



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • [Электронная библиотека](#)

[Препринты ИПМ](#) • [Препринт № 77 за 2010 г.](#)



Котова О.А., [Павловский В.Е.](#)

Теоретико-игровые
кинематические модели
виртуального футбола

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Котова О.А., Павловский В.Е. Теоретико-игровые кинематические модели виртуального футбола // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2010. № 77. 20 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2010-77>

Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М.В.Келдыша
Российской академии наук

О.А.Котова, В.Е.Павловский

**ТЕОРЕТИКО-ИГРОВЫЕ КИНЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ
ВИРТУАЛЬНОГО ФУТБОЛА**

Москва, 2010 г.

УДК 531.1

О.А.Котова, В.Е.Павловский
ТЕОРЕТИКО-ИГРОВЫЕ КИНЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ
ВИРТУАЛЬНОГО ФУТБОЛА

АННОТАЦИЯ.

Дано теоретическое описание различных ситуаций виртуального футбола с двумя игроками. Виртуальный футбол формализован как дифференциальная игра, получены оптимальные управления. Получены оптимальные траектории. Выполненные исследования являются шагом в создании оптимальных алгоритмов поведения роботов-футболистов.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ 02-01-00750, 04-01-00065, 04-01-00105, 07-01-00134, Программы "Ведущие научные школы России" РФФИ-00-15-96135, НШ-1835.2003.1, грантов РФФИ 10-07-00409, 10-01-00160.

Ключевые слова и выражения: мобильные роботы, управление движением, роботы-футболисты, виртуальный футбол.

O.A.Kotova, V.E.Pavlovsky
THE GAME THEORY BASED KINEMATICS' MODELS OF
VIRTUAL SOCCER

ABSTRACT

The theoretical description of some situations of virtual soccer with two players is given. Virtual soccer is formalized as a differential game, optimal controls are obtained. Optimal trajectories are obtained for some particular cases. The research is the first step in creating theoretically based optimal algorithms of behaviour for virtual soccer players.

The investigation was done with the financial support of the RFBR grants 02-01-00750, 04-01-00065, 04-01-00105, 07-01-00134, Program "Scientific schools of Russia" RFBR-00-15-96135, SS-1835.2003.1, RFBR grants 10-07-00409, 10-01-00160.

Key words and phrases: mobile robots, motion control, soccer robots, virtual soccer.

СОДЕРЖАНИЕ

	стр.
1. ВВЕДЕНИЕ. О ФУТБОЛЕ РОБОТОВ	3
2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ФУТБОЛИСТАМИ	7
3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ	17
4. Литература	18
5. Ссылки на сайты Чемпионатов по футболу роботов	19
6. Приложение. РОБОТ НАО	20

1. ВВЕДЕНИЕ. О ФУТБОЛЕ РОБОТОВ

Работа выполнена в рамках проекта по исследованию и синтезу методов управления группой роботов в интеллектуальной игре. Цель представленного этапа заключается в обосновании базовых алгоритмов управления виртуальными роботами-футболистами, основанном на полученных с помощью теории дифференциальных игр [1] оптимальных управлениях. Описаны полученные в этих исследованиях результаты.

В настоящее время предложен ряд различных схем организации соревнований роботов-футболистов, например схемы соревнований Ассоциации RoboCup [2], или схемы, принятые в Международной Федерации FIRA [3]. Схему RoboCup WEB-энциклопедия Википедия определяет следующим образом: "**RoboCup** — международные соревнования среди роботов, основанные в 1993 году. Целью является создание автономных роботов футболистов для содействия научным исследованиям в области искусственного интеллекта. Название *RoboCup* - сокращение от полного английского названия соревнования, "*Robot Soccer World Cup*" (Чемпионат по футболу среди роботов), но в рамках соревнования существуют и другие виды состязаний, например, среди спасательных роботов, по танцам среди роботов." [9].

В RoboCup изначально заявлен следующий манифест: "*... Через 50 лет, в 2050 году, команда роботов-футболистов должна выиграть у Чемпиона мира по футболу (команды людей-футболистов)...*" [2], и для достижения этой цели соревнования проводятся в нескольких Лигах: Лиге Моделирования, Лиге малого класса (малых роботов), Лиге среднего класса (средних роботов), Лиге 4-ногих роботов SONY (AIBO), Лиге гуманоидных роботов и дополнительных (ассоциированных) Лигах - Лиге моделирования роботов - спасателей и Лиге реальных роботов-спасателей. В последние годы появилась также т.наз. Стандартная Платформа. Кроме того, в RoboCup существуют юниорские лиги. Соревнования проводятся в виде Чемпионатов мира для роботов, открытых Чемпионатов или кубков отдельных стран, а также - в виде открытых турниров на крупнейших Международных соревнованиях. Так, например, соревнования в 2000 г. были проведены в рамках Австралийской Олимпиады и проходили в Мельбурне.

В качестве примеров роботов - участников таких соревнований на рис.1 показаны роботы Лиги малого класса и фрагмент игры роботов Лиги среднего класса [2] в 2001 г., определенных правилами RoboCup.

На рис.1 справа приведен эпизод финального матча команды CS Freiburg Университета Albert-Ludwigs, Фрейбург, Германия (показана игра у ворот этой команды), против команды Traskies Университета Osaka, Осака, Япония, во время Чемпионата мира 2001 г., проходившего в рамках 1-ой Международной конференции по роботизированному футболу в

Сиэтле, США, 4-10 августа 2001 г. (команда CS Freiburg этот турнир выиграла и стала Чемпионом мира 2001 г.).



Рис.1. Роботы-футболисты Малой и Средней Лиги RoboCup.

На всех очередных соревнованиях RoboCup видоизменяет и совершенствует правила игры роботов и вводит новые виды соревнований. Так, Чемпионат 2002 года в Фукуоке, Япония, примечателен тем, что на нем впервые на официальные соревнования вышли роботы-гуманоиды (андроидные двуногие роботы), соревновавшиеся в нескольких номинациях. В настоящее время Гуманоидная Лига RoboCup активно развивается. Ниже на нескольких фотографиях приведены фрагменты соревнований роботов-футболистов в Фукуоке. Эти фотографии взяты с официальных интернет-сайтов RoboCup и Чемпионата в Фукуоке [3,4]. На рис.2 соревнуются роботы Asimo фирмы Honda.

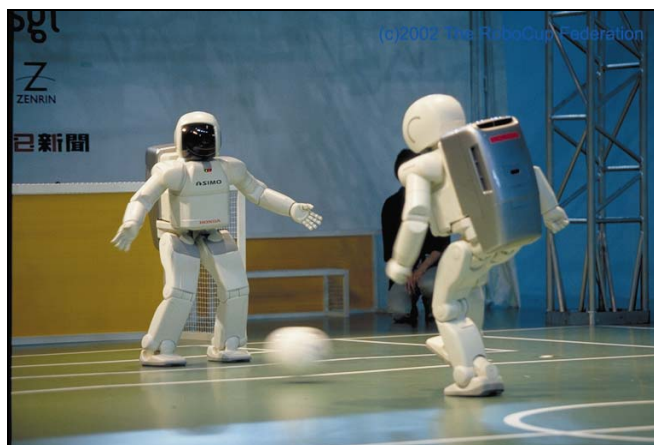


Рис.2. Роботы Asimo (Honda) демонстрируют упражнение "пенальти". 2002 г.

На рис.3 слева - фрагмент соревнований роботов Лиги малого класса RoboCup. Важно здесь отметить, что, как показывает рис.3, роботы Малой Лиги играют командами не более 5х5 игроков на небольшом поле, имеющем борта вокруг поля, мяч может отражаться от этих бортов. Система Лиги малых роботов предполагает, что над полем может

находиться телекамера (или несколько телекамер), доставляющая для каждой из команд зрительную информацию об игровой ситуации основному управляющему компьютеру команды. Этот компьютер (такой компьютер может иметь каждая команда) расположен рядом с игровым полем и может связываться с игроками по радиолнии.



Рис.3. Фрагменты соревнований Малой и Средней Лиг в Фукуоке, 2002 г.

В отличие от Малой Лиги роботы, соревнующиеся в Лиге Среднего класса, являются полностью автономными и должны быть оснащены развитой бортовой системой управления и весьма развитой сенсорной системой, центром которой является подсистема зрения робота. Фрагмент этих соревнований в 2002 году приведен на рис.3 справа.

Фрагмент соревнований Средней Лиги в 2007 году приведен на рис.4, соревнования проходили в Атланте, США.



Рис.4. Фрагмент игр команд Средней Лиги, Атланта, 2007.

Далее на photographиях показаны фрагменты соревнований на современном этапе. На рис.5 показан фрагмент соревнований Малой Лиги в Граце, Австрия, в 2009 году. Рис.5 показывает, как увеличено поле и как расположены камеры, доставляющие информацию об игре. На рис.6 приведен фрагмент игры роботов, относящихся к Стандартной Платформе.

На поле андроидные роботы NAO французской фирмы Aldebaran Robotics (Париж) [10], на фотографии приведен фрагмент соревнований 2010 г., турнир проходил в Сингапуре.



Рис.5. Соревнования Малой Лиги в 2009 г. Грац, Австрия.



Рис.6. Фрагмент соревнований команд роботов-андроидов NAO. Сингапур, 2010 г.

Как показывает рис.6, соревнования роботов-андроидов в последние годы проходят командами 3х3, и это существенное развитие турнира, т.к. ранее андроиды выходили на поле по одному.

Анализ указанных схем соревнований роботов-футболистов показывает, что, несмотря на различие конструкций таких роботов и технических решений, принятых при их построении, в схемах соревнований роботов много общего в верхних, стратегических, уровнях управления игроками, что позволяет поставить задачу их отработки с помощью единых средств моделирования. Такая система моделирования создана как программный пакет "Виртуальный футбол" [5]. Его назначение - создание и отработка в режиме моделирования таких алгоритмов

управления роботами-футболистами, которые в дальнейшем могут быть перенесены и на реальные роботы. При этом рассматриваются групповые (командные) алгоритмы стратегического и тактического уровней управления командой роботов.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ФУТБОЛИСТАМИ

В настоящее время алгоритмы, используемые в виртуальном футболе, являются эвристическими. Теория дифференциальных игр позволяет формализовать виртуальный футбол как математическую задачу и получить строгие оптимальные управления для различных игровых ситуаций. В данной работе предложена формализация ситуации виртуального футбола с двумя игроками, условно названной "защита ворот", для нее получены оптимальные управления, а также оптимальные траектории роботов. Для описания и решения дифференциальных игр используется метод Р.Айзекса [1].

Выделим существенные моменты для постановки задачи как дифференциальной игры. Игра происходит на прямоугольном поле. Играют два одинаковых робота, защитник и нападающий. Размеры ворот и роботов-игроков заданы. Робот имеет круглую форму и некоторое выделенное направление - ось, так что он может двигаться вдоль этой оси и поворачиваться вокруг своего центра. Робот и мяч движутся без трения. Игра происходит с полной информацией, то есть оба игрока в каждый момент времени при выборе управлений знают фазовые состояния как свое, так и противника.

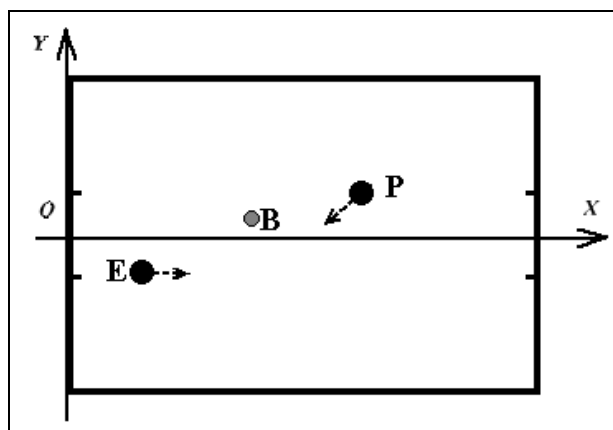


Рис.7. Система координат игрового поля.

Опишем ситуацию на поле как дифференциальную игру. Для этого введем на поле систему координат (см. рис.7). Игроков обозначим буквами P и E (нападающий и защитник соответственно). Будем считать, что мяч B

находится у игрока P , и будем далее отождествлять этого игрока и мяч. При этом считаем, что мяч все время находится перед игроком. Если игроки окажутся достаточно близко друг к другу и с правильной ориентацией, то игрок E сможет забрать у P мяч, тогда игрок P больше не сможет преследовать и достичь свою цель (забить мяч в ворота). В таком случае будем считать, что данная игровая ситуация завершится.

Будем далее считать, что поле не имеет границ. Ворота представляют собой отрезок $[-\alpha, \alpha]$ на оси OY . Положение игрока P описывается координатами x_1, y_1 , его центра и углом поворота θ_1 положительного направления его оси относительно положительного направления оси OX , игрока E - координатами x_2, y_2, θ_2 соответственно.

Примем, что кинематические уравнения роботов-игроков имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_{1,2} = v_{1,2} \cos \theta_{1,2}, \\ \dot{y}_{1,2} = v_{1,2} \sin \theta_{1,2}, \\ \dot{\theta}_{1,2} = \omega_{1,2}, \end{cases} \quad (1)$$

$v_{1,2}, \omega_{1,2}$ - управления игроков. Здесь индекс 1 соответствует игроку P , индекс 2 - игроку E . Первые два уравнения движения для игрока означают, что игрок - точка на плоскости и его линейная скорость ограничена (величинами $v_{1,2}$), а третье - что кривизна траектории не может меняться произвольно.

Будем считать, что ограничения на управление имеют следующий вид:

$$0 \leq v_{1,2} \leq v_0, \quad |\omega_{1,2}| \leq \omega_0, \quad v_0 = const, \quad \omega_0 = const \quad (2)$$

Константы v_0 и ω_0 определяются характеристиками робота.

Рассмотрим игровую ситуацию, которую условно назовем защитой ворот. Игрок P с мячом идет к воротам; задача игрока E - перехватить мяч (т.е. оказаться достаточно близко к игроку P и с правильной ориентацией) до того, как игрок P с мячом попадет в ворота.

Уравнения движения игроков имеют вид (1), ограничения на управление имеют вид (2). Условие окончания игры примем в следующем виде:

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + ((\theta_2 - \pi) - \theta_1)^2 \leq d^2,$$

где d - выбранная некоторым образом величина. Это означает, что игра заканчивается тогда, когда роботы в некотором смысле "близки", то есть точки, изображающие игроков, находятся достаточно близко друг к другу, и ориентации роботов-игроков противоположны. При этих условиях игрок E сможет забрать у игрока P мяч, и игровая ситуация завершится.

Тогда уравнение терминальной поверхности C имеет вид

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + ((\theta_2 - \pi) - \theta_1)^2 = d^2$$

Параметризуем терминальную поверхность:

$$\begin{aligned} x_1 &= s_1 = h_1(\vec{s}), \\ y_1 &= s_2 = h_2(\vec{s}), \\ \theta_1 &= s_3 = h_3(\vec{s}), \\ x_2 &= s_1 + d \cos s_4 \cos s_5 = h_4(\vec{s}), \\ y_2 &= s_2 + d \sin s_4 \cos s_5 = h_5(\vec{s}), \\ \theta_2 &= \pi + s_3 + d \sin s_5 = h_6(\vec{s}), \end{aligned} \tag{3}$$

где

$$\vec{s} = (s_1, s_2, s_3, s_4, s_5)$$

Определим плату игры - величину, которую защитник старается максимизировать, а нападающий - минимизировать. Пусть плата есть $H_I = x_I = s_I$, то есть платой является расстояние от игрока P до оси OY . Таким образом, плата в данном случае терминальная, интегральная часть равна нулю, и защищаемый объект представляет собой полуплоскость. Такую плату имеет смысл рассматривать в том случае, когда $-\alpha \leq y_I \leq \alpha$, то есть игрок P находится перед воротами (см. рис.7). Тогда, чтобы забить гол, игрок должен стремиться к ближайшей для него точке ворот.

По окончании игры становится известным численное значение платы. Наилучшее значение платы, ее минимакс (т.е. ее величина при оптимальном действии обоих игроков), является ценой игры. Пусть цена игры есть $V(x)$.

Основное уравнение Айзекса (уравнение для определения оптимальных управлений) имеет вид:

$$\begin{aligned} \min_{v_1, \omega_1} \max_{v_2, \omega_2} (V_{x_1} v_1 \cos \theta_1 + V_{y_1} v_1 \sin \theta_1 + V_{\theta_1} \omega_1 + \\ + V_{x_2} v_2 \cos \theta_2 + V_{y_2} v_2 \sin \theta_2 + V_{\theta_2} \omega_2) = 0 \end{aligned}$$

Поскольку ни в одно слагаемое не входят одновременно управления обоих игроков,

$$\begin{aligned} \min_{v_1, \omega_1} (V_{x_1} v_1 \cos \theta_1 + V_{y_1} v_1 \sin \theta_1 + V_{\theta_1} \omega_1) + \\ + \max_{v_2, \omega_2} (V_{x_2} v_2 \cos \theta_2 + V_{y_2} v_2 \sin \theta_2 + V_{\theta_2} \omega_2) = 0, \end{aligned} \tag{4}$$

откуда получаем

$$\begin{aligned}
v_1^{opt} &= \begin{cases} 0, & V_{x_1} \cos \theta_1 + V_{y_1} \sin \theta_1 > 0 \\ v_0, & V_{x_1} \cos \theta_1 + V_{y_1} \sin \theta_1 < 0 \end{cases} \\
v_2^{opt} &= \begin{cases} 0, & V_{x_2} \cos \theta_2 + V_{y_2} \sin \theta_2 < 0 \\ v_0, & V_{x_2} \cos \theta_2 + V_{y_2} \sin \theta_2 > 0 \end{cases} \\
\omega_1^{opt} &= -\omega_0 \operatorname{sgn} V_{\theta_1}, \quad \omega_2^{opt} = \omega_0 \operatorname{sgn} V_{\theta_2}
\end{aligned} \tag{5}$$

Таким образом, оптимальные траектории робота-игрока могут быть следующими: разворот на месте ($v^{opt} = 0$, $|\omega^{opt}| = \omega_0$), движение по дуге окружности ($v^{opt} = v_0$, $|\omega^{opt}| = \omega_0$), и движение по прямой ($v^{opt} = v_0$, $|\omega^{opt}| = 0$). Соответствующее оптимальное управление игрока E приведено на рис.8., на нем введено обозначение

$$\lambda = V_{x_2} \cos \theta_2 + V_{y_2} \sin \theta_2$$

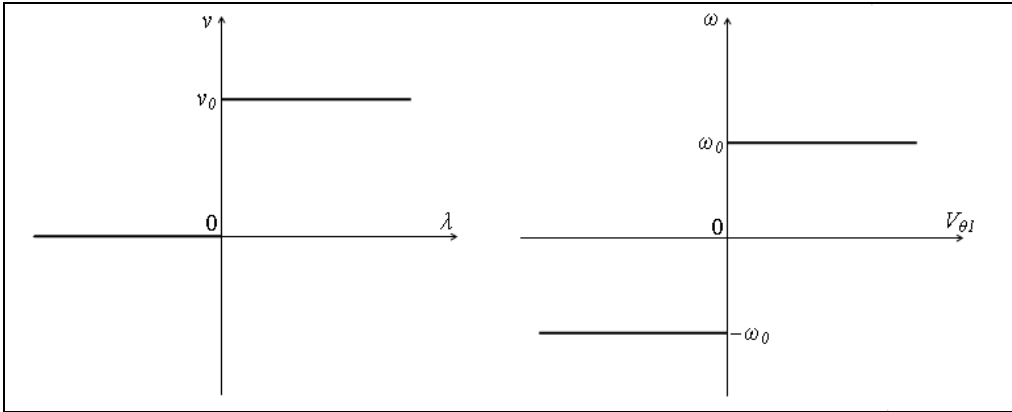


Рис.8. Оптимальное управление футболиста.

Тогда основное уравнение (4) принимает вид:

$$v_1^{opt} (V_{x_1} \cos \theta_1 + V_{y_1} \sin \theta_1) + \omega_1^{opt} V_{\theta_1} + v_2^{opt} (V_{x_2} \cos \theta_2 + V_{y_2} \sin \theta_2) + \omega_2^{opt} V_{\theta_2} = 0 \tag{6}$$

Положим

$$\tau = \text{const} - t, \quad x' = \frac{dx}{d\tau} = -\frac{dx}{dt}$$

Запишем уравнения характеристик в регрессивной форме для (6):

$$\begin{cases} x'_1 = -v_1^{opt} \cos \theta_1 \\ y'_1 = -v_1^{opt} \sin \theta_1 \\ \theta'_1 = -\omega_1^{opt} \\ x'_2 = -v_2^{opt} \cos \theta_2 \\ y'_2 = -v_2^{opt} \sin \theta_2 \\ \theta'_2 = -\omega_2^{opt} \end{cases} \quad (7)$$

Для частных производных V в соответствии с [1] получаем следующие уравнения:

$$\begin{cases} V'_{x_1} = 0 \\ V'_{y_1} = 0 \\ V'_{\theta_1} = -V_{x_1} v_1^{opt} \sin \theta_1 + V_{y_1} v_1^{opt} \cos \theta_1 \\ V'_{x_2} = 0 \\ V'_{y_2} = 0 \\ V'_{\theta_2} = -V_{x_2} v_2^{opt} \sin \theta_2 + V_{y_2} v_2^{opt} \cos \theta_2 \end{cases} \quad (8)$$

Начальные условия, необходимые для интегрирования уравнений характеристик (7), (8), есть значения x_i и V_{x_i} в так называемой допустимой области. Первые 6 начальных условий заданы системой (3). Так как $V = H_1(\bar{s})$ на C , то

$$\frac{\partial V}{\partial s_k} = \frac{\partial H_1}{\partial s_k} = \sum_i V_i \frac{\partial h_i}{\partial s_k}, \quad k = 1, \dots, n-1.$$

В рассматриваемом случае:

$$\begin{cases} V_{s_1} = 1 = V_{x_1} + V_{x_2}, \\ V_{s_2} = 0 = V_{y_1} + V_{y_2}, \\ V_{s_3} = 0 = V_{\theta_1} + V_{\theta_2}, \\ V_{s_4} = 0 = V_{x_2}(-d \sin s_4 \cos s_5) + V_{y_2}(d \cos s_4 \cos s_5), \\ V_{s_5} = 0 = V_{x_2}(-d \cos s_4 \sin s_5) + V_{y_2}(-d \sin s_4 \sin s_5) + V_{\theta_2} d \cos s_5. \end{cases} \quad (9)$$

Однако, на поле могут возникать игровые ситуации, отличные от формализованной выше. Для других игровых ситуаций, очевидно, уравнения движения игроков и условие окончания игры не изменятся, меняться будет только плата. Формализуем другие игровые ситуации.

Плату $H_l = x_l = s_l$ имеет смысл рассматривать в том случае, когда

оба игрока (или по крайней мере P) находятся перед воротами, а именно,

$$-\alpha \leq y_1 \leq \alpha, \quad -\alpha \leq y_2 \leq \alpha,$$

Если P находится не перед воротами, а сбоку (т.е. $|y_1| > \alpha$, см. рис.7), то, развивая игру с платой $H_1 = x_1$, он не достигнет своей цели - попасть как можно ближе к воротам. В этом случае следует рассматривать игру с другой платой:

$$H_2 = \sqrt{x_1^2 + (y_1 - \alpha)^2}, \quad y_1 > \alpha; \quad H_3 = \sqrt{x_1^2 + (y_1 + \alpha)^2}, \quad y_1 < -\alpha.$$

Плата, выбранная таким образом, означает, что игрок, который находится не непосредственно перед воротами, тем не менее стремится попасть как можно ближе к ним, а именно - к ближайшей для него точке ворот. Поскольку плата - терминальная, то основное уравнение не изменится (следовательно, не изменятся и оптимальные управления (5)). Изменится система, из которой определяются начальные условия для V_i (система (9)). Выражая плату через параметры s , получим

$$H_2 = \sqrt{s_1^2 + (s_2 - \alpha)^2}, \quad H_3 = \sqrt{s_1^2 + (s_2 + \alpha)^2}.$$

Тогда для H_2 система (9) приобретает вид

$$\begin{cases} V_{s_1} = \frac{s_1}{\sqrt{s_1^2 + (s_2 - \alpha)^2}} = V_{x_1} + V_{x_2}, \\ V_{s_2} = \frac{s_2 - \alpha}{\sqrt{s_1^2 + (s_2 - \alpha)^2}} = V_{y_1} + V_{y_2}, \\ V_{s_3} = 0 = V_{\theta_1} + V_{\theta_2}, \\ V_{s_4} = 0 = V_{x_2}(-a \sin s_4 \cos s_5) + V_{y_2}(a \cos s_4 \cos s_5), \\ V_{s_5} = 0 = V_{x_2}(-a \cos s_4 \sin s_5) + V_{y_2}(-a \sin s_4 \sin s_5) + V_{\theta_2} a \cos s_5. \end{cases} \quad (10)$$

Для H_3 получим

$$\begin{cases} V_{s_1} = \frac{s_1}{\sqrt{s_1^2 + (s_2 + \alpha)^2}} = V_{x_1} + V_{x_2}, \\ V_{s_2} = \frac{s_2 + \alpha}{\sqrt{s_1^2 + (s_2 + \alpha)^2}} = V_{y_1} + V_{y_2}, \\ V_{s_3} = 0 = V_{\theta_1} + V_{\theta_2}, \\ V_{s_4} = 0 = V_{x_2}(-a \sin s_4 \cos s_5) + V_{y_2}(a \cos s_4 \cos s_5), \\ V_{s_5} = 0 = V_{x_2}(-a \cos s_4 \sin s_5) + V_{y_2}(-a \sin s_4 \sin s_5) + V_{\theta_2} a \cos s_5. \end{cases} \quad (11)$$

Выберем в качестве платы время захвата. Тогда плата становится интегральной. Положим

$$H_4 = \int G(\vec{x}, \varphi, \psi) dt = \int dt, \quad G(\vec{x}, \varphi, \psi) \equiv 1.$$

Эта ситуация соответствует случаю, когда P стремится как можно скорее захватить E (например, в том случае, когда E в результате предыдущей игры с терминальной платой забрал у P мяч, и теперь P стремится догнать E и вернуть мяч себе). Таким образом, в данном случае имеем игру преследования.

Если плата - интегральная, как указано выше, то меняется основное уравнение и уравнения для частных производных функции V . Основное уравнение таково:

$$\begin{aligned} \min_{v_1, \omega_1} \max_{v_2, \omega_2} (V_{x_1} v_1 \cos \theta_1 + V_{y_1} v_1 \sin \theta_1 + V_{\theta_1} \omega_1 + \\ + V_{x_2} v_2 \cos \theta_2 + V_{y_2} v_2 \sin \theta_2 + V_{\theta_2} \omega_2 + 1) = 0, \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} \min_{v_1, \omega_1} (V_{x_1} v_1 \cos \theta_1 + V_{y_1} v_1 \sin \theta_1 + V_{\theta_1} \omega_1) + \\ + \max_{v_2, \omega_2} (V_{x_2} v_2 \cos \theta_2 + V_{y_2} v_2 \sin \theta_2 + V_{\theta_2} \omega_2) + 1 = 0. \end{aligned}$$

Очевидно, отсюда получаем, что оптимальные управления и условия, при которых происходит переключение управления, не изменяются. Они, как и раньше, имеют вид (4).

Уравнения характеристик должны измениться следующим образом:

$$V'_i = \sum_j V_j \frac{\partial f_j}{\partial x_i} + \frac{\partial G}{\partial x_i},$$

однако при $G \equiv 1$ $\partial G / \partial x_j \equiv 0$ для любого j , так что уравнения для частных производных функции V не меняются, они по-прежнему имеют вид (8).

Так как теперь терминальная часть платы $H \equiv 0$, то изменяется система уравнений для определения начальных условий для V . Она принимает вид

$$\begin{cases} V_{s_1} = 0 = V_{x_1} + V_{x_2}, \\ V_{s_2} = 0 = V_{y_1} + V_{y_2}, \\ V_{s_3} = 0 = V_{\theta_1} + V_{\theta_2}, \\ V_{s_4} = 0 = V_{x_2} (-a \sin s_4 \cos s_5) + V_{y_2} (a \cos s_4 \cos s_5), \\ V_{s_5} = 0 = V_{x_2} (-a \cos s_4 \sin s_5) + V_{y_2} (-a \sin s_4 \sin s_5) + V_{\theta_2} a \cos s_5. \end{cases} \quad (12)$$

Для определения начальных условий к системе (12) необходимо добавить основное уравнение, которое в данном случае имеет вид

$$\begin{aligned}
& v_1^{opt} (V_{x_1} \cos \theta_1 + V_{y_1} \sin \theta_1) + \omega_1^{opt} V_{\theta_1} + \\
& + v_2^{opt} (V_{x_2} \cos \theta_2 + V_{y_2} \sin \theta_2) + \omega_2^{opt} V_{\theta_2} + 1 = 0.
\end{aligned} \tag{13}$$

Таким образом, определяется, как изменяется формализация задачи при изменении платы.

Вернемся к плате H_I . Для того, чтобы окончательно определить начальные условия для V_i необходимо к системе (9) добавить основное уравнение (6), в котором вместо x_i подставлены их выражения из (3) и оптимальные управления как функции V_i , x_i (в которых, опять-таки, x_i выражены как (3) так что в этом уравнении содержатся только V_i и s_j). Переберем все возможные варианты оптимального управления (заметим, что нет такого набора v_1^{opt} , v_2^{opt} , ω_1^{opt} , ω_2^{opt} , который можно было бы исключить из физических соображений как явно не имеющий смысла, как, например, режим полной остановки, когда все оптимальные управления равны нулю), и для каждого решим полученную систему. Мы получим x_i и V_i как функции s_j и τ . Этот же метод применим и для формализации задачи с другой платой.

Выделим некоторые различные наборы оптимальных управлений.

$$1. v_1^{opt} = 0, v_2^{opt} = 0, \omega_1^{opt} = \omega_0, \omega_2^{opt} = -\omega_0.$$

Движение обоих игроков - разворот на месте.

Основное уравнение (6) принимает вид:

$$\omega_0 V_{\theta_1} - \omega_0 V_{\theta_2} = 0$$

Начальные условия для V_i :

$$V_{x_1} = 1, \quad V_{y_1} = 0, \quad V_{\theta_1} = 0, \quad V_{x_2} = 0, \quad V_{y_2} = 0, \quad V_{\theta_2} = 0$$

Уравнения характеристик:

$$x'_1 = 0, \quad y'_1 = 0, \quad \theta'_1 = -\omega_0, \quad x'_2 = 0, \quad y'_2 = 0, \quad \theta'_2 = \omega_0,$$

$$V'_{x_1} = 0, \quad V'_{y_1} = 0, \quad V'_{\theta_1} = 0, \quad V'_{x_2} = 0, \quad V'_{y_2} = 0, \quad V'_{\theta_2} = 0$$

Результат интегрирования:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = s_1 \\ y_1 = s_2 \\ \theta_1 = -\omega_0 \tau + s_3 \\ x_2 = s_1 + d \cos s_4 \cos s_5 \\ y_2 = s_2 + d \sin s_4 \cos s_5 \\ \theta_2 = \omega_0 \tau + \pi + s_3 + d \sin s_5 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} V_{x_1} = 1 \\ V_{y_1} = 0 \\ V_{\theta_2} = 0 \\ V_{x_2} = 0 \\ V_{y_1} = 0 \\ V_{\theta_2} = 0 \end{array} \right.$$

$$2. v_1^{opt} = v_0, v_2^{opt} = 0, \omega_1^{opt} = \omega_0, \omega_2^{opt} = \omega_0.$$

Движение игрока P есть движение по окружности, движение игрока E - разворот на месте.

Основное уравнение (6) принимает вид:

$$V_{x_1} v_0 \cos s_3 + V_{y_1} v_0 \sin s_3 + V_{\theta_1} \omega_0 + V_{\theta_2} \omega_0 = 0$$

Начальные условия для V_i :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{x_1} = \frac{\sin s_3 \sin s_4}{\cos(s_3 - s_4)} = V_{x_1}^0 \\ V_{y_1} = -\frac{\cos s_3 \sin s_4}{\cos(s_3 - s_4)} = V_{y_1}^0 \\ V_{\theta_1} = -\frac{\operatorname{tg} s_5 \cos s_3}{\cos(s_3 - s_4)} = V_{\theta_1}^0 \\ V_{x_2} = \frac{\cos s_3 \cos s_4}{\cos(s_3 - s_4)} = V_{x_2}^0 \\ V_{y_2} = \frac{\cos s_3 \sin s_4}{\cos(s_3 - s_4)} = V_{y_2}^0 \\ V_{\theta_2} = \frac{\operatorname{tg} s_5 \cos s_3}{\cos(s_3 - s_4)} = V_{\theta_2}^0 \end{array} \right.$$

Уравнения характеристик приведены далее:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1' = -v_0 \cos \theta_1 \\ y_1' = -v_0 \sin \theta_1 \\ \theta_1' = -\omega_0 \\ x_2' = 0 \\ y_2' = 0 \\ \theta_2' = -\omega_0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} V_{x_1}' = 0 \\ V_{y_1}' = 0 \\ V_{\theta_1}' = -V_{x_1} v_0 \sin \theta_1 + V_{y_1} v_0 \cos \theta_1 \\ V_{x_2}' = 0 \\ V_{y_2}' = 0 \\ V_{\theta_2}' = 0 \end{array} \right.$$

Результат интегрирования:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = -\frac{v_0}{\omega_0} (\sin(\omega_0 \tau - s_3) + \sin s_3) + s_1 \\ y_1 = -\frac{v_0}{\omega_0} (\cos(\omega_0 \tau - s_3) - \cos s_3) + s_2 \\ \theta_1 = -\omega_0 \tau + s_3 \\ x_2 = s_1 + d \cos s_4 \cos s_5 \\ y_2 = s_2 + d \sin s_4 \cos s_5 \\ \theta_2 = -\omega_0 \tau + \pi + s_3 + d \sin s_5 \end{array} \right.$$

$$V_{x_1} = V_{x_1}^0, \quad V_{y_1} = V_{y_1}^0, \quad V_{x_2} = V_{x_2}^0, \quad V_{y_2} = V_{y_2}^0, \quad V_{\theta_2} = V_{\theta_2}^0, \\ V_{\theta_1} = \frac{v_0}{\omega_0} \left(V_{x_1}^0 (\cos s_3 - \cos(\omega_0 \tau - s_3)) + V_{y_1}^0 (\sin s_3 - \sin(\omega_0 \tau - s_3)) \right) + V_{\theta_1}^0.$$

3. $v_1^{opt} = v_0$, $v_2^{opt} = v_0$, $\omega_1^{opt} = \omega_0$, $\omega_2^{opt} = \omega_0$.

Оба игрока движутся по окружности.

Основное уравнение (6) принимает вид:

$$\begin{aligned} & V_{x_1} v_0 \cos s_3 + V_{y_1} v_0 \sin s_3 - V_{x_2} v_0 \cos(s_3 + d \sin s_5) - \\ & - V_{y_2} v_0 \sin(s_3 + d \sin s_5) + V_{\theta_1} \omega_0 + V_{\theta_2} \omega_0 = 0 \end{aligned}$$

Начальные условия для V_i :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{x_1} = \frac{\sin s_3 \sin s_4 + \cos(s_3 + d \sin s_5 - s_4)}{\cos(s_3 - s_4) + \cos(s_3 + d \sin s_5 - s_4)} = V_{x_1}^0 \\ V_{y_1} = -\frac{\cos s_3 \sin s_4}{\cos(s_3 - s_4) + \cos(s_3 + d \sin s_5 - s_4)} = V_{y_1}^0 \\ V_{\theta_1} = -\frac{\cos s_3 \sin s_5}{\cos(s_3 - s_4) + \cos(s_3 + d \sin s_5 - s_4)} = V_{\theta_1}^0 \\ V_{x_2} = \frac{\cos s_3 \cos s_4}{\cos(s_3 - s_4) + \cos(s_3 + d \sin s_5 - s_4)} = V_{x_2}^0 \\ V_{y_2} = \frac{\cos s_3 \sin s_4}{\cos(s_3 - s_4) + \cos(s_3 + d \sin s_5 - s_4)} = V_{y_2}^0 \\ V_{\theta_2} = \frac{\cos s_3 \sin s_5}{\cos(s_3 - s_4) + \cos(s_3 + d \sin s_5 - s_4)} = V_{\theta_2}^0 \end{array} \right.$$

Уравнения характеристик:

$$\left\{ \begin{array}{l} x'_1 = -v_0 \cos \theta_1 \\ y'_1 = -v_0 \sin \theta_1 \\ \theta'_1 = -\omega_0 \\ x'_2 = -v_0 \cos \theta_2 \\ y'_2 = -v_0 \sin \theta_2 \\ \theta'_2 = -\omega_0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} V'_{x_1} = 0 \\ V'_{y_1} = 0 \\ V'_{\theta_1} = -V_{x_1} v_0 \sin \theta_1 + V_{y_1} v_0 \cos \theta_1 \\ V'_{x_2} = 0 \\ V'_{y_2} = 0 \\ V'_{\theta_2} = -V_{x_2} v_0 \sin \theta_2 + V_{y_2} v_0 \cos \theta_2 \end{array} \right.$$

Результат интегрирования:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{v_0}{\omega_0} (-\sin s_3 + \sin(-\omega_0 \tau + s_3)) + s_1 \\ y_1 = \frac{v_0}{\omega_0} (\cos s_3 - \cos(-\omega_0 \tau + s_3)) + s_2 \\ \theta_1 = -\omega_0 \tau + s_3 \\ x_2 = \frac{v_0}{\omega_0} (\sin(s_3 + d \sin s_5) - \sin(-\omega_0 \tau + s_3 + d \sin s_5)) + \\ + s_1 + d \cos s_4 \cos s_5 \\ y_2 = \frac{v_0}{\omega_0} (-\cos(s_3 + d \sin s_5) + \cos(-\omega_0 \tau + s_3 + d \sin s_5)) + \\ + s_2 + d \sin s_4 \cos s_5 \\ \theta_2 = -\omega_0 \tau + \pi + s_3 + d \sin s_5 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{x_1} = V_{x_1}^0 \\ V_{y_1} = V_{y_1}^0 \\ V_{\theta_1} = \frac{v_0}{\omega_0} \left(V_{x_1}^0 (\cos s_3 - \cos(-\omega_0 \tau + s_3)) + \right. \\ \quad \left. + V_{y_1}^0 (\sin s_3 - \sin(-\omega_0 \tau + s_3)) \right) + V_{\theta_1}^0 \\ V_{x_2} = V_{x_2}^0 \\ V_{y_2} = V_{y_2}^0 \\ V_{\theta_2} = \frac{v_0}{\omega_0} \left(V_{x_2}^0 (-\cos(s_3 + d \sin s_5) + \cos(-\omega_0 \tau + s_3 + d \sin s_5)) + \right. \\ \quad \left. + V_{y_2}^0 (-\sin(s_3 + d \sin s_5) + \sin(-\omega_0 \tau + s_3 + d \sin s_5)) \right) + V_{\theta_2}^0 \end{array} \right.$$

Тем самым показано, что оптимальными траекториями в рассматриваемых случаях являются: вращение на месте, прямая и окружность (дуга окружности). На рис.9 приведены примеры соответственно получающихся траекторий игроков.

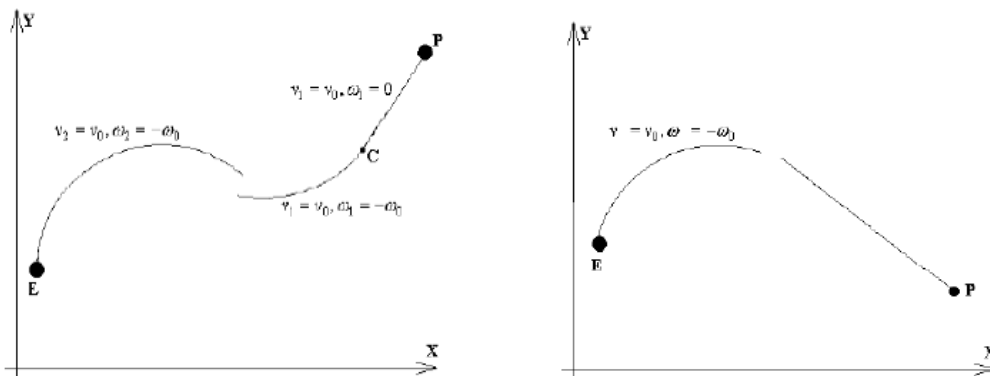


Рис. 9. Оптимальные траектории футболистов.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена игровая ситуация "защита ворот", возникающая в процессе игры "виртуальный футбол" с двумя игроками. Она описана как дифференциальная игра. Для игроков используются кинематические уравнения движения. Рассмотрены различные формализации задачи, найдены оптимальные управления, условия переключения управления и оптимальные траектории. Показано, что для кинематической постановки задач виртуального футбола оптимальными траекториями являются прямые, дуги окружностей и вращение робота на месте вокруг своей оси, а оптимальные управления постоянны. Полученный результат является обоснованием аналогичных эвристических правил, реализованных в алгоритмах команды AVST виртуального футбола [8].

В развитие работы предполагается исследование других игровых ситуаций, получение оптимальных управлений и условий переключения. Также предполагается другая формализация игры, с использованием динамических уравнений движения, полученных с помощью метода Аппеля. На основе полученных результатов предполагается построить уточненный алгоритм поведения роботов-игроков и использовать его в соревнованиях роботов [2-4,6,7].

4. Литература

1. R.Isaacs. Differential Games. // Mir, Moscow, 1967; John Wiley and Sons, Inc., New York, 1965.
2. Robocup Federation official materials. <http://www.robocup.org/>
3. FIRA official materials. <http://www.fira.net/>
4. Robocup Federation. Rules. <http://www.robocup.org/regulations&rules/>
5. Сайт чемпионата в Фукуоке. <http://www.robocup.or.jp/fukuoka/>
6. Сайт Проекта "Виртуальный футбол".
<http://www.keldysh.ru/pages/robosoccer/>
7. Фестиваль "Мобильные роботы". <http://www.mobilerobots.msu.ru/>
8. Д.Е.Охоцимский, В.Е. Павловский, А.Г.Плахов, А.Н.Туганов, В.В.Павловский. Моделирование игры роботов-футболистов в пакете "Виртуальный футбол". // Мехатроника, 2002, №1, с.2-5.
9. Википедия. <http://ru.wikipedia.org/wiki/RoboCup>
- 10.Сайт Aldebaran-Robotics. <http://www.aldebaran-robotics.com/en/node/1172>

5. Ссылки на сайты Чемпионатов по футболу роботов

- 1.1997 г., Нагоя, Япония (*Первый Чемпионат RoboCup*)
<http://www.robocup.org/games/97nagoya/311.html>
- 2.1998 г., Париж, Франция (*ЧМ-1998 по футболу*)
<http://www.robocup.org/games/98paris/312.html>
- 3.1999 г., Стокгольм, Швеция
<http://www.ida.liu.se/ext/RoboCup-99/>
- 4.2000 г., Мельбурн, Австралия (*RoboCup-2000 Melbourne Olympiad*)
<http://www.robocup.org/games/2000melbourne/314.html>
- 5.2001 г., Сиэтл, США
<http://www.cs.cmu.edu/~robocup2001/participants.html>
- 6.2002 г., Фукуока, Япония, - Пусан, Ю.Корея (*ЧМ-2002 по футболу*)
<http://www.robocup.org/games/02Fukuoka/316.html>
- 7.2003 г., Падуя, Италия
<http://www.robocup.org/games/03Padova/317.html>
- 8.2004 г., Лиссабон, Португалия (*ЧЕ-2004 по футболу*)
<http://www.robocup2004.pt/>
- 9.2005 г., Осака, Япония
<http://www.robocup2005.org/home/default.aspx>
- 10.2006 г., Бремен, Германия
<http://www.robocup2006.org/start?lang=en>
- 11.2007 г., Атланта, США
<http://www.robocup-us.org/>
- 12.2008 г., Сичжоу, Китай
<http://www.robocup-cn.org/>
- 13.2009 г., Грац, Австрия
<http://www.robocup2009.org/1-0-home.html>
- 14.2010 г., Сингапур, Сингапур
<http://www.robocup2010.org/>
15. Чемпионат 2011 года планируется в Стамбуле, Турция
<http://www.robocup2011.org/en/>

В 1996 г. в Осаке, Япония прошли первые игры по футболу роботов, в этом турнире участвовали только японские команды, всего было 8 команд. С 1997 года турниры стали Международными.

6. Приложение. РОБОТ NAO

В последние годы в RoboCup введена Стандартная Платформа. Она реализуется на наиболее совершенном, по мнению RoboCup, гуманоидном роботе NAO, Aldebaran-Robotics, Paris, France. В настоящем разделе приводится краткое описание робота NAO по данным <http://www.aldebaran-robotics.com/en/node/1172> и <http://nanojam.ru/nao.html>. NAO показан на рис.10.



Рис.10. Робот NAO.

Робот NAO имеет рост 58 см. Обладая 25 степенями свободы, NAO способен выполнить широкий диапазон движений - ходьба, сидение, вставание, танец, обход препятствий, удар ногой (по мячу), захват объектов, и др. В стандартной комплектации имеет встроенный компьютер и модуль WI-FI, полностью автономен и может устанавливать безопасное подключение к Интернет для загрузки и передачи информации. Робот оснащен двумя динамиками и четырьмя микрофонами, за счет которых воспроизводит музыку на качественном уровне. Имеет систему распознавания речи, определяет координаты источника звука и поворачивается к нему головой. Робот может распознать любой текст, а затем прочитать его вслух, общаясь, таким образом, устно, может читать газеты, книги, электронные письма. NAO обладает системой зрения, которая позволяет ему фотографировать и отправлять изображения, снимать видео, различать цвета, находить и распознавать лица и в режиме реального времени передавать информацию на ПК или в сеть. NAO самостоятельно ориентируется в пространстве и выбирает оптимальный путь, обходя препятствия. NAO может найти базу зарядки, когда у него израсходуется энергия. Одно из инновационных отличий NAO – это то, что он запрограммирован на самообучение. Собирая данные об окружающей его среде и обрабатывая их, робот выстраивает собственное представление о мире, и учится предсказывать последствия собственных действий. Программное обеспечение робота разработано таким образом, чтобы соответствовать любому уровню пользователей. NAO основан на платформе Linux и языке Urbi, это язык с опцией графического интерфейса для новичков и с командным терминалом для экспертов.