



Кудряшов И.Ю., [Луцкий А.Е.](#),
[Северин А.В.](#)

Численное исследование
отрывного трансзвукового
обтекания моделей с
сужением хвостовой части

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Кудряшов И.Ю., Луцкий А.Е., Северин А.В. Численное исследование отрывного трансзвукового обтекания моделей с сужением хвостовой части // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2010. № 7. 12 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2010-7>

УЧРЕЖДЕНИЕ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК
Институт прикладной математики
имени М.В.Келдыша РАН

И.Ю.Кудряшов, А.Е.Луцкий, А.В.Северин

**Численное исследование отрывного
трансзвукового обтекания моделей
с сужением хвостовой части**

Москва, 2010 год

Численное исследование отрывного трансзвукового обтекания моделей с сужением хвостовой части

И.Ю. Кудряшов, А.Е. Луцкий, А.В. Северин

Препринт Института прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН

Свойства течений около объектов с сужением хвостовой части, особенно на трансзвуковых режимах являются весьма сложными и исследованы к настоящему времени далеко не в полном объеме. При изменении числа Маха набегающего потока структура течения: размеры и расположение областей отрыва и внутренних сверхзвуковых областей, положение и интенсивность внутренних скачков уплотнения - существенно меняется. Указанные свойства течения определяют сложность задачи численного моделирования и высокие требования к используемым алгоритмам. В работе представлено сопоставление численных результатов, полученных на основе различных математических моделей с экспериментальными данными. Проведено исследование основных свойств трансзвуковой перестройки течения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ - 08-08-00356-а, 08-08-12096-офи.

Numerical simulation of separated transonic flow about the boat-tailed objects.

I. Yu. Kudryashov, A.E.Lutsky, A.V.Severin

Preprint of Keldysh Institute of Applied Mathematics, RAS

The properties of the separated flows around boat-tailed objects, especially in transonic regimes, are very complex and understood to date not very well. With variation of free-stream Mach number the flow structure: the size and location of separation areas, internal supersonic regions, the position and intensity of internal shocks - varies significantly. These flow properties determine the complexity of the numerical modeling problem and high demands on the algorithms used. The paper presents a comparison of numerical results obtained on the basis of different mathematical models with experimental data. The investigation of fundamental properties of transonic flow transformation are presented also.

This work is support by RFFI (grant N 08-08-00356-a, 08-08-12096-ofi).

ВВЕДЕНИЕ

При запуске современных космических аппаратов широко используются ракеты-носители с надкалиберными головными частями - рис.1. Свойства течений около таких объектов, особенно на трансзвуковых режимах являются весьма сложными и исследованы к настоящему времени далеко не в полном объеме. В работах [1-4] представлены результаты экспериментальных исследований, выполненных в ФГУП ЦНИИМАШ. Было показано, что при трансзвуковой перестройке течения величина нестационарных аэродинамических нагрузок существенно увеличивается. В общем случае этот режим характеризуется качественными изменениями структуры течения от одного относительно устойчивого состояния к другому, наличием аэродинамического гистерезиса. При изменении числа Маха от $M \sim 0.8$ до $M \sim 1.1$ структура течения: размеры и расположение областей отрыва и внутренних сверхзвуковых областей, положение и интенсивность внутренних скачков уплотнения - существенно меняется.

Численное исследование таких течений является весьма актуальной задачей как с теоретической, так и практической точек зрения. С другой стороны, отмеченные свойства течения определяют сложность задачи численного моделирования и высокие требования к используемым алгоритмам. Первым этапом численного моделирования является выбор и анализ области применимости математической модели - в данном случае, уравнений Эйлера, Навье-Стокса или осредненных уравнений Рейнольдса. При использовании уравнений Рейнольдса возникает необходимость замыкания системы уравнений путем подбора адекватной для рассматриваемого класса течений модели турбулентности.

В настоящей работе излагаются некоторые результаты решения указанных задач. Представлено сравнение численных результатов, полученных в рамках моделей уравнений Эйлера, Навье-Стокса и осредненных уравнений Рейнольдса с моделью турбулентности Спаларта-Аллмараса [5] с экспериментальными данными [1-4].



Рис. 1. Ракета носитель Союз-2 с надкалиберной головной частью.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Поверхность рассматриваемой модели (рис. 2) состоит из носовой части АВ степенной формы, которая сопряжена с цилиндрическим участком ВС. Цилиндрический участок заканчивается обратным конусом CD, за которым следует кормовая цилиндрическая поверхность DE меньшего радиуса. Наличие указанных элементов поверхности определяют характерные особенности течения: область разрежения и возможный отрыв потока за линией сопряжения носовой и цилиндрической частей, формирование внутренней сверхзвуковой области, замыкающейся ударной волной, которая взаимодействует с пограничным слоем на цилиндрической поверхности. На линии сопряжения цилиндрической части с обратным конусом, как правило, формируется отрывная область, над которой располагается ударная волна.

В настоящей работе рассматриваются осесимметричные (с нулевым углом атаки) режимы обтекания. Поэтому наличие или отсутствие указанных особенностей, а также их относительное расположение определяются числом Маха (в предположении фиксированной формы модели и числа Рейнольдса) набегающего потока.

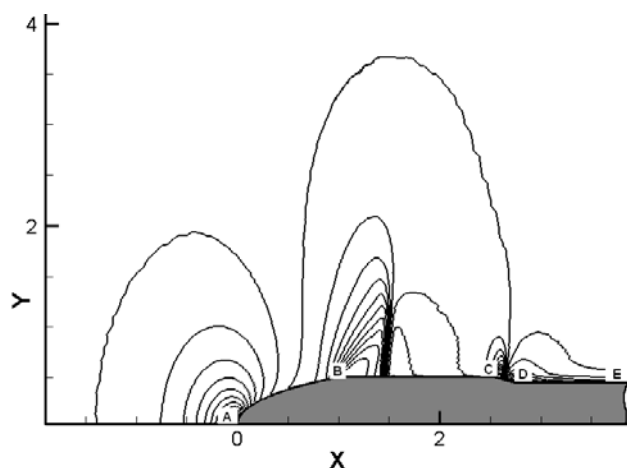


Рис. 2. Основные элементы поверхности модели.

Расчеты обтекания модели были выполнены для чисел Маха набегающего потока $M = 0.82, 0.90, 0.95, 1.1$ при числах Рейнольдса $Re = U_\infty D / \nu_\infty \sim 3 \cdot 10^6$ (D - диаметр модели).

Задачи дозвукового обтекания формально требуют задания условий на бесконечности. При численном моделировании расчет ведется в области конечных размеров. Внешние искусственные границы должны быть достаточно удалены от тела, чтобы ограничить влияние вносимых ими возмущений. В представленных расчетах внешняя граница располагалась на расстоянии ~ 30 радиусов модели. На ней ставились локальные граничные условия характеристического типа.

2. ЧИСЛЕННЫЙ АЛГОРИТМ

Уравнения Навье-Стокса и Рейнольдса с 2 пространственными переменными (плоские или осесимметричные течения) при использовании гипотезы Буссинеска могут быть записаны в единообразной форме.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = H \quad (1)$$

$$U = (\rho, \rho u, \rho v, e)^T$$

$$F = F^i + F^v, \quad G = G^i + G^v, \quad H = \frac{\omega}{y}(H^i + H^v)$$

$$F^i = (\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, (e+p)u)^T, \quad F^v = (0, -\tau_{xx}, -\tau_{xy}, -u\tau_{xx} - v\tau_{xy} - q_x)^T$$

$$G^i = (\rho v, \rho v^2 + p, \rho uv, (e+p)v)^T, \quad G^v = (0, -\tau_{xy}, -\tau_{yy}, -u\tau_{xy} - v\tau_{yy} - q_y)^T$$

$$H^i = (-\rho v, -\rho uv, -\rho v^2, -(e+p)v)^T, \quad H^v = (0, \tau_{xy}, \tau_{yy} - \tau_{\varphi\varphi}, u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + q_y)^T$$

$\omega = (0 - \text{в плоском случае, } 1 - \text{в осесимметричном}).$

Компоненты тензора вязких напряжений задаются соотношениями

$$\tau_{xx} = \frac{2}{3}(\mu + \mu_t)(2u_x - v_y)$$

$$\tau_{yy} = \frac{2}{3}(\mu + \mu_t)(2v_y - u_x)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = (\mu + \mu_t)(u_y + v_x)$$

$$\tau_{\varphi\varphi} = -2(\mu + \mu_t)\left(\frac{v}{y} + \frac{1}{3}\text{div}\{V\}\right)$$

В настоящей работе для определения турбулентной вязкости μ_t используется модель Спаларта-Аллмараса [5].

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho \tilde{v}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \tilde{v} u_i) = \\ & = C_{b1} \rho \tilde{S} \tilde{v} + \frac{1}{\sigma_{\tilde{v}}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \rho \tilde{v}) \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right] + \frac{C_{b2} \rho}{\sigma_{\tilde{v}}} \left(\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x_j} \right)^2 + C_{w1} \rho f_w \frac{\tilde{v}^2}{d^2} \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь ρ - плотность, \tilde{v} - модельная переменная, связанная с турбулентной вязкостью, u_i - составляющие вектора скорости газа, C_{b1} , C_{b2} , C_{w1} , $\sigma_{\tilde{v}}$ - константы, μ - молекулярная динамическая вязкость, d - расстояние до ближайшей точки поверхности тела. Величины \tilde{S} и f_w - определяются следующими соотношениями.

$$\tilde{S} = S + \frac{\tilde{v}}{\kappa^2 d^2} f_{v2} \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}^3} \quad \chi = \frac{\tilde{v}}{\nu}$$

где: κ и C_{v1} - константы, ν - молекулярная кинематическая вязкость, S - завихренность.

$$S = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}, \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

$$f_w = g \left[\frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6} \right]^{1/6} \quad g = r + C_{w2}(r^6 - r) \quad r = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S}\kappa^2 d^2}$$

Значения констант взяты стандартными:

$$C_{b1}=0.1355, \quad C_{b2}=0.622, \quad \sigma_{\tilde{\nu}} = 2/3, \quad C_{v1}=7.1, \quad C_{w2}=0.3, \quad C_{w3}=2., \quad \kappa=0.41$$

$$C_{w1} = \frac{C_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1 + C_{b2}}{\sigma_{\tilde{\nu}}}$$

Турбулентная вязкость из модельной переменной получается формуле:

$$\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{v1}$$

Уравнение (2) для турбулентной вязкости может быть записано в форме, аналогичной уравнениям системы (1), поэтому расчет производится единообразно для всех уравнений. Численный алгоритм строится методом конечных объемов.

$$\Omega \frac{U_{k+1/2, l+1/2}^{n+1} - U_{k+1/2, l+1/2}^n}{\Delta t} + \sum_{i=1}^4 (FN_x + GN_y)_i = \Omega H \quad (3)$$

Здесь Ω - площадь ячейки, (N_x, N_y) - внешняя нормаль.

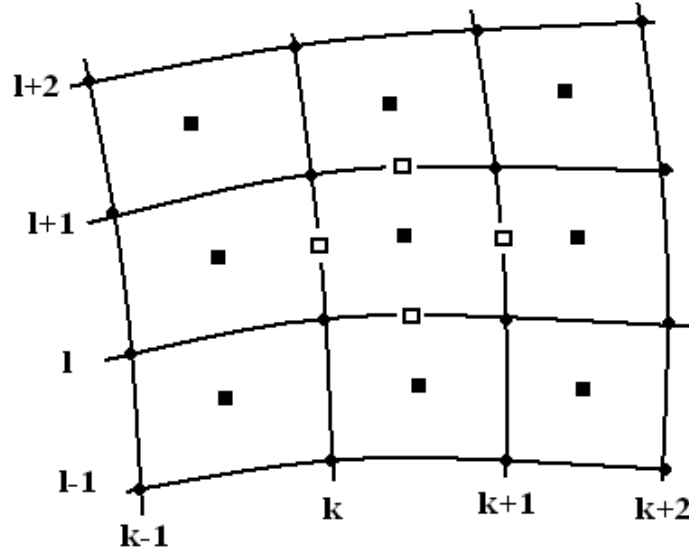


Рис. 3. Схема расчета ячейки.

Рассмотрим аппроксимацию потоков F, G на примере ребра с номером $k+1, l+1/2$ – см. рис.3. Пусть $U_{k+1/2, l+1/2}$ - величины, отнесенные к центрам ячеек, $U_{k,l} = (U_{k-1/2, l-1/2} + U_{k+1/2, l-1/2} + U_{k+1/2, l+1/2} + U_{k-1/2, l+1/2})/4$ - величины в узлах сетки.

Производные $(U_x, U_y)_{k+1, l+1/2}$, входящие в выражения потоков F^v, G^v , вычисляются через разности $(U_{k+3/2, l+1/2} - U_{k+1/2, l+1/2})$ и $(U_{k+1, l+1} - U_{k+1, l})$.

Значения функций $U_{k+1, l+1/2}$ на ребре определяются из решения задачи Римана с начальными данными

$$U_{k+1}^+ = U_{k+1/2, l+1/2} + 1/2\Delta x U_{x, k+1/2, l+1/2} + 1/2\Delta y U_{y, k+1/2, l+1/2}$$

$$U_{k+1}^- = U_{k+3/2, l+1/2} - 1/2\Delta x U_{x, k+3/2, l+1/2} - 1/2\Delta y U_{y, k+3/2, l+1/2}$$

Для обеспечения монотонности разностной схемы производные в ячейках определяются в соответствии с принципом минимума модуля производных на противоположных ребрах

$$U_{x, k+1/2, l+1/2} = \min \text{mod}(U_{x, k, l+1/2}, U_{x, k+1, l+1/2})$$

$$U_{y, k+1/2, l+1/2} = \min \text{mod}(U_{y, k, l+1/2}, U_{y, k+1, l+1/2})$$

Таким образом, аппроксимация конвективных членом аналогична разностной схеме В.П.Колгана [6].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Рассмотрим более подробно вариант $M=0.95$, в котором отчетливо присутствуют все указанные выше характерные элементы течения.

В окрестности носовой части модели течение дозвуковое. Над цилиндрической частью за линией сопряжения с носовой частью располагается внутренняя сверхзвуковая область. Число Маха достигает значений $M = 1.18$. Сверхзвуковая область замыкается скачком уплотнения. Задача о взаимодействии пограничного слоя с ударной волной в течение последних десятилетий подвергалась тщательному изучению, как экспериментальными, так численными методами. Несмотря на наличие ряда нерешенных вопросов, к настоящему времени имеется достаточно надежное понимание основных закономерностей этого явления (см. напр. [8]). Как правило, при малых числах Маха взаимодействие прямого скачка с турбулентным пограничным слоем не приводит к отрыву последнего. Такой режим взаимодействия наблюдается и в представленных расчетах. Так величина τ_{xy} на цилиндрической части остается положительной - см. рис.9. Наблюдаемый на этом участке небольшой положительный градиент давления (рис. 9) оказывается недостаточным для формирования отрыва. Этот факт имеет место и для всех остальных рассмотренных режимов.

На рис. 4 представлено распределение давления для решений уравнений Эйлера и Рейнольдса с моделью турбулентности Спаларта-Аллмараса. В случае невязкого взаимодействия замыкающий скачок достигает поверхности модели, что сопровождается резким ростом давления, что не согласуется с экспериментальными данными. В случае модели уравнений Рейнольдса вблизи тела формируется веер волн сжатия, которые на некотором расстоянии от тела образуют висящий скачок.

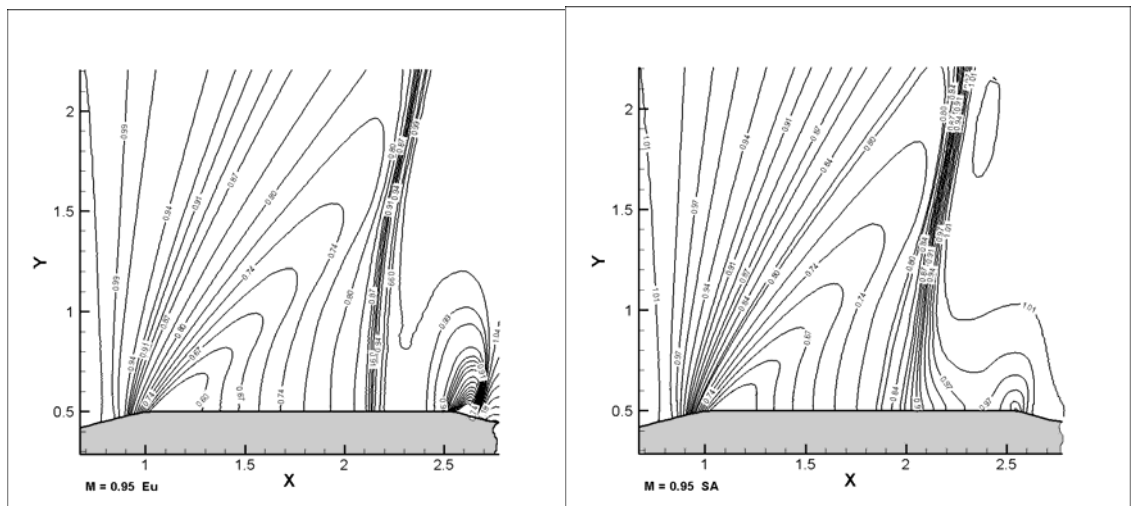


Рис. 4. $M=0.95$. Линии постоянного давления. Течение около цилиндрической части. Уравнения Эйлера - слева, уравнения Рейнольдса с моделью Спаларта-Аллмараса - справа.

Решение уравнений Навье-Стокса имеет нестационарный характер. Над цилиндрической поверхностью образуются вихри (области отрыва), которые сносятся вниз по потоку рис.6. Такой результат является вполне естественным, поскольку при рассматриваемых числах Рейнольдса $Re \sim 3 \cdot 10^6$ реализуется турбулентный режим течения. Ламинарное течение в таких условиях должно терять устойчивость. Следует отметить, что полученное в представленном расчете нестационарное решение уравнений Навье-Стокса может и не соответствовать в полной мере реальной физической картине. На рис. 6 представлено осредненное по времени распределение коэффициента давления на поверхности модели. Видны существенные отличия от экспериментальных данных и решения уравнения Рейнольдса. Для разрешения всех мелкомасштабных пульсаций (в этом случае можно ожидать физически правильного результата осреднения) в режиме прямого численного моделирования требуются сетки с принципиально более мелкими шагами по пространству и времени.

Течения около обратных уступов также является классической областью исследований (см. напр. [9]). Известно, что положительный градиент давления, как правило, приводит к отрыву и образованию обширной области обратного течения. Модель уравнений Эйлера, естественно, не описывает такие явления. Как следствие, картины течения по моделям Эйлера и Рейнольдса принципиально различаются - рис. 7. В случае уравнений Рейнольдса решение содержит область отрыва, над которой формируется веер волн сжатия. Для решения уравнений Эйлера ударная волна достигает поверхности обратного конуса, что приводит к резкому росту давления. Сопоставление численных и экспериментальных данных по распределению давления на поверхности модели (рис. 10) свидетельствует о неадекватности модели Эйлера в этой области.

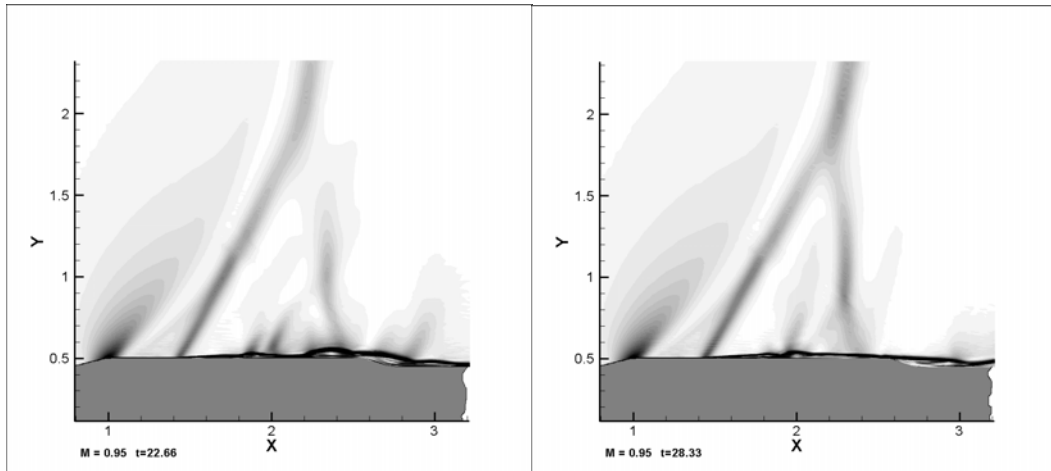


Рис. 5. $M=0.95$. Нестационарное решение уравнений Навье-Стокса. Мгновенные распределения градиента плотности.

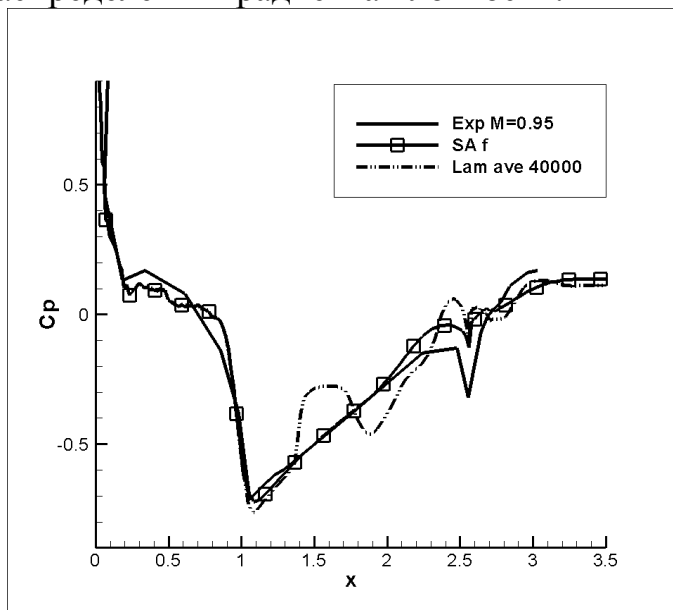


Рис. 6. Осредненное распределение коэффициента давления.

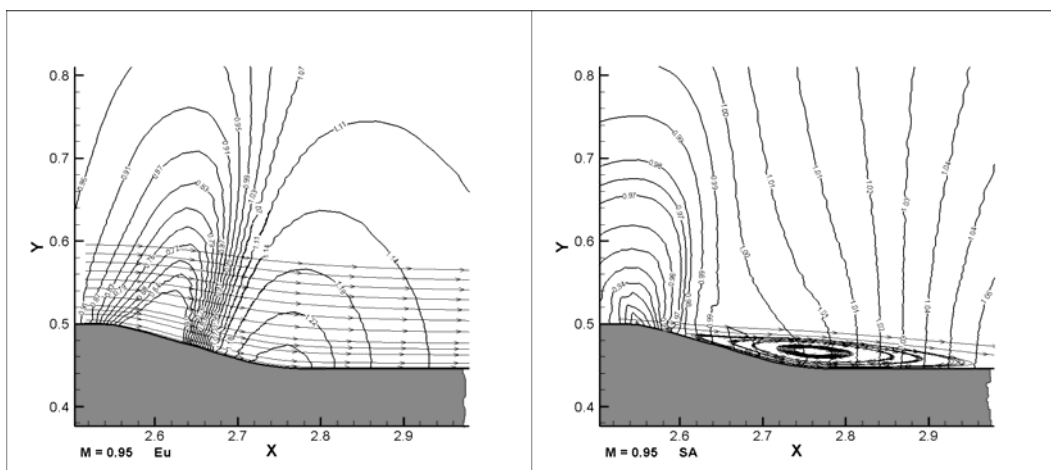


Рис. 7. $M=0.95$. Линии постоянного давления и линии тока. Течение около обратного конуса. Уравнения Эйлера - слева, уравнения Рейнольдса с моделью Спаларта-Аллмараса - справа.

Указанный факт существенно влияет на получаемую в расчете величину сопротивления. Как видно из рис.10, для модели уравнений Эйлера величина давления на обратном конусе оказывается существенно меньше, чем для уравнений Рейнольдса, что приводит к увеличению суммарного сопротивления.

В рассмотренном диапазоне режимов размеры отрывной области над обратным конусом слабо зависят от числа Маха набегающего потока. Об этом свидетельствуют данные приведенные на рис.8, где изображены изолинии давления и линии тока для $M=0.82$ и $M=1.1$. Дополнительное подтверждение этого утверждения можно получить из анализа распределения продольной составляющей τ_{xy} тензора вязких напряжений - рис.10. Области отрывного течения соответствует участок отрицательных значений. Длина этого отрезка не сильно меняется при увеличении числа Маха от $M=0.82$ до $M=1.1$. Указанный факт представляет специальный интерес и требует дальнейших исследований, поскольку при изменении числа Маха существенно меняются размеры внутренней сверхзвуковой области - от небольших размеров вблизи начала цилиндрического участка для $M=0.82$ до сверхзвукового течения вплоть до обратного конуса при $M=1.1$. Соответственно меняются и локальные параметры потока перед началом обратного конуса.

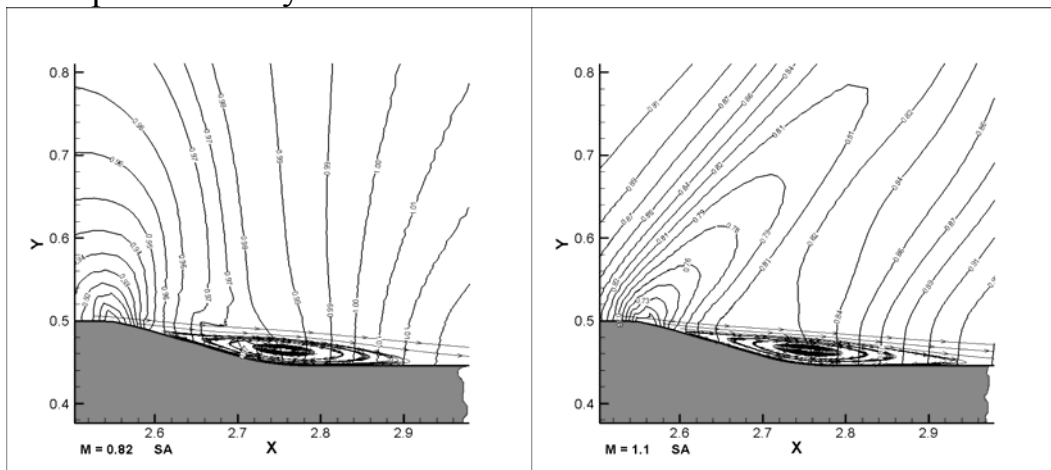


Рис. 8. Область отрыва над обратным конусом. $M=0.82$ слева, $M=1.1$ справа.

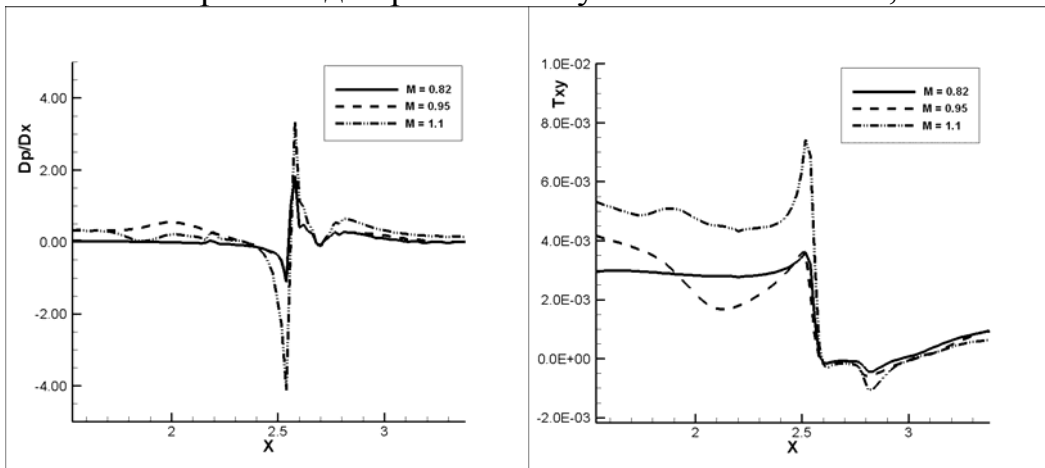


Рис. 9. Градиент давления (слева) и коэффициент трения (справа) на поверхности модели.

На рис. 10 представлено сопоставление расчетного коэффициента давления для всех рассмотренных режимов с экспериментальными данными.

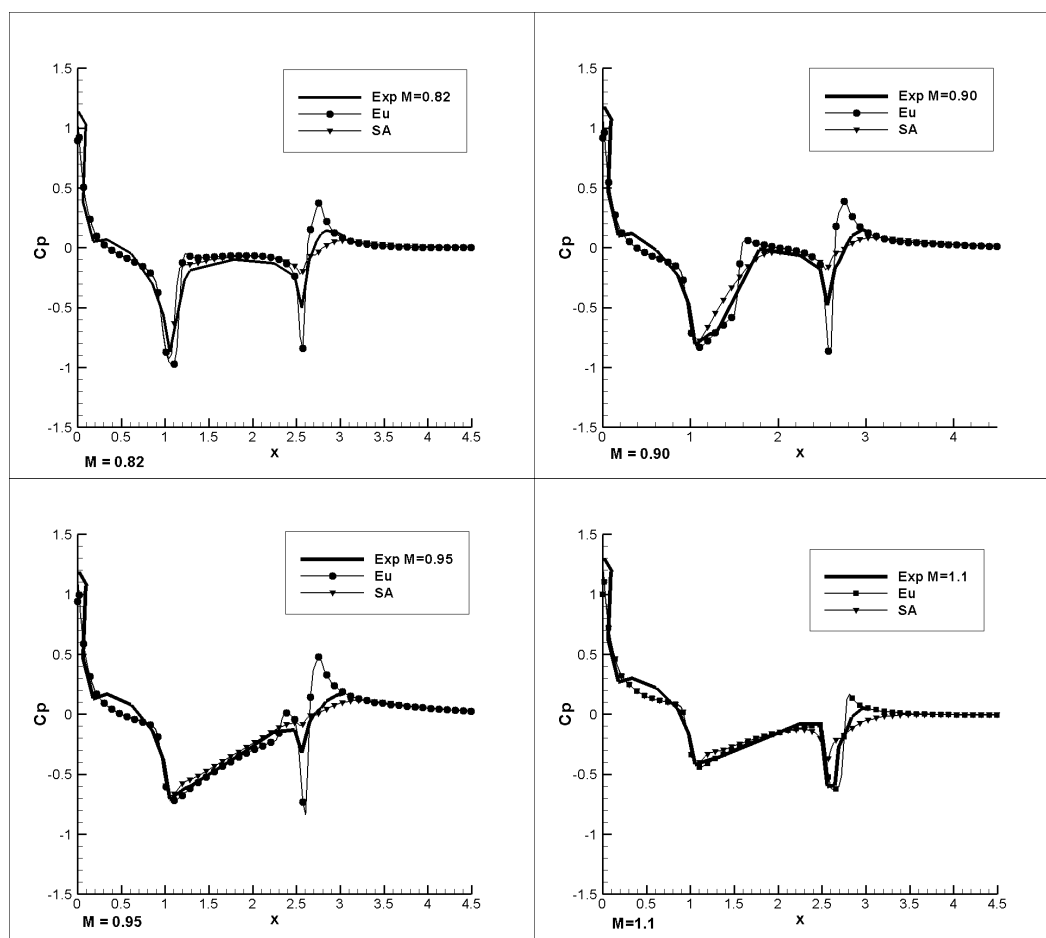


Рис. 10. Коэффициент давления на поверхности модели.
Сравнение численных и экспериментальных данных.

Приведенные данные свидетельствуют, в первую очередь, о необходимости при численном моделировании рассматриваемых течений учитывать влияние вязкости. Турбулентный характер течения удовлетворительно описывается моделью Спаларта-Аллмараса. Следует отметить, что указанная модель в настоящих расчетах использовалась в ее простейшей, «классической» форме. К настоящему времени известны дальнейшие усовершенствования модели. В частности, весьма перспективным является вариант модели, реализующий метод отсоединенных вихрей (DES) [7].

4. ВЫВОДЫ

- Для аккуратного численного моделирования задач трансзвукового обтекания рассматриваемых тел принципиальное значение имеет учет факторов вязкости и турбулентности.
- Модель Спаларта-Аллмараса позволяет удовлетворительно описать эффекты турбулентности течения.

- В расчетах воспроизведены основные элементы трансзвуковой перестройки течения при увеличении числа Маха набегающего потока: увеличение размеров внутренней сверхзвуковой области, безотрывное взаимодействие замыкающего скачка с турбулентным пограничным слоем, формирование отрывной области над обратным конусом.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Даньков Б.Н., Косенко А.П., Куликов В.Н., Отменников В.Н. Особенности трансзвукового обтекания конусоцилиндрического тела при большом угле излома образующей на передней угловой кромке // Изв. РАН. МЖГ. 2006. №2. С. 46-60.
2. Даньков Б.Н., Косенко А.П., Куликов В.Н., Отменников В.Н. Особенности трансзвукового обтекания конусоцилиндрического тела при малом угле излома образующей на передней угловой кромке // Изв. РАН. МЖГ. 2006. №3. С. 140-154.
3. Даньков Б.Н., Косенко А.П., Куликов В.Н., Отменников В.Н. Волновые возмущения в трансзвуковых отрывных течениях // Изв. РАН. МЖГ. 2006. №6. С.153-165.
4. Даньков Б.Н., Косенко А.П., Куликов В.Н., Отменников В.Н. Особенности трансзвукового течения за задней угловой кромкой надкалиберного конусоцилиндрического тела. // Изв. РАН. МЖГ. 2007. №3.
5. Spalart P.R., Allmaras S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows // La Recherche Aerospatiale. 1994; 1: 5-21.
6. Колган В.П. Применение принципа минимальных значений производных к построению конечно-разностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики // Ученые записки ЦАГИ, 1972, 3, №6, с. 68-77.
7. M. Breuer, N. Jovicic and K. Mazaev. Comparison of DES, RANS and LES for the separated flow around a flat plate at high incidence// Int. J. Numer. Meth. Fluids 2003; 41 p 357–388
8. Jean Delery, Jean-Paul Dussauge. Some physical aspects of shock wave/boundary layer interactions // Shock Waves, 2009. Vol. 19. N 6. p. 453-468
9. Петров К.П. Аэродинамика тел простейших форм. Научное издание - М: "Факториал", 1998. - 432 с.