



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 27 за 2010 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

**Овчинников М. Ю., Пеньков В.И.,
Ролдугин Д.С.**

Ориентирование спутника-гироскопа магнитной системой управления в инерциальном пространстве

Рекомендуемая форма библиографической ссылки

Овчинников М. Ю., Пеньков В.И., Ролдугин Д.С. Ориентирование спутника-гироскопа магнитной системой управления в инерциальном пространстве // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2010. № 27. 32 с.

URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2010-27>

Публикации по материалам препринта

M.Yu. Ovchinnikov, D.S. Roldugin, V.I. Penkov, Asymptotic study of a complete magnetic attitude control cycle providing a single-axis orientation // Acta Astronautica, 2012, V. 77, pp. 48-60

DOI: [10.1016/j.actaastro.2012.03.001](https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2012.03.001)

URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094576512000720>

ОРДЕНА ЛЕНИНА
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ ИМ.М.В.КЕЛДЫША
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

М.Ю. Овчинников, В.И. Пеньков, Д.С. Ролдугин

Ориентирование спутника-гироскопа магнитной системой управления в
инерциальном пространстве

Москва, 2010

Ориентирование спутника-гироскопа магнитной системой управления в инерциальном пространстве. М.Ю.Овчинников, В.И.Пеньков, Д.С.Ролдугин. ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, Москва, 2010г., 32с., библиография: 13 наименований, 13 рисунков

Рассматривается осесимметричный спутник-гироскоп, оснащенный активной магнитной системой ориентации, реализующей последовательно три закона управления, которые позволяют установить ось симметрии спутника в заданном направлении в инерциальном пространстве. В рамках осредненной модели геомагнитного поля проводится аналитическое исследование уравнений движения спутника для всех трех законов управления. Анализируется зависимость их быстродействия от параметров задачи.

Ключевые слова: магнитная система ориентации, спутник-гироскоп, осредненная модель магнитного поля Земли, быстродействие системы ориентации

Orienting a spin-stabilized satellite by magnetic control system in the inertial space. M.Yu.Ovchinnikov, V.I.Penkov, D.S.Roldugin. Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Sciences, 2010, 32p., 12 items of bibliography, 13 figures

Attitude motion of an axisymmetric gyroscopic satellite with active magnetic control system which enables reorientation of the axis of symmetry from an arbitrary direction to a given one in the inertial space is studied. A set of three consequent algorithms is used to control the satellite. In frame of the averaged geomagnetic field model the analytical solutions of the motion equations are obtained. The effectiveness of the algorithms with regard to the task parameters is analyzed.

Key words: active magnetic control, spin-stabilized satellite, averaged geomagnetic field model, time-response

1. Введение

Настоящая работа представляет собой продолжение исследования алгоритмов ориентации спутников с собственным вращением, предложенных в [1]. Их численное исследование проведено в [2]. В [3] детально проанализирован алгоритм “*-Bdot*”, который может применяться на начальном этапе ориентирования спутника. В продолжение аналитического исследования алгоритмов активной магнитной ориентации, начатого в [3], в настоящей работе анализируются три алгоритма, позволяющие ориентировать ось симметрии спутника в заданном направлении в инерциальном пространстве.

Магнитные системы ориентации (МСО) широко применяются в контуре управления ориентацией искусственных спутников Земли в тех случаях, когда предпочтительно использовать недорогую элементную базу и простые, реализуемые на бортовых компьютерах с ограниченными ресурсами алгоритмы. В качестве основной МСО используется, как правило, на небольших аппаратах. С одной стороны, к системе ориентации таких аппаратов не предъявляют высоких требований по точности и быстродействию, с другой – МСО могут явиться единственно возможным вариантом для установки на борту в силу имеющихся ограничений по массе и энерговооруженности. МСО могут использоваться как самостоятельно, так и совместно с системами ориентации, основанными на других физических принципах. Это, прежде всего, пассивные системы: например, гравитационные и аэродинамические.

Имеется много публикаций, посвященных как подходам к формированию, так и исследованию различных алгоритмов магнитной ориентации. Особенности таких алгоритмов связаны с малостью активных моментов, с изменением вектора напряженности магнитного поля Земли при движении спутника по орбите, с перекрестной связью каналов управления магнитными моментами, формируемыми электромагнитами, а также с тем, что с помощью такой системы невозможен разворот аппарата вокруг направления, совпадающего с вектором магнитной индукции. Эти особенности

ограничивают применение магнитных активных систем на спутниках. Тем не менее, такие системы часто используют в составе систем стабилизации микроспутников для демпфирования угловой скорости, поддержания одноосной ориентации.

В настоящей работе исследуется одноосная ориентация спутника – гироскопа, то есть осесимметричного спутника, быстро вращающегося вокруг оси симметрии. Это предполагает определенную инерционную конфигурацию аппарата. Ось вращения спутника должна быть осью симметрии и осью максимального момента инерции. В этом случае быстро закрученный вокруг оси симметрии спутник достаточно долго сохраняет неизменную ориентацию этой оси в инерциальном пространстве.

2. Постановка задачи

В этом разделе описываются основные предположения и упрощения, в рамках которых анализируется динамика спутника, вводятся системы координат и уравнения движения, описывается выбранная модель геомагнитного поля и кратко обсуждаются асимптотические методы, используемые для исследования движения.

2.1. Описание решаемых задач

Рассматриваемая в работе МСО содержит три взаимно перпендикулярные токовые катушки. Предполагается, что МСО создает произвольный по направлению в теле спутника, но ограниченный по величине дипольный магнитный момент. Для аппроксимации геомагнитного поля используется осредненная модель [4]. Угловое движение спутника описывается с помощью переменных Белецкого-Черноусько [5]. Орбита спутника круговая.

МСО реализует одноосную ориентацию спутника, стабилизированного собственным вращением. Рассматриваются следующие алгоритмы.

1. Гашение нутационных колебаний. Используется одна катушка, расположенная на оси симметрии спутника и реализующая алгоритм “-*Bdot*”. Спутник считается быстро вращающимся.

2. Раскрутка спутника вокруг оси симметрии до заданной угловой скорости. Используются две катушки, расположенные в экваториальной плоскости спутника. Предполагается, что начальная экваториальная компонента угловой скорости на этом этапе мала в результате действия алгоритма гашения нутационных колебаний.

3. Приведение оси симметрии спутника в заданное положение в инерциальном пространстве. Спутник считается быстро вращающимся вокруг оси симметрии телом.

На всех этапах механический момент мал, спутник – осесимметричный.

В рамках описанных допущений динамика спутника аналитически исследуется для каждого режима ориентации.

2.2. Модели геомагнитного поля

Опишем используемую в работе модель геомагнитного поля. Обычно вектор напряженности геомагнитного поля вычисляется при помощи разложения потенциала поля в ряд Гаусса [6]

$$V = -R \sum_{i=1}^k \left(\frac{R}{r} \right)^{i+1} \sum_{n=0}^m (g_n^m(t) \cos m\lambda_0 + h_n^m(t) \sin m\lambda_0) P_n^m(\cos \vartheta_0), \quad \mathbf{B} = \mu_0 \nabla V,$$

где λ_0 – долгота точки, в которой определяется вектор напряженности, $\vartheta_0 = 90^\circ - \theta_0$, θ_0 – ее широта, r – расстояние от центра Земли, R – средний радиус Земли, g_n^m и h_n^m – коэффициенты Шмидта, определяемые из таблицы, μ_0 – магнитная постоянная (или магнитная проницаемость вакуума), P_n^m – квазинормализованные по Шмидту присоединенные функции Лежандра.

Использование этой модели в аналитических исследованиях затруднительно, поэтому вводятся упрощенные модели. Модель *наклонного* диполя, получающаяся из гауссовой модели при учете первых трех слагаемых,

описывает поле диполя, наклоненного под углом $168^{\circ}26'$ к оси вращения Земли. Хотя эта модель допускает достаточно простую запись, с ее использованием не удастся провести наглядное аналитическое исследование получающихся уравнений. Широко используется дальнейшее упрощение этой модели – модель *прямого* диполя, согласно которой геомагнитное поле аппроксимируется полем диполя, лежащего на оси вращения Земли в ее центре и антипараллельного ей. При движении спутника по орбите вектор индукции движется практически равномерно по почти круговому конусу в системе координат, начало которой лежит в центре масс спутника, а оси параллельны осям инерциальной системы $O_a Y_1 Y_2 Y_3$, где O_a – центр масс Земли, ось $O_a Y_3$ направлена по оси вращения Земли, $O_a Y_1$ лежит в плоскости земного экватора и направлена в восходящий узел орбиты спутника, $O_a Y_2$ дополняет систему до правой. Но и при использовании этой модели еще не удастся получить решение уравнений движения спутника хотя бы в квадратурах. Поэтому логично провести дальнейшее упрощение, моделируя геомагнитное поле вектором, равномерно движущимся по прямому круговому конусу. Если перенести вектор индукции в центр масс Земли, то конус касается оси $O_a Y_3$ системы $O_a Y_1 Y_2 Y_3$, его ось лежит в плоскости $O_a Y_2 Y_3$ (рис. 2.1). Угол полураствора конуса вычисляется [4] из соотношения

$$\operatorname{tg} \Theta = \frac{3 \sin 2i}{2 \left(1 - 3 \sin^2 i + \sqrt{1 + 3 \sin^2 i} \right)}. \quad (2.1)$$

Вектор геомагнитной индукции в рамках этой модели движется по конусу равномерно с удвоенной орбитальной скоростью, $\chi = 2\omega_0 t + \chi_0 = 2u + \chi'_0$, где ω_0 – орбитальная угловая скорость, u – аргумент широты. Без ограничения общности можно считать, что $\chi'_0 = 0$.

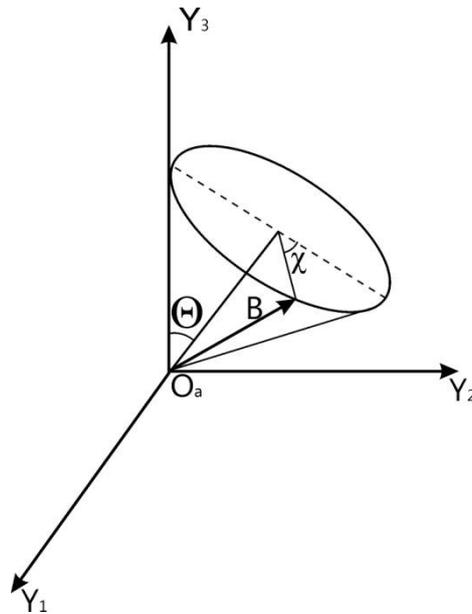


Рис. 2.1. Осредненная модель геомагнитного поля

Описанную модель геомагнитного поля, иногда называемую *осредненной*, будем использовать в настоящей работе при проведении аналитических исследований. Хотя эта модель не позволяет учесть неравномерность вращения местного вектора геомагнитной индукции при движении спутника по орбите (как это учитывает, например, модель прямого диполя) и его суточное изменение (как учитывает модель наклонного диполя), тем не менее, она позволяет достаточно достоверно описать основные свойства магнитного поля, влияющие на динамику спутника. Детальное сравнение моделей выполнено в [6]. Из (2.1) видно, что можно считать $\Theta \approx i$ при качественном анализе поведения спутника, так как разница между ними не превышает 10° .

2.3. Уравнения движения

Введем недостающие для описания движения спутника правые ортогональные системы координат.

$O_a Z_1 Z_2 Z_3$ – инерциальная система, полученная из системы $O_a Y_1 Y_2 Y_3$ поворотом на угол Θ вокруг оси $O_a Y_1$.

$OL_1 L_2 L_3$ – система, связанная с кинетическим моментом спутника. O – центр масс спутника, ось OL_3 направлена по вектору кинетического момента

спутника, ось OL_2 – перпендикулярно OL_3 и лежит в плоскости, параллельной $O_aZ_1Z_2$ и проходящей через O , ось OL_1 дополняет систему до правой.

$Ox_1x_2x_3$ – связанная система, ее оси совпадают с главными центральными осями инерции спутника.

Ориентацию систем друг относительно друга будем определять тремя матрицами направляющих косинусов \mathbf{Q}, \mathbf{A} , записанными в виде таблиц соответственно

$$\begin{array}{ccc|ccc}
 & L_1 & L_2 & L_3 & & x_1 & x_2 & x_3 \\
 Z_1 & q_{11} & q_{12} & q_{13} & L_1 & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\
 Z_2 & q_{21} & q_{22} & q_{23} & L_2 & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\
 Z_3 & q_{31} & q_{32} & q_{33} & L_3 & a_{31} & a_{32} & a_{33}
 \end{array}$$

Введем индексы Z, L, x для обозначения векторов, заданных, соответственно, в системах $O_aZ_1Z_2Z_3$, $OL_1L_2L_3$ и $Ox_1x_2x_3$.

Для описания движения спутника будем использовать уравнения в переменных Белецкого-Черноусько $L, \rho, \sigma, \varphi, \psi, \theta$ [5], где L – модуль вектора кинетического момента, углы ρ, σ определяют его ориентацию относительно инерциальной системы $O_aZ_1Z_2Z_3$ (рис. 2.2). Ориентация осей системы $Ox_1x_2x_3$ относительно системы $OL_1L_2L_3$ задается углами Эйлера φ, ψ, θ . Подобные переменные были впервые введены Булгаковым [7] применительно к задаче движения гироскопа. Система уравнений для осесимметричного спутника была предложена В.В. Белецким [8], для спутника с трехосным эллипсоидом инерции – Ф.Л. Черноусько [9]. Уравнения невозмущенного движения твердого тела в переменных φ, ψ, θ были впервые получены Уиттекером [10], эволюционные уравнения им не рассматривались.

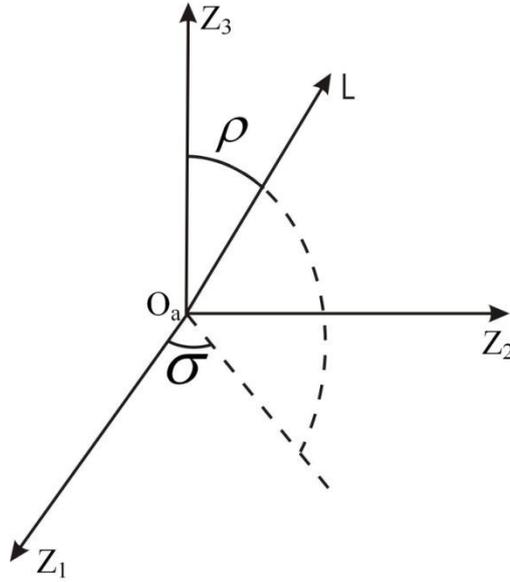


Рис. 2.2. Ориентация вектора кинетического момента в инерциальном пространстве

Матрицы \mathbf{Q} и \mathbf{A} направляющих косинусов имеют соответственно вид

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \cos \rho \cos \sigma & -\sin \sigma & \sin \rho \cos \sigma \\ \cos \rho \sin \sigma & \cos \sigma & \sin \rho \sin \sigma \\ -\sin \rho & 0 & \cos \rho \end{pmatrix}, \quad (2.2)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos \varphi \cos \psi - \cos \theta \sin \varphi \sin \psi & -\sin \varphi \cos \psi - \cos \theta \cos \varphi \sin \psi & \sin \theta \sin \psi \\ \cos \varphi \sin \psi + \cos \theta \sin \varphi \cos \psi & -\sin \varphi \sin \psi + \cos \theta \cos \varphi \cos \psi & -\sin \theta \cos \psi \\ \sin \theta \sin \varphi & \sin \theta \cos \varphi & \cos \theta \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

Рассмотрим спутник с произвольными моментами инерции и введем его тензор инерции $\mathbf{J}_x = \text{diag}(A, B, C)$. Считаем, что его центр масс движется по круговой орбите. Движение такого спутника относительно центра масс описывается [9] системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dt} &= M_{3L}, \quad \frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{L \sin \rho} M_{2L}, \quad \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{L} M_{1L}, \\ \frac{d\theta}{dt} &= L \sin \theta \sin \varphi \cos \varphi \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right) + \frac{1}{L} (M_{2L} \cos \psi - M_{1L} \sin \psi), \\ \frac{d\varphi}{dt} &= L \cos \theta \left(\frac{1}{C} - \frac{\sin^2 \varphi}{A} - \frac{\cos^2 \varphi}{B} \right) + \frac{1}{L \sin \theta} (M_{1L} \cos \psi + M_{2L} \sin \psi), \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = L \left(\frac{\sin^2 \varphi}{A} + \frac{\cos^2 \varphi}{B} \right) - \frac{1}{L} M_{1L} \cos \psi \operatorname{ctg} \theta - \frac{1}{L} M_{2L} (\operatorname{ctg} \rho + \sin \psi \operatorname{ctg} \theta),$$

где M_{1L}, M_{2L}, M_{3L} – компоненты вектора суммарного внешнего момента.

В работе будут использоваться эти же уравнения для осесимметричного спутника с тензором инерции $\mathbf{J}_x = \operatorname{diag}(A, A, C)$. В этом случае уравнения принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dt} &= M_{3L}, \quad \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{L} M_{1L}, \quad \frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{L \sin \rho} M_{2L}, \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{1}{L} (M_{2L} \cos \psi - M_{1L} \sin \psi), \\ \frac{d\varphi}{dt} &= L \cos \theta \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{A} \right) + \frac{1}{L \sin \theta} (M_{1L} \cos \psi + M_{2L} \sin \psi), \\ \frac{d\psi}{dt} &= \frac{L}{A} - \frac{1}{L} M_{1L} \cos \psi \operatorname{ctg} \theta - \frac{1}{L} M_{2L} (\operatorname{ctg} \rho + \sin \psi \operatorname{ctg} \theta), \end{aligned} \tag{2.5}$$

Переменные Белецкого-Черноуьско удобно использовать для анализа переходных процессов, когда основной интерес представляет величина угловой скорости спутника, фактически характеризующаяся переменной L .

2.4. Асимптотические методы

В работе при рассмотрении переходных процессов используется метод усреднения [38], при этом интерес представляют уравнения первого приближения. В этом случае для описания динамики аппарата удобно использовать переменные Белецкого-Черноуьско. Предположим, что момент, создаваемый взаимодействием МСО с геомагнитным полем, мал в смысле малого изменения кинетического момента аппарата за один его оборот вокруг центра масс и за один виток по орбите по сравнению со значением кинетического момента. Тогда можно ввести малый параметр ε (его конкретное выражение для каждого алгоритма будет указано в соответствующих разделах) и представить уравнения (2.4) в виде

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \varepsilon \mathbf{X}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t), \quad \frac{d\mathbf{y}}{dt} = \mathbf{y}_0(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + \varepsilon \mathbf{Y}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t), \tag{2.6}$$

где $\mathbf{y} = (\varphi, \psi, u)$ – быстрые переменные, а $\mathbf{x} = (l, \rho, \sigma, \theta)$ – медленные переменные. Эти уравнения позволяют использовать метод осреднения для поиска эволюции медленных переменных. Однако, усреднение вдоль порождающего решения – движения Эйлера-Пуансо – приводит к громоздким уравнениям. Значительно упростить анализ позволяет рассмотрение осесимметричного спутника. Уравнения (2.5) тогда могут быть представлены в виде

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \varepsilon \mathbf{X}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t), \quad \frac{d\mathbf{y}}{dt} = \mathbf{y}_0(\mathbf{x}) + \varepsilon \mathbf{Y}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t). \quad (2.7)$$

Порождающим решением для уравнений (2.7) является регулярная прецессия. В этом случае среднее по времени совпадает с пространственным средним и для получения осредненных уравнений для медленных переменных достаточно независимо усреднить правые части уравнений по быстрым переменным при условии отсутствия резонанса. В результате на временном интервале порядка $1/\varepsilon$ решение может быть найдено с точностью порядка ε . Рассмотрение осесимметричного спутника и использование осредненной модели геомагнитного поля позволило в большинстве случаев получить достаточно простые эволюционные уравнения, решения которых могут быть найдены в квадратурах.

При анализе установившихся движений используется метод Пуанкаре [12] в предположении малого магнитного момента в смысле превалирования над ним других моментов – гравитационного, переносных сил инерции, гироскопических сил. Это позволяет найти отклонение от стационарного решения, зачастую соответствующего требуемой ориентации спутника (например, гравитационная ориентация), вызванное действием МСО.

3. Исследование алгоритма демпфирования

Для реализации режима стабилизации собственным вращением необходимо иметь алгоритм, предназначенный для гашения нутационных колебаний. Использовать для этого “ $-B\dot{d}ot$ ” нецелесообразно, так как при этом

происходит гашение всех компонент угловой скорости, в том числе – скорости закрутки вокруг оси симметрии. Тем не менее, поскольку алгоритм “*-Bdot*” обеспечивает падение кинетической энергии спутника, его можно использовать для гашения нутационных колебаний, активируя только катушку, расположенную на оси симметрии. Очевидно, скорость закрутки при этом останется неизменной. Покажем, что такой подход обеспечивает гашение нутационных колебаний. Дипольный магнитный момент спутника \mathbf{m}_x в этом случае имеет вид [1]

$$\mathbf{m}_x = -k_2 \left(\frac{d\mathbf{B}_x}{dt} \mathbf{e}_3 \right) \mathbf{e}_3, \quad (3.1)$$

где k_2 – положительный коэффициент, \mathbf{e}_3 – орт оси симметрии спутника. Производную вектора геомагнитной индукции в системе $Ox_1x_2x_3$ можно определить через его производную в инерциальной системе $O_aZ_1Z_2Z_3$ по формуле

$$\frac{d\mathbf{B}_x}{dt} = \mathbf{A}^T \frac{d\mathbf{B}_z}{dt} - \boldsymbol{\omega}_x \times \mathbf{B}_x. \quad (3.2)$$

Рассмотрим теперь быстрые вращения спутника ($L/A \gg \omega_0$, $L/C \gg \omega_0$), при которых первым слагаемым, описывающим вращение вектора \mathbf{B} относительно инерциального пространства, в правой части (3.2) можно пренебречь. Этот режим может иметь место на начальном этапе движения спутника, когда он имеет большую угловую скорость, полученную при отделении от носителя. Такое предположение оправдывается тем, что первый этап (гашение нутационных колебаний) имеет место сразу после отделения от ракеты-носителя. Угловая скорость в системе $Ox_1x_2x_3$ может быть записана так:

$$\boldsymbol{\omega}_x = L \left(\frac{1}{A} a_{31}, \frac{1}{A} a_{32}, \frac{1}{C} a_{33} \right)^T. \quad (3.3)$$

Третья компонента дипольного магнитного момента в связанной системе координат есть $m_{3x} = k_2 (\omega_{1x} B_{2x} - \omega_{2x} B_{1x})$.

Это позволяет записать ее через компоненты векторов в системе $OL_1L_2L_3$

$$m_{3x} = \frac{L}{A} k_2 \left[B_{1L} (a_{31} a_{12} - a_{32} a_{11}) + B_{2L} (a_{31} a_{22} - a_{32} a_{21}) \right].$$

Дипольный момент в системе $OL_1L_2L_3$ имеет вид

$$\mathbf{m}_L = \mathbf{A} \mathbf{m}_x = m_{3x} (a_{13}, a_{23}, a_{33})^T.$$

Тогда механический момент

$$\mathbf{M}_L = m \begin{pmatrix} a_{23} B_{3L} - a_{33} B_{2L} \\ a_{33} B_{1L} - a_{13} B_{3L} \\ a_{13} B_{2L} - a_{23} B_{1L} \end{pmatrix}.$$

Запишем теперь уравнения движения спутника в безразмерных переменных. Для этого введем безразмерный момент $\overline{\mathbf{M}}_L$, определяемый выражением

$$\mathbf{M}_L = \frac{k_1 B_0^2 L}{A} \overline{\mathbf{M}}_L. \quad (3.4)$$

Перейдем в (2.4) к дифференцированию по аргументу широты $u = \omega_0(t - t_0)$, где t_0 – начальный момент времени. Введем безразмерный кинетический момент l по формуле $L = L_0 l$, где L_0 – начальный кинетический момент спутника. Все это позволяет записать уравнения движения (2.4) в виде

$$\begin{aligned} \frac{dl}{du} &= \varepsilon l \overline{M}_{3L}, \quad \frac{d\rho}{du} = \varepsilon \overline{M}_{1L}, \quad \frac{d\sigma}{du} = \frac{\varepsilon}{\sin \rho} \overline{M}_{2L}, \\ \frac{d\theta}{du} &= \varepsilon (\overline{M}_{2L} \cos \psi - \overline{M}_{1L} \sin \psi), \\ \frac{d\varphi}{du} &= \eta_1 l \cos \theta + \frac{\varepsilon}{\sin \theta} (\overline{M}_{1L} \cos \psi + \overline{M}_{2L} \sin \psi), \\ \frac{d\psi}{du} &= \eta_2 l - \varepsilon \overline{M}_{1L} \cos \psi \operatorname{ctg} \theta - \varepsilon \overline{M}_{2L} (\operatorname{ctg} \rho + \sin \psi \operatorname{ctg} \theta). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Здесь введены обозначения $\varepsilon = \frac{k_1 B_0^2}{\omega_0 A}$, $\eta_1 = \frac{L_0}{\omega_0} \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{A} \right)$, $\eta_2 = \frac{L_0}{A \omega_0}$. В случае

слабого магнитного момента параметр ε и отношения $\frac{\varepsilon}{\eta_i} \sim \frac{k_1 B_0^2}{L_0}$ малы.

Параметр ε имеет смысл отношения изменения вектора кинетического

момента за оборот спутника по орбите к его значению, $\frac{\varepsilon}{\eta_i}$ имеет смысл отношения изменения вектора кинетического момента за оборот спутника относительно центра масс к его значению. Как следует из вида уравнений (3.5), переменные φ, ψ, u можно считать быстрыми по сравнению с переменными l, ρ, σ, θ . Воспользуемся методом усреднения [11], чтобы определить эволюцию медленных переменных. Для этого необходимо провести усреднение вдоль порождающего решения. Однако в случае динамически симметричного спутника порождающим решением является регулярная прецессия, поэтому для получения уравнений первого приближения для медленных переменных достаточно независимо усреднить правые части (3.5) по быстрым переменным на интервале времени $u \sim 1/\varepsilon$ (по φ при этом усреднять не нужно). После усреднения получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dl}{du} &= -\frac{1}{2} \varepsilon l \left[2p + (1-3p) \sin^2 \rho \right] \sin^2 \theta, \\ \frac{d\rho}{du} &= \frac{1}{2} \varepsilon (3p-1) \sin \rho \cos \rho \sin^2 \theta, \\ \frac{d\theta}{du} &= -\frac{1}{2} \varepsilon \left[2p + (1-3p) \sin^2 \rho \right] \sin \theta \cos \theta, \\ \frac{d\sigma}{du} &= 0, \end{aligned} \tag{3.6}$$

где $p = \frac{1}{2} \sin^2 \Theta$. Уравнения (3.6) допускают замену $\rho \rightarrow -\rho, \rho \rightarrow \pi - \rho$ и $\theta \rightarrow -\theta, \theta \rightarrow \pi - \theta$. Решение уравнений (3.6) удастся найти в квадратурах. Остановимся сначала на двух частных случаях. Тривиальное уравнение для σ , имеющее решение $\sigma = const$, отделяется и далее исследоваться не будет. Рассмотрим два стационарных решения для ρ .

1. Начальное значение ρ_0 близко к нулю (в нуле уравнения (2.5) не имеют смысла). Тогда при наклонении менее 46° уравнения (3.6) принимают вид (здесь и далее тривиальные уравнения опускаем)

$$\begin{aligned}\frac{dl}{du} &= -\varepsilon pl \sin^2 \theta, \\ \frac{d\theta}{du} &= -\varepsilon p \sin \theta \cos \theta.\end{aligned}\tag{3.7}$$

Их решение

$$\begin{aligned}|\operatorname{tg} \theta| &= \exp(-\varepsilon pu + c_0), \\ l &= \frac{1 + \exp(-2p\varepsilon u + 2c_0)}{1 + \exp(2c_0)},\end{aligned}$$

где $c_0 = \ln |\operatorname{tg} \theta_0|$. Из этих выражений видно, что чем больше наклонение орбиты (а значит, и p), тем больше быстродействие алгоритма. Заметим, что при интегрировании (3.7) в выражении $\ln |\operatorname{tg} \theta|$ можно раскрыть модуль, так как θ монотонно стремится к нулю или π . Будем далее считать, что $\theta \in (0, \pi/2)$, что не приведет к потере общности в силу возможности замены $\theta \rightarrow -\theta, \theta \rightarrow \pi - \theta$ в уравнениях (3.6), так же поступим с переменной ρ . Границы интервала не рассматриваются, так как соответствуют частным случаям, не представляющим интереса (в частности, тривиальные уравнения при $\theta = 0$).

2. При $\rho_0 = \pi/2$. Уравнения аналогичны (3.7), их решение

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \theta &= \exp[-\varepsilon(1-p)u + c_0], \\ l &= \frac{1 + \exp[-2(1-p)\varepsilon u + 2c_0]}{1 + \exp(2c_0)}.\end{aligned}$$

В этом случае, напротив, быстродействие падает с ростом наклонения орбиты.

Рассмотрим общий случай. Разделим первое уравнение (3.6) на третье, получим

$$\frac{dl}{l} = \operatorname{tg} \theta d\theta.$$

Интегрирование этого выражения приводит к

$$\ln l = \ln \frac{\cos \theta_0}{\cos \theta},$$

откуда $l \cos \theta = \cos \theta_0$.

Получен первый интеграл $I_1(l, \theta) = l \cos \theta$, выражающий сохранение третьей компоненты угловой скорости в связанной системе координат (см. (3.3)). Разделим второе уравнение (3.6) на третье, получим

$$\frac{2p + (1 - 3p) \sin^2 \rho}{(3p - 1) \sin \rho \cos \rho} d\rho = \operatorname{tg} \theta d\theta,$$

откуда определяем первый интеграл

$$I_2(\rho, \theta) = \frac{1}{2}(3p - 1) \ln(\operatorname{tg}^2 \rho + 1) - 2p \ln \operatorname{tg} \rho + (3p - 1) \ln \cos \theta.$$

Заметим, что случай $3p - 1 = 0$ может быть рассмотрен аналогично случаям 1 и 2. Найденные первые интегралы, удовлетворяющие условиям теоремы о неявной функции, позволяют получить решение системы (3.6) в квадратурах.

Для анализа системы (3.6) применялось численное интегрирование с контролем точности по первым интегралам. На быстродействие системы оказывают влияние три параметра: i, ρ_0, θ_0 . Как и следовало ожидать, с ростом θ_0 быстродействие системы (время уменьшения угла θ , а значит, и экваториальной компоненты угловой скорости спутника $l \sin \theta / A$) падает. Влияние i и ρ_0 отражено на рис. 3.1 и рис. 3.2.

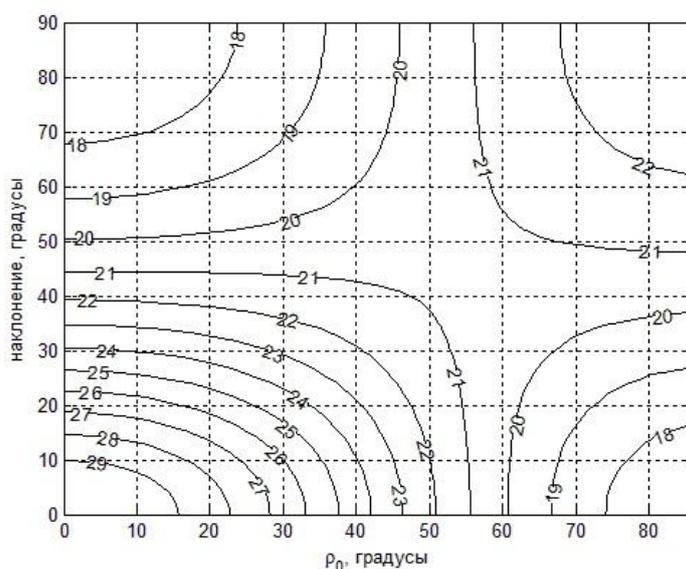


Рис. 3.1. Угол θ через 2 витка, $\theta_0 = 30^\circ$

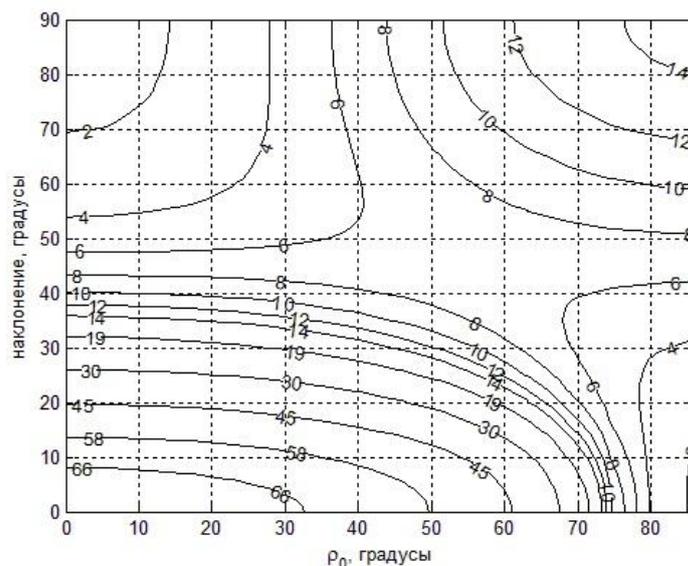


Рис. 3.2. Угол θ через 15 витков, $\theta_0 = 70^\circ$

На рис. 3.1 и рис. 3.2 представлено значение угла θ через 2 и 15 витков соответственно (приведено на изолиниях). Как видно из рис. 3.1, при величинах ρ_0 , меньших приблизительно 50° , быстродействие растет с ростом наклона орбиты, при больших – падает (см. частные случаи 1 и 2). Рис. 3.2 показывает, что при увеличении времени работы алгоритма появляется область, в которой большее быстродействие достигается при наклоне около 45° . Однако, как видно из рис. 3.2, при выборе большого наклона угол θ в худшем случае не превысит 14° , тогда как при выборе малого наклона он может практически не измениться. Таким образом, для работы алгоритма гашения нутационных колебаний представляется предпочтительной орбита с большим наклоном.

Рассмотренный алгоритм имеет более общее применение. Фактически, было показано, что использование одной токовой катушки позволяет демпфировать компоненту угловой скорости, перпендикулярную ей. Использование двух взаимно перпендикулярных катушек, таким образом, позволяет полностью демпфировать угловую скорость (в рамках осредненной модели магнитного поля – кроме экваториальной орбиты). Для использования алгоритма “ $-B\dot{d}ot$ ” достаточно иметь две, а не три токовые катушки. Этот вывод для спутника с произвольным тензором инерции подтверждается результатами численного моделирования. На рис. 3.3 представлено демпфирование угловой

скорости спутника с тензором инерции $\mathbf{J} = \text{diag}(1.02, 1.51, 1.73)$ кг·м². Орбита спутника – круговая с радиусом 6850 километров и наклонение 51.7°. Дипольный момент катушек – 3.2 А·м², катушка, расположенная на третьей оси, не используется.

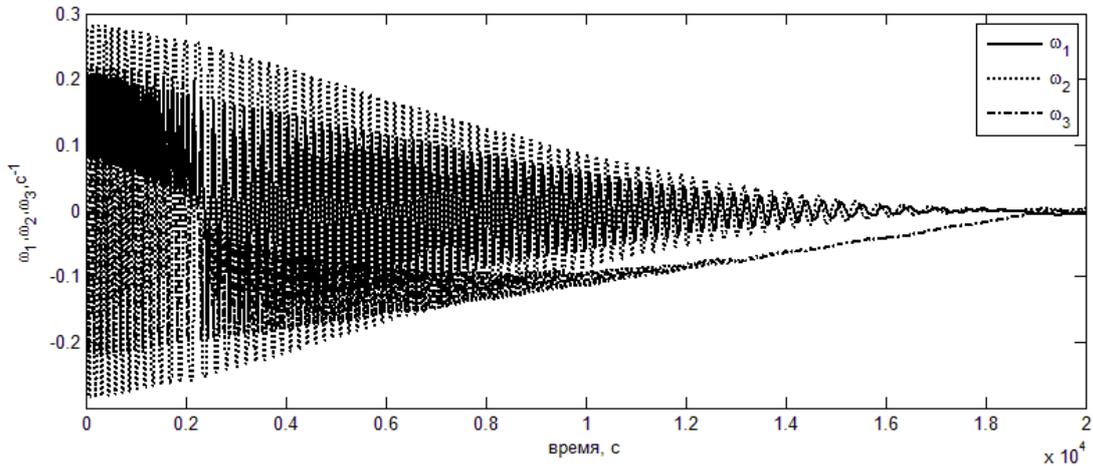


Рис. 3.3. Отключена третья катушка, дипольный момент катушек 3.2 А·м².

$$\text{Начальные условия } \omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 10 \text{ } \frac{\circ}{\text{с}}$$

Результаты численного моделирования показывают, что быстроедействие алгоритма может снизиться (одна из компонент угловой скорости демпфируется медленнее). Тем не менее, в случае отказа одной из токовых катушек демпфирование угловой скорости все еще возможно.

4. Исследование алгоритма раскрутки

Несмотря на то, что алгоритм гашения нутационных колебаний не изменяет скорости закрутки спутника вокруг оси симметрии, необходимо иметь алгоритм, позволяющий закрутить спутник. Для этого используется закон управления [1]

$$\mathbf{m} = k_3 (B_{2x}, -B_{1x}, 0)^T. \quad (4.1)$$

Момент, действующий на спутник, в этом случае задается выражением

$$\mathbf{M}_x = k_3 \begin{pmatrix} -B_{x1} B_{x3} \\ -B_{x2} B_{x3} \\ B_{x1}^2 + B_{x2}^2 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, третья компонента угловой скорости, направленная по оси симметрии, заведомо возрастает, так как соответствующая компонента механического момента положительна. Другие две компоненты могут принимать разные знаки.

Проведем исследование динамики спутника при помощи переменных Белецкого-Черноузько, как это было сделано в предыдущем разделе. Для этого перепишем дипольный момент (4.1) в виде

$$\mathbf{m}_x = -k_3 \mathbf{e}_3 \times \mathbf{V}_x,$$

где \mathbf{e}_3 – орт оси симметрии спутника. Тогда механический момент в связанной системе задается выражением

$$\mathbf{M}_x = k_3 \left[B_0^2 \mathbf{e}_3 - \mathbf{V}_x (\mathbf{V}_x \mathbf{e}_3) \right].$$

Учитывая, что $\mathbf{V}_x = \mathbf{A}^T \mathbf{V}_L$, получаем выражение для момента в системе $OL_1L_2L_3$

$$\mathbf{M}_L = k_3 \begin{pmatrix} a_{13} B_0^2 - a_{13} B_{1L}^2 - a_{23} B_{1L} B_{2L} - a_{33} B_{1L} B_{3L} \\ a_{23} B_0^2 - a_{13} B_{1L} B_{2L} - a_{23} B_{2L}^2 - a_{33} B_{2L} B_{3L} \\ a_{33} B_0^2 - a_{13} B_{1L} B_{3L} - a_{23} B_{2L} B_{3L} - a_{33} B_{3L}^2 \end{pmatrix}.$$

Предположим опять, что механический момент, создаваемый при помощи магнитной системы ориентации, мал. Тогда сохраняются в силе рассуждения о разделении переменных, приведенные в предыдущем разделе. Усредненные уравнения имеют вид

$$\frac{dl}{du} = \varepsilon \left[2p + (1-3p) \sin^2 \rho \right] \cos \theta,$$

$$\frac{d\rho}{du} = -\varepsilon \frac{1}{l} (3p-1) \sin \rho \cos \rho \cos \theta,$$

$$\frac{d\theta}{du} = -\frac{1}{2l} \varepsilon \left[2 - 2p - (1-3p) \sin^2 \rho \right] \sin \theta,$$

$$\frac{d\sigma}{du} = 0,$$

(4.2)

где $\varepsilon = \frac{k_3 B_0^2}{\omega_0 L_0}$ – новый малый параметр. Поскольку алгоритм гашения нутационных колебаний не затрагивает скорости вращения вокруг оси симметрии, кинетический момент в уравнениях (4.2) не мал и правые части не оказываются большими величинами (в этом случае переменные ρ, σ не будут медленными). Заметим, что при выводе уравнений (4.2) не использовалось предположение малости угла θ . Предположим теперь, что в результате работы алгоритма гашения нутационных колебаний угол θ мал. Тогда уравнения (4.2) можно переписать так:

$$\begin{aligned} \frac{dl}{du} &= \varepsilon [2p + (1-3p)\sin^2 \rho], \\ \frac{d\rho}{du} &= -\varepsilon \frac{1}{l} (3p-1) \sin \rho \cos \rho, \\ \frac{d\theta}{du} &= -\frac{1}{2l} \varepsilon [2 - 2p - (1-3p)\sin^2 \rho] \theta. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Если же в результате работы алгоритма гашения нутационных колебаний угол θ близок к π , то необходимо проводить раскрутку в другую сторону, так как $\omega_3(0) < 0$. В этом случае правые части уравнений (4.2) поменяют знак, первые два уравнения (4.3) останутся в силе. Уравнение для θ отделяется. Разделив первое уравнение (4.3) на второе, получим

$$\frac{dl}{l} = -\frac{2p + (1-3p)\sin^2 \rho}{(3p-1)\sin \rho \cos \rho} d\rho,$$

откуда находим первый интеграл

$$I_1(l, \rho) = (3p-1) \ln l - \frac{1}{2} (3p-1) \ln(\operatorname{tg}^2 \rho + 1) + 2p \ln \operatorname{tg} \rho.$$

Заметим, что в случае $3p-1=0$ последнее дифференциальное уравнение легко интегрируется и дает $l = \frac{2}{3} \varepsilon u$, $\rho = \rho_0$. Аналогично предыдущему разделу считаем, что $\rho \in (0, \pi/2)$. Рассмотрим также два частных случая.

1. Если ρ_0 близко к нулю, то на всем движении $l = 2\varepsilon r u$ при наклонении орбиты более 46° и быстродействие алгоритма растет с увеличением наклонения орбиты.

2. Если $\rho_0 = \pi/2$, то аналогично $l = \varepsilon(1-p)u$ и быстродействие алгоритма падает с увеличением наклонения орбиты.

Первый интеграл позволяет найти решение первых двух уравнений (4.3) в квадратурах, после чего третье уравнение также интегрируется.

Влияние ρ_0 и i на быстродействие алгоритма раскрутки аналогично их влиянию на быстродействие алгоритма гашения нутаций (рис. 4.1).

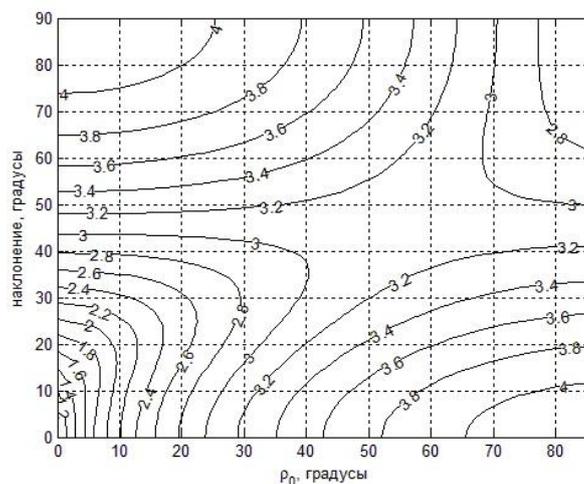


Рис. 4.1. Увеличение кинетического момента в результате раскрутки спутника

На рис. 4.1 представлено значение кинетического момента спутника через 5 витков при $\varepsilon = 0.1$, $\theta_0 = 1^\circ$. При небольших ρ_0 увеличение наклонения приводит к увеличению быстродействия (частный случай 1), при ρ_0 , близких к 90° , быстродействие падает с увеличением наклонения (частный случай 2). Однако, при больших наклонениях орбиты низкое быстродействие наблюдается при большом отклонении вектора кинетического момента от требуемого направления в инерциальном пространстве. Поскольку в результате работы одного из алгоритмов грубой переориентации этот угол на самом деле мал, такой режим нереализуем. Напротив, в случае малого наклонения орбиты спутник попадает в область с низким быстродействием. При малых ρ быстродействие растет с ростом наклонения орбиты.

Экваториальная компонента угловой скорости не возрастает. Ее производная имеет вид

$$\frac{d(l \sin \theta)}{du} = \varepsilon [-2 + 2p + (1 - 3p) \sin^2 \rho] \sin \theta \cos \theta.$$

Поскольку угол θ близок к нулю, в ходе раскрутки экваториальная компонента скорости уменьшается. Заметим, что одновременно с алгоритмом раскрутки может работать алгоритм гашения нутационных колебаний.

5. Исследование алгоритма переориентации оси симметрии

Дипольный магнитный момент $\mathbf{m}_x = (0, 0, m)^T$, создаваемый катушками, имеет вид [13]

$$\mathbf{m}_x = (0, 0, k_4 (\Delta \mathbf{L} \cdot [\mathbf{e}_3 \times \mathbf{B}]))^T, \quad (5.1)$$

где $\Delta \mathbf{L} = \mathbf{L}_f - \mathbf{L}$, \mathbf{L}_f – требуемое конечное значение кинетического момента (зачастую это – направление на Солнце), k_4 – положительная размерная постоянная. В данном случае спутник считается быстро вращающимся вокруг оси симметрии.

Динамику спутника опишем при помощи переменных Белецкого-Черноусько. Для этого необходимо задать механический момент в системе $OL_1L_2L_3$. Определим в этой системе все необходимые выражения. Требуемое значение кинетического момента $\mathbf{L}_f = \mathbf{Q}^T (L_1, L_2, L_3)^T$, где компоненты L_i задают конечное положение вектора кинетического момента в инерциальном пространстве; $\mathbf{e}_{3L} = (0, 0, 1)^T$, так как спутник закручен вдоль оси симметрии, то есть $A|\omega_i| \ll C|\omega_3|$, ($i=1, 2$); $\mathbf{L}_L = L_0(0, 0, l)^T$, где L_0 – модуль кинетического момента в начальный момент времени, l – безразмерный кинетический момент, определяемый по формуле $L = L_0 l$; $\mathbf{B}_L = B_0(B_{1L}, B_{2L}, B_{3L})$.

Поскольку спутник закручен вокруг оси симметрии и дипольный момент в системе $Ox_1x_2x_3$ имеет вид $(0,0,m)^T$, то в системе $OL_1L_2L_3$ момент \mathbf{m}_L практически тот же вид. Отсюда

$$\mathbf{M}_L = B_0 \begin{pmatrix} -B_{2L}m \\ B_{1L}m \\ 0 \end{pmatrix},$$

где $m = k_4 (\Delta \mathbf{L} [\mathbf{e}_3 \times \mathbf{B}]) = k_4 L_0 B_0 (L_{2L} B_{1L} - L_{1L} B_{2L})$.

Проведя разделение переменных, запишем снова уравнения, описывающие эволюцию медленных переменных, в предположении слабого механического момента

$$\begin{aligned} \frac{dl}{du} &= 0, \\ \frac{d\rho}{du} &= \frac{1}{2} \varepsilon \sin^2 \Theta \frac{1}{l} (L_1 \cos \rho \cos \sigma + L_2 \cos \rho \sin \sigma - L_3 \sin \rho), \\ \frac{d\sigma}{du} &= \frac{1}{2} \varepsilon \sin^2 \Theta \frac{1}{l \sin \rho} (-L_1 \sin \sigma + L_2 \cos \sigma), \\ \frac{d\theta}{du} &= 0, \end{aligned} \tag{5.2}$$

где $\varepsilon = \frac{k_4 B_0^2}{\omega_0}$ – малый параметр. Уравнения (5.2) удастся проинтегрировать,

если $L_1 = L_2 = 0$, то есть ось симметрии спутника требуется выставить вдоль оси конуса осредненной модели геомагнитного поля. В этом случае уравнения принимают вид (тривиальные уравнения для l , σ и θ опускаем)

$$\frac{d\rho}{du} = -\eta \sin \rho,$$

где $\eta = \frac{1}{2} \varepsilon L_3 \sin^2 \Theta$, так как из первого уравнения (5.2) следует, что $l \equiv 1$.

Решение этого уравнения получается в виде конечной формулы

$$\rho = 2 \arctg [c_0 \exp(-\eta u)],$$

где $c_0 = \operatorname{tg} \frac{\rho_0}{2}$. На рис. 5.1 представлен график изменения угла ρ для различных наклонений орбиты в диапазоне от 0 до $\pi/2$.

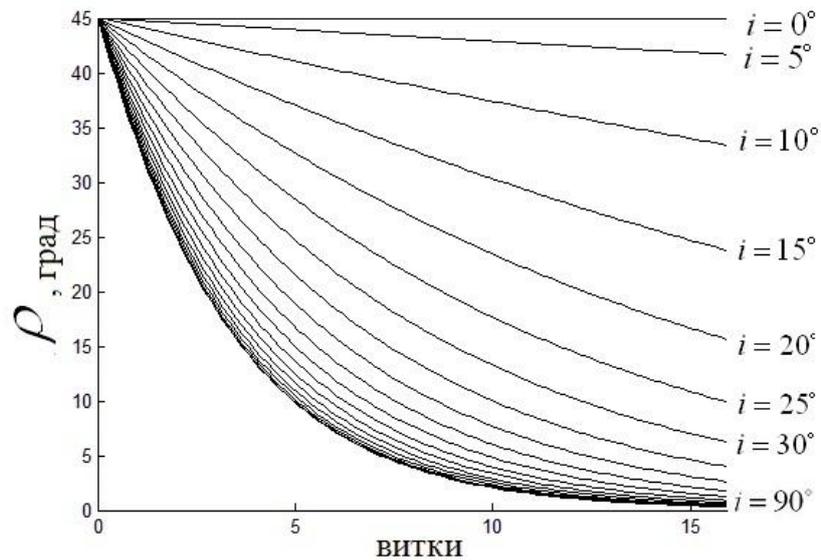


Рис. 5.1. Изменение угла ρ при разных наклонениях

Видно, что быстродействие алгоритма, то есть скорость переориентации спутника в необходимом направлении, возрастает с ростом наклона орбиты. Таким образом, угол ρ стремится к нулю, что асимптотически соответствует требуемой ориентации $\mathbf{L}_f = (0, 0, L_3)^T$. График построен для $\varepsilon = 0.1$.

Вообще, $\frac{d\rho}{du} \sim \sin^2 \Theta$, $\frac{d\sigma}{du} \sim \sin^2 \Theta$ (если ρ не мало). Поскольку разница

между i и Θ составляет не более 11° , можно считать, что $\frac{d\rho}{du} \sim \sin^2 i$,

$\frac{d\sigma}{du} \sim \sin^2 i$, и тогда скорость изменения углов растет с увеличением наклона, значит, и быстродействие алгоритма переориентации оси симметрии растет с увеличением наклона.

В случае $L_2 = 0$, $L_3 = 0$ то есть когда требуемое направление совпадает с направлением в восходящий узел орбиты, удастся найти первый интеграл системы (5.2). Разделим второе уравнение (5.2) на третье

$$\frac{d\rho}{d\sigma} = \frac{\sin \rho (L_1 \cos \rho \cos \sigma + L_2 \cos \rho \sin \sigma - L_3 \sin \rho)}{-L_1 \sin \sigma + L_2 \cos \sigma}.$$

Для выбранного направления в инерциальном пространстве

$$\frac{d\rho}{d\sigma} = -\frac{\sin \rho \cos \rho \cos \sigma}{\sin \sigma},$$

откуда, после интегрирования, имеем

$$\ln |\operatorname{tg} \rho / \operatorname{tg} \rho_0| = \ln |\sin \sigma_0 / \sin \sigma|,$$

Окончательно получаем первый интеграл

$$I_0 = \operatorname{tg} \rho \sin \sigma. \quad (5.3)$$

Наличие этого первого интеграла позволяет проинтегрировать систему

(5.2). Обозначая $f(\rho, I_0) = \sqrt{1 - I_0^2 \operatorname{ctg}^2 \rho}$, из (5.2) получаем

$$\int \frac{d\rho}{f(\rho, I_0) \cos \rho} = \frac{1}{2} \varepsilon \sin^2 \Theta u \quad \text{при } \sigma = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right],$$

$$\int \frac{d\rho}{f(\rho, I_0) \cos \rho} = -\frac{1}{2} \varepsilon \sin^2 \Theta u \quad \text{при } \sigma = \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right],$$

что совместно с (5.3) позволяет найти решение системы (5.2) в квадратурах.

6. Численное моделирование движения спутника

Приведем здесь результаты численного моделирования динамики спутника с последовательным использованием трех рассмотренных алгоритмов.

Численное моделирование проводилось при учете влияния на спутник как магнитного, так и гравитационного моментов. Управление дипольным магнитным моментом катушек формировалось на основе моделирования показаний датчиков спутника, имеющих определенную погрешность. Вместо непрерывного закона управления током катушек использовался дискретный, который зачастую и реализуется на борту. То есть, вместо закона вида \mathbf{m} использовался закон $m_0 \operatorname{sign}(\mathbf{m})$. При численном моделировании были приняты следующие предположения:

- спутник оснащен магнитометром и солнечным датчиком. Максимальная ошибка определения направления на Солнце составляет 1° , ошибка определения – 0.5° ;

- тензор инерции спутника $\mathbf{J} = \text{diag}(0.011, 0.011, 0.02)$ кг·м²;

- дипольные моменты катушек, применяемых для гашения нутаций – 0.8 А·м^2 , для раскрутки – 0.1 А·м^2 , для ориентации оси симметрии – 0.8 А·м^2 , для гашения нутаций во время раскрутки – 0.2 А·м^2 ;

- требуемое положение оси симметрии в системе $O_a Y_1 Y_2 Y_3 - (1, 1, 0)^T$;

- вектор начальной угловой скорости спутника имеет компоненты $(0.1, 0.1, 0.01)^T \text{ с}^{-1}$;

- наклонение орбиты – 60° ;

- модель геомагнитного поля – прямой диполь.

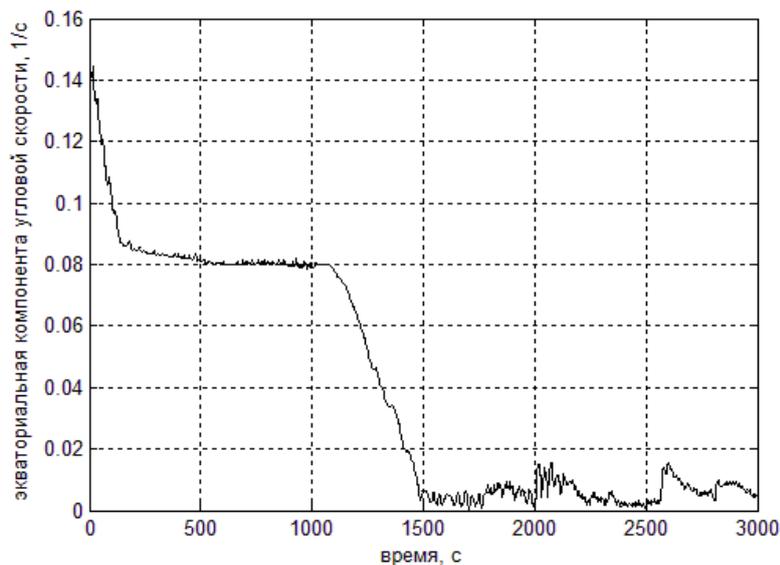


Рис. 6.1. Гашение нутационных колебаний

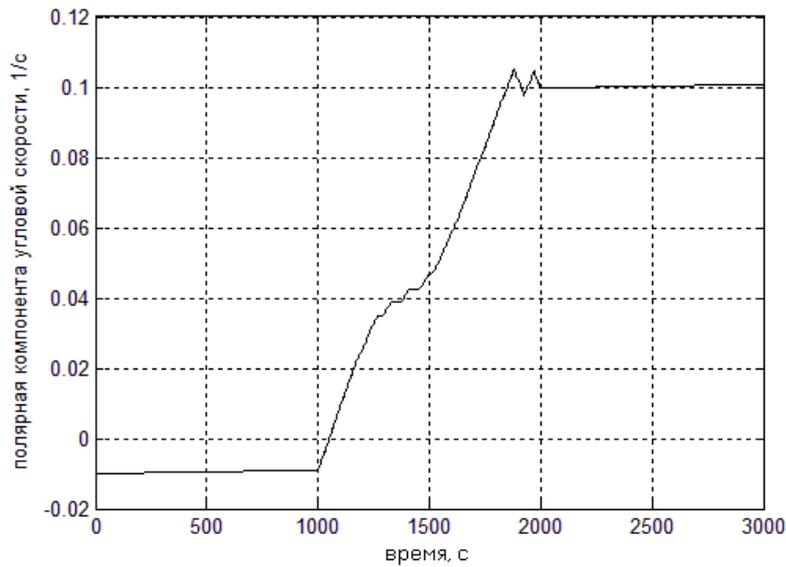


Рис. 6.2. Раскрутка вокруг оси симметрии

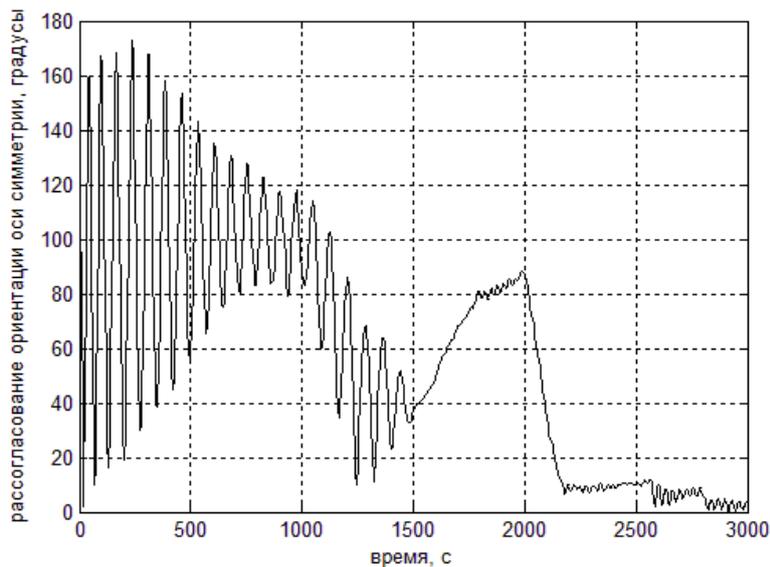


Рис. 6.3. Переориентация оси симметрии в инерциальном пространстве

Результаты численного моделирования (три этапа движения представлены соответственно на рис. 6.2, рис. 6.2 и рис. 6.3) показывают, что при выбранных параметрах гашение нутационных колебаний происходит примерно за 1500с, раскрутка за 1000с и переориентация оси симметрии за 1000с. Приведем результаты расчетов в теми же параметрами и начальными данными, но при наклонении орбиты 10° .

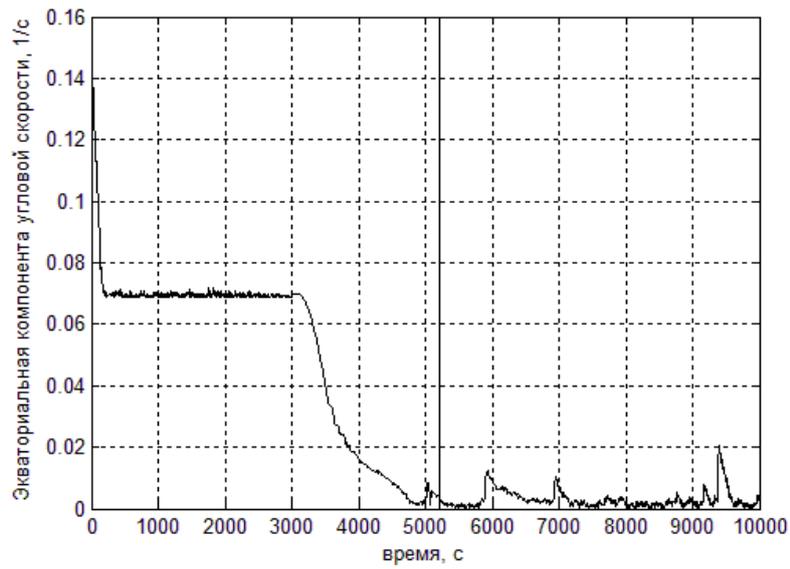


Рис. 6.4. Гашение нутационных колебаний

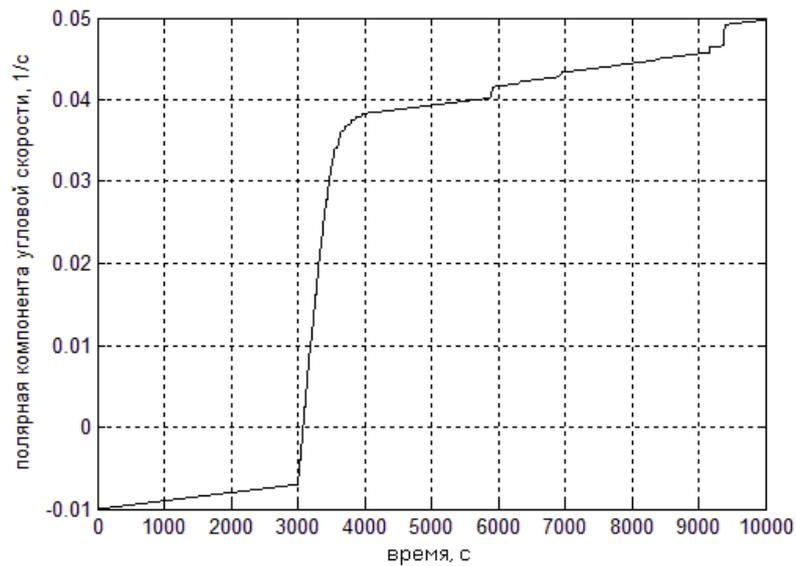


Рис. 6.5. Раскрутка вокруг оси симметрии

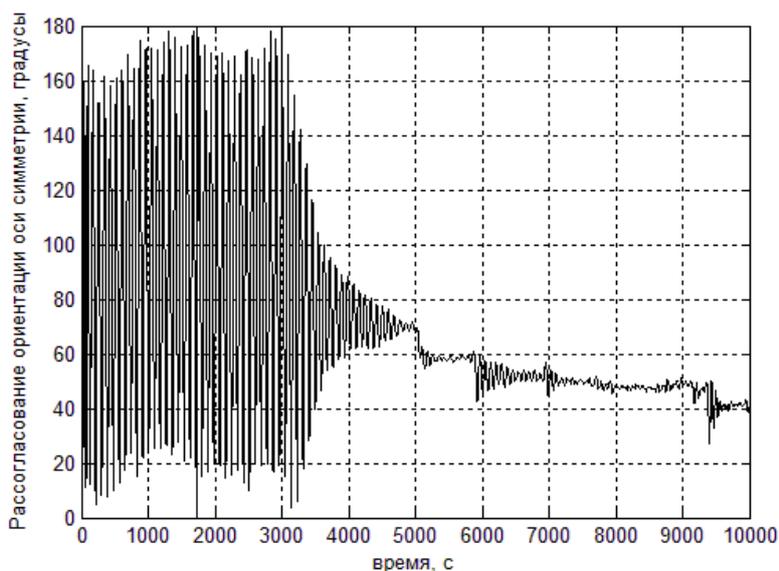


Рис. 6.6. Переориентация оси симметрии в инерциальном пространстве

Из рис. 6.4, рис. 6.5 и рис. 6.6 видно, что гашение нутационных колебаний происходит примерно за 5000с, раскрутка – практически полностью за 1000с, переориентация оси симметрии происходит очень медленно. Результаты численного моделирования полностью согласуются со сделанными ранее выводами о том, что алгоритм раскрутки мало чувствителен к наклонению орбиты (хотя лучше работает на орбитах с высоким наклонением), алгоритм гашения нутационных колебаний имеет заметно большее быстроедействие на орбитах с высоким наклонением, а алгоритм переориентации практически не работает на приэкваториальных орбитах.

7. Заключение

Показана возможность ориентации оси симметрии спутника, стабилизируемого вращением, в заданном направлении в инерциальном пространстве при помощи последовательного применения трех рассмотренных алгоритмов. Продемонстрировано демпфирование компонент угловой скорости, лежащих в экваториальной плоскости, на первом этапе управления. На втором этапе производится раскрутка спутника вокруг оси симметрии. Показано, что применение алгоритма раскрутки одновременно с алгоритмом гашения нутационных колебаний приводит к закрутке вокруг оси симметрии

без возрастания остальных компонент угловой скорости. На третьем этапе спутник переориентируется в заданном направлении в инерциальном пространстве. Для одного частного направления в пространстве найдено решение уравнений движения в конечном виде. Определена зависимость быстродействия системы ориентации от наклона орбиты. Для другого частного направления найден интеграл уравнений движения. Для общего случая приведен численный пример.

8. Благодарности

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ №№ 09-01-00431 и 07-01-92001.

9. Литература

1. Ильин А.А., Пеньков В.И., Овчинников М.Ю. Обеспечение ориентации малого спутника, стабилизируемого собственным вращением // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2004. № 83. 28 с.
2. Ильин А.А., Овчинников М.Ю., Пеньков В.И. Алгоритмы магнитной системы ориентации малого спутника, стабилизируемого собственным вращением // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2005. № 19. 32 с.
3. Ролдугин Д.С., Карпенко С.О., Овчинников М.Ю., Пеньков В.И. Исследование быстродействия алгоритма активного магнитного демпфирования // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2010. № 16. 30 с.
4. Белецкий В.В., Новогребельский А.Б. Существование устойчивых относительных равновесий искусственного спутника в модельном магнитном поле // *Астрономический журнал*. 1973. Т. 50, № 2. с. 327–335.
5. Белецкий В.В. Движение спутника относительно центра масс в гравитационном поле. Москва: Изд-во Московского университета, 1975. 308 с.
6. Белецкий В.В., Хентов А.А. Вращательное движение намагниченного спутника. Москва: Наука, 1985. 288 с.
7. Булгаков Б.В. Прикладная теория гироскопов. Москва: Гостехиздат, 1939. 258 с.

8. Белецкий В.В. Эволюция вращения динамически-симметричного спутника // Космические исследования. 1963. Т. 1, № 3. с. 339–385.
9. Черноусько Ф.Л. О движении спутника относительно центра масс под действием гравитационных моментов // Прикладная математика и механика. 1963. Т. 27, № 3. с. 473–483.
10. Уиттекер Е.Т. Аналитическая динамика. Москва-Ленинград: Гостехиздат, 1937. 586 с.
11. Гребеников Е.А. Метод усреднения в прикладных задачах. Москва: Наука, 1986. 256 с.
12. Моисеев Н.Н. Асимптотические методы нелинейной механики. Москва: Наука, 1969. 379 с.
13. Shigehara M. Geomagnetic attitude control of an axisymmetric spinning satellite // Journal of Spacecraft and Rockets. 1972. V. 9, № 6. p. 391–398.

Содержание

1. Введение	3
2. Постановка задачи	4
2.1. Описание решаемых задач	4
2.2. Модели геомагнитного поля	5
2.3. Уравнения движения.....	7
2.4. Асимптотические методы	10
3. Исследование алгоритма демпфирования	11
4. Исследование алгоритма раскрутки	18
5. Исследование алгоритма переориентации оси симметрии	22
6. Численное моделирование движения спутника	25
7. Заключение.....	29
8. Благодарности	30
9. Литература.....	30