фотография следов на развертке клиньев показана на рис. 6.2. Здесь были использованы два режима: 1. с «активным» лайнером, что соответствует исследуемой схеме включения контура и 2. с «пассивным» короткозамкнутым лайнером. Последняя схема является просто классическим аналогом кумулятивного генератора магнитного поля (а не тока) и нами далее не рассматривается.

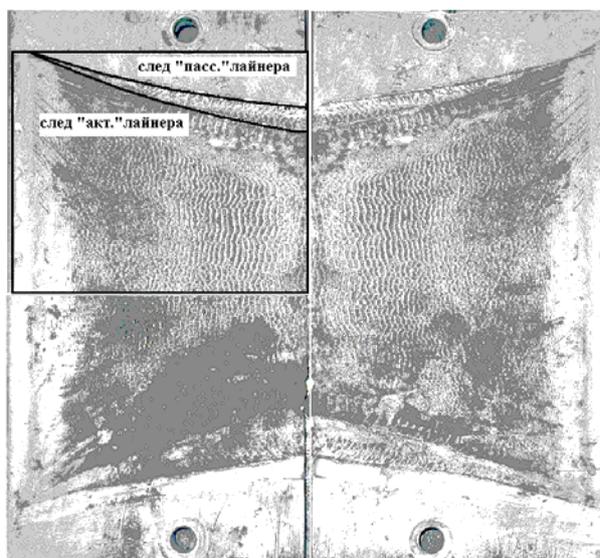


Рис.6.2. Следы границы ленты, падающей на контактную наклонную поверхность в торце ускорителя с «пассивной» и «активной» схемами включения контура.

На фотографии ясно видны границы деформируемой ленты в процессе ускорения, которые заметно приближаются к средней плоскости витка по мере движения ленты. Такое сужение ленты может быть связано, например, с заворачиванием краев лайнера. Заворачивание может происходить из-за естественного процесса «пинчевания» тока, однако затравочный стартовый механизм этого движения, по-видимому, обеспечивает неоднородность ускорения пластины, изначально находящейся у поверхности витка. Но для однозначного ответа экспериментальных данных недостаточно, прояснить ситуацию может проведенное математическое моделирование.

## 7. Результаты расчетов

Для решения поставленной задачи создан программный комплекс, состоящий из нескольких программ.

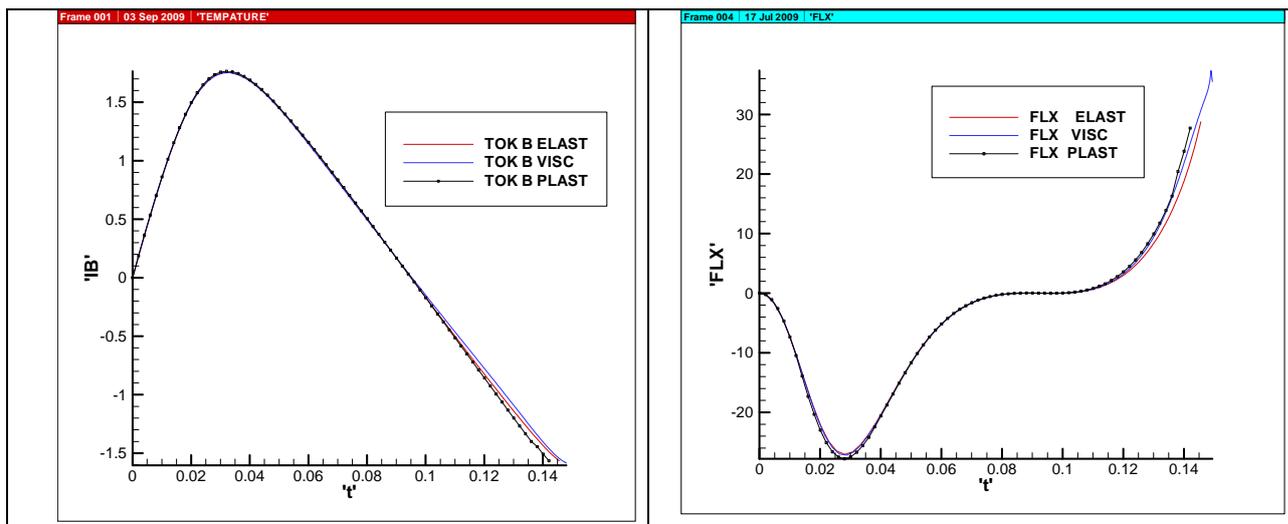
Ниже в безразмерном виде представлены результаты расчетов нескольких вариантов задачи. Приведена графическая информация о решении, позволяющая судить о его качественных и количественных характеристиках.

## 7.1 Вариант 1

Момент замыкания цепи лайнера  $t_0=10$  (цепь за время пролета лайнера не замыкается).

На рис. 7.1 представлены графики сосредоточенной информации о расчете, характеризующие процесс в целом. Это, соответственно (слева направо и сверху вниз), зависимости от времени тока в цепи индуктора, полной ускоряющей лайнер силы, скорости и координаты центра масс лайнера. На каждом рисунке показаны 3 графика, относящихся к упругому, жидкому и пластическому лайнеру (все другие характеристики моделей одинаковы). Из приведенных рисунков видно, что интегральные характеристики процесса движения лайнера совпадают с достаточно большой точностью для разных моделей.

Графики ускоряющей силы и скорости центра масс показывают, что по мере приближения лайнера к нижней границе расчетной области (зазор между пластинами становится малым) происходит его торможение в магнитном поле. Это поле относительно слабое, и, как следует из [4], его величина определяется положением точки равновесия лайнера с током в середине пролетной базы ускорения. Сжатия магнитного потока в данном варианте при незамкнутой цепи лайнера не происходит. Расчеты прекращались, когда расстояние между лайнером и нижней границей области становилось меньше заданной величины.



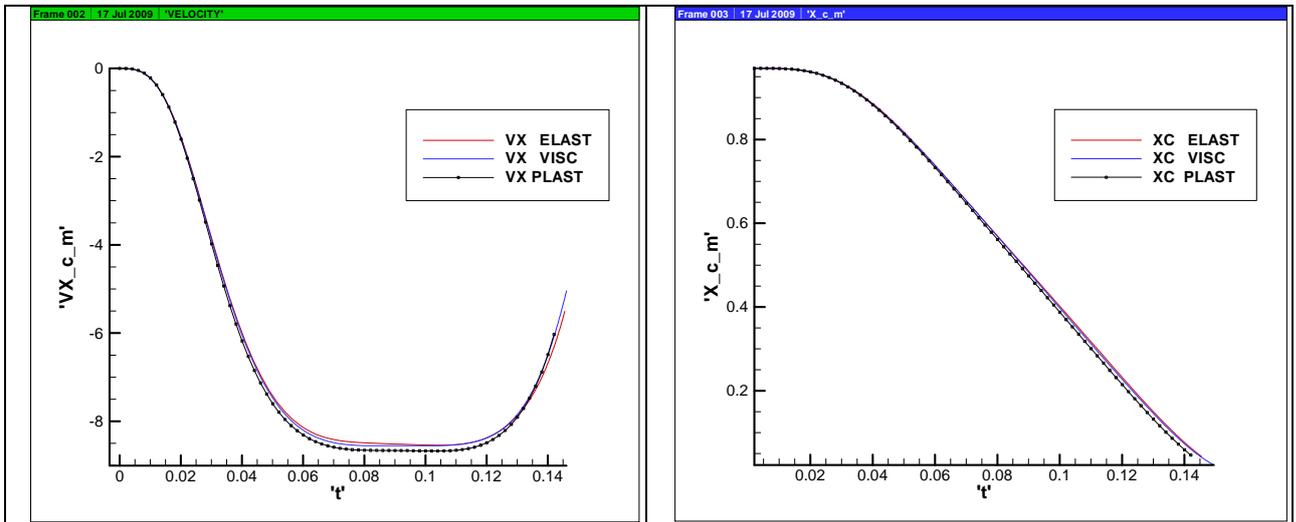


Рис 7.1. Сила тока в цепи индуктора, интегральная сила Лоренца, скорость центра масс и координата центра масс для 3-х вариантов расчета

Если интегральные характеристики для различных моделей хорошо совпадают, то форма лайнера в процессе движения отличается достаточно сильно. На рис. 7.2-7.10 приведены положения пластины в различные моменты времени.

На рис. 7.2 показано поведение упругого лайнера. Видно, что правый конец лайнера отстает от центральной части пластины. Это объясняется тем, что в проведенных расчетах ширина лайнера больше ширины индуктора, поэтому давление магнитного поля на правый конец меньше, чем на центр. В дальнейшем в упругом лайнере образуются волны, которые бегут от края к центру пластины.

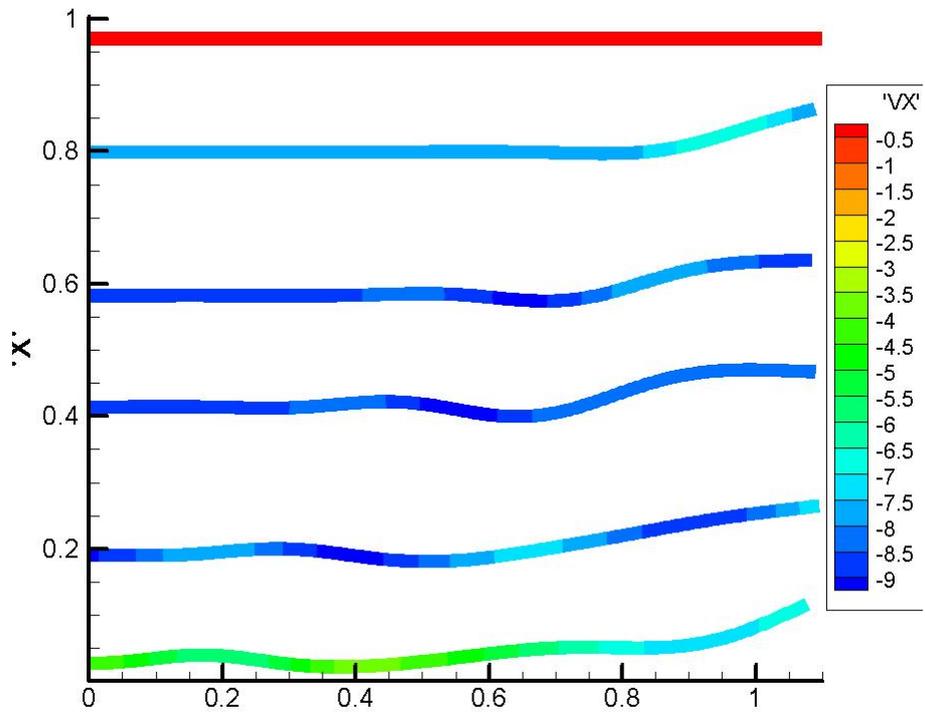


Рис.7.2. Положение упругого лайнера в моменты времени (сверху вниз)

$t=0.0, t=0.0524, t=0.0790, t=0.0980, t=0.1240, t=1455$

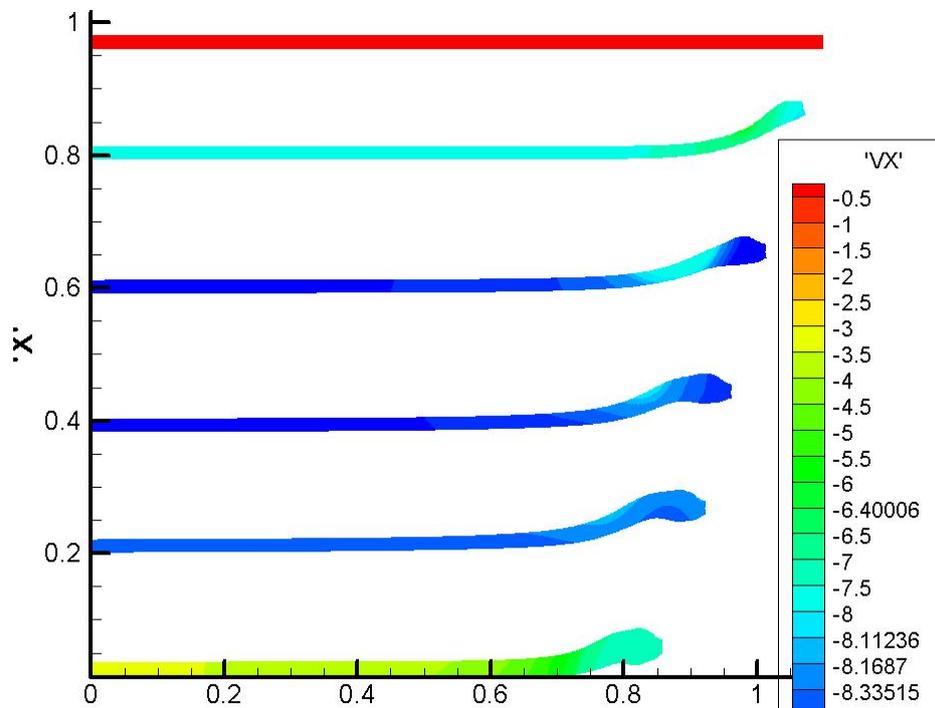


Рис.7.3. Положение жидкого лайнера в моменты времени (сверху вниз)

$t=0.0, t=0.0520, t=0.0790, t=0.0980, t=0.1230, t=0.1495$

На рис. 7.3 показано поведение жидкого лайнера. Характерной особенностью данного варианта является расплющивание правого конца лайнера. При этом большая часть пластины сохраняет прямоугольную форму и совершает плоскопараллельное движение.

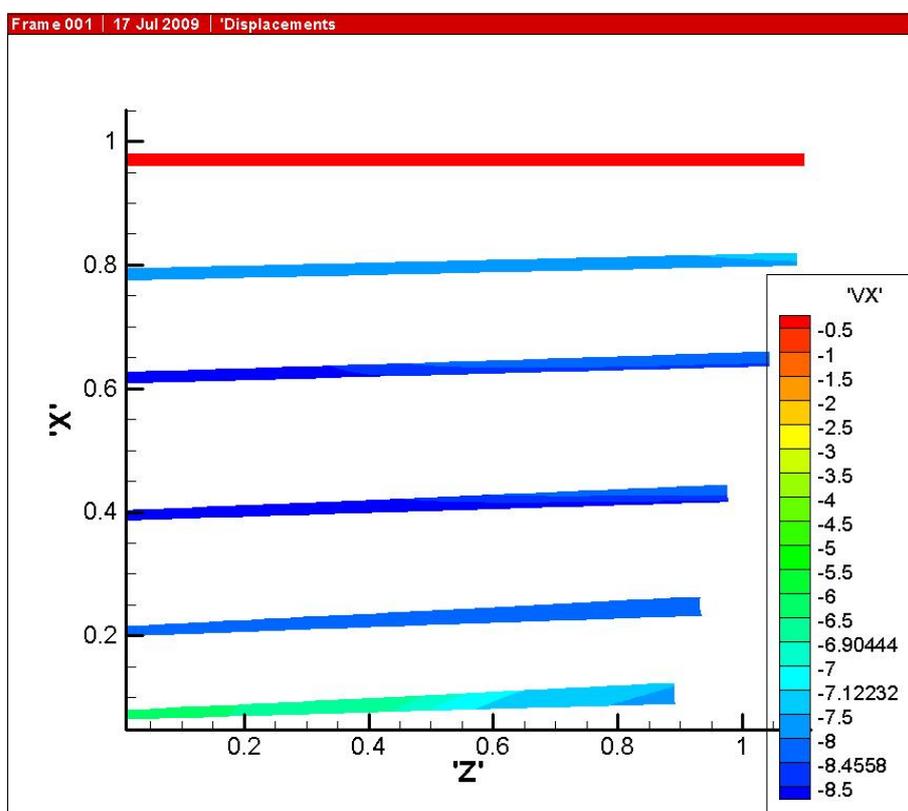


Рис.7.4. Положение жидкого лайнера в моменты времени (сверху вниз)

$t=0.0$ ,  $t=0.0530$ ,  $t=0.0750$ ,  $t=0.0980$ ,  $t=0.1240$ ,  $t=0.1360$

На рис. 7.4 также показано поведение жидкого лайнера, но в расчетах использовалась сетка с сильно вытянутыми по оси  $y$  треугольниками. Сравнение с предыдущим вариантом показывает, что выбор сетки играет существенную роль в получаемых результатах. При качественном сходстве имеют место заметные количественные различия.

В целях исследования роли материала, из которого сделан лайнер, проведена серия расчетов для пластического лайнера с различными модификациями кривой деформирования.

На рис. 7.5 схематично изображены выбранные кривые деформирования. Кривая 1 подобна экспериментальным данным, полученным для используемого

материала лайнера (АД-0, кривая нагружения и деформации получена на разрывной машине в лаборатории МИФИ). Данная кривая имеет два характерных значения: предел текучести  $s_y = 0.9$  (при бóльших напряжениях в теле образуются пластические деформации) и максимально допустимое для данного материала значение нагрузки  $s_{max} = 1.875$ . Для максимального напряжения кривая имеет вид полочки: при практически неизменной нагрузке происходит активный рост пластических деформаций, пока деформации не достигают критического значения, после чего происходит разрушение материала.

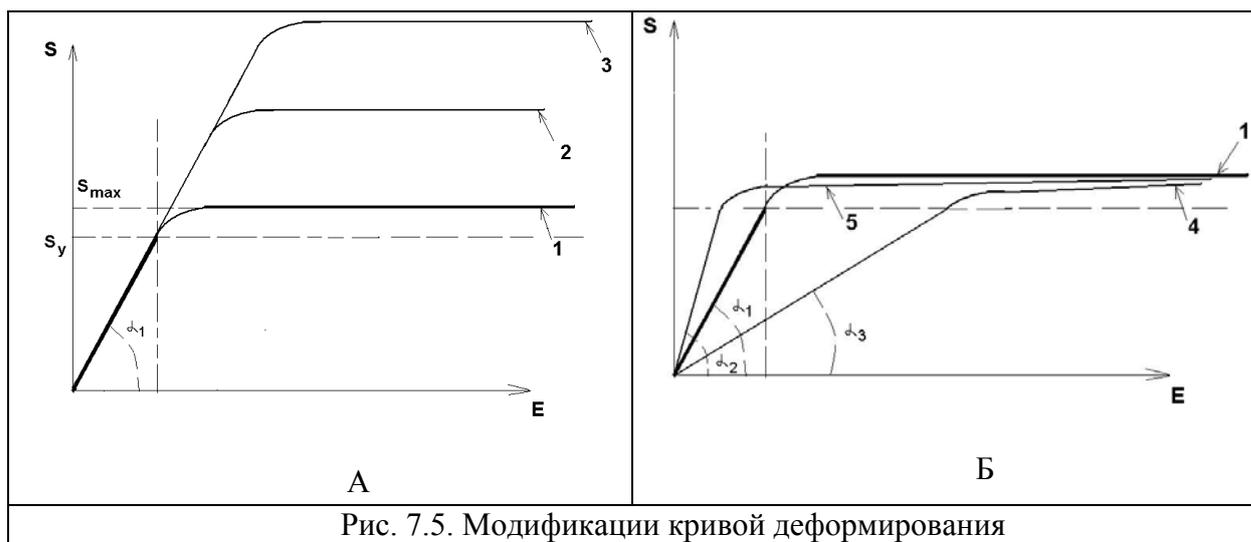


Рис. 7.5. Модификации кривой деформирования

Кривые 2 и 3 получаются из кривой 1 путем увеличения предела текучести материала в 10 и 20 раз при неизменном значении модуля Юнга. Таким образом получается «линейка» моделей, описывающих переход от пластического к упругому телу. Кривые 4-5 получаются при растягивании кривой 1 относительно оси деформаций, при этом используются новые значения модуля Юнга, равные соответствующим тангенсам углов наклона линейной части кривых деформирования:  $\text{tg} \alpha_2 = 5 \text{tg} \alpha_1$  (кривая 5),  $\text{tg} \alpha_3 = 0.2 \text{tg} \alpha_1$  (кривая 4). Кривая 4 соответствует более мягкому материалу, а кривая 5 - более жесткому по сравнению с исходным материалом. При одинаковых нагрузках в мягком материале образуются бóльшие деформации, чем в жестком.

На рис. 7.6-7.10 показано поведение пластического лайнера с кривыми деформирования 1-5. Как видно из рисунков, в пластическом лайнере правый край, который в начале движения отстает от центра, в дальнейшем начинает заворачиваться внутрь зазора. Первый расчет был остановлен, когда конец пластины образовал замкнутое кольцо. На рис. 7.7 материал лайнера более

упругий (задается кривой 2), поэтому конец пластины деформируется меньше и можно заметить, что в направлении центральной части распространяются небольшие упругие волны. На рис. 7.8 указанная тенденция проявляется еще ярче (кривая деформирования 3 является следующим шагом к упругому телу). Когда пластина в конце расчета тормозится сжимаемым магнитным полем, наблюдается выпрямление загнутого конца лайнера.

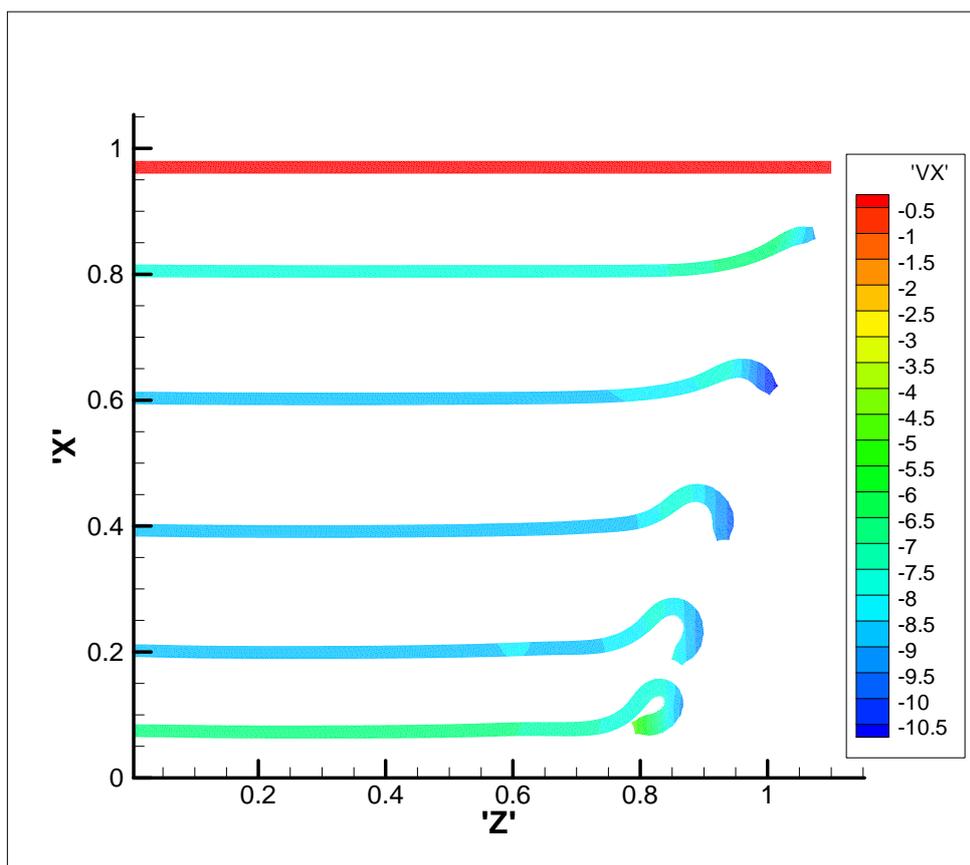


Рис.7.6. Положение пластического лайнера в моменты времени (сверху вниз)

$t=0.0$ ,  $t=0.0520$ ,  $t=0.0760$ ,  $t=0.0995$ ,  $t=0.1235$ ,  $t=0.1355$  (кривая 1)

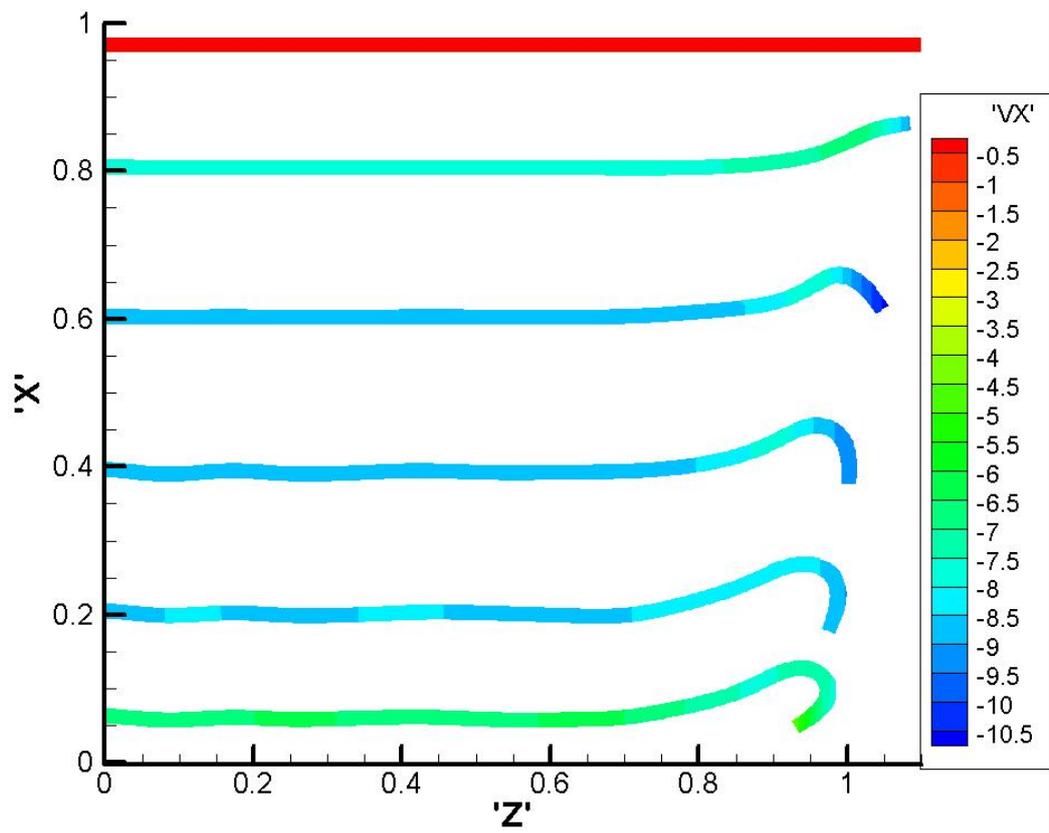


Рис.7.7. Положение пластического лайнера в моменты времени (сверху вниз)

$t=0.0$ ,  $t=0.0520$ ,  $t=0.0760$ ,  $t=0.0995$ ,  $t=0.1240$ ,  $t=0.1380$  (кривая 2)

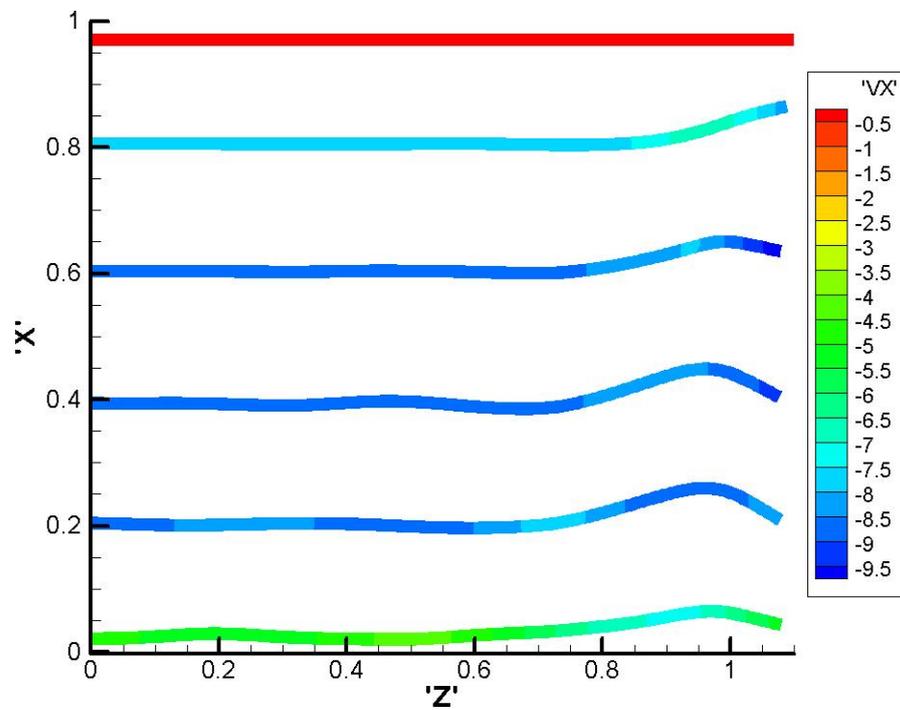


Рис.7.8. Положение пластического лайнера в моменты времени (сверху вниз)

$t=0.0, t=0.0520, t=0.0760, t=0.0995, t=0.1230, t=0.1455$  (кривая 3)

На рис. 7.9 материал лайнера более мягкий по сравнению с исходным, поэтому деформации пластины существенно больше. Процесс расплющивания конца лайнера напоминает поведение жидкого лайнера (рис. 7.3). На рис. 7.10 материал лайнера более жесткий и конец пластины загибается в меньшей степени, но в отличие от рис. 7.7 упругих волн в центральной части лайнера не наблюдается.

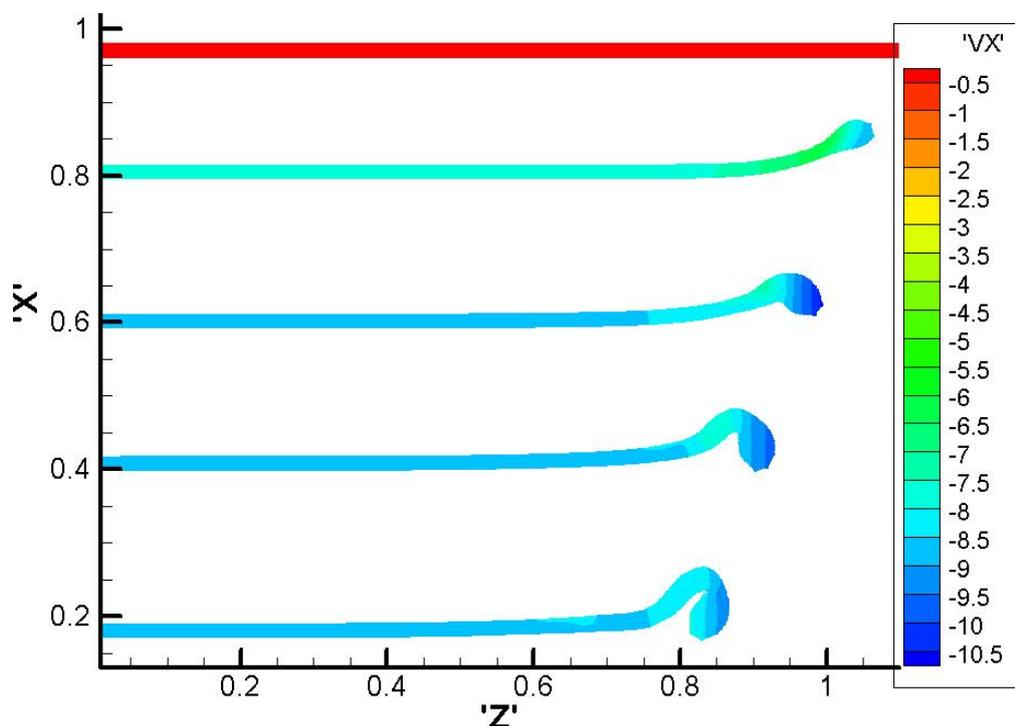


Рис.7.9. Положение упругого лайнера в моменты времени (сверху вниз)

$t=0.0, t=0.0524, t=0.0790, t=0.0980, t=0.1240$  (кривая 4)

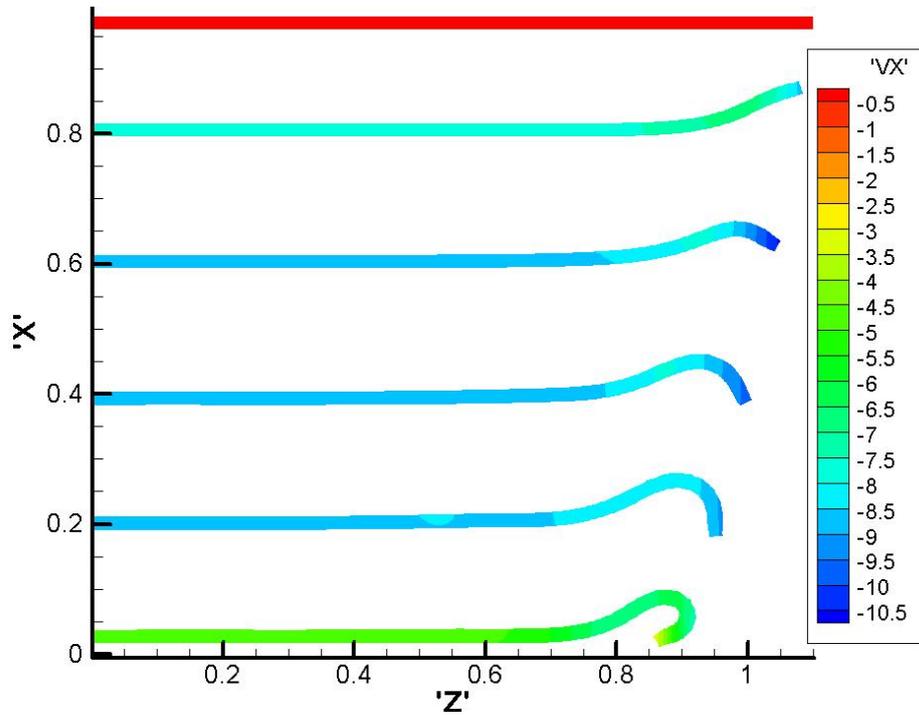


Рис.7.10. Положение упругого лайнера в моменты времени (сверху вниз)  
 $t=0.0$ ,  $t=0.0524$ ,  $t=0.0790$ ,  $t=0.0980$ ,  $t=0.1240$ ,  $t=0.1455$  (кривая 5)

На рис. 7.11 показано распределение напряженности электрического поля в момент времени  $t=0.1$  для расчета с упругим лайнером. Видно, что сильное электрическое поле создает ток, текущий по пластине.

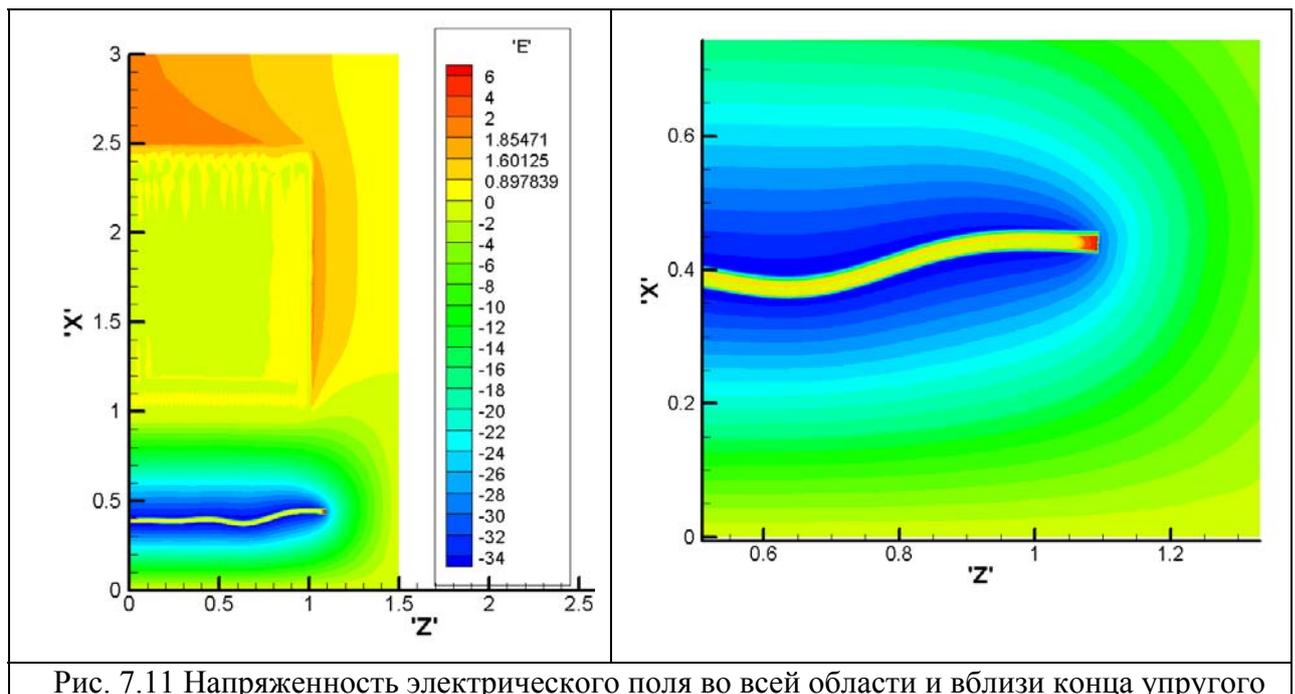


Рис. 7.11 Напряженность электрического поля во всей области и вблизи конца упругого

На рис. 7.12-7.17 показаны распределения плотности тока и компонент силы Лоренца в момент времени  $t=0.1$  для расчетов с упругим, жидким и пластическим лайнером. Видно, что во всех вариантах наибольшая плотность тока сосредоточена на правом конце лайнера. Именно этот факт объясняет такие сильные деформации пластины в приближении вязкой жидкости и пластического тела: чем больше плотность тока, тем соответственно больше сила Лоренца, действующая на данную область тела.

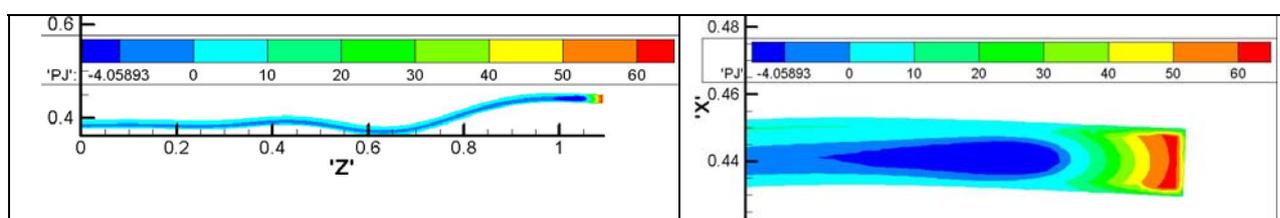


Рис. 7.12. Распределение плотности тока во всем упругом лайнере и вблизи его конца ( $t=0.1$ )

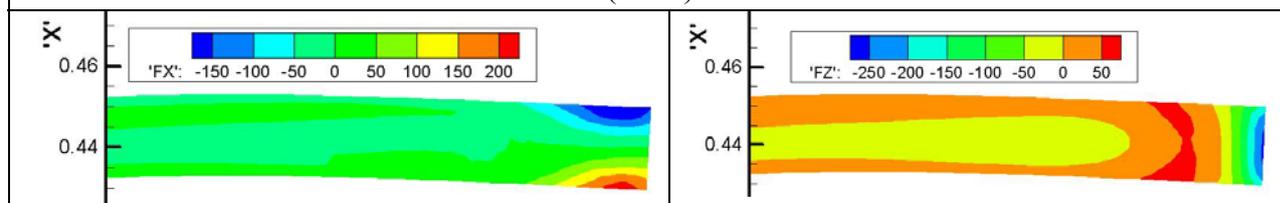


Рис. 7.13. Распределение компонент силы Лоренца ( $F_x$  и  $F_y$ ) на конце упругого лайнера ( $t=0.1$ )

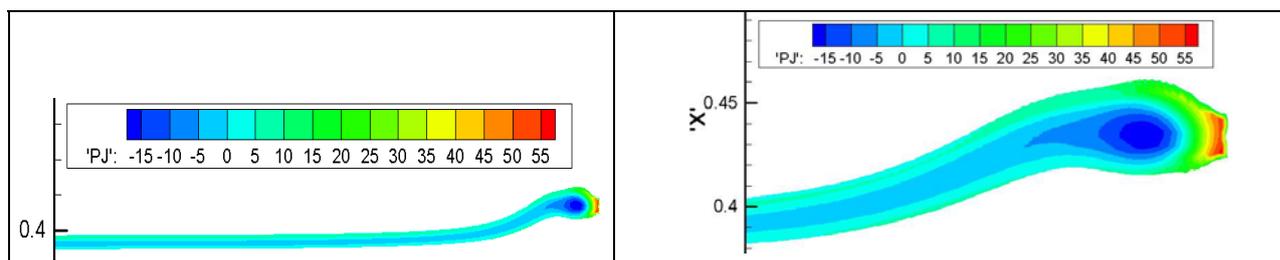


Рис. 7.14. Распределение плотности тока во всем жидком лайнере и вблизи его конца ( $t=0.1$ )

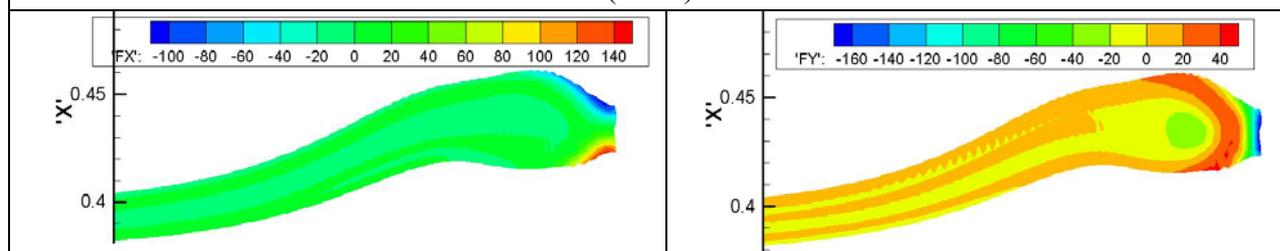


Рис. 7.15. Распределение компонент силы Лоренца ( $F_x$  и  $F_y$ ) на конце жидкого лайнера

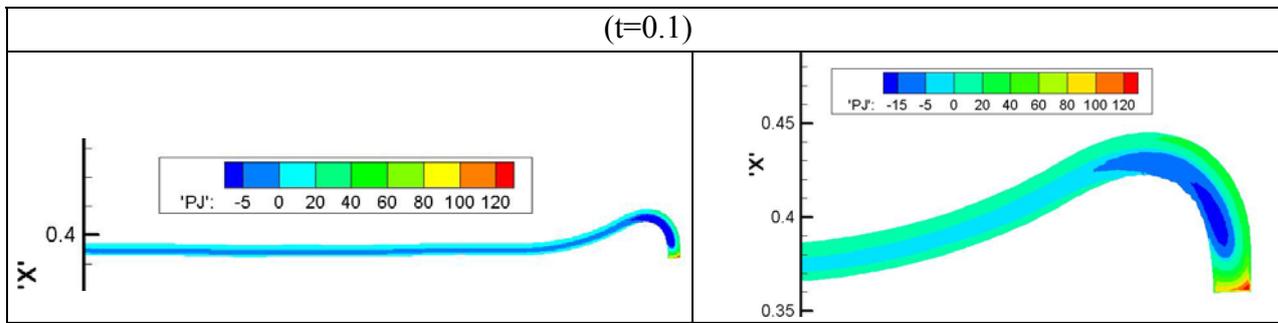


Рис. 7.16. Распределение плотности тока во всем пластическом лайнере и вблизи его конца (t=0.1)

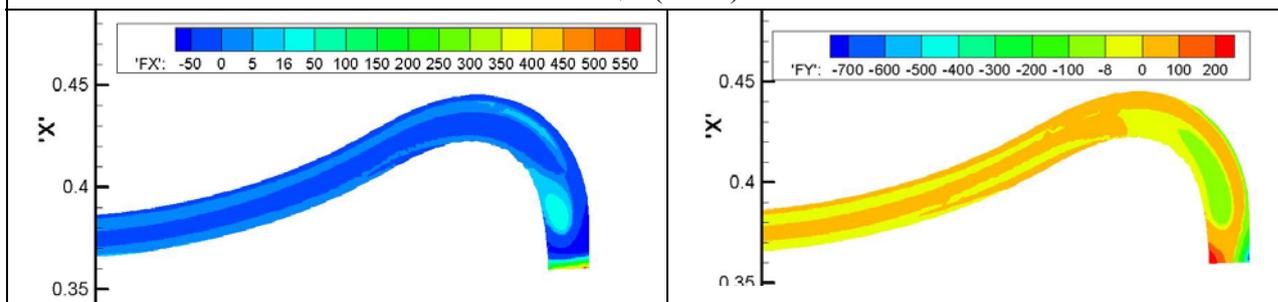


Рис. 7.17. Распределение компонент силы Лоренца ( $F_x$  и  $F_y$ ) на конце пластического лайнера (t=0.1)

## 7.2 Вариант 2

В данном варианте момент замыкания цепи лайнера  $t_0 = 0.06$ .

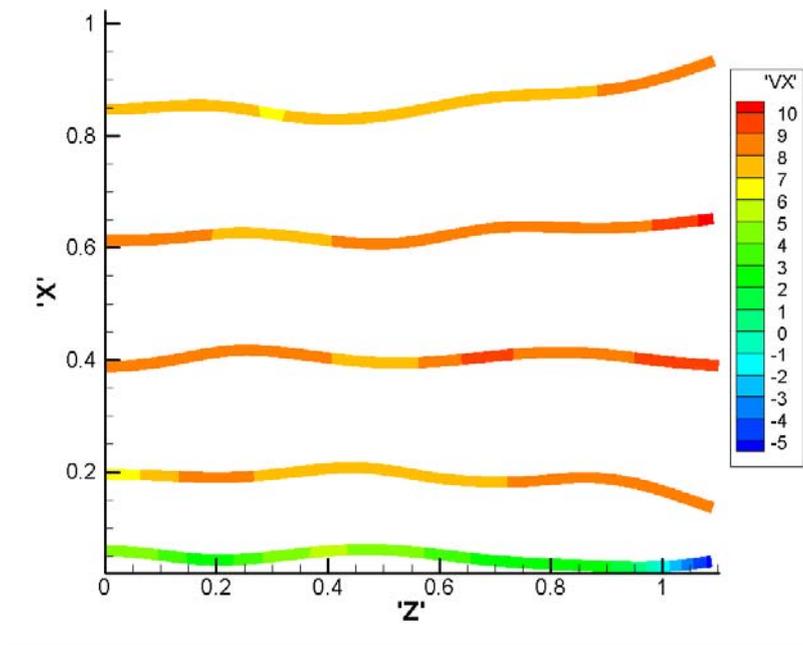


Рис.7.18. Упругий лайнер движется вверх. Положение лайнера в моменты времени (снизу вверх)  $t=0.1495$ ,  $t=0.1980$ ,  $t=0.2165$ ,  $t=0.2350$ ,  $t=0.2560$

Упругий лайнер тормозится магнитным полем и, не долетев до нижней границы расчетной области, начинает двигаться вверх. На рис. 7.18 показаны положения пластины в различные моменты времени, когда она движется вверх. Видно, что по лайнеру бегут волны. Расчет прекращался, когда расстояние между верхней точкой пластины и нижней границей индуктора становилось меньше заданной величины. В эксперименте во время торможения пластины происходит ее разрушение, поэтому движения в обратном направлении уже не наблюдается.

На рис. 7.19 представлены графики сосредоточенной информации о расчете с упругим лайнером. Это, соответственно (слева направо и сверху вниз), зависимости от времени тока в цепи индуктора и в цепи лайнера, скорости и координаты центра масс лайнера.

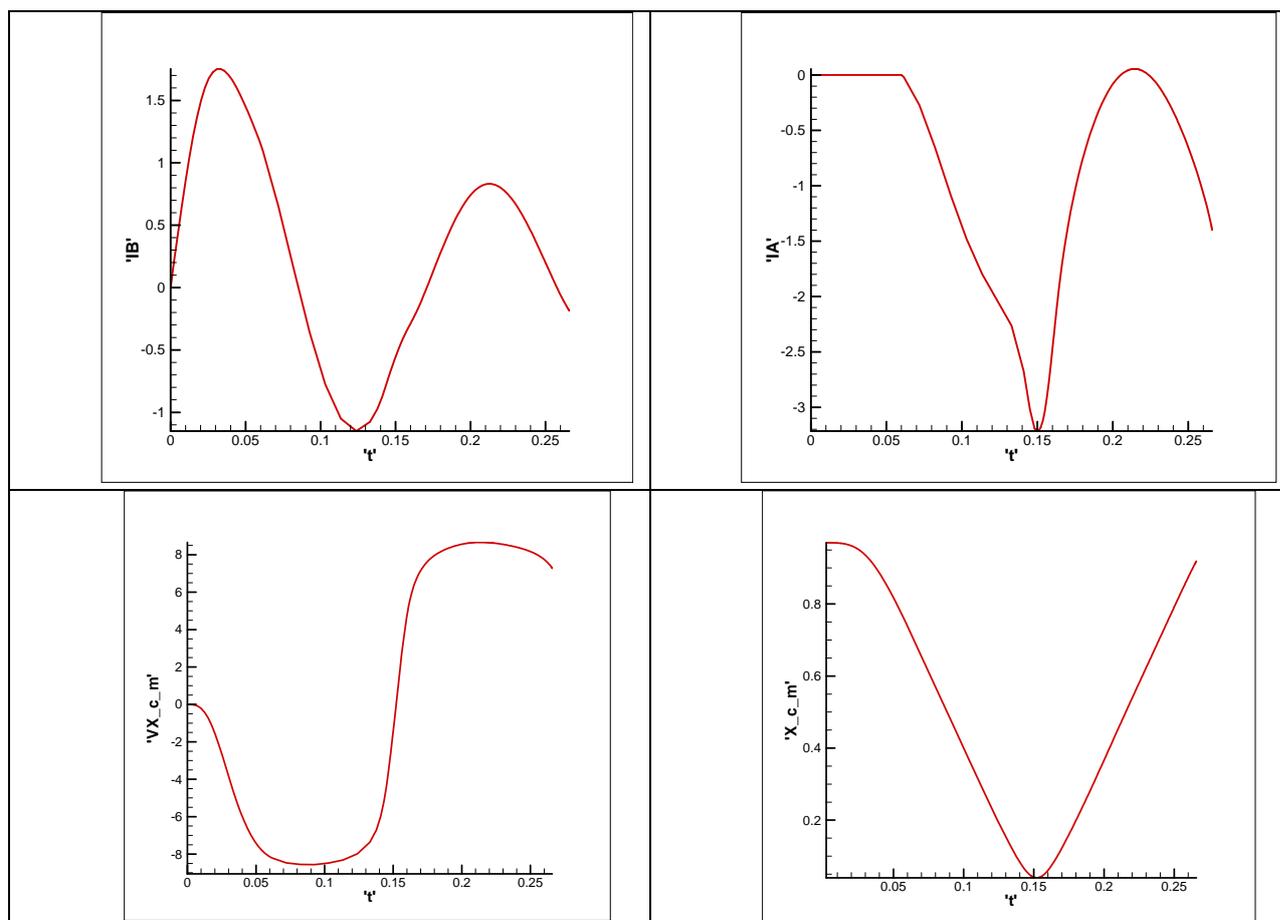


Рис 7.19. Сила тока в цепи индуктора и в цепи лайнера, скорость центра масс и координата центра масс для упругого лайнера

Вязкий и пластический лайнер также тормозятся магнитным полем, но процесс торможения проходит более неоднородно. В соответствующих расчетах правый конец лайнера достигал нижней границы области и работа программы останавливалась.

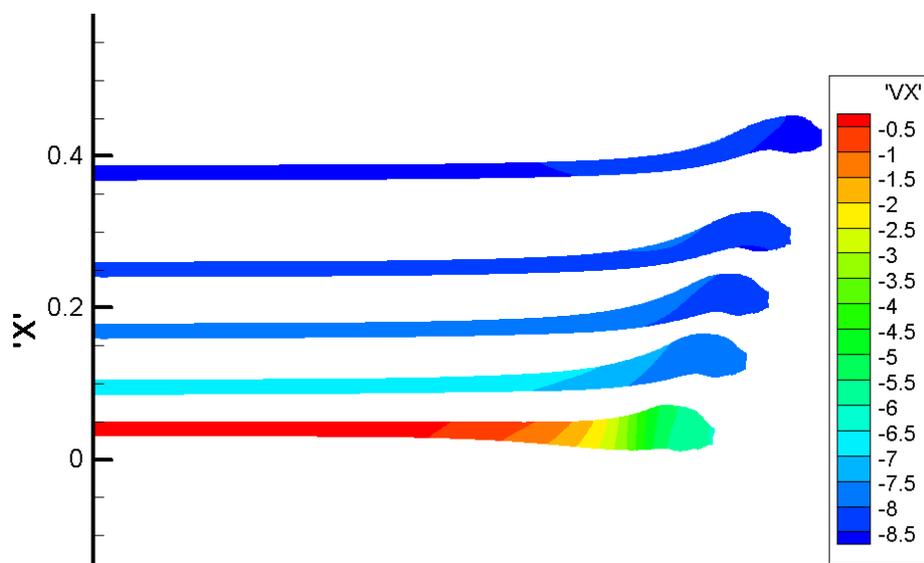


Рис.7.20. Изменение формы жидкого лайнера при торможении: положение в моменты времени (сверху вниз)  $t=0.1025$ ,  $t=0.1160$ ,  $t=0.1260$ ,  $t=0.1360$ ,  $t=0.1435$

На рис.7.20 показаны положения «жидкой» пластины в разные моменты времени. Если сравнить данный рисунок с рис.7.3 («жидкий» лайнер без замыкания цепи), то легко заметить следующие изменения: правый конец лайнера, который отставал от центральной части, продолжает двигаться вниз, в то время как остальная часть пластины уже почти полностью остановлена давлением магнитного поля.

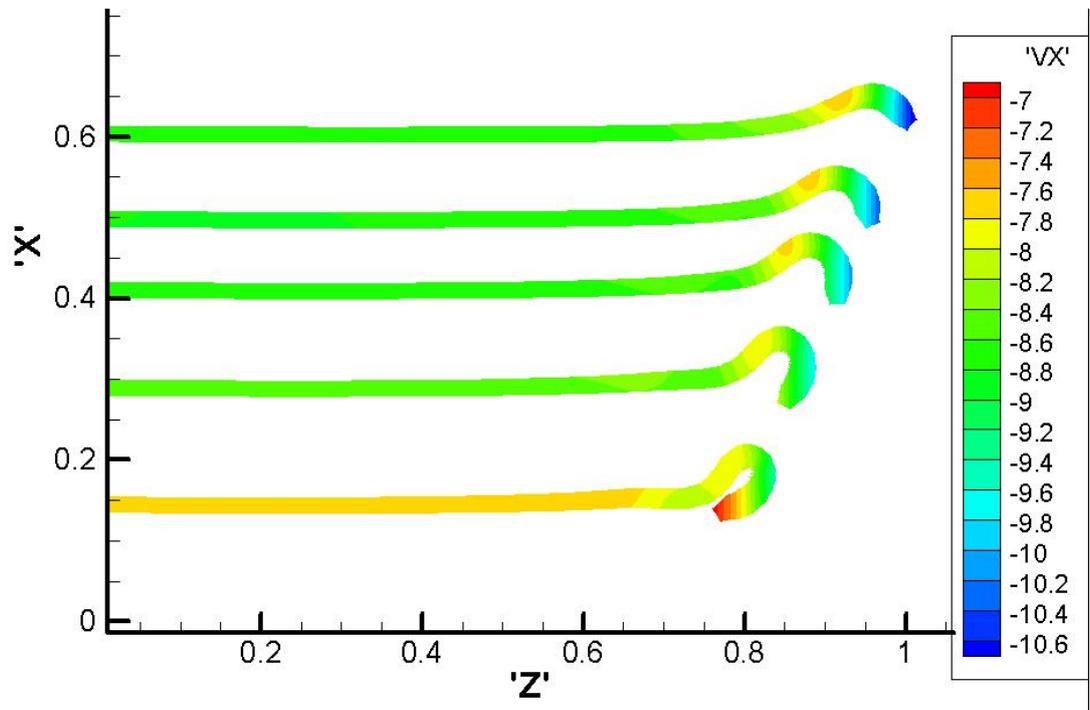


Рис.7.21. Изменение формы пластического лайнера при торможении: положение в моменты времени (сверху вниз)  $t=0.0760$ ,  $t=0.0890$ ,  $t=0.0995$ ,  $t=0.1120$ ,  $t=0.1277$  (кривая 1)

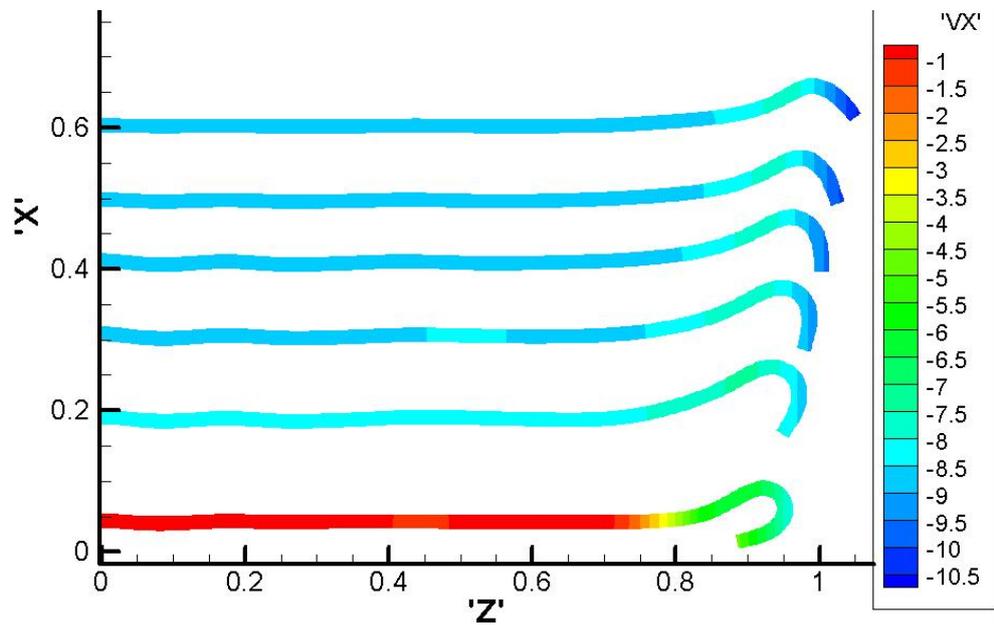


Рис.7.22. Изменение формы пластического лайнера при торможении: положение в моменты времени (сверху вниз)  $t=0.0760$ ,  $t=0.0890$ ,  $t=0.0995$ ,  $t=0.1120$ ,  $t=0.1240$ ,  $t=0.1455$  (кривая 2)

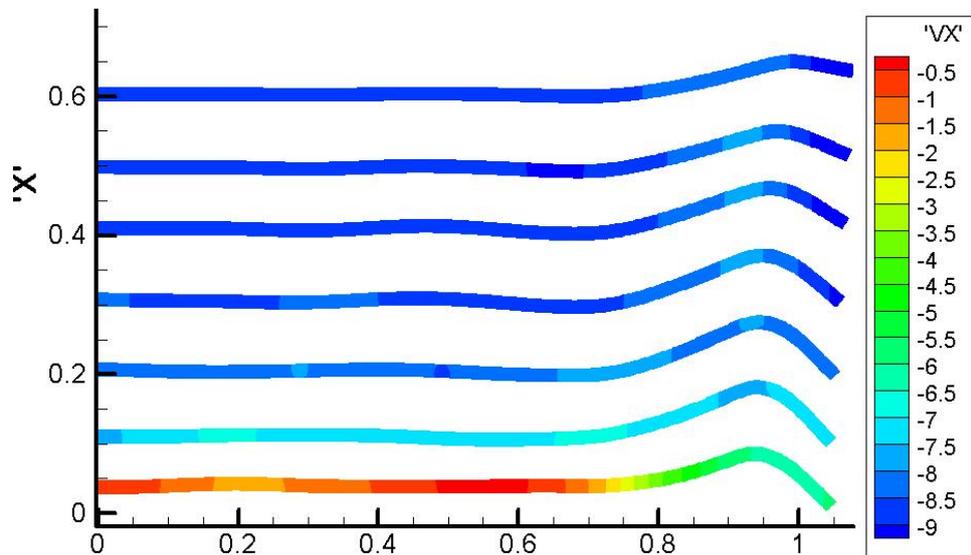


Рис.7.23. Изменение формы пластического лайнера при торможении: положение в моменты времени(сверху вниз)  $t=0.0760$ ,  $t=0.0890$ ,  $t=0.0995$ ,  $t=0.1120$ ,  $t=0.1240$ ,  $t=0.1345$ ,  $t=0.1455$  (кривая 3)

На рис.7.21-7.23 показаны положения пластического лайнера (с кривыми деформирования 1-3) в разные моменты времени. Сравнение рисунков 7.22-7.23 с аналогичными рисунками для расчетов без замыкания (рис.7.7-7.8) позволяет сделать следующий вывод: из-за замыкания цепи лайнера в конце расчетов происходит почти полное торможение центральной части пластины под действием более сильного (по сравнению с расчетами без замыкания) магнитного поля; плотность тока на концах лайнера увеличивается (эффект концентрации тока в полосковой линии) и закручивание краев пластины внутрь зазора происходит быстрее.

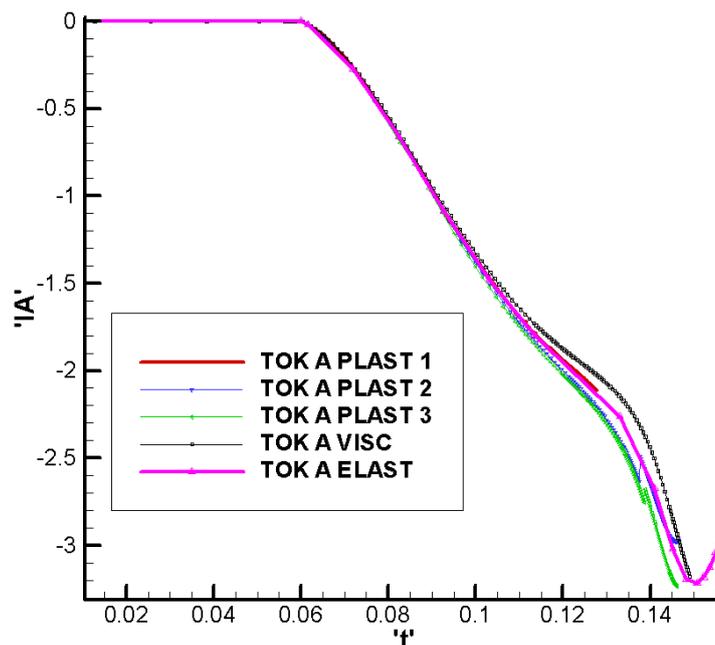


Рис 7.24. Сила тока в цепи лайнера (упругий, пластический и вязкий лайнер)

На рис. 7.24 приведены графики зависимости от времени полного тока в цепи лайнера для упругого, «жидкого» лайнера и пластического лайнера (с кривыми деформирования 1-3).

## 8. Заключение

В работе описан процесс электродинамического ускорения пластинчатого металлического лайнера в устройствах обострения мощности. Кратко представлены физические и математические модели, в которых лайнер рассмотрен как упругое и упругопластическое тело, а также как вязкая несжимаемая жидкость. Эти модели более подробно описаны в работах [4-8]. Главной задачей данной работы являлось изучение и сравнение поведения лайнера в процессе движения при использовании различных моделей. В работе приведены результаты, полученные в расчетах. Они позволяют сделать следующие выводы:

- интегральные характеристики: скорость и координата центра масс лайнера, полная ускоряющая сила, сила тока в цепи индуктора – совпадают с небольшой погрешностью для разных моделей;

- расчетная форма лайнера в процессе движения существенно зависит от выбранной модели: по упругому лайнеру бегут волны; в расчетах с жидким и пластическим лайнером центральная часть пластины совершает плоскопараллельное движение, при этом за счет деформации краев ширина лайнера уменьшается. Эти характеристики движения согласуются с экспериментальными данными, приведенными на рис. 6.1-6.2. Процесс деформации краев пластины для двух моделей происходит по-разному: в жидком лайнере наблюдается образование галтелей на краях; края пластического лайнера образуют отчетливый загиб.

В расчетах с различными модификациями кривой деформирования получены следующие результаты: для более жесткого материала край пластины деформируется меньше, а для более мягкого – сильнее, чем в расчете с исходным материалом; при последовательном увеличении предела текучести и неизменном значении модуля Юнга поведение упругопластической пластины приближается к поведению упругого тела.

В конце расчетов при приближении лайнера к нижней границе расчетной области (при встречном сближении пластин) происходит его торможение сжимаемым магнитным полем. В расчетах без замыкания цепи лайнера значительного торможения не происходило (пластины сталкивались). Замыкание цепи приводит, как и полагалось из исходных предпосылок, к появлению сжимаемого магнитного потока внутри лайнера и полному торможению пластины (за исключением ее краев в жидком и пластическом лайнере).

Для короткого генерируемого импульса отдача кинетической энергии тонкого лайнера должна проводиться одновременно по всей его плоскости. Искажение плоской формы приводит к неодновременному процессу торможения различных участков пластин и растягиванию выходного электрического импульса во времени. С этой точки зрения более выгодным является поведение «жидкого» и пластического лайнера, поскольку в соответствующих расчетах основная часть пластины совершала плоскопараллельное движение, а резкие деформации наблюдались только на концах лайнера. С другой стороны, как видно на рис. 7.23, импульсы на выходе из компрессора для разных моделей отличаются незначительно. Можно предположить, что все получившиеся формы пластины достаточно однородны для процесса сжатия магнитного поля. В то же время, в отличие от упругой модели, в случае пластического и «жидкого» лайнеров происходит контакт между встречно налетающими пластинами, причем контактирующие участки имеют форму, резко отличающуюся от плоской. Поэтому можно сделать вывод, что при моделировании заключительного этапа формирования выходного импульса выбор модели материала лайнера играет важную роль.

## Список литературы

1. Э.А. Азизов, С. Г. Алиханов, Е.П. Велихов, М.П. Галанин, В.А. Глухих, Е.В. Грабовский, А. Н. Грибов, Г.И. Долгачев, А.М. Житлухин, Ю.Г. Калинин, А.С. Кингсеп, А.И. Кормилицын, В.П. Ковалев, М.К. Крылов, В.Г. Кучинский, В.А. Левашов, А.П. Лотоцкий, С.Л. Недосеев, О.П. Печерский, В.Д. Письменный, Ю.П. Попов, Г.П. Рыкованов, В.П. Смирнов, Ю.А. Халимуллин, В.И. Четвертков. Проект «Байкал». - Отработка схемы генерации электрического импульса // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Термоядерный синтез. 2001. №. 3. С.с. 3 - 17.

2. V.P. Bakhtin, E.V.Grabovsky, A.M.Zhiluchin, V.F.Levashov, A.P.Lototsky, Y.P.Melnikov, K.F.Pashkovsky, V.P.Smirnov, D.A.Toporkov, N.M.Umrikhin. Power Peaker Based on Plate MC-Generator Driven by Electrical Current. MEGAGAUSS-9. Proceeding of Ninth Int. Conf. On Megagauss Magnetic Field Generation and Related Topics (Moscow-St.Peterburg, July 7-14,2002) Sarov. VNIIEF. 2004. P. 324 - 330.

3. В.К. Чернышев, В.Н. Мохов, А.М. Буйко и др. Основные типы взрывомагнитных генераторов и их применение // Мегагауссная и мегаамперная импульсная технология и применения. Под ред. В.К. Чернышева, В.Д. Селемира, Л.Н. Пляшкевича. Том 1. Саров. ВНИИ-ЭФ. 1997.

4. М.П. Галанин, А.П. Лотоцкий. Моделирование разгона и торможения лайнера в устройствах обострения мощности // Радиотехника и электроника. 2005. Т. 50. №2. С. 256 - 264.
5. М.П. Галанин, Е. В. Грабовский, А. П. Лотоцкий, Т. Г. Суфиев. Математическое моделирование электромагнитного ускорения проводящей пластины в компрессоре потока // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2005. № 138. 29 с.
6. М.П. Галанин, А.П. Лотоцкий, В.Ф. Левашов. Расчет электродинамического ускорения плоских пластин в лабораторном магнитокумулятивном генераторе // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2001. № 3. 30 с.
7. М.П. Галанин, А.П. Лотоцкий, А.С. Родин. Математическое моделирование электромагнитного ускорения лайнера в различных двумерных приближениях // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2007. № 4. 32 с.
8. М.П. Галанин, А.П. Лотоцкий, А.С. Родин. Математическое моделирование электромагнитного ускорения лайнера с учетом его контакта с твердой поверхностью // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2008. № 59. 32 с.
9. А.С. Родин. Модель движения пластического лайнера в магнитном компрессоре и ее применение // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2009 (в печати).
10. М.П. Галанин, Ю.П. Попов. Квазистационарные электромагнитные поля в неоднородных средах. Математическое моделирование. М.: Наука, Физматлит. 1995. 320 с.
11. С.Н. Коробейников. Нелинейное деформирование твердых тел. - Новосибирск: изд-во СО РАН. 2000. 262 с.
12. И.А. Щеглов. Программа для триангуляции сложных двумерных областей Gridder2D // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2008. № 60. 32 с.
13. Д. Бленд. Нелинейная динамическая теория упругости. М.: Мир. 1972. 184 с.
14. И.Е. Тамм. Основы теории электричества. М.: Наука. 1989. 504 с.
15. Физические величины. Справочник. Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлахова. М.: Энергоатомиздат. 1991. 1232 с.