



Игнатов А.И., [Сазонов В.В.](#)

Оценка остаточных
микроускорений на борту
ИСЗ в режиме одноосной
солнечной ориентации

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Игнатов А.И., Сазонов В.В. Оценка остаточных микроускорений на борту ИСЗ в режиме одноосной солнечной ориентации // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2009. № 65. 35 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2009-65>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В.Келдыша

А.И. Игнатов, В.В. Сазонов

**ОЦЕНКА ОСТАТОЧНЫХ МИКРОУСКОРЕНИЙ НА БОРТУ ИСЗ
В РЕЖИМЕ ОДНООСНОЙ СОЛНЕЧНОЙ ОРИЕНТАЦИИ**

Москва – 2009

Аннотация

Изучен режим одноосной солнечной ориентации проектируемого искусственного спутника Земли (ИСЗ), предназначенного для микрогравитационных исследований. В этом режиме нормаль к плоскости солнечных батарей спутника неизменно направлена на Солнце, абсолютная угловая скорость спутника практически равна нулю. Режим реализуется с помощью системы управляющих двигателей-маховиков (СДМ). Расчет уровня микроускорений, возникающих на борту в таком режиме, проводился посредством математического моделирования движения ИСЗ относительно центра масс под действием гравитационного и восстанавливающего аэродинамического моментов, а также момента, создаваемого СДМ. Рассмотрены две модели управляемого движения спутника – идеализированная и более реалистичная. В идеализированной модели игнорируются некоторые детали функционирования СДМ и системы управления ИСЗ, учитываемые в реалистичной модели. В рамках этих двух моделей рассмотрены два варианта закона управления гиростатическим моментом СДМ. Первый вариант обеспечивает только затухание возмущенного движения спутника в окрестности положения покоя с требуемой скоростью. Вторым вариантом дополнительно ограничивается рост накапливаемого кинетического момента СДМ за счет управления углом поворота спутника вокруг нормали к светочувствительной стороне солнечных батарей.

Данная работа выполнена в рамках проекта РФФИ 08-01-00467.

A.I. Ignatov, V.V. Sazonov. Estimation of residual accelerations on board a spacecraft in the mode of a single-axis solar orientation.

We investigate the mode of a single-axis solar orientation of the projected spacecraft that will be used for microgravity experiments. The normal to the plane of spacecraft solar arrays is constantly directed to the Sun in this mode, the absolute angular rate of the spacecraft is practically equal to zero. The mode is realized by means of reaction wheels (RW). We obtain the acceleration estimates by mathematical modeling of the spacecraft attitude motion taking into account the gravitational and the aerodynamic torques acted upon the spacecraft, as well as the control torque produced by the RW system. We consider two models of the spacecraft attitude motion. One of them is rather simple and idealized. The other is more realistic. Using both models, we analyzed two control laws for the RW system. The first law provides only a stabilization of the spacecraft in the prescribed attitude. The second one provides additionally a decrease of the angular momentum of RW system due to the special choice of the spacecraft turning about the normal to the solar arrays.

1. Введение. В данной работе рассчитываются квазистатические микроускорения на проектируемом искусственном спутнике Земли (ИСЗ) в режиме поддержания его одноосной солнечной ориентации. В этом режиме нормаль к светочувствительной стороне солнечных батарей спутника направлена на Солнце, угловая скорость ИСЗ вокруг этой нормали практически равна нулю. Поддержание реализуется с помощью гиросистемы, образованной четырьмя двигателями-маховиками (ДМ). Указанный режим обеспечивает низкий уровень микроускорений и максимальный энергопотребление с солнечных батарей. Единственным очевидным недостатком его является необходимость проведения разгрузок кинетического момента гиросистемы, ограничивающих время полета без значительных возмущений. В данной работе рассматриваются две модели вращательного движения спутника – идеализированная и более реалистичная. В идеализированной модели игнорируются некоторые детали функционирования ДМ и системы управления ИСЗ, а в реалистичной модели эти детали учитываются. Идеализированная модель позволяет легче и нагляднее промоделировать закон управления ориентацией спутника, в то время как реалистичная модель служит для более детальной проверки реализуемого закона управления. В рамках этих двух моделей рассматриваются два варианта закона управления гиросистатическим моментом системы ДМ. Первый вариант тривиальный, он обеспечивает затухание возмущенного движения спутника в окрестности положения покоя с требуемой скоростью. Вторым вариантом более сложный, он дополнительно ограничивает рост накапливаемого кинетического момента ИСЗ за счет управления углом поворота спутника вокруг нормали к светочувствительной стороне солнечных батарей, однако этот вариант закона управления, в отличие от первого варианта применим не во всех случаях.

Для обеих моделей оценены точность реализации и уровень остаточных микроускорений. Оценки проводились посредством математического моделирования вращательного движения спутника с учетом действия на спутник гравитационного и аэродинамического моментов.

2. Математическое моделирование микроускорений, возникающих на борту спутника. Квазистатические микроускорения на борту низколетящего ИСЗ вызваны четырьмя причинами: 1) движением спутника относительно центра масс как твердого тела, 2) градиентом гравитационного поля, 3) аэродинамическим торможением, 4) действием силы, создаваемой органами управления. Если спутник совершает неуправляемое движение или для управления им используются ДМ, то последняя из перечисленных причин исчезает. При таком сужении постановки задачи квазистатическое микроускорение в заданной фиксированной точке борта описывается простой формулой, причем чтобы воспользоваться ею, достаточно знать только орбиту и вращательное движение спутника. Напомним эту формулу.

Пусть спутник представляет собой твердое тело, и точка P жестко связана с его корпусом. Микроускорением \mathbf{b} в точке P называется разность между напряженностью гравитационного поля в этой точке и абсолютным ускорением

последней. Роль вектора \mathbf{b} в орбитальных экспериментах аналогична роли ускорения свободного падения \mathbf{g} в экспериментах на поверхности Земли. В частности, если в точке P закрепить пробное тело с исчезающе малой массой m_p , то сила реакции, действующая на это тело со стороны спутника, будет равна $-m_p \mathbf{b}$. Приближенная формула для расчета микроускорений имеет вид [1]

$$\mathbf{b} = \mathbf{d} \times \dot{\boldsymbol{\omega}} + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{d}) \times \boldsymbol{\omega} + \frac{\mu_E}{|\mathbf{r}|^3} \left[\frac{3(\mathbf{d} \cdot \mathbf{r})}{|\mathbf{r}|^2} \mathbf{r} - \mathbf{d} \right] + c \rho_a |\mathbf{v}| \mathbf{v}. \quad (1)$$

Здесь \mathbf{d} – радиус-вектор точки P относительно центра масс спутника, точки O , $\boldsymbol{\omega}$ – абсолютная угловая скорость спутника, точка над буквой означает дифференцирование по времени t , μ_E – гравитационный параметр Земли, \mathbf{r} – геоцентрический радиус-вектор точки O , \mathbf{v} – скорость этой точки относительно поверхности Земли, ρ_a – плотность атмосферы в точке O , c – баллистический коэффициент спутника.

Формула (1) выведена для общего случая без каких-либо частотных ограничений. Однако если спутник имеет относительно большие инерционные характеристики и его вращательное движение рассчитывается как движение твердого тела (такое движение обычно очень медленное), то формула (1) дает именно квазистатическое микроускорение.

Формула (1) использовалась для расчета реальных квазистатических микроускорений, имевших место на летавших спутниках [2 – 4]. Ее можно использовать и для прогноза квазистатических микроускорений на проектируемых спутниках [5]. В последнем случае разрабатывается математическая модель движения ИСЗ (уравнения движения), выбирается режим движения, этот режим моделируется, т.е. находится соответствующее решение уравнений движения, и вдоль найденного решения микроускорение в заданной точке борта рассчитывается по формуле (1). Именно таким образом формула (1) применяется ниже для проектируемого спутника.

3. Уравнения движения спутника. Приведем математическую модель движения ИСЗ. Спутник считаем гироскопом, центр масс которого движется по геоцентрической орбите. Для описания движения спутника будем использовать три правые декартовы системы координат.

$Ox_1x_2x_3$ – система координат, образованная главными центральными осями инерции спутника. Упрощая модель, полагаем, что оси этой системы параллельны или перпендикулярны характерным элементам конструкции спутника. В данном случае ось Ox_2 – нормаль к плоскости солнечных батарей. Ниже, если не оговорено особо, компоненты векторов и координаты точек относятся к системе $Ox_1x_2x_3$.

$Sy_1y_2y_3$ – гринвичская система координат. Точка S – центр Земли, плоскость Sy_1y_2 совпадает с плоскостью экватора, ось Sy_1 пересекает грин-

вичский меридиан, ось Sy_3 направлена к Северному полюсу.

$CZ_1Z_2Z_3$ – квазиинерциальная система координат. Ось CZ_2 параллельна вектору кинетического момента орбитального движения спутника, ось CZ_3 лежит в плоскости экватора и направлена в восходящий узел оскулирующей орбиты спутника. Абсолютная величина угловой скорости этой системы не превышает $7^\circ/\text{сут}$.

Матрицы перехода от системы $Ox_1x_2x_3$ к гринвичской системе координат и системе $CZ_1Z_2Z_3$ обозначим соответственно $\|b_{ij}\|_{i,j=1}^3$ и $\|a_{ij}\|_{i,j=1}^3$. Здесь b_{ij} и a_{ij} – косинусы углов, которые образует ось Ox_j с осями Sy_i и CZ_i .

Положение системы $Ox_1x_2x_3$ относительно системы $CZ_1Z_2Z_3$ будем также задавать углами γ , δ и β , которые введем с помощью следующего условия. Если точку C перенести в точку O , то систему $CZ_1Z_2Z_3$ можно перевести в систему $Ox_1x_2x_3$ тремя последовательными поворотами: 1) на угол $\delta + \pi/2$ вокруг оси CZ_2 , 2) на угол β вокруг новой оси CZ_3 , 3) на угол γ вокруг новой оси CZ_1 , совпадающей с осью Ox_1 . Элементы матрицы $\|a_{ij}\|$ выражаются через эти углы с помощью формул

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\sin \delta \cos \beta, & a_{21} &= -\sin \beta, \\ a_{12} &= \cos \delta \sin \gamma + \sin \delta \sin \beta \cos \gamma, & a_{22} &= \cos \beta \cos \gamma, \\ a_{13} &= \cos \delta \cos \gamma - \sin \delta \sin \beta \sin \gamma, & a_{23} &= -\cos \beta \sin \gamma, \\ & & a_{31} &= -\cos \delta \cos \beta, \\ & & a_{32} &= -\sin \delta \sin \gamma + \cos \delta \sin \beta \cos \gamma, \\ & & a_{33} &= -\sin \delta \cos \gamma - \cos \delta \sin \beta \sin \gamma. \end{aligned}$$

Уравнения движения спутника состоят из двух подсистем. Одна подсистема описывает движение центра масс ИСЗ, другая его движение относительно центра масс (вращательное движение). Подсистема уравнений движения центра масс записывается в гринвичской системе координат относительно компонент векторов \mathbf{r} и \mathbf{v} (см. (1)). В ней учитываются нецентральность гравитационного поля Земли и сопротивление атмосферы. Нецентральность поля учитывается с точностью до членов порядка (16,16) включительно в разложении гравитационного потенциала Земли в ряд по шаровым функциям. Атмосфера считается вращающейся вместе с Землей, ее плотность рассчитывается согласно модели ГОСТ Р 25645.166-2004. Параметры атмосферы и баллистический коэффициент спутника считаются неизменными на всем интервале интегрирования уравнений движения.

Подсистема уравнений вращательного движения образована уравнениями, выражающими теорему об изменении кинетического момента ИСЗ в его движении относительно центра масс, кинематическими уравнениями Пуассо-

на для элементов первых двух строк матрицы $\|b_{ij}\|$ и уравнениями, описывающими изменение кинетического момента ДМ. В уравнениях, выражающих теорему об изменении кинетического момента, учитываются гравитационный и аэродинамический моменты. Для гравитационного момента существует простое аналитическое выражение [6]. Аэродинамический момент \mathbf{M}_a вычислялся в предположении, что спутник имеет форму прямого кругового цилиндра с двумя прикрепленными к нему одинаковыми прямоугольными пластинами – солнечными батареями. Цилиндр имеет радиус R и высоту L , его ось совпадает с осью Ox_1 . Пластины расположены в плоскости Ox_1x_3 симметрично относительно оси Ox_1 . Стороны пластин параллельны осям Ox_1 и Ox_3 . Суммарная площадь пластин составляет S_b . Координаты геометрических центров масс цилиндра и пластин суть $(z_c, 0, 0)$ и $(z_b, 0, 0)$. Полагая, что молекулы атмосферы при столкновении с поверхностью ИСЗ испытывают абсолютно неупругий удар, формулу для аэродинамического момента представим в виде [6]

$$\mathbf{M}_a = \rho_a |\mathbf{v}| (\mathbf{v} \times \mathbf{P}). \quad (2)$$

Здесь ρ_a – плотность атмосферы в точке O , \mathbf{v} – скорость этой точки относительно гринвичской системы координат (см. (1)), $\mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{v})$ – первый момент геометрической фигуры, являющейся проекцией внешней оболочки спутника на плоскость Π_v , перпендикулярную вектору \mathbf{v} . Вектор \mathbf{P} лежит в плоскости Π_v и вычисляется относительно проекции на Π_v точки O . Поскольку формула (2) инвариантна относительно замены $\mathbf{P} \rightarrow \mathbf{P} + p\mathbf{v}$, где p произвольный скаляр, функцию $\mathbf{P}(\mathbf{v})$ можно задавать, не связывая себя условием $\mathbf{P} \in \Pi_v$. В частности, компоненты вектора $|\mathbf{v}|\mathbf{P}(\mathbf{v})$ удобно задавать в системе координат $Ox_1x_2x_3$. Для рассматриваемого спутника эти компоненты можно взять в виде

$$|\mathbf{v}|\mathbf{P}(\mathbf{v}) = \left[z_c \left(\pi R^2 |v_1| + 2RL \sqrt{v_2^2 + v_3^2} \right) + z_b S_b |v_2|, 0, 0 \right].$$

Здесь v_i – компоненты в той же системе вектора \mathbf{v} .

Допущения, сделанные при выводе формулы аэродинамического момента, позволяют выписать явное выражение для входящего в формулу (1) баллистического коэффициента спутника. Этот коэффициент имеет вид $c = S_v/m$, где S_v – площадь геометрической фигуры, являющейся проекцией внешней оболочки спутника на плоскость Π_v . В данном случае

$$|\mathbf{v}|S_v = \pi R^2 |v_1| + S_b |v_2| + 2RL \sqrt{v_2^2 + v_3^2},$$

и аэродинамический член формулы (1) принимает вид

$$c\rho_a |\mathbf{v}| \mathbf{v} = \rho_a \left(\frac{\pi R^2}{m} |v_1| + \frac{S_b}{m} |v_2| + \frac{2RL}{m} \sqrt{v_2^2 + v_3^2} \right) \mathbf{v}. \quad (3)$$

Все приводимые в данной работе расчеты микроускорений выполнены по формулам (1), (3).

При выводе выражений для аэродинамического момента и баллистического коэффициента не учитывалось возможное взаимное затенение корпуса спутника и солнечных батарей от набегающего аэродинамического потока. Такое упрощение оправдано, поскольку для большинства движений спутника относительная продолжительность отрезков времени, на которых указанное затенение существенно, невелика.

Заметим, что при расчете микроускорений баллистический коэффициент c считался переменным, а в подсистеме уравнений движения центра масс спутника тот же коэффициент принимался постоянным. Сделанное упрощение оправдано тем, что влияние сопротивления атмосферы на движение центра масс весьма мало и достаточно точно описывается с использованием постоянного значения баллистического коэффициента, которое определяется в результате обработки траекторных измерений. Принятый способ описания движения центра масс является общепринятым и позволяет использовать при математическом моделировании вращательного движения спутника реальную баллистическую информацию.

Уравнения, выражающие теорему об изменении кинетического момента спутника в его движении относительно центра масс, и кинематические уравнения Пуассона для элементов первых двух строк матрицы $\|b_{ij}\|$ имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{k}_1 &= \mu(\omega_2\omega_3 - \nu x_2x_3) + h_2\omega_3 - h_3\omega_2, \\ \dot{k}_2 &= \frac{1-\lambda}{1+\lambda\mu}(\omega_1\omega_3 - \nu x_1x_3) + \frac{\lambda}{1+\lambda\mu}(h_3\omega_1 - h_1\omega_3 + pv_3), \\ \dot{k}_3 &= -(1-\lambda+\lambda\mu)(\omega_1\omega_2 - \nu x_1x_2) + \lambda(h_1\omega_2 - h_2\omega_1 - pv_2), \\ \dot{b}_{11} &= b_{12}\omega_3 - b_{13}\omega_2 + \omega_E b_{21}, & \dot{b}_{21} &= b_{22}\omega_3 - b_{23}\omega_2 - \omega_E b_{11}, \\ \dot{b}_{12} &= b_{13}\omega_1 - b_{11}\omega_3 + \omega_E b_{22}, & \dot{b}_{22} &= b_{23}\omega_1 - b_{21}\omega_3 - \omega_E b_{12}, \\ \dot{b}_{13} &= b_{11}\omega_2 - b_{12}\omega_1 + \omega_E b_{23}, & \dot{b}_{23} &= b_{21}\omega_2 - b_{22}\omega_1 - \omega_E b_{13}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\omega_1 = k_1 - h_1, \quad \omega_2 = k_2 - \frac{\lambda h_2}{1 + \lambda\mu}, \quad \omega_3 = k_3 - \lambda h_3,$$

$$\lambda = \frac{I_1}{I_3}, \quad \mu = \frac{I_2 - I_3}{I_1}, \quad \nu = \frac{3\mu_E}{r^5}, \quad r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2},$$

$$p = E\rho_a \left(g_1 |v_1| + g_2 |v_2| + g_3 \sqrt{v_2^2 + v_3^2} \right),$$

$$g_1 = \frac{\pi R^2 z_c}{I_1}, \quad g_2 = \frac{S_b z_b}{I_1}, \quad g_3 = \frac{2RLz_c}{I_1}.$$

Здесь ω_i и x_i ($i = 1, 2, 3$) – компоненты векторов $\boldsymbol{\omega}$ и \mathbf{r} , I_i – моменты инерции спутника относительно осей Ox_i , k_i и h_i – отнесенные к I_1 компоненты кинетического момента спутника в его движении относительно центра масс и компоненты гиросtatического момента ДМ, E – масштабирующий множитель. При численном интегрировании уравнений (4) единицей времени служит 1000 с, единицей измерения длины – 1000 км, скорость выражается в км/с, единица измерения угловой скорости и величин k_i и h_i – 0.001 с^{-1} , плотность атмосферы рассчитывается в кг/м^3 , $E = 10^{12}$. Третья строка матрицы перехода $\|b_{ij}\|$ вычисляется как векторное произведение ее первой и второй строк. Переменные b_{1i} и b_{2i} зависимы. Они связаны условиями ортогональности матрицы $\|b_{ij}\|$, которые должны учитываться при задании начальных условий этих переменных.

Приведем использованные в расчетах числовые значения параметров описанной модели. Параметры спутника: $m = 6440 \text{ кг}$, $I_1 = 2600 \text{ кгм}^2$, $I_2 = 11100 \text{ кгм}^2$, $I_3 = 10900 \text{ кгм}^2$, $R = 1.3 \text{ м}$, $L = 5.0 \text{ м}$, $S_b = 33 \text{ м}^2$, $z_b = -1 \text{ м}$, $z_c = 0.3 \text{ м}$. Микроускорения рассчитывались в точке P с координатами $(-1 \text{ м}, 0.7 \text{ м}, 0.5 \text{ м})$. Эта точка находится на внутренней стенке рабочего отсека спутника, примерно на ее середине. Вблизи этой точки возможна установка научной аппаратуры. Параметры модели атмосферы во всех расчетах были следующие: $F = F_{81} = 150$, $A_p = 12$.

Начальные условия движения центра масс спутника задавались в восходящем узле орбиты в момент 12:10:34 декретного московского времени 21.09.2007. На этот момент элементы орбиты составляли: высота в апогее 450 км, высота в перигее 400 км, наклонение 63.96° , аргумент широты перигея 53.50° , долгота восходящего узла (отсчитывается от точки среднего весеннего равноденствия эпохи даты) 163.76° ; угол между осью CZ_2 и направлением “Земля – Солнце” был равен 102.40° .

Начальные условия уравнений (4) задавались в тот же момент времени, что и начальные условия принятой орбиты. Этот момент служит началом отсчета времени – точкой $t = 0$.

4. Математическая модель кинетического момента ДМ. Чтобы замкнуть систему (4) уравнений вращательного движения, надо добавить к ней уравнения, описывающие изменение переменных h_i . Эти уравнения запишем в виде

$$\dot{h}_1 = h_2 \omega_3 - h_3 \omega_2 - m_1, \quad \dot{h}_2 = h_3 \omega_1 - h_1 \omega_3 - m_2, \quad \dot{h}_3 = h_1 \omega_2 - h_2 \omega_1 - m_3, \quad (5)$$

где m_i – отнесенные к I_1 компоненты управляющего момента, приложенного к корпусу ИСЗ со стороны ДМ. Явный вид этих компонент зависит от режима вращательного движения спутника, который должен поддерживаться системой ДМ, и будет указан ниже.

В действительности векторы $\mathbf{h} = (h_1, h_2, h_3)$ и $\mathbf{m} = (m_1, m_2, m_3)$ реализуются в виде суммы нескольких векторов, каждый из которых отвечает одному маховику. Предполагается, что на спутнике будет установлена система из четырех одинаковых ДМ, оси вращения которых расположены параллельно боковым ребрам правильной четырехгранной пирамиды. Высота пирамиды параллельна оси Ox_1 , линии пересечения граней пирамиды с плоскостью Ox_2x_3 параллельны или перпендикулярны осям Ox_2 , Ox_3 (рис. 1). Более точно, орты \mathbf{e}_k осей вращения ДМ имеют компоненты [7]

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1 &= (-\cos \alpha, \sin \alpha \sin \beta, -\sin \alpha \cos \beta), & \mathbf{e}_2 &= (-\cos \alpha, \sin \alpha \sin \beta, \sin \alpha \cos \beta), \\ \mathbf{e}_3 &= (\cos \alpha, \sin \alpha \sin \beta, -\sin \alpha \cos \beta), & \mathbf{e}_4 &= (\cos \alpha, \sin \alpha \sin \beta, \sin \alpha \cos \beta). \end{aligned}$$

Здесь углы α и β задают ориентацию пирамиды относительно системы координат $Ox_1x_2x_3$. В частности, ось каждого маховика составляет с осью Ox_1 угол α или $\pi - \alpha$.

Суммарный гиростатический момент системы маховиков, отнесенный к I_1 , выражается векторной формулой $\mathbf{h} = g_1\mathbf{e}_1 + g_2\mathbf{e}_2 + g_3\mathbf{e}_3 + g_4\mathbf{e}_4$, или набором скалярных формул

$$\begin{aligned} h_1 &= (-g_1 - g_2 + g_3 + g_4)\cos \alpha, \\ h_2 &= (g_1 + g_2 + g_3 + g_4)\sin \alpha \sin \beta, \\ h_3 &= (-g_1 + g_2 - g_3 + g_4)\sin \alpha \cos \beta, \end{aligned} \tag{6}$$

где g_k – отнесенное к I_1 алгебраическое значение кинетического момента ДМ с номером k .

Значения углов α и β выберем так, чтобы реализуемые системой ДМ максимальные угловые скорости спутника относительно каждой из осей Ox_1 , Ox_2 и Ox_3 были примерно одинаковы. При этом будем считать, что полный кинетический момент ИСЗ (сумма кинетического момента несущего тела и гиростатического момента системы ДМ) равен нулю. В этом случае имеют место соотношения $I_i\omega_i + h_i = 0$ ($i = 1, 2, 3$). Отсюда

$$\frac{\omega_{1,\max}}{h_{\max}} = \frac{4 \cos \alpha}{I_1}, \quad \frac{\omega_{2,\max}}{h_{\max}} = \frac{4 \sin \alpha \sin \beta}{I_2}, \quad \frac{\omega_{3,\max}}{h_{\max}} = \frac{4 \sin \alpha \cos \beta}{I_3},$$

где h_{\max} – максимальный кинетический момент, развиваемый одним ДМ. При-

мом $I_2 = I_3 = 11000 \text{ кгм}^2$. Тогда из условия $\omega_{1,\max} = \omega_{2,\max} = \omega_{3,\max}$ получим $\beta = 45^\circ$ и

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{I_2 \sqrt{2}}{I_1} = 80.5^\circ.$$

Соотношения (6) нельзя единственным образом разрешить относительно величин g_k ($k = 1, 2, 3, 4$). Чтобы достичь единственности, потребуем, чтобы решение системы (6) относительно g_k доставляло минимум выражению $g_1^2 + g_2^2 + g_3^2 + g_4^2$. Тогда

$$\begin{aligned} g_1 &= \frac{1}{4}(-h'_1 + h'_2 - h'_3), & g_2 &= \frac{1}{4}(-h'_1 + h'_2 + h'_3), \\ g_3 &= \frac{1}{4}(h'_1 + h'_2 - h'_3), & g_4 &= \frac{1}{4}(h'_1 + h'_2 + h'_3), \\ h'_1 &= \frac{h_1}{\cos \alpha}, & h'_2 &= \frac{h_2}{\sin \alpha \sin \beta}, & h'_3 &= \frac{h_3}{\sin \alpha \cos \beta}. \end{aligned} \quad (7)$$

Выписанные соотношения позволяют реализовать требуемый гиросtatический момент системы ДМ, назначив определенное значение угловой скорости вращения ротора каждого маховика. Ниже соотношения (7) будем использовать для формирования управляющих воздействий, прилагаемых к ДМ.

Несколько упрощенная, но достаточная для целей данной работы математическая модель двигателей-маховиков выражается уравнениями

$$J\dot{\Omega}_k = Ki_k, \quad T \frac{di_k}{dt} + i_k = K'\sigma_k \quad (k = 1, 2, 3, 4),$$

где Ω_k и i_k – угловая скорость вращения ротора ДМ с номером k и ток, подаваемый в обмотку этого ДМ, T – постоянная времени блока управления ДМ, K и K' – коэффициенты, σ_k – управляющий сигнал, подаваемый на блок управления k -го ДМ, J – момент инерции ротора. В рамках этой модели $g_k = J\Omega_k/I_1$. Не ограничивая общности, примем, что управляющий сигнал имеет вид $\sigma_k = I_1[\dot{g}_k]_{\text{пр}}$, где $[\dot{g}_k]_{\text{пр}}$ – программное значение \dot{g}_k , требуемое для реализации нужного закона управления, и возьмем $K' = 1/K$. Тогда $T\ddot{g}_k + \dot{g}_k = [\dot{g}_k]_{\text{пр}}$, т. е. в случае достаточно медленного изменения $[\dot{g}_k]_{\text{пр}}$ имеем $\dot{g}_k = [\dot{g}_k]_{\text{пр}}$. Числовые значения принятой модели: $J = 0.037 \text{ кгм}^2$, $K = 0.0327 \text{ Нм/А}$, $T = 0.1 \text{ с}$, предельно допустимые значения $J\Omega_k = \pm 18 \text{ Нмс}$.

5. Законы управления гиросtatическим моментом. Перейдем к построению законов управления гиросtatическим моментом системы ДМ. Начнем с закона поддержания одноосной солнечной ориентации, обеспечивающего

затухание возмущенного движения спутника в окрестности положения покоя с требуемой скоростью. Рассмотрим сначала идеализированную постановку задачи – построим закон управления в терминах величин \mathbf{h} и \mathbf{m} . Подставим уравнения (5) в первые три уравнения (4). Получим соотношения

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_1 &= \mu(\omega_2\omega_3 - \nu x_2x_3) + m_1, \\ \dot{\omega}_2 &= \frac{1-\lambda}{1+\lambda\mu}(\omega_1\omega_3 - \nu x_1x_3) + \frac{\lambda}{1+\lambda\mu}(m_2 + p\nu_3), \\ \dot{\omega}_3 &= -(1-\lambda+\lambda\mu)(\omega_1\omega_2 - \nu x_1x_2) + \lambda(m_3 - p\nu_2).\end{aligned}\quad (8)$$

Здесь члены с ν и p описывают гравитационный и аэродинамический моменты. Характерное время действия этих моментов на спутник должно быть существенно больше аналогичного времени для управляющего момента. По этой причине, анализируя управляющий момент, ограничимся рассмотрением движения спутника на коротких временных интервалах и далее положим в (8) $\nu = 0$, $p = 0$.

Управляющий момент возьмем в виде [5]

$$m_1 = -2\xi\omega_1 + \xi^2s_3, \quad m_2 = -\frac{1+\lambda\mu}{\lambda}2\xi\omega_2, \quad m_3 = -\frac{1}{\lambda}(2\xi\omega_3 + \xi^2s_1), \quad (9)$$

где ξ – положительный параметр, s_i – компоненты орта \mathbf{s} направления “Земля – Солнце”: $\mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3)$. Использование соотношений (9) подразумевает, что спутник оснащен датчиками, позволяющими выполнить все необходимые измерения для формирования величин m_i . При численном моделировании ориентированного движения спутника, результаты которого описываются ниже, компоненты орта \mathbf{s} в гринвичской системе координат рассчитывались по приближенным формулам [8].

Подстановка соотношений (9) в уравнения (8) приводит к уравнениям

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_1 &= -2\xi\omega_1 + \xi^2s_3 + \mu\omega_2\omega_3, & \dot{\omega}_2 &= -2\xi\omega_2 + \frac{1-\lambda}{1+\lambda\mu}\omega_1\omega_3, \\ \dot{\omega}_3 &= -2\xi\omega_3 - \xi^2s_1 - (1-\lambda+\lambda\mu)\omega_1\omega_2.\end{aligned}\quad (10)$$

На коротких интервалах времени орт \mathbf{s} можно считать неизменными в абсолютном пространстве. В таком случае компоненты s_i этого орта определяются уравнениями

$$\dot{s}_1 = \omega_3s_2 - \omega_2s_3, \quad \dot{s}_2 = \omega_1s_3 - \omega_3s_1, \quad \dot{s}_3 = \omega_2s_1 - \omega_1s_2, \quad (11)$$

Система уравнений (10), (11) является замкнутой и может быть использована для исследования переходных процессов при стабилизации движения спутни-

ка. Эта система допускает асимптотически устойчивое стационарное решение

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0, \quad s_1 = s_3 = 0, \quad s_2 = 1. \quad (12)$$

Асимптотическая устойчивость следует из анализа соответствующей линеаризованной системы (напомним $s_2 = \sqrt{1 - s_1^2 - s_3^2}$)

$$\dot{\omega}_1 = -2\xi\omega_1 + \xi^2 s_3, \quad \dot{s}_3 = -\omega_1, \quad \dot{\omega}_2 = -2\xi\omega_2, \quad \dot{\omega}_3 = -2\xi\omega_3 - \xi^2 s_1, \quad \dot{s}_1 = \omega_3.$$

При подходящем выборе значения $\xi > 0$ возмущенное движение спутника в окрестности положения покоя (12) будет затухать с любой требуемой скоростью.

Более детальный анализ устойчивости режима одноосной солнечной ориентации можно провести в терминах вектора $\Theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ бесконечно малого поворота спутника. В окрестности ориентированного положения спутника имеют место соотношения

$$\omega_i = \dot{\theta}_i \quad (i = 1, 2, 3), \quad s_1 = \theta_3, \quad s_2 = 1, \quad s_3 = -\theta_1,$$

которые согласованы с (11). Подстановка этих соотношений в (10) дает

$$\ddot{\theta}_1 + 2\xi\dot{\theta}_1 + \xi^2\theta_1 = 0, \quad \ddot{\theta}_2 + 2\xi\dot{\theta}_2 = 0, \quad \ddot{\theta}_3 + 2\xi\dot{\theta}_3 + \xi^2\theta_3 = 0.$$

В решениях последней системы $\theta_{1,3} \rightarrow 0$, $\dot{\theta}_2 \rightarrow 0$ при $t \rightarrow +\infty$, но условие $\theta_2 \rightarrow 0$ в общем случае не выполнено. Последний факт означает, что в данном случае предельное значение угла поворота спутника вокруг оси Ox_2 не определено, т. е. имеет место только одноосная ориентация.

На базе соотношений (9) можно построить более реалистичский закон управления системой ДМ, обеспечивающий одноосную солнечную ориентацию спутника. В наиболее существенной части этот реалистичский закон выглядит так. По формулам (5) и (9) вычисляются величины \dot{h}_i ($i = 1, 2, 3$), которые назовем $[\dot{h}_k]_{\text{пр}}$. Это – программные значения \dot{h}_i , необходимые для реализации нужного закона управления. По формулам (7) эти величины пересчитываются в величины \dot{g}_k ($k = 1, 2, 3, 4$), которые выступают в роли упоминавшихся выше $[\dot{g}_k]_{\text{пр}}$. Далее, интегрируются уравнения

$$\dot{g}_k = u_k, \quad T\dot{u}_k + u_k = [\dot{g}_k]_{\text{пр}} \quad (k = 1, 2, 3, 4). \quad (13)$$

Найденные в результате величины g_k пересчитываются по формулам (6) в величины h_i , которые затем используются в (4).

Иными словами, полная система дифференциальных уравнений вращательного движения спутника имеет вид (4), (13). Фазовыми переменными (неизвестными функциями) в ней являются k_i , b_{1i} , b_{2i} ($i = 1, 2, 3$) и g_k ,

u_k ($k = 1, 2, 3, 4$). Величины h_i выражаются через g_k по формулам (6), величины ω_i выражаются через k_i и h_i по соответствующим формулам (4). Величины $[\dot{g}_k]_{np}$ рассчитываются по формулам (7) и (5) с использованием фазовых переменных и найденных указанным способом величин h_i, ω_i .

Описанная математическая модель является предварительной. В ней игнорируются два важных реальных фактора – наличие зон нечувствительности и дискретность реализации алгоритма управления. Последний из этих факторов учитывается следующим образом. Шаг численного интегрирования уравнений (4), (13) берется равным длине Δt такта реализации алгоритма или меньшим этой длины в целое число раз. Внутри такта величины $[\dot{g}_k]_{np}$ считаются постоянными, обновление их значений происходит в начальной точке такта.

Зоны нечувствительности учитываются так. Представим закон управления (9) в виде

$$m_1 = -\xi^2 a_1, \quad m_2 = -\frac{1 + \lambda\mu}{\lambda} \xi^2 a_2, \quad m_3 = -\frac{1}{\lambda} \xi^2 a_3, \quad (14)$$

где величины a_i суть функции ключей η_i ($i = 1, 2, 3$) и соответствующих величин

$$\tilde{a}_1 = \frac{2\omega_1}{\xi} - s_3, \quad \tilde{a}_2 = \frac{2\omega_2}{\xi}, \quad \tilde{a}_3 = \frac{2\omega_3}{\xi} + s_1, \quad (15)$$

Ключи принимают значения 0 или 1. Значения ключей могут меняться независимо друг от друга в начальной точке каждого цикла работы алгоритма. Изменение ключей и расчет a_i происходят по следующему правилу. В начальной точке очередного цикла алгоритма вычисляются величины \tilde{a}_i . Если $\eta_i = 0$ и $|\tilde{a}_i| > a''$, то полагаем $\eta_i = 1$. Если $\eta_i = 1$ и $|\tilde{a}_i| < a'$, то полагаем $\eta_i = 0$. В остальных случаях ключ η_i не меняется. После проверок указанных неравенств вычисляются величины $a_i = \eta_i \tilde{a}_i$ (рис. 2).

В приводимых ниже расчетах принято $\xi = 0.005 \text{ с}^{-1}$, $\Delta t = 0.1 \text{ с}$, $a'' = 0.0175$, $a' = a''/2$, в начальный момент времени приняты значения $\eta_i = 0$.

Проблема разгрузки гиросистемы в данной работе не рассматривается, однако следует иметь в виду, что необходимость проведения разгрузок может сократить отрезки невозмущенного полета спутника. По этой причине целесообразно рассмотреть возможность использования закона управления, позволяющего не только обеспечить затухание возмущенного движения спутника в окрестности положения покоя с требуемой скоростью, но и дополнительно увеличить продолжительность отрезков полета спутника без проведения разгрузок гиросистемы.

Построим закон поддержания одноосной солнечной ориентации с одновременным ограничением роста накапливаемого кинетического момента гиросистемы за счет управления углом поворота спутника вокруг оси Ox_2 .

Вернемся к идеализированной постановке задачи, т. е. будем строить закон управления в терминах величин \mathbf{h} и \mathbf{m} . Кинетический момент спутника в его движении относительно центра масс $\mathbf{K} = (K_1, K_2, K_3)$ удовлетворяет уравнению

$$\dot{\mathbf{K}} = \mathbf{M}.$$

Здесь \mathbf{M} – вычисленный относительно центра масс главный момент внешних сил, приложенных к спутнику. Представим \mathbf{M} следующим образом

$$\mathbf{M} = \frac{3\mu_E}{|\mathbf{r}|^5} (\mathbf{r} \times \hat{I}\mathbf{r}) + \mathbf{M}',$$

выделив в явном виде гравитационный момент – в данном случае он преобладает, $\hat{I} = \text{diag}(I_1, I_2, I_3)$ – тензор инерции спутника. Обозначим $K = |\mathbf{K}|$. В силу последних соотношений

$$\dot{K} = \frac{\mathbf{K} \cdot \mathbf{M}}{K} = \frac{3\mu_E}{K|\mathbf{r}|^5} [\mathbf{K} \cdot (\mathbf{r} \times \hat{I}\mathbf{r})] + \frac{\mathbf{K} \cdot \mathbf{M}'}{K}.$$

Будем в каждый момент времени минимизировать выражение $F = \mathbf{K} \cdot (\mathbf{r} \times \hat{I}\mathbf{r})$. Это замедлит рост K и, может быть даже, вызовет его уменьшение. Поскольку спутник должен оставаться в режиме солнечной ориентации, минимизация F возможна только за счет поворота спутника относительно оси Ox_2 . Угол φ такого поворота будем отсчитывать от положения, в котором ось Ox_1 лежит в плоскости орбиты под острым углом к \mathbf{r} . Приближенное отслеживание минимума функции $F = F(\varphi)$ в процессе полета можно реализовать как движение спутника вокруг оси Ox_2 в соответствии с уравнением

$$\ddot{\varphi} + \kappa_1 \dot{\varphi} + \kappa_2 \frac{dF}{d\varphi} = 0, \quad \kappa_j = \text{const} > 0 \quad (j=1, 2).$$

Изменение φ должно быть быстрым – с характерным временем намного меньше орбитального периода. В этом движении $\boldsymbol{\omega} = \dot{\varphi} \mathbf{e}_2$ (\mathbf{e}_2 – орт оси Ox_2), и изменение векторов \mathbf{K} и \mathbf{r} относительно системы $Ox_1x_2x_3$ описывается уравнениями

$$\frac{d'\mathbf{K}}{dt} + \dot{\varphi}(\mathbf{e}_2 \times \mathbf{K}) = 0, \quad \frac{d'\mathbf{r}}{dt} + \dot{\varphi}(\mathbf{e}_2 \times \mathbf{r}) = 0.$$

где символом d'/dt обозначена соответствующая локальная производная вектора. Найдем $dF/d\varphi$. Заметим, что $\dot{F} = \dot{\varphi}(dF/d\varphi)$. В силу последних уравнений имеем

$$\begin{aligned}\dot{F} &= \frac{d'K}{dt}(\mathbf{r} \times \hat{I}\mathbf{r}) + K\left(\frac{d'\mathbf{r}}{dt} \times \hat{I}\mathbf{r}\right) + K\left(\mathbf{r} \times \hat{I}\frac{d'\mathbf{r}}{dt}\right) = \\ &= \dot{\varphi} \left\{ (\mathbf{e}_2 \times K)(\mathbf{r} \times \hat{I}\mathbf{r}) + K[(\mathbf{e}_2 \times \mathbf{r}) \times \hat{I}\mathbf{r}] + K[\mathbf{r} \times \hat{I}(\mathbf{e}_2 \times \mathbf{r})] \right\}.\end{aligned}$$

Преобразуем слагаемые, стоящие в фигурных скобках, с учетом следующих соотношений:

$$K[(\mathbf{e}_2 \times \mathbf{r}) \times \hat{I}\mathbf{r}] = (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{r})(\hat{I}\mathbf{r} \times K), \quad K[\mathbf{r} \times \hat{I}(\mathbf{e}_2 \times \mathbf{r})] = (K \times \mathbf{r})\hat{I}(\mathbf{e}_2 \times \mathbf{r}).$$

Получаем

$$\dot{F} = -\dot{\varphi}(\mathbf{r} \times K)[(\mathbf{e}_2 \times \hat{I}\mathbf{r}) - \hat{I}(\mathbf{e}_2 \times \mathbf{r})].$$

Поскольку $(\mathbf{e}_2 \times \hat{I}\mathbf{r}) - \hat{I}(\mathbf{e}_2 \times \mathbf{r}) = (I_3 - I_1)(x_3, 0, x_1)$, находим

$$\dot{F} = -\dot{\varphi}(I_3 - I_1)F_1, \quad F_1 = -x_1x_2K_1 + (x_1^2 - x_3^2)K_2 + x_2x_3K_3.$$

Выписанное выше уравнение второго порядка относительно φ реализуется, если к спутнику приложить управляющий момент

$$\mathbf{M}_c = (AF_1 - B\xi\omega_2)\mathbf{e}_2,$$

где A и B – параметры. Этот закон управления должен накладываться на закон управления (9). В итоге получаем

$$\begin{aligned}m_2 &= -\frac{1 + \lambda\mu}{\lambda} [\tilde{B}\xi\omega_2 - \tilde{A}F_1], \quad \tilde{A} = \frac{\lambda}{1 + \lambda\mu} A, \quad \tilde{B} = 2 + \frac{\lambda}{1 + \lambda\mu} B, \\ m_1 &= -2\xi\omega_1 + \xi^2s_3, \quad m_3 = -\frac{1}{\lambda}(2\xi\omega_3 + \xi^2s_1),\end{aligned}\tag{16}$$

В приводимых ниже расчетах принято $\xi = 0.005 \text{ с}^{-1}$, $\tilde{A} = 2.5$, $\tilde{B} = 10.0$.

На базе соотношений (16) также можно построить более реалистичский закон управления системой ДМ, обеспечивающий одноосную солнечную ориентацию и одновременно ограничивающий рост кинетического момента спутника. Такой закон в целом полностью повторяет описанную выше реалистичскую реализацию закона управления обеспечивающего затухание возмущенного движения спутника в окрестности положения покоя с требуемой скоростью, с единственным исключением – вместо уравнений (15) используются уравнения (17).

$$\tilde{a}_1 = \frac{2\omega_1}{\xi} - s_3, \quad \tilde{a}_2 = \frac{\tilde{B}}{\xi}\omega_2 - \frac{\tilde{A}}{\xi^2}F_1, \quad \tilde{a}_3 = \frac{2\omega_3}{\xi} + s_1.\tag{17}$$

6. Математическое моделирование вращательного движения спутника и расчет микроускорений. Покажем, что выбранные законы изменения гиросtatического момента ДМ действительно обеспечивают одноосную солнечную ориентацию спутника. Эти законы испытываются в рамках двух моде-

лей – идеализированной и более реалистичной, которые назовем соответственно моделью I и моделью II. Модель I основана на дифференциальных уравнениях (4), (5), на соотношениях (7) и соотношениях (9) или (16). Модель II основана на дифференциальных уравнениях (4), (13), соотношениях (5) – (7), соотношениях (14), (15) или (17). В модели II учитываются также зоны нечувствительности и дискретность реализации алгоритма управления.

С помощью обеих моделей вычисляется движение спутника в режиме солнечной ориентации. Начальные условия движения задаются следующим образом. Пусть в момент $t = 0$ орты \mathbf{s} и \mathbf{n} (\mathbf{n} – орт оси CZ_2) имеют в гринвичской системе координат компоненты $\mathbf{s} = (S_1, S_2, S_3)$, $\mathbf{n} = (N_1, N_2, N_3)$. Начальные условия для переменных b_{1i} , b_{2i} возьмем в виде

$$b_{11} = \frac{S_2 N_3 - S_3 N_2}{\sqrt{1 - (\mathbf{s} \cdot \mathbf{n})^2}}, \quad b_{12} = S_1, \quad b_{13} = \frac{N_1 - (\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}) S_1}{\sqrt{1 - (\mathbf{s} \cdot \mathbf{n})^2}},$$

$$b_{21} = \frac{S_3 N_1 - S_1 N_3}{\sqrt{1 - (\mathbf{s} \cdot \mathbf{n})^2}}, \quad b_{22} = S_2, \quad b_{23} = \frac{N_2 - (\mathbf{s} \cdot \mathbf{n}) S_2}{\sqrt{1 - (\mathbf{s} \cdot \mathbf{n})^2}}.$$

Такие начальные условия соответствуют положению покоя (12), причем ось Ox_1 лежит в плоскости орбиты. Начальные условия для переменных h_i в модели I и переменных g_i , u_i в модели II возьмем нулевые. Тогда начальные условия для переменных k_i будут совпадать с начальными значениями компонент угловой скорости ω_i . Последние выберем так, чтобы иметь возможность показать процесс гашения возмущенного движения, а именно положим

$$\omega_1(0) = \omega_2(0) = \omega_3(0) = 0.01 \text{ град/с.}$$

Результаты расчетов движения спутника, полученные в рамках приятых моделей, а также результаты расчета микроускорений приведены на рис. 3 – 14. Эти результаты представлены графиками зависимости от времени углов γ , δ и β , задающих положение системы $Ox_1x_2x_3$ относительно системы $CZ_1Z_2Z_3$, а также угла \mathcal{S} между \mathbf{s} и ортом Ox_2 (нормально к светочувствительной стороне солнечных батарей). На рисунках представлены также графики компонент угловой скорости ω_i , микроускорения $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3)$, гиростатического момента системы ДМ $H_i = I_1 h_i$ ($i = 1, 2, 3$) и величин $G_k = I_1 g_k$ ($k = 1, 2, 3, 4$). Последние представляют собой алгебраические значения кинетических моментов отдельных ДМ. Приведены также графики модуля микроускорения $|\mathbf{b}|$. Микроускорение рассчитано в указанной выше точке P .

Результаты расчетов движения спутника при реализации законов управления (9), (15) на интервале времени 2 сут приведены на рис. 3 – 6 (модель I) и на рис. 7 – 10 (модель II). На рисунках 3, 4 и 7, 8 показан переходной процесс –

процесс гашения возмущенного движения, – обусловленный ошибками в задании начальной угловой скорости. Такие рисунки охватывают отрезок времени длиной в один орбитальный виток, примыкающий к начальному моменту $t = 0$. Однако собственно переходной процесс протекает гораздо быстрее.

Движения спутника при реализации законов управления (16), (17) на интервалах времени 4 сут приведены на рис. 11, 12. Здесь использована модель I. Движения с теми же законами управления на интервалах времени 2 сут, но рассчитанные в рамках модели II, приведены на рис. 13, 14. Из рис. 12 видно, что величина кинетического момента, создаваемого каждым ДМ, на интервале 4 сут. не превышает 70% от своего предельно допустимого значения (± 18 Нмс). Учитывая, что спутник летает в режиме поддержания одноосной солнечной ориентации, можно утверждать, что на данном интервале времени разгрузку системы ДМ можно не проводить.

На рис. 15, 16, 17а,б. приведены графики гиросtatического момента системы ДМ, полученные в результате использования двух законов управления. Первые 1.5 сут. полета ИСЗ использовался закон управления, обеспечивающий затухание возмущенного движения спутника, последующие 2.5 сут. – закон управления, ограничивающий рост накапливаемого кинетического момента гиросистемы. На рис. 15 (модель I) и рис. 16 (модель II) приведены графики гиросtatического момента системы ДМ и кинетического момента создаваемого каждым из ДМ. На рис. 17а,б приведены графики модуля гиросtatического момента системы ДМ, полученные в результате моделирования при различных вариантах взаимного положения орбиты ИСЗ и Солнца, при этом начальные условия движения центра масс спутника задавались также как и в п. 3, изменялась только начальная дата с 21 января по 21 декабря 2007 года.

Результаты моделирования, приведенные на рис. 15, 16, 17а,б, показывают, что использование законов управления (16) и (17) действительно позволяет уменьшать накапливаемый гиросtatический момент ИСЗ, причем эти законы работают при различных положениях Солнца относительно орбиты спутника.

Сравнение результатов, полученных с помощью моделей I и II при использовании закона управления (9) и (15), а также (16) и (17) показывает практически их полное совпадение в части описания движения спутника. В случае микроускорений ситуация несколько иная. Микроускорения, рассчитанные в рамках в модели II, демонстрируют высокочастотные колебания, которых нет в результатах модели I. Эти колебания обусловлены дискретностью работы алгоритма поддержания ориентации. Однако амплитуда этих колебаний весьма мала, и они не сказываются на общем весьма малом уровне микроускорений. Несколько слов о микроускорениях. На рис. 5, 9, 11 и 13 видны установившиеся колебания с доминирующей частотой 0.00036 Гц. За такие колебания ответствен градиент гравитационного поля (третий член формулы (1))

Ошибки солнечной ориентации иллюстрируются графиками угла $\mathcal{A}(t)$. Как видно из приведенных графиков, ошибки ориентации для всех режимов достаточно малы.

Результаты моделирования показали, что все рассмотренные режимы

обеспечивают весьма малый уровень квазистатических микроускорений на спутнике. В этих режимах в середине рабочего отсека микроускорения не превышают 10^{-5} м/с. Из результатов моделирования следует также, что достаточно детальный учет функционирования системы управления ориентацией спутника не ухудшает оценки микроускорений, полученные в рамках идеализированной модели.

Литература

- [1] Сазонов В.В., Комаров М.М., Полежаев В.И., Никитин С.А., Ермаков М.К., Стажков В.М., Зыков С.Г., Рябуха С.Б., Асеведо Х., Либерман Е. Микроускорения на орбитальной станции "Мир" и оперативный анализ гравитационной чувствительности конвективных процессов тепломассопереноса. Космические исследования, 1999, т.37, № 1, с. 86-101.
- [2] Сазонов В.В., Чебуков С.Ю., Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Зайцев А.С. Анализ низкочастотных микроускорений на борту ИСЗ "Фотон-11". Космические исследования, 2001, т. 39, № 4, с. 419-435.
- [3] Сазонов В.В., Чебуков С.Ю., Абрашкин В.И., Казакова А.Е., Зайцев А.С. Низкочастотные микроускорения на борту ИСЗ "Фотон-11". Космические исследования, 2004, т. 42, № 2, с. 185-200.
- [4] Бабкин Е.В., Беляев М.Ю., Ефимов Н.И., Сазонов В.В., Стажков В.М. Определение квазистатической компоненты микроускорения, возникающего на борту Международной космической станции. Космические исследования, 2004, т. 42, № 2, с.162-171.
- [5] Игнатов А.И., Сазонов В.В. Реализация режимов вращательного движения ИСЗ с малым уровнем остаточных микроускорений электромеханическими исполнительными органами. Препринт института прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, 2008, № 91.
- [6] Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. М., Наука, 1957.
- [7] Игнатов А.И., Давыдов А.А., Сазонов В.В. Анализ динамических возможностей систем управления малым космическим аппаратом, построенных на базе двигателей-маховиков. Препринт института прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, 2005, № 47.
- [8] Меес Ж. Астрономические формулы для калькуляторов. М., Мир, 1988.

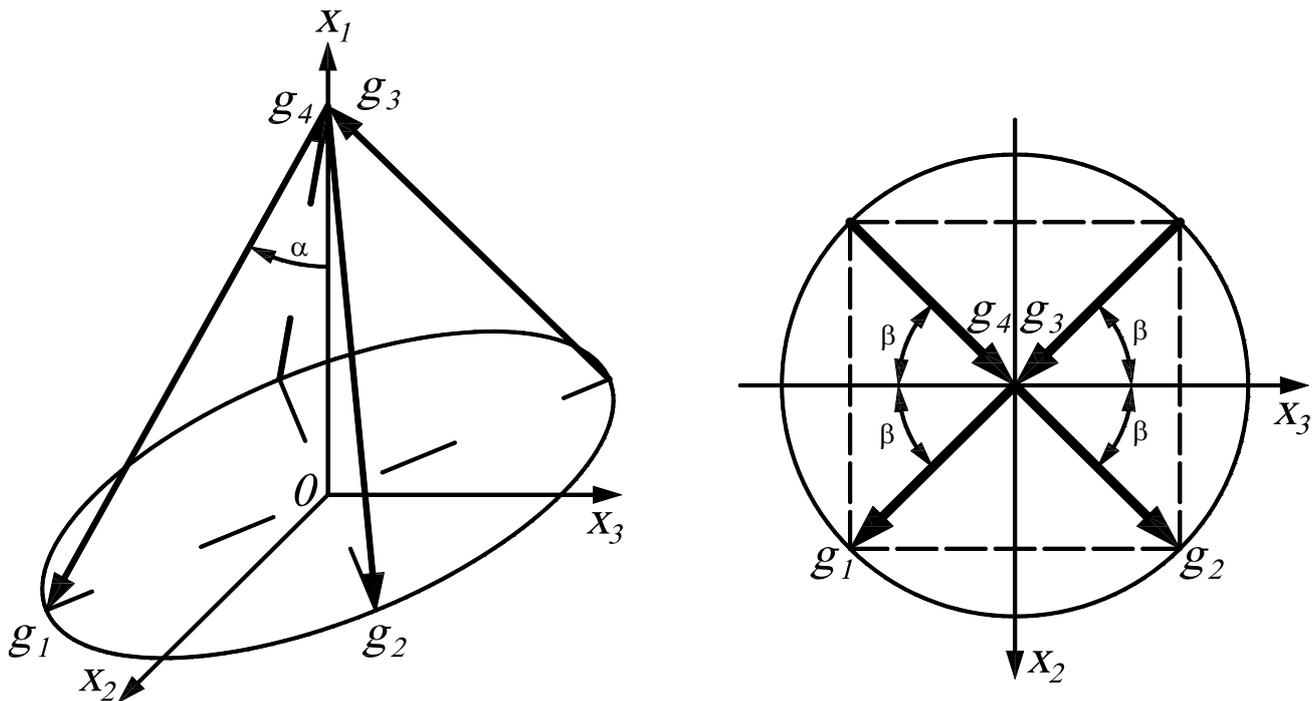


Рис. 1. Схема расположения векторов собственных кинетических моментов ДМ относительно осей связанной со спутником системы координат $Ox_1x_2x_3$.

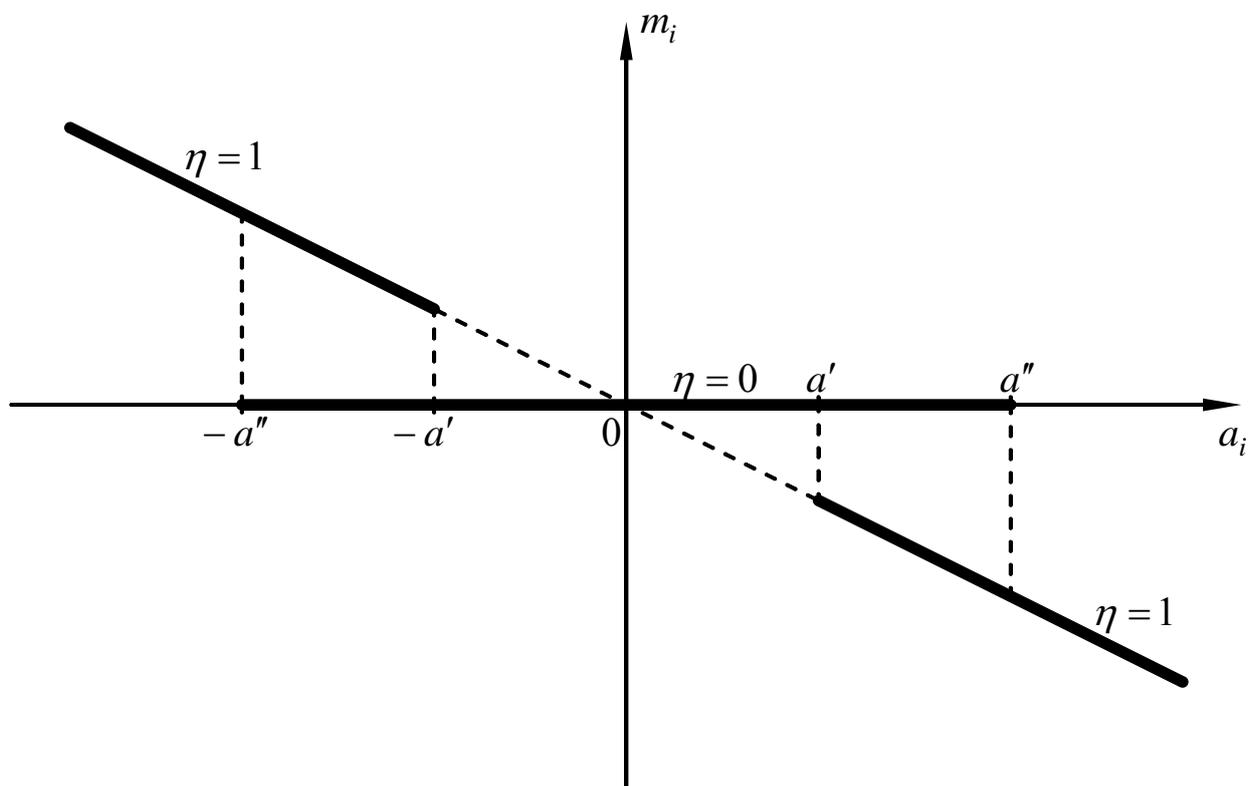


Рис. 2. Характеристика зон нечувствительности алгоритма управления.

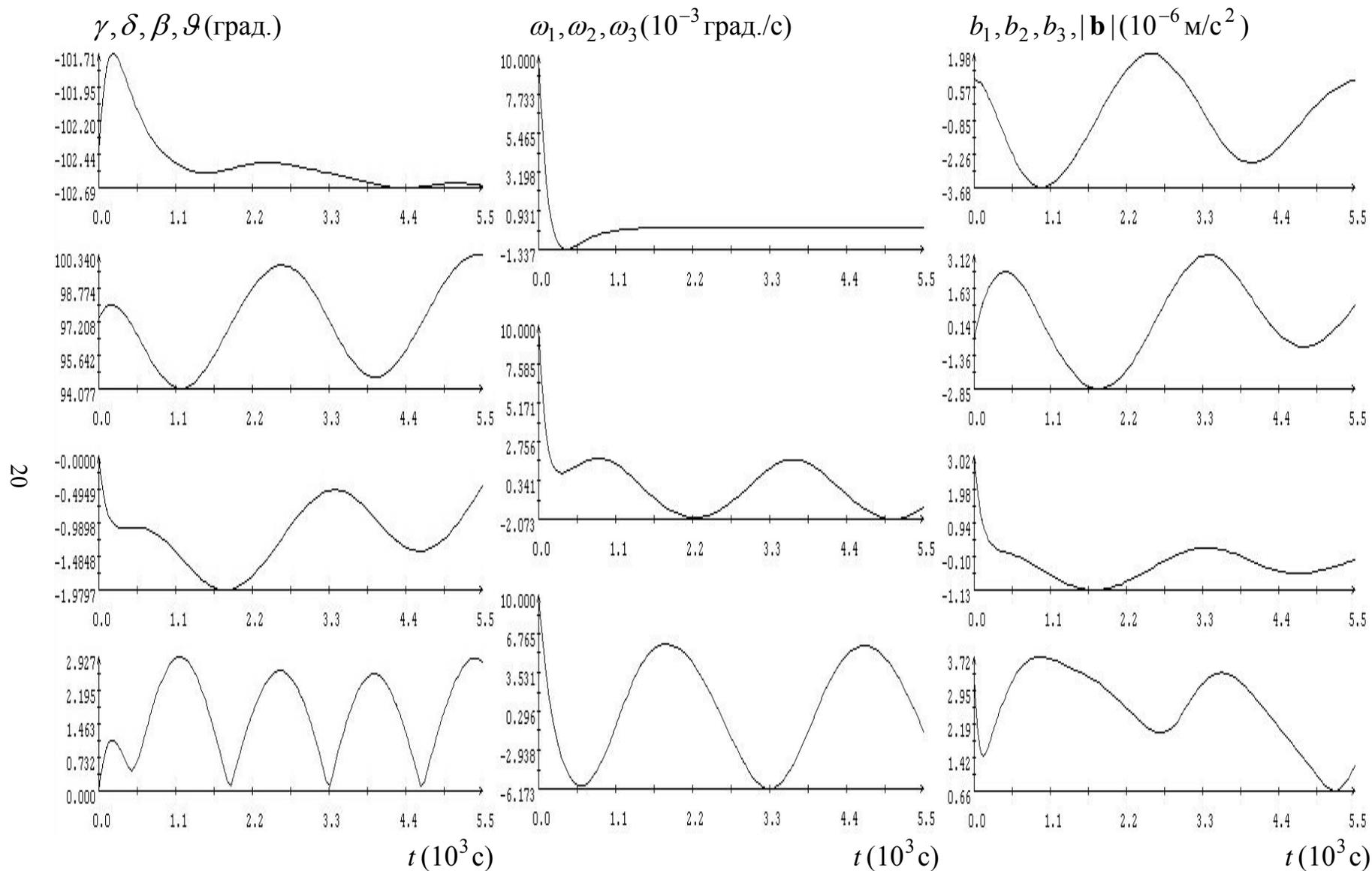


Рис. 3. Движение ИСЗ и микроускорения в режиме поддержания одноосной солнечной ориентации, модель I.

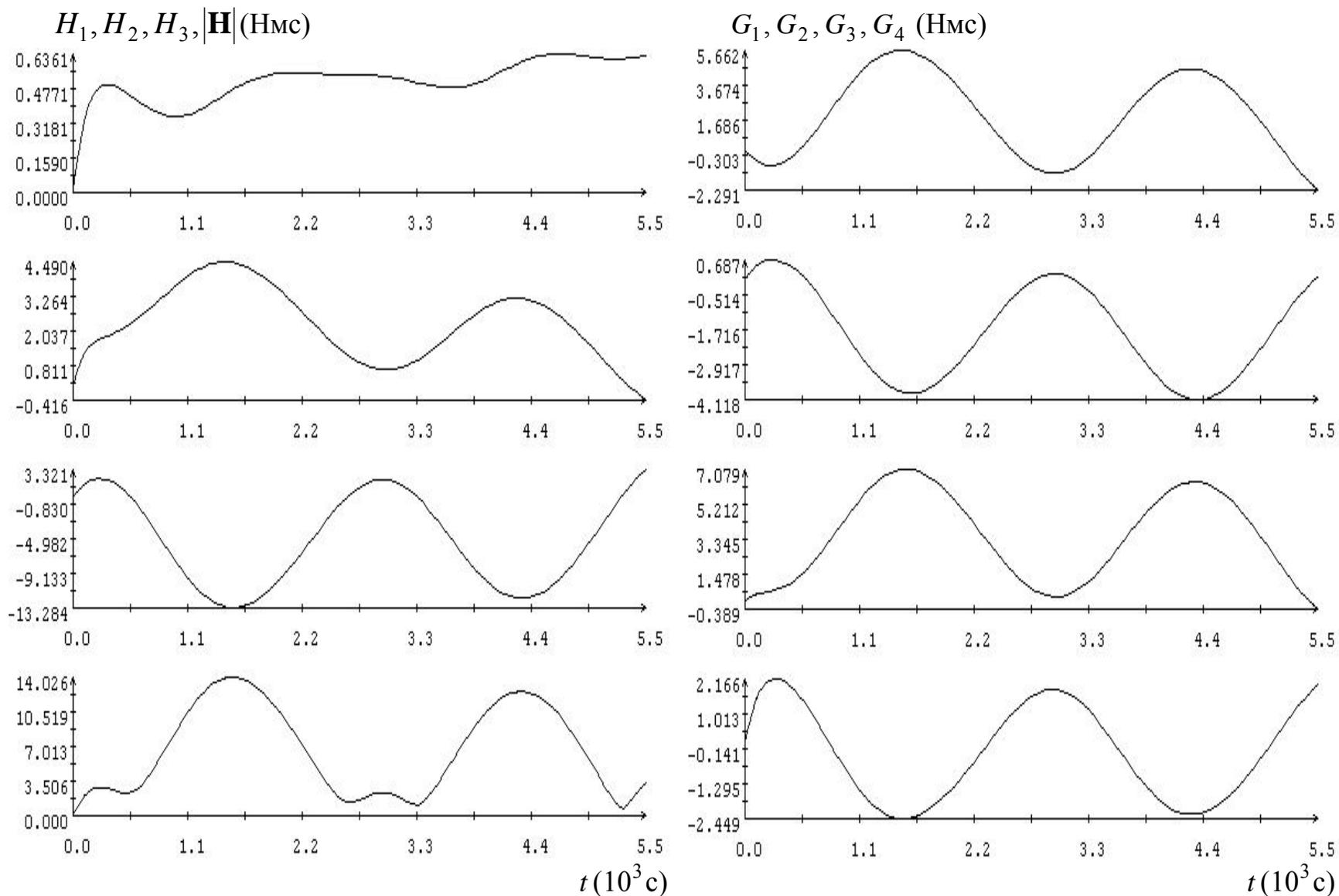


Рис. 4. Изменение гиристатического момента системы ДМ и кинетического момента ДМ в режиме поддержания одноосной солнечной ориентации, модель I.

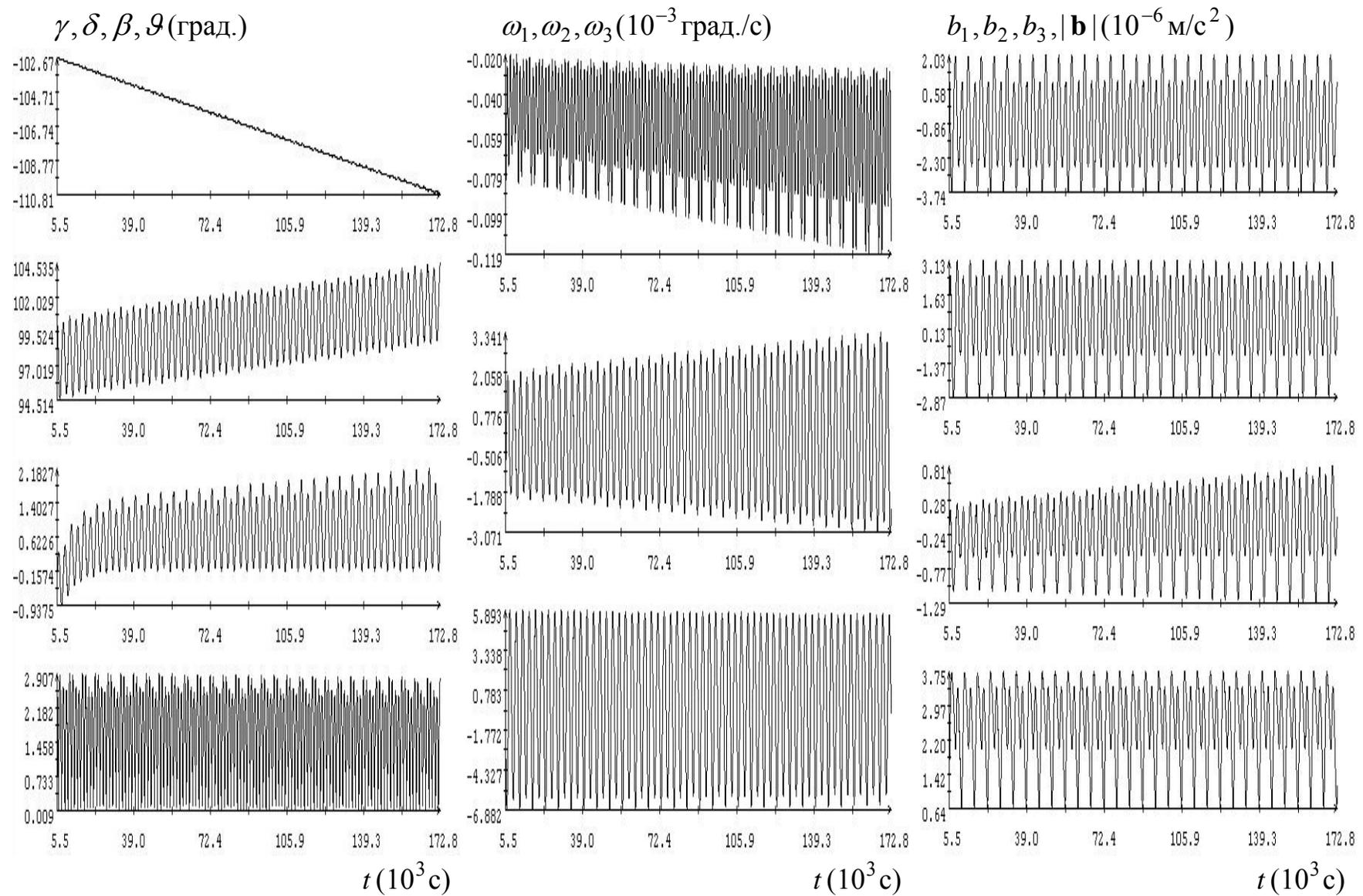


Рис. 5. Движение ИСЗ и микроускорения в режиме поддержания одноосной солнечной ориентации, модель I.

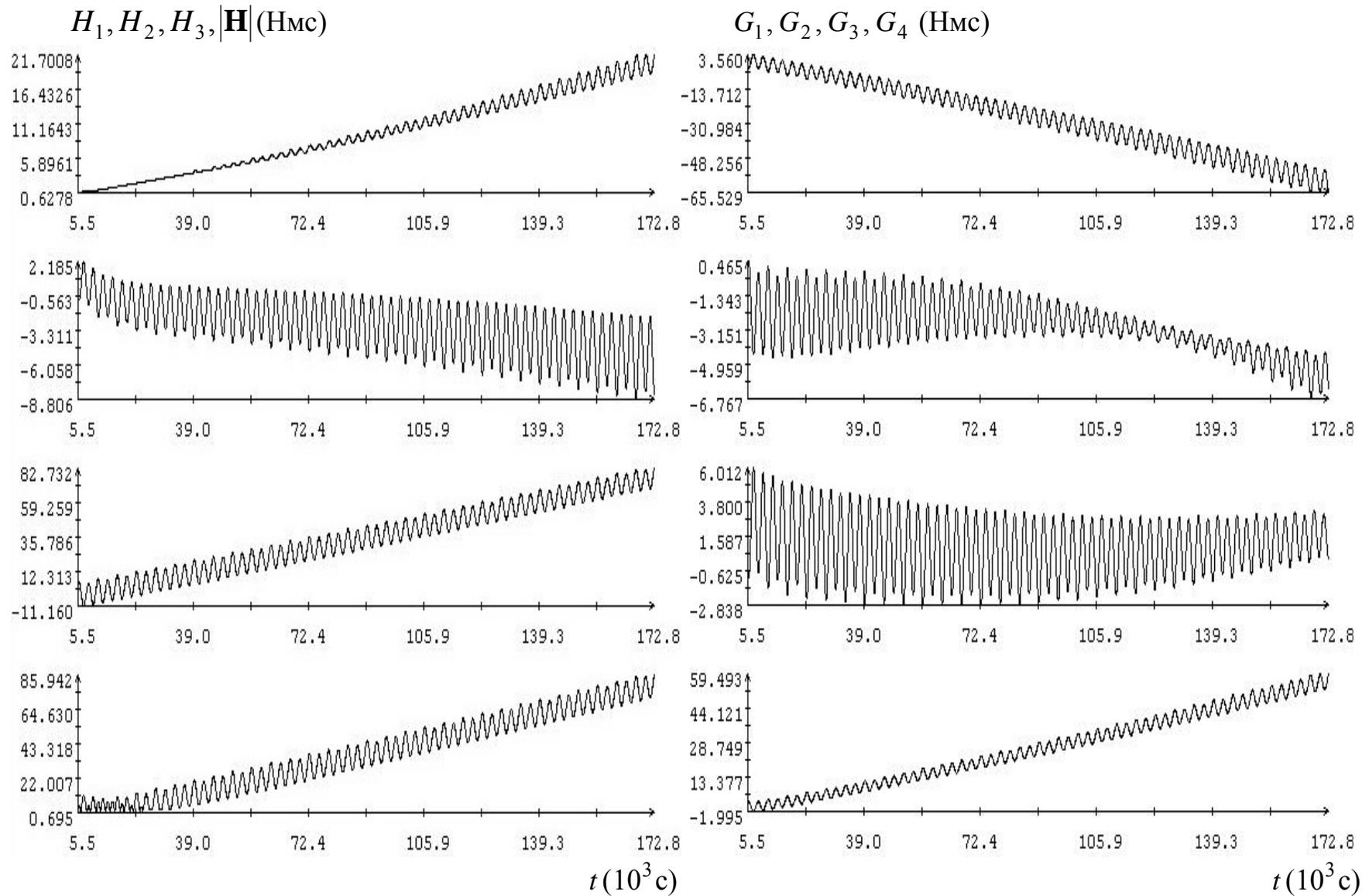


Рис. 6. Изменение гиросtatического момента системы ДМ и кинетического момента ДМ в режиме поддержания одноосной солнечной ориентации, модель I.

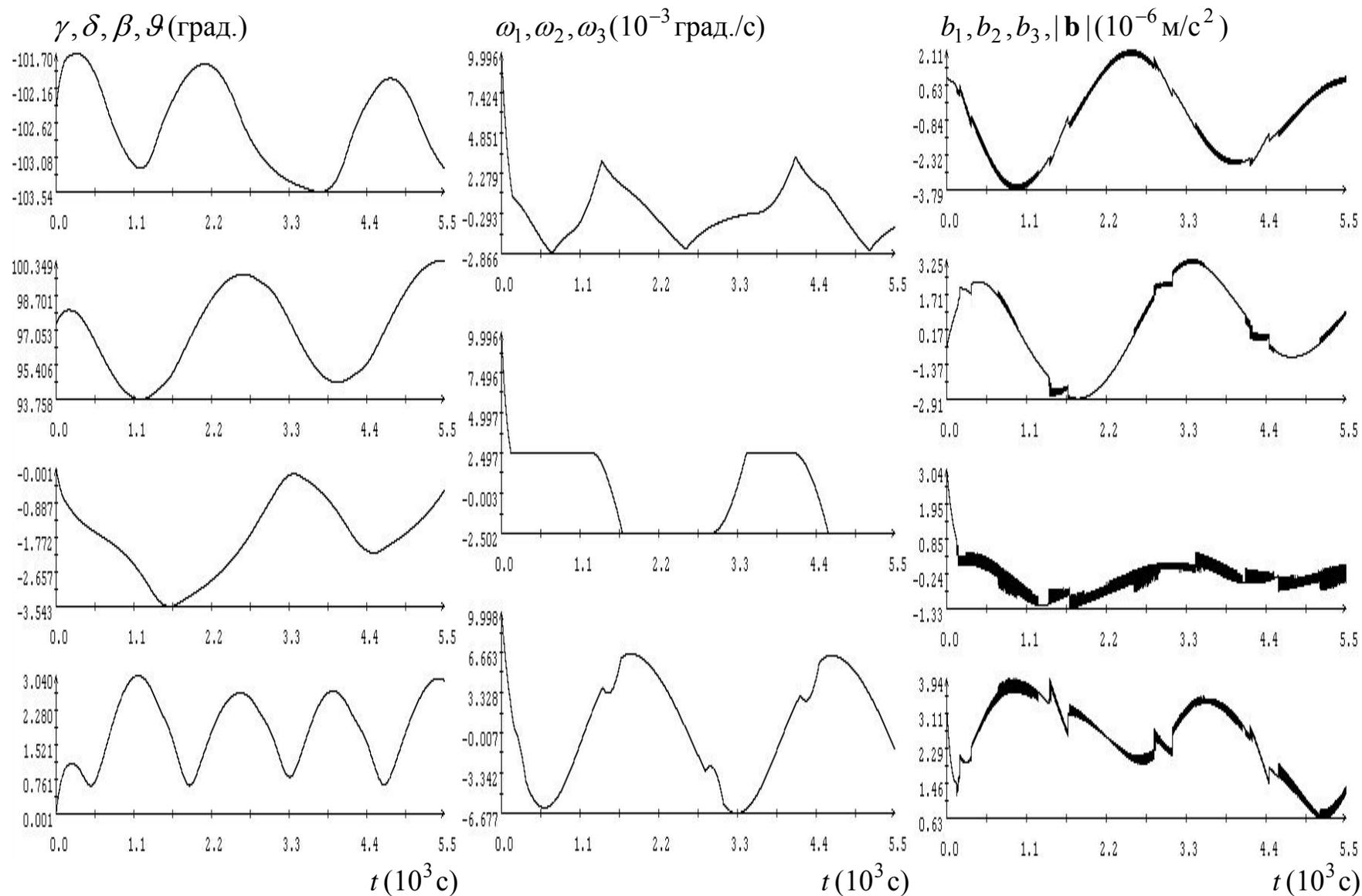


Рис. 7. Движение ИСЗ и микроускорения в режиме поддержания одноосной солнечной ориентации, модель II.

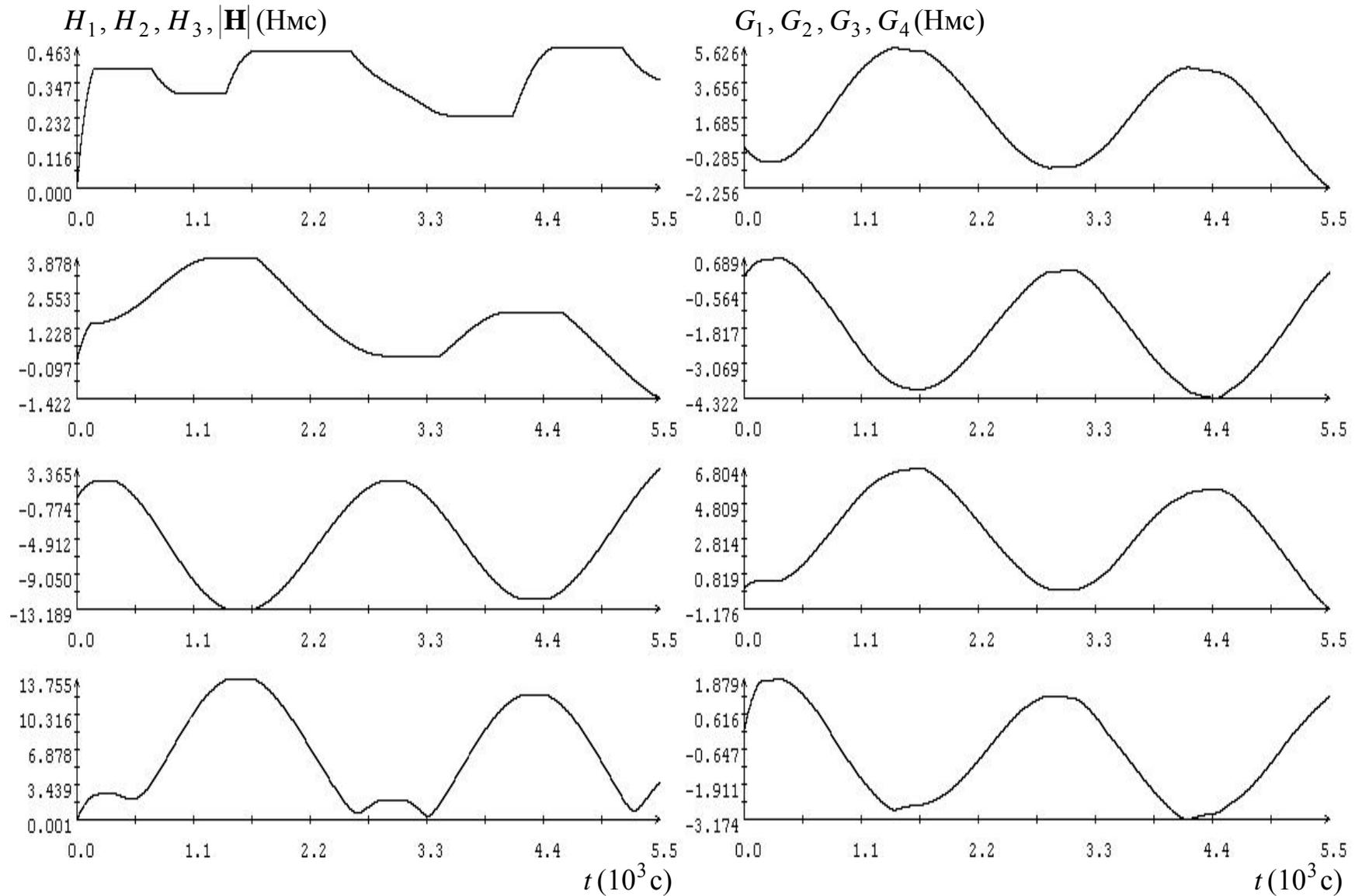


Рис. 8. Изменение гиросtatического момента системы ДМ и кинетического момента ДМ в режиме поддержания одноосной солнечной ориентации, модель II.

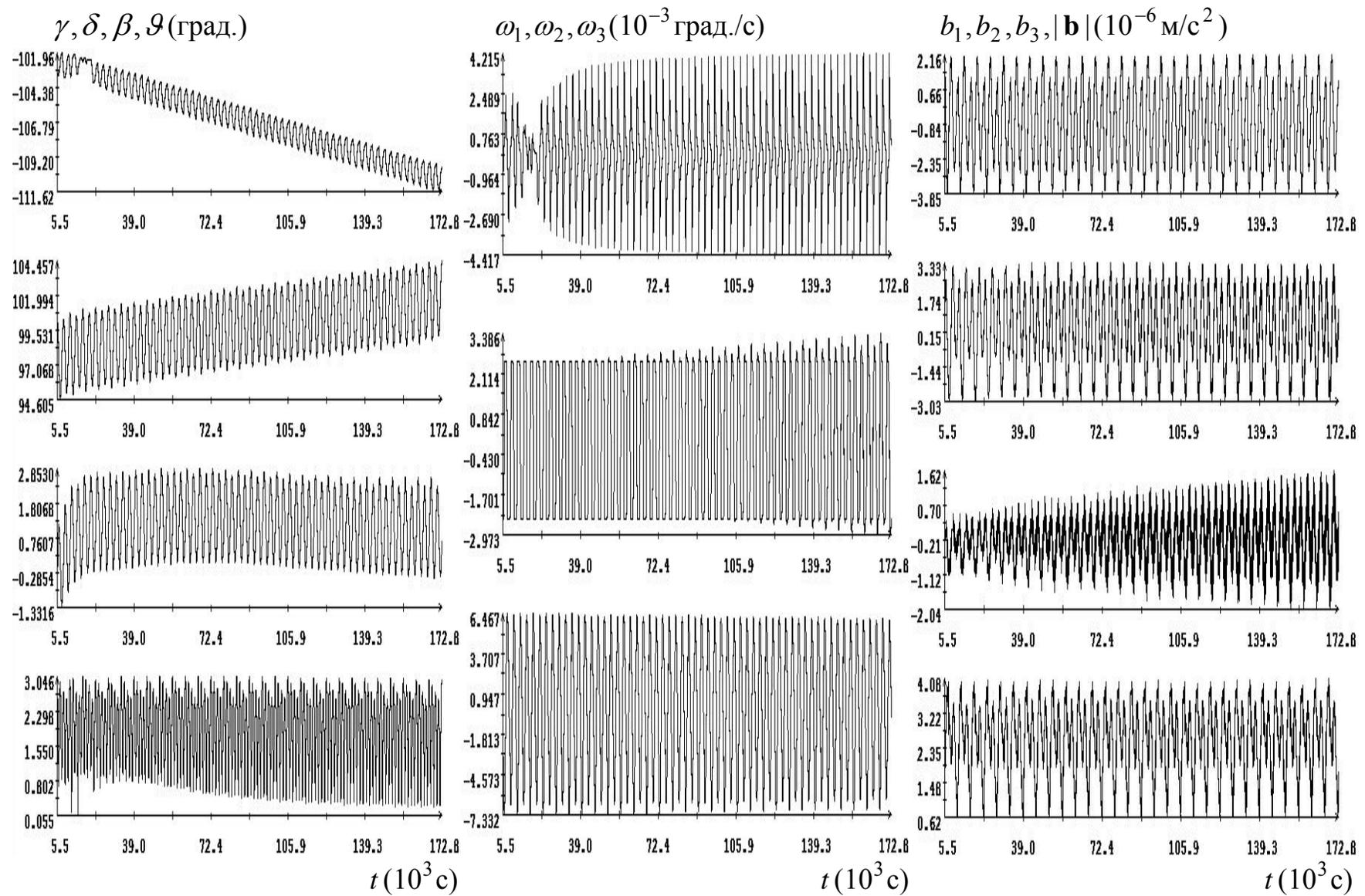


Рис. 9. Движение ИСЗ и микроускорения в режиме поддержания одноосной солнечной ориентации, модель II.

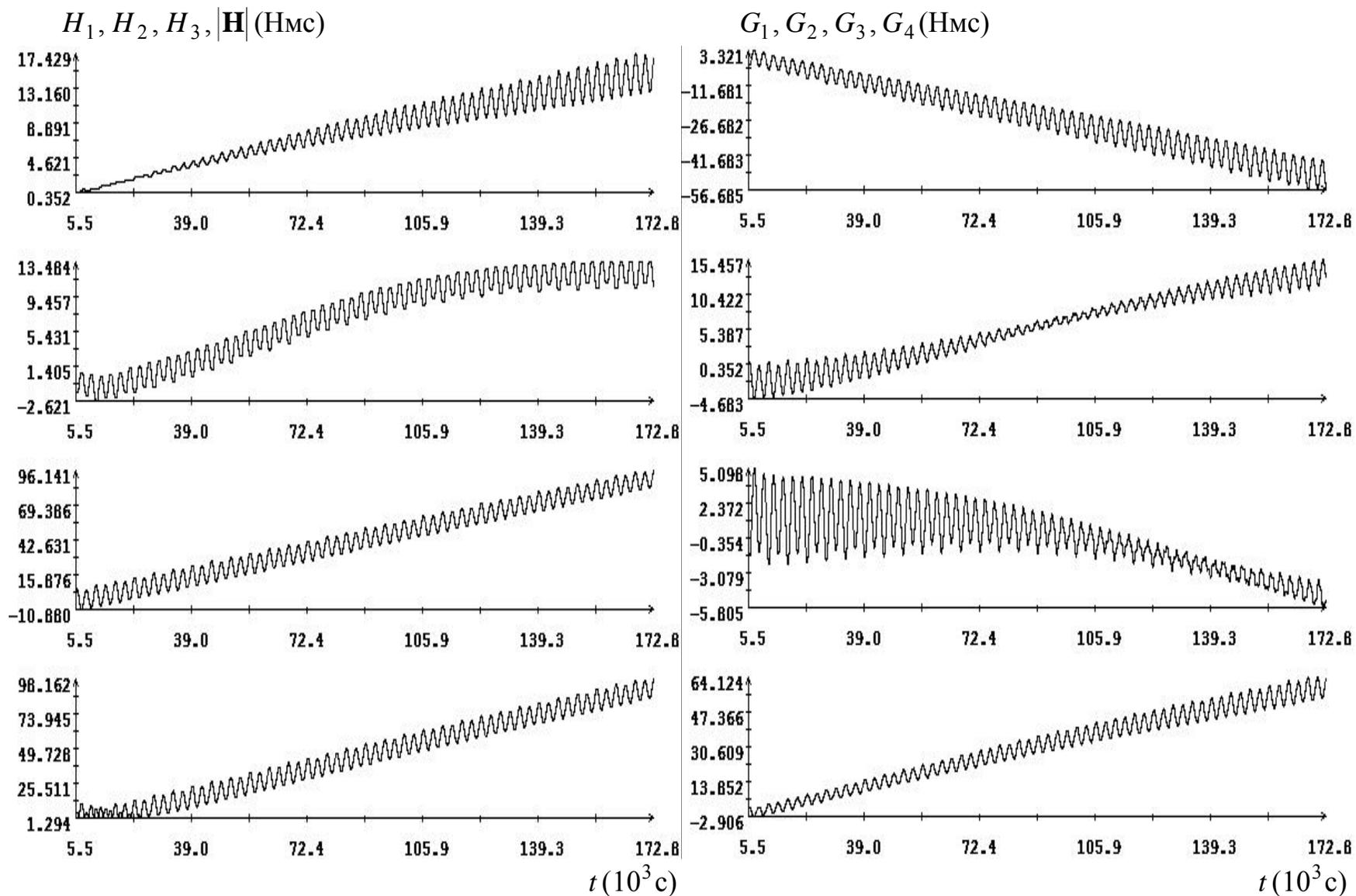


Рис. 10. Изменение гиросtatического момента системы ДМ и кинетического момента ДМ в режиме поддержания одноосной солнечной ориентации, модель II.

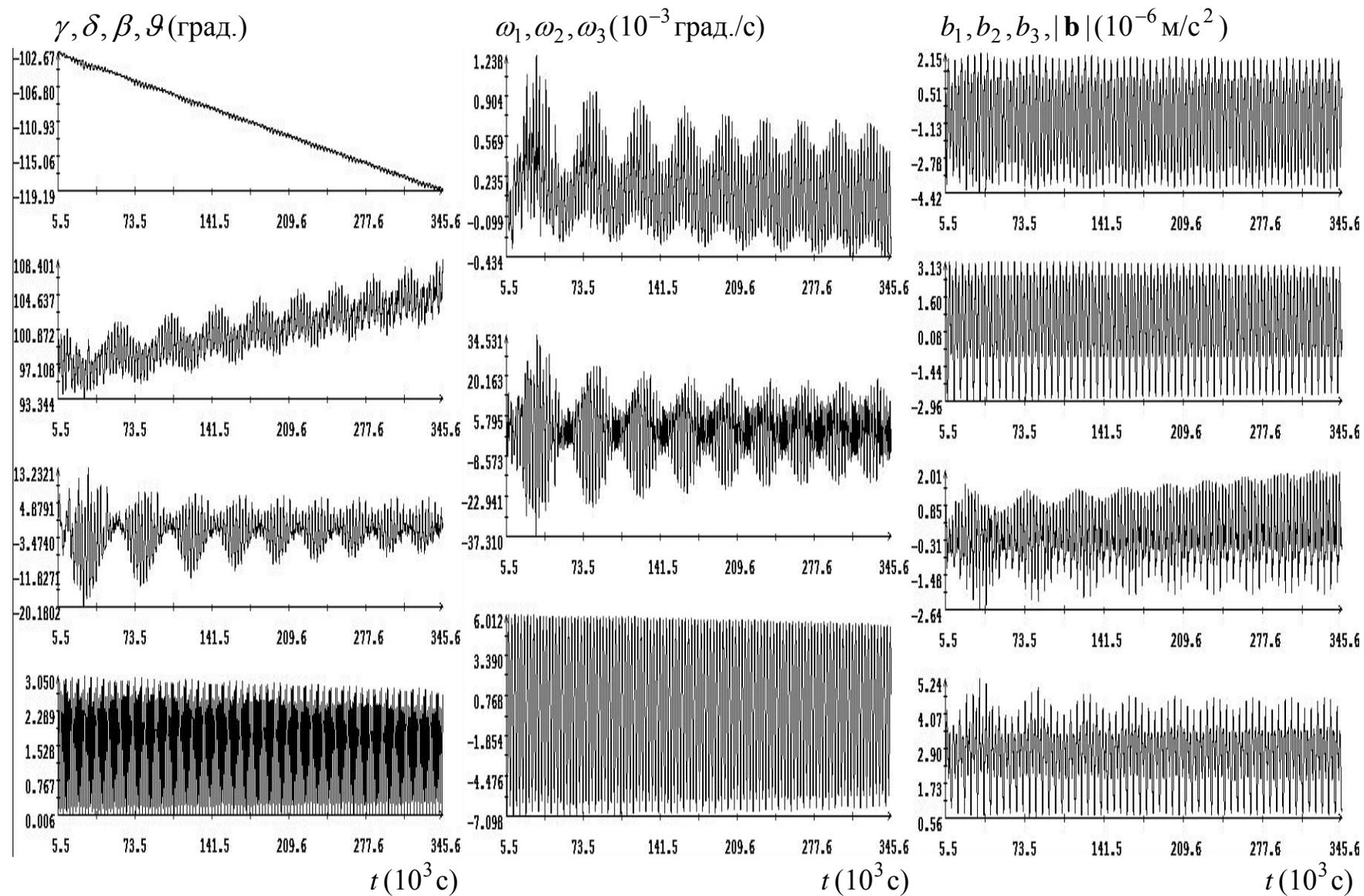


Рис. 11. Движение ИСЗ и микроускорения в режиме ограничения роста гиросtatического момента ИСЗ, модель I.

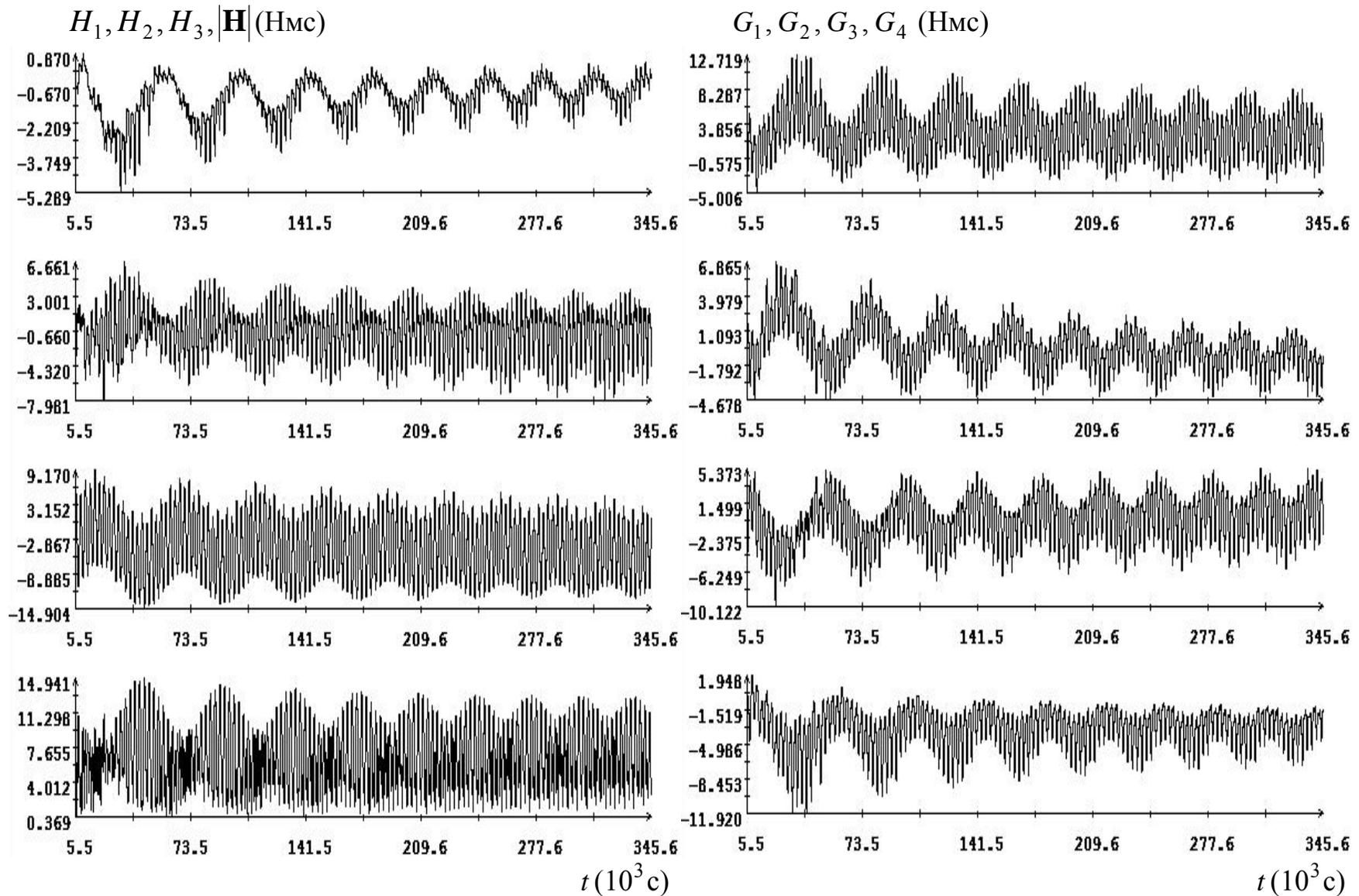


Рис. 12. Изменение гиросtatического момента системы ДМ и кинетического момента ДМ в режиме ограничения роста гиросtatического момента ИСЗ, модель I.

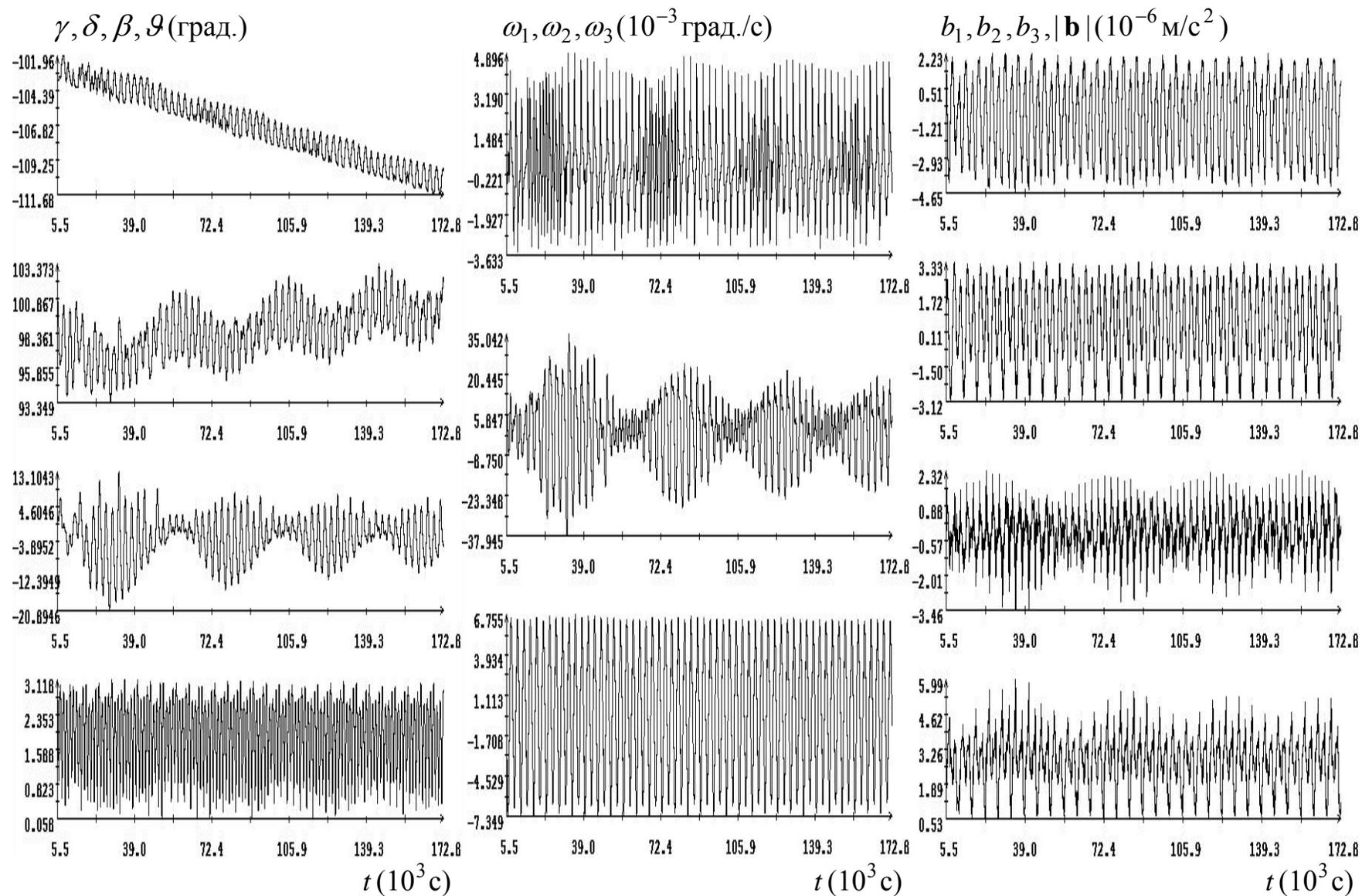


Рис. 13. Движение ИСЗ и микроускорения в режиме ограничения роста кинетического момента ИСЗ, модель II.

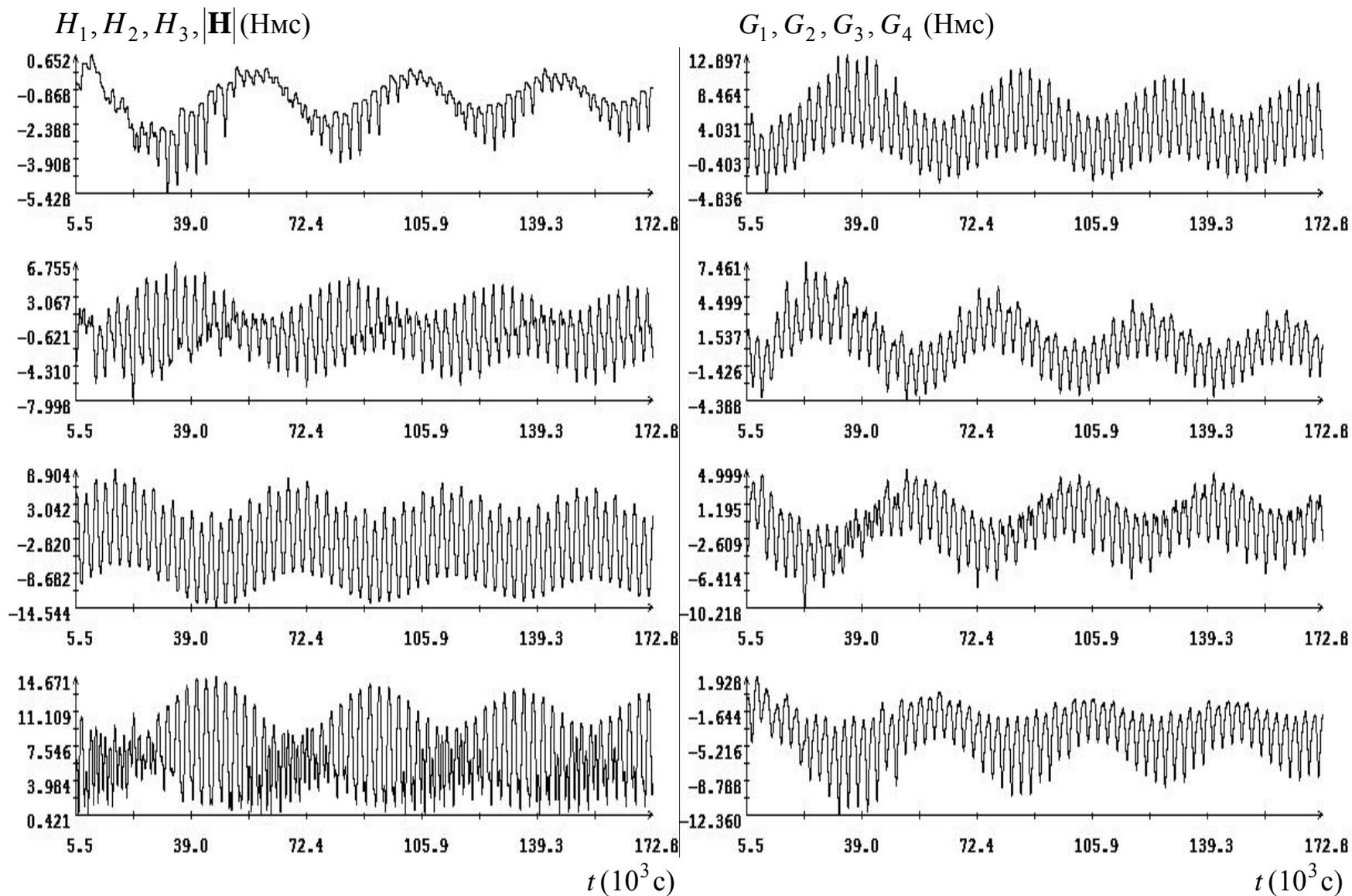


Рис. 14. Изменение гиросtatического момента системы ДМ и кинетического момента ДМ в режиме ограничения роста кинетического момента ИСЗ, модель II.

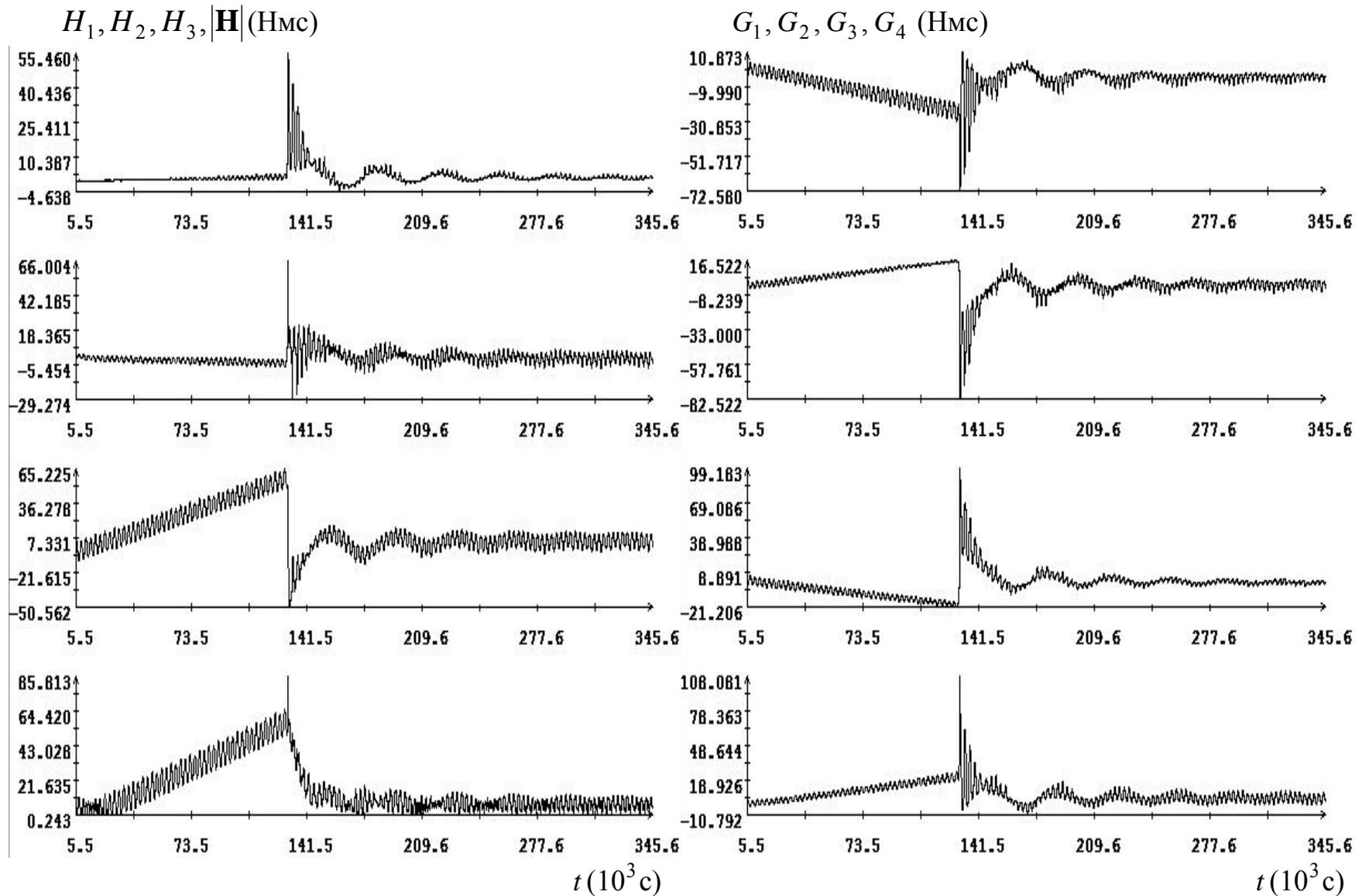


Рис. 15. Изменение гиостатического момента системы ДМ и кинетического момента ДМ при использовании двух законов управления, модель I.

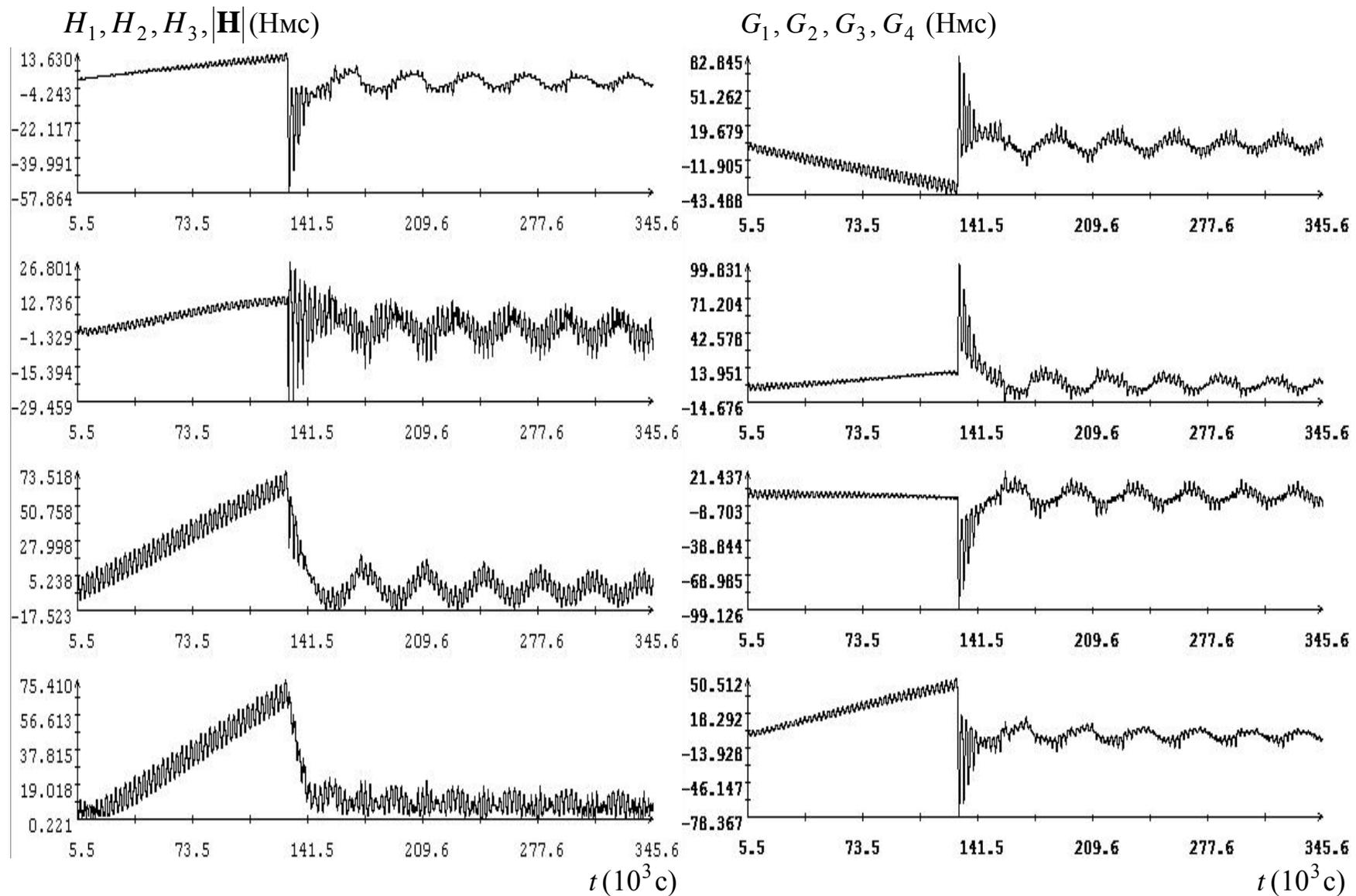


Рис. 16. Изменение гиостатического момента системы ДМ и кинетического момента ДМ при использовании двух законов управления, модель II.

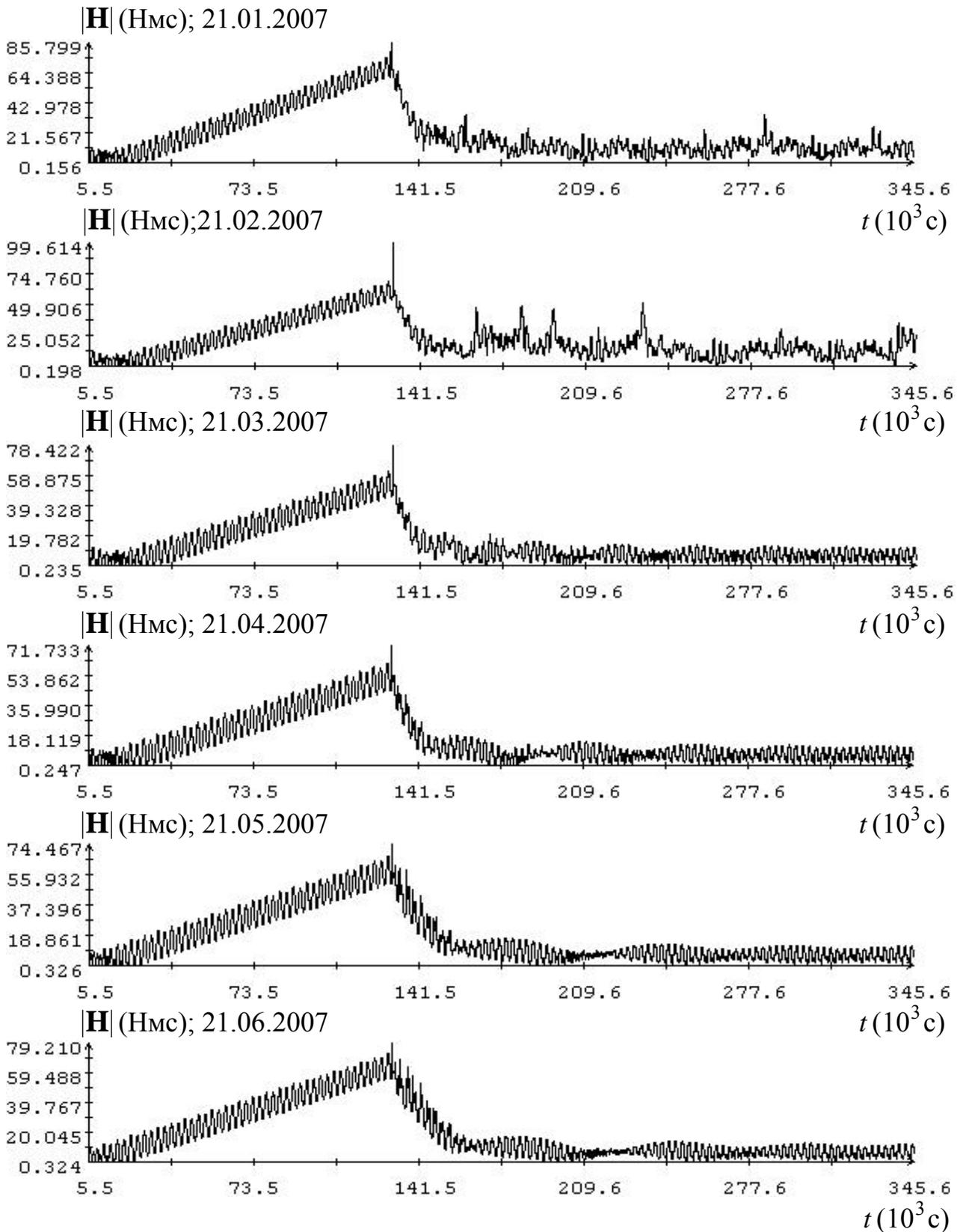


Рис. 17а. Изменение модуля гиросtatического момента системы ДМ при использовании двух законов управления, модель I.

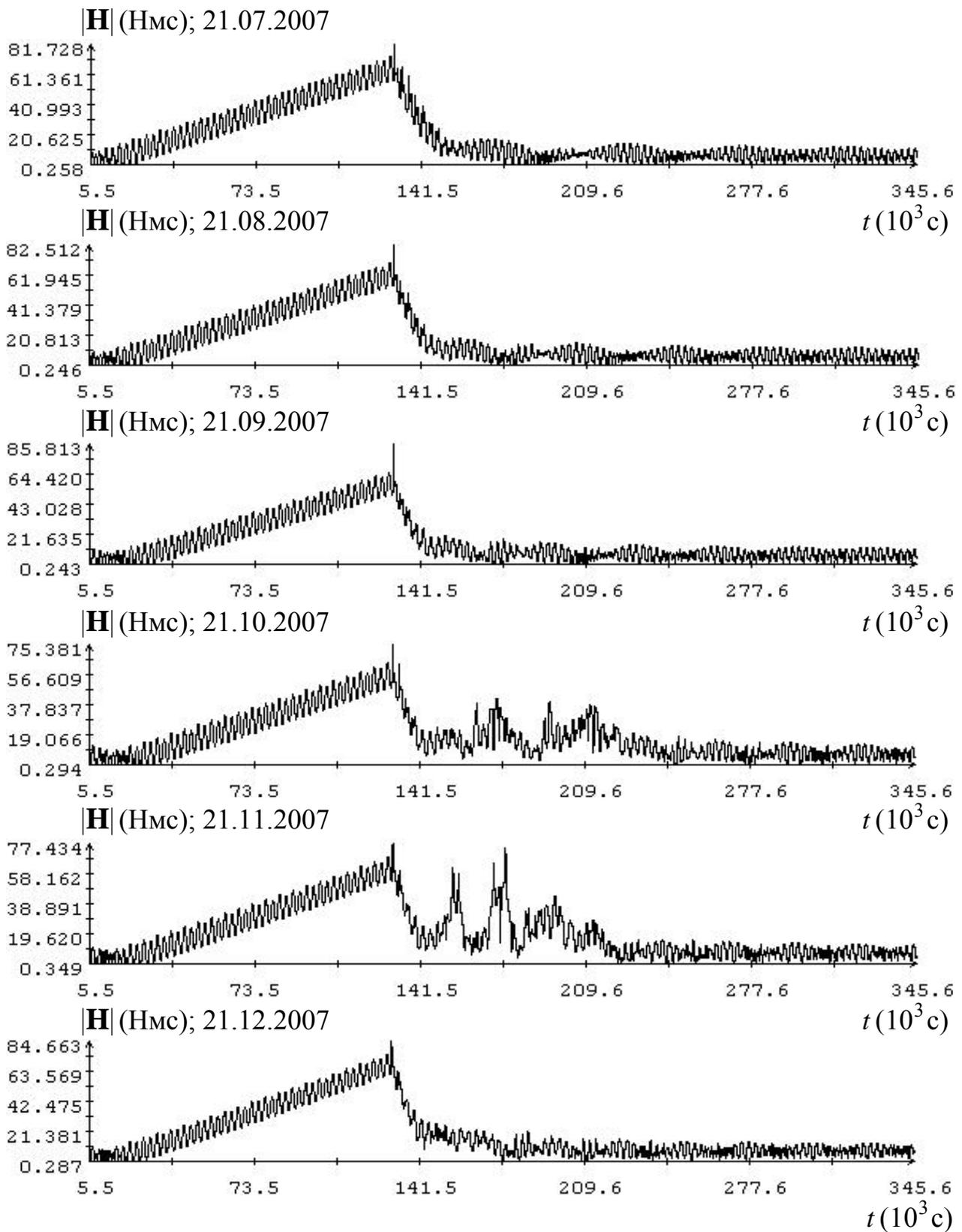


Рис. 17б. Изменение модуля гиросtatического момента системы ДМ при использовании двух законов управления, модель I.