



Панкратов В.А., [Сазонов В.В.](#)

Проверка согласованности
данных измерений
магнитометров,
установленных на борту
ИСЗ

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Панкратов В.А., Сазонов В.В. Проверка согласованности данных измерений магнитометров, установленных на борту ИСЗ // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2010. № 43. 16 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2010-43>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В. Келдыша

В.А. Панкратов, В.В. Сазонов

**ПРОВЕРКА СОГЛАСОВАННОСТИ ДАННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ
МАГНИТОМЕТРОВ, УСТАНОВЛЕННЫХ НА БОРТУ ИСЗ**

Москва - 2010

Аннотация

Обработка данных измерений магнитного поля Земли, полученных на борту ИСЗ, обычно выполняется с использованием достаточно сложных математических моделей. Предварительно желательно провести проверку имеющихся данных простыми средствами. Если измерения проводились одновременно несколькими магнитометрами, то в качестве такой проверки можно использовать проверку геометрической согласованности их показаний. Если проверка оказывается успешной, то в результате удастся оценить постоянные смещения в измерениях и матрицы перехода между собственными системами координат магнитометров. В данной работе описана методика проверки согласованности измерений двух магнитометров. Приведены примеры ее применения при обработке данных, полученных аппаратурой "Мираж" на спутнике *Фотон М-2*.

V.A. Pankratov, V.V. Sazonov. The compatibility test of measurement data, produced by different magnetometers onboard an Earth artificial satellite. Complicated mathematical models are usually used for processing measurements of the Earth magnetic field carried out onboard an Earth artificial satellite. It is desirable to verify the measurement data by humble tools before such processing. If a few onboard magnetometers made their measurements at the same instants, then one ought to check a simple geometrical compatibility of the measurement data. One can estimate constant shifts in the data and transition matrices between proper coordinate systems for each pair of magnetometers in case the check proved to be successful. Bellow, we described the method for checking the compatibility of the measurement data produced by two magnetometers. We illustrate the method by checking the compatibility of the magnetic measurements produced by the equipment Mirage onboard *Foton M-2*.

1. Введение. Аппаратура "Мираж", использовавшаяся на спутниках *Фотон-11* и *Фотон М-2*, содержала несколько трехкомпонентных магнитометров, предназначенных для измерения магнитного поля внутри спускаемого аппарата. На *Фотоне-12* эта аппаратура имела пять магнитометров. Оцифровка и запись показаний всех магнитометров выполнялась для одних и тех же моментов времени с шагом 5 с. На *Фотоне М-2* аппаратура "Мираж", была оснащена шестью магнитометрами, разбитыми на две группы по три датчика. Каждая группа управлялась собственным контроллером. Оцифровка и запись показаний магнитометров группы выполнялась для одних и те же моментов времени с шагом 5 с. Моменты оцифровки разных групп не совпадали. Как показала обработка полученных данных [1, 2], одновременные показания большинства магнитометров хорошо согласуются между собой и являются по существу измерениями магнитного поля Земли, но показания некоторых магнитометров выпадают из этого ряда. Возможно, такие выпадающие показания получены неисправными датчиками; возможно, они искажены влиянием другого магнитного поля. Магнитометры аппаратуры "Мираж", размещались в разных местах спускаемого аппарата, а на спутниках *Фотон* достаточно много приборов, генерирующих локальные магнитные поля.

Перед обработкой полученных измерений магнитного поля с помощью сложных математических моделей следует проверить согласованность показаний разных магнитометров, оценить постоянные смещения в измерениях и матрицы перехода между собственными системами координат датчиков. На этапе такой предварительной проверки желательно использовать достаточно простые модели. Ниже описан один из возможных вариантов такой проверки, который использовался при обработке данных, полученных аппаратурой "Мираж".

2. Методика проверки согласованности данных измерений бортовых магнитометров. Пусть на борту искусственного спутника Земли установлены два магнитометра. Обозначим их I и II. Магнитометры расположены в разных местах, но измеряют одно и то же поле — магнитное поле Земли (МПЗ). Требуется проверить согласованность полученных данных. При этом допускается, что измерения обоих магнитометров могут содержать постоянные смещения.

Точная постановка задачи состоит в следующем. На некоторой временной сетке $t_0 < t_1 < \dots < t_N$ заданы два набора компонент вектора напряженности магнитного поля \mathbf{H} . Компоненты h_i относятся к собственной системе координат магнитометра I, компоненты H_i — к собственной системе координат магнитометра II ($i = 1, 2, 3$). Величины $h_i^{(n)} \approx h_i(t_n)$ и $H_i^{(n)} \approx H_i(t_n)$ представляют собой данные измерений магнитометров I и II соответственно, выполненные с малыми ошибками в момент времени t_n . Если пренебречь

ошибками, то при каждом n величины $h_i^{(n)}$ и $H_i^{(n)}$ являются компонентами одного и того же вектора $\mathbf{H}(t_n)$ и поэтому связаны определенными соотношениями. Эти соотношения, игнорируя случайные ошибки в данных измерений и учитывая ошибки систематические (постоянные смещения), можно записать в виде

$$h_i^{(n)} = \Delta_i + \sum_{j=1}^3 b_{ij} H_j^{(n)} \quad (i = 1, 2, 3; n = 0, 1, \dots, N). \quad (1)$$

Здесь Δ_i — пересчитанные в систему координат магнитометра I постоянные смещения в данных измерений, b_{ij} — элементы матрицы перехода $B = \|b_{ij}\|_{i,j=1}^3$ от системы координат магнитометра II к системе координат магнитометра I. При наличии случайных ошибок в данных измерений соотношения (1) становятся приближенными.

Если на отрезке $t_0 \leq t \leq t_N$ спутник совершает сложное вращательное движение, то в общем случае уравнения (1) достаточны для определения матрицы B и смещений Δ_i уже при $N \geq 5$. Однако в реальных ситуациях N и $t_N - t_0$ велики. Учитывая приближенность соотношений (1) и большое значение N , для отыскания матрицы B и смещений Δ_i удобно воспользоваться методом наименьших квадратов. Применение этого метода означает принятие следующей гипотезы: ошибки в соотношениях (1) некоррелированы, имеют нулевые математические ожидания и одинаковые дисперсии. Следуя методу наименьших квадратов, будем искать минимум выражения

$$Z = \sum_{n=0}^N \sum_{i=1}^3 \left(h_i^{(n)} - \Delta_i - \sum_{j=1}^3 b_{ij} H_j^{(n)} \right)^2 \quad (2)$$

по величинам Δ_i и b_{ij} при условии, что матрица B ортогональна и имеет положительный определитель. Решение несколько более простой задачи, когда $\Delta_i = 0$ ($i = 1, 2, 3$) и требуется минимизировать выражение (2) только по элементам матрицы B , хорошо известно (см., например, [3]). Незначительная модификация этого решения, позволяет выполнить полную минимизацию Z .

Выражение (2) с учетом ортогональности B представим в виде

$$\begin{aligned} Z = & (N + 1) \sum_{i=1}^3 \Delta_i^2 - 2 \sum_{i=1}^3 a_i \Delta_i + 2 \sum_{i,j=1}^3 b_{ij} (\Delta_i A_j - s_{ij}) + \\ & + \sum_{n=0}^N \sum_{i=1}^3 \left([h_i^{(n)}]^2 + [H_i^{(n)}]^2 \right), \\ a_i = & \sum_{n=0}^N h_i^{(n)}, \quad A_i = \sum_{n=0}^N H_i^{(n)}, \quad s_{ij} = \sum_{n=0}^N h_i^{(n)} H_j^{(n)}. \end{aligned}$$

Поставленная задача минимизации Z является задачей на условный экстремум — при минимизации необходимо учитывать условия ортогональности матрицы B

$$\sum_{k=1}^3 b_{ki}b_{kj} = \delta_{ij}.$$

Здесь δ_{ij} — символ Кронекера. Для решения задачи воспользуемся методом неопределенных множителей Лагранжа. Составим функцию

$$L = (N+1) \sum_{i=1}^3 \Delta_i^2 - 2 \sum_{i=1}^3 a_i \Delta_i + 2 \sum_{i,j=1}^3 b_{ij} (\Delta_i A_j - s_{ij}) + \sum_{i,j=1}^3 \lambda_{ij} \left(\sum_{k=1}^3 b_{ki}b_{kj} - \delta_{ij} \right),$$

где $\lambda_{ij} = \lambda_{ji}$ — неопределенные множители Лагранжа и в выражении для Z опущены слагаемые, не зависящие от Δ_i и b_{ij} . Условия безусловного минимума L по величинам Δ_i и b_{ij} имеют вид

$$(N+1)\Delta_i + \sum_{k=1}^3 b_{ik}A_k = a_i, \quad \Delta_i A_j + \sum_{k=1}^3 b_{ik}\lambda_{kj} = s_{ij}.$$

Из первой группы этих условий находим

$$\Delta_i = \frac{1}{N+1} \left(a_i - \sum_{k=1}^3 b_{ik}A_k \right) \quad (i = 1, 2, 3). \quad (3)$$

Подставив результат во вторую группу условий, получим

$$\sum_{k=1}^3 b_{ik} \left(\lambda_{kj} - \frac{A_k A_j}{N+1} \right) = s_{ij} - \frac{a_i A_j}{N+1} \quad (i, j = 1, 2, 3).$$

Последние соотношения запишем в матричном виде

$$B\Lambda = S, \quad (4)$$

$$\Lambda = \left\| \lambda_{ij} - \frac{A_i A_j}{N+1} \right\|_{i,j=1}^3, \quad S = \left\| s_{ij} - \frac{a_i A_j}{N+1} \right\|_{i,j=1}^3.$$

Здесь B — ортогональная, а Λ — симметричная матрицы. Уравнение (4) решается следующим образом [3]. Рассмотрим сингулярное разложение матрицы S : $S = UDV^T$. Здесь U и V — ортогональные матрицы порядка 3, $D = \text{diag}(d_1, d_2, d_3)$, $d_1 \geq d_2 \geq d_3 \geq 0$. Полагаем, что $d_3 > 0$, т. е. матрица S не вырождена. Введем матрицу $F = \text{diag}(f_1, f_2, f_3)$, $f_i = \pm 1$ ($i = 1, 2, 3$), но выбор знаков пока не фиксируем. На основании сингулярного разложения S запишем $S = UF^2DV^T = UFFV^T VFDV^T$. Положим $B = UFFV^T$,

$\Lambda = VFDV^T$. Это наиболее общий вид матриц B и Λ с требуемыми свойствами.

Полученные формулы определяют несколько решений уравнения (4). Выберем из них то, которое доставляет Z минимум и удовлетворяет условию $\det B = 1$. На решениях уравнения (4) $Z = -2\text{tr} BS^T + Z_0$, где Z_0 не зависит от B . Простые преобразования дают

$$\begin{aligned} Z - Z_0 &= -2\text{tr}(UFV^T)(VDU^T) = -2\text{tr}UFDU^T = \\ &= -2\text{tr}U^T UFD = -2\text{tr}FD = -2(d_1f_1 + d_2f_2 + d_3f_3). \end{aligned}$$

Поскольку $\det UFV^T = f_1f_2f_3 \det U \det V$, следует положить $f_1 = f_2 = 1$, $f_3 = \det U \det V$. Окончательное выражение для матрицы B имеет вид

$$B = U \text{diag}(1, 1, \det U \det V) V^T.$$

После того, как матрица B найдена, смещения Δ_i вычисляются по формулам (3). Для вычисления сингулярного разложения матрицы S используется подпрограмма [4], переписанная на $\mathbb{C}\#$.

Найденное решение обозначим Δ_i° , $B^\circ = \|b_{ij}^\circ\|$. Оценим его точность. С этой целью линеаризуем задачу минимизации выражения (2) в окрестности точки минимума. Малые ошибки в задании ориентации системы координат магнитометра II по отношению к системе координат магнитометра I будем описывать в терминах вектора ее бесконечно малого поворота $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$. Компоненты этого вектора будем указывать в системе координат магнитометра I. Элементы произвольной ортогональной матрицы $B = \|b_{ij}\|$, $B \approx B^\circ$, можно в линейном приближении по $\boldsymbol{\theta}$ представить в виде

$$b_{ij} = b_{ij}^\circ + \sum_{k,l=1}^3 e_{ikl} \theta_k b_{ij}^\circ \quad (i, j = 1, 2, 3). \quad (5)$$

Здесь e_{ikl} — символ Леви-Чивиты.

Соотношения (1), учитывая наличие в них ошибок, представим в виде

$$h_i^{(n)} = \Delta_i + \sum_{j=1}^3 b_{ij} H_j^{(n)} + \varepsilon_i^{(n)} \quad (i = 1, 2, 3; n = 0, 1, \dots, N). \quad (6)$$

Здесь $\varepsilon_i^{(n)}$ — ошибки. Положим

$$\hat{h}_i^{(n)} = \Delta_i^\circ + \sum_{j=1}^3 b_{ij}^\circ H_j^{(n)} \quad (i = 1, 2, 3; n = 0, 1, \dots, N).$$

Вычтем последние соотношения из соотношений (6) и в полученных равенствах перегруппируем члены. Будем иметь

$$\Delta_i - \Delta_i^\circ + \sum_{j=1}^3 (b_{ij} - b_{ij}^\circ) H_j^{(n)} = -\varepsilon_i^{(n)} + h_i^{(n)} - \hat{h}_i^{(n)}.$$

Подставим сюда соотношения (5), при этом в левой части изменим порядок суммирования. В результате придем к равенствам

$$\Delta_i - \Delta_i^\circ + \sum_{k,l=1}^3 e_{ikl} \theta_k \left(\sum_{j=1}^3 b_{lj}^\circ H_j^{(n)} \right) = -\varepsilon_i^{(n)} + h_i^{(n)} - \hat{h}_i^{(n)}. \quad (7)$$

Напомним, здесь $i = 1, 2, 3$; $n = 0, 1, \dots, N$. Полученные соотношения будем рассматривать как линейную задачу метода наименьших квадратов для определения величин $\Delta_i - \Delta_i^\circ$ и θ_k . Это и есть упоминавшаяся выше линейная задача минимизации выражения (2). Введем вектор $x = (\Delta_1 - \Delta_1^\circ, \Delta_2 - \Delta_2^\circ, \Delta_3 - \Delta_3^\circ, \theta_1, \theta_2, \theta_3)^T$, определим подходящим образом матрицу A , вектор правой части b (при определении b надо положить $\varepsilon_i^{(n)} = 0$) и запишем задачу (7) в виде $Ax \approx b$. Ее решение имеет вид $\hat{x} = (A^T A)^{-1} A^T b$, ковариационная матрица оценки \hat{x} равна

$$K_x = \sigma^2 (A^T A)^{-1}, \quad \sigma^2 = \frac{(A\hat{x} - b)^T (A\hat{x} - b)}{3(N - 1)}.$$

По смыслу линейаризации в данном случае $\hat{x} = 0$, $(A\hat{x} - b)^T (A\hat{x} - b)$ — значение выражения (2) в точке минимума. Обозначим это значение Z_{\min} и положим $\sigma^2 = Z_{\min}/3(N - 1)$ в выражении для K_x , получим формулу оценки ковариационной матрицы $K = \|k_{ij}\|_{i,j=1}^6$ в нелинейной задаче. Определенная по-новому величина σ — оценка стандартного отклонения ошибок выполнения соотношений (1). В общем случае величины $\sqrt{k_{ii}}$ суть стандартные отклонения оцениваемых параметров; в данном случае при $i = 1, 2, 3$ это — стандартные отклонения оценок смещений Δ_i° , при $i = 4, 5, 6$ — среднеквадратичные значения углов $\theta_1, \theta_2, \theta_3$. Указанные среднеквадратичные значения обозначим $\sigma_{\theta_1}, \sigma_{\theta_2}, \sigma_{\theta_3}$ и будем использовать как характеристики точности оценки B° . Знание величин $\sigma, \sigma_{\Delta_i}$ и σ_{θ_i} позволяет обоснованно судить о согласованности показаний магнитометров I и II.

Наряду с описанным подходом рассмотрим классический подход. Матрицу B параметризуем углами α, β и γ , которые введем с помощью следующего условия. При совмещении с помощью параллельного переноса начал систем координат обоих магнитометров система магнитометра I переводится в систему магнитометра II тремя последовательными поворотами вокруг своих осей: 1) на угол α вокруг оси 2; 2) на угол β вокруг оси 3, преобразованной первым поворотом; 3) на угол γ вокруг дважды преобразованной оси 1, совпадающей с осью 1 системы координат магнитометра II. Элементы матрицы

B выражаются через введённые углы по формулам

$$\begin{aligned}
b_{11} &= \cos \alpha \cos \beta, & b_{21} &= \sin \beta, \\
b_{12} &= \sin \alpha \sin \gamma - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma, & b_{22} &= \cos \beta \cos \gamma, \\
b_{13} &= \sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma, & b_{23} &= -\cos \beta \sin \gamma, \\
b_{31} &= -\sin \alpha \cos \beta, \\
b_{32} &= \cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma, \\
b_{33} &= \cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma.
\end{aligned}$$

Ниже для удобства записи формул используются обозначения: $\alpha = \psi_2$, $\beta = \psi_3$, $\gamma = \psi_1$.

Отыскание углов α , β , γ и смещений Δ_i сводится к минимизации по этим величинам выражения (2). Минимизация выполнялась методом Гаусса-Ньютона [5]. На каждой итерации этого метода поправки $\delta\Delta_i$, $\delta\psi_i$, уточняющие имеющиеся оценки Δ_i и ψ_i , определяется системой

$$\begin{aligned}
(N+1)\delta\Delta_i + \sum_{j=1}^3 p_{ij} \delta\psi_j &= c_i, & \sum_{j=1}^3 (p_{ji} \delta\Delta_j + q_{ij} \delta\psi_j) &= d_i, & (8) \\
p_{ij} &= \sum_{k,l=1}^3 e_{ikl} \omega_{k,j} \sum_{n=0}^N \tilde{h}_l^{(n)}, & \tilde{h}_i^{(n)} &= \sum_{k=1}^3 b_{ik} H_k^{(n)}, \\
q_{ij} &= \left(\sum_{k=1}^3 \omega_{k,i} \omega_{k,j} \right) \left(\sum_{n=0}^N \sum_{l=1}^3 [\tilde{h}_l^{(n)}]^2 \right) - \sum_{k,l=1}^3 \omega_{k,i} \omega_{l,j} \sum_{n=0}^N \tilde{h}_k^{(n)} \tilde{h}_l^{(n)}, \\
c_i &= \sum_{n=0}^N [h_i^{(n)} - \tilde{h}_i^{(n)} - \Delta_i], & d_i &= \sum_{j,k,l=1}^3 e_{jkl} \omega_{k,i} \sum_{n=0}^N \tilde{h}_l^{(n)} [h_j^{(n)} - \tilde{h}_j^{(n)} - \Delta_j],
\end{aligned}$$

$$\|\omega_{k,j}\|_{k,j=1}^3 = \left\| \begin{array}{ccc} b_{11} & 0 & \sin \alpha \\ b_{21} & 1 & 0 \\ b_{31} & 0 & \cos \alpha \end{array} \right\|.$$

Использованные здесь величины $\omega_{k,j}$ ($k = 1, 2, 3$) играют роль компонент угловой скорости, отвечающей параметру ψ_j . Они служат для представления производных элементов матрицы B по этому параметру:

$$\frac{\partial b_{ik}}{\partial \psi_j} = \sum_{m,l=1}^3 e_{iml} \omega_{m,j} b_{lk}$$

(обычная угловая скорость служит для представления производных по времени). Компоненты $\omega_{k,j}$ относятся к системе координат магнитометра I.

Пусть по-прежнему Z_{\min} — значение выражения (2) в точке минимума. Матрицу системы (8), вычисленную в этой точке, обозначим C . Тогда ковариационная матрица параметров Δ_i, ψ_i имеет вид

$$\tilde{K} = \sigma^2 C^{-1} = \left\| \tilde{k}_{ij} \right\|_{i,j=1}^6, \quad \sigma^2 = \frac{Z_{\min}}{3(N-1)}.$$

Введенные выше векторы бесконечно малого поворота θ_i и вариации углов ψ_j связаны соотношениями

$$\theta_i = \sum_{j=1}^3 \omega_{i,j} \delta\psi_j \quad (i = 1, 2, 3).$$

Отсюда следует формула $K = P\tilde{K}P^T$, где $P = \text{diag}(E_3, \Omega)$, E_3 — единичная матрица порядка 3, матрица $\Omega = \left\| \omega_{i,j} \right\|_{i,j=1}^3$ вычислена в точке минимума выражения (2). Эта формула позволяет найти среднеквадратичные значения углов θ_i по стандартным отклонениям углов ψ_i .

3. Примеры проверки согласованности показаний магнитометров. Методики предыдущего раздела проиллюстрируем результатами проверки согласованности данных измерений магнитометров 1, 2 и 3 контроллера 1 аппаратуры "Мираж" на *Фотоне М-2*. Проверка выполнялась обоими описанными способами. Начальным приближением для метода Гаусса-Ньютона в классическом способе служили Δ_i° и углы α, β, γ , рассчитанные по матрице B° . Результаты применения разных способов совпали. Некоторые полученные результаты представлены в табл. 1 — 4 и на рис. 1 — 3.

В табл. 1 указаны интервалы времени, на которых проводилась проверка согласования данных. Первый столбец таблицы содержит номер интервала, второй и третий столбцы — декретное московское время (ДМВ) его начальной и конечной точек. Интервал 1 включает все измерения, полученные в полете, и имеет длину около 8 сут, интервал 11 относится к концу магнитных измерений и имеет длину около 3 ч, каждый из остальных интервалов охватывает примерно сутки. Табл. 2 — 4 демонстрируют согласованность данных измерений различных пар магнитометров. Табл. 2 составлена для магнитометров 1 и 2, табл. 3 — для магнитометров 1 и 3, табл. 4 — для магнитометров 2 и 3. В каждой перечисленной паре первый магнитометр выступал в роли магнитометра I, второй — в роли магнитометра II. Структура табл. 2-4 одинакова. В них для интервалов из табл. 1 приведены оценки параметров согласования Δ_i, α, β и γ , стандартные отклонения этих параметров $\sigma_{\Delta_i}, \sigma_\alpha, \sigma_\beta$ и σ_γ , а также стандартное отклонение ошибок согласования данных σ . Размерности перечисленных величин: $[\Delta_i] = [\sigma_{\Delta_i}] = [\sigma] = \text{нТ} = 10^{-5}\text{Э}$, $[\alpha] = [\beta] = [\gamma] = [\sigma_\alpha] = [\sigma_\beta] = [\sigma_\gamma] = \text{рад}$.

Рис. 1 — 3 иллюстрируют достигнутое согласие показаний магнитометров на некоторых интервалах из табл. 1. Момент времени $t = 0$ на этих

рисунках соответствует моменту включения аппаратуры "Мираж—15:09:49 ДМВ 31.05.2005. Левые части рисунков иллюстрируют согласие данных магнитометров 1 и 2, правые части — согласие данных магнитометров 1 и 3. На рисунках в каждой системе координат изображены два графика. Графики практически сливаются. Один из них представляет собой ломаную с вершинами в точках $(t_n, h_i^{(n)})$, $n = 0, 1, \dots, N$ (на рис. 2, 3 изображены начальные части ломаных), ординаты которых определены левыми частями формулы (1). Каждое звено ломаной соединяет две точки с индексами n , отличающимися на 1. Другой график представляет собой аналогичную ломаную, ординаты вершин которой определены правыми частями той же формулы. Судя по таблицам и рисункам, согласие показаний разных магнитометров достаточно хорошее. Большие значения смещений Δ_i ($i = 1, 2, 3$) в табл. 2 — 4 можно объяснить наличием на борту спутника большого количества проводов с током.

В случае пар магнитометров (1, 2) и (2, 3) углы θ_i связаны с вариациями углов α , β и γ соотношениями $\theta_1 \approx -\delta\gamma$, $\theta_2 \approx \delta\alpha$, $\theta_3 \approx -\delta\beta$, причем выписанные приближенные равенства выполнены с высокой точностью. В силу этих соотношений

$$\sigma_{\theta 1} \approx \sigma_{\gamma}, \sigma_{\theta 2} \approx \sigma_{\alpha}, \sigma_{\theta 3} \approx \sigma_{\beta}.$$

Последние соотношения справедливы и для пары магнитометров (1, 3), поскольку для нее с той же высокой точностью выполнены соотношения $\theta_1 \approx \delta\gamma$, $\theta_2 \approx \delta\alpha$, $\theta_3 \approx \delta\beta$.

Найденные значения углов α , β и γ близки числам 0 , $\pm\pi/2$ и π (см. табл. 2 — 4). Учитывая это обстоятельство и принимая во внимание большие значения σ , при обработке магнитных измерений, выполненных магнитометрами контроллера 1, приближенные равенства $\beta \approx 0$, $\alpha \approx 0$, π и $\gamma \approx \pm\pi/2$, π были заменены соответствующими точными равенствами. Конкретные значения углов определялись выбором пары магнитометров. Измерениями компонент магнитного поля, полученными контроллером 1 в некоторый момент времени, считались величины

$$h_1 = \frac{H_1 - H'_1 + H''_1}{3}, \quad h_2 = \frac{H_2 - H'_2 - H''_3}{3}, \quad h_3 = \frac{H_3 + H'_3 + H''_2}{3},$$

где H_i , H'_i и H''_i — показания магнитометров 1, 2 и 3 в их собственных системах координат, полученные в тот же момент. Компоненты h_i относятся к системе координат магнитометра 1. Интерпретированные таким способом измерения магнитометров контроллера 1 аппаратуры "Мираж" позволили выполнить реконструкцию вращательного движения спутника *Фотон М-2*. Результаты реконструкции описаны в [2].

Данная работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 08-01-00467).

Литература

- [1] Абрашкин В.И., Балакин В.Л., Белоконов И.В., Воронов К.Е., Зайцев А.С., Иванов В.В., Казакова А.Е., Сазонов В.В., Семкин Н.Д. Неуправляемое вращательное движение спутника *Фотон-12* и квазистатические микроускорения на его борту. *Космические исследования*, 2003, т. 41, № 1, с. 45-56.
- [2] Абрашкин В.И., Богоявленский Н.Л., Воронов К.Е., Казакова А.Е., Пузин Ю.Я., Сазонов В.В., Семкин Н.Д., Чебуков С.Ю. Неуправляемое движение спутника *Фотон М-2* и квазистатические микроускорения на его борту. *Космические исследования*, 2007, т. 45, № 5, с. 450-470.
- [3] Markley F.L. Attitude determination using vector observation and singular value decomposition, *The Journal of the Astronautical Sciences*, 1988, vol. 36, No.3, p. 245-258.
- [4] Уилкинсон, Райнш. Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ. Линейная алгебра. М., Машиностроение, 1976.
- [5] Бард Й. Нелинейное оценивание параметров. М., Статистика, 1979.

Таблица 1. Временные интервалы сравнения показаний магнитометров

№ инт.	t_0 (дата, ДМВ)	t_N (дата, ДМВ)
1	31.05.05, 15:09:54	09.06.05, 17:58:14
2	31.05.05, 15:09:54	01.06.05, 15:07:59
3	01.06.05, 15:13:37	02.06.05, 15:08:34
4	02.06.05, 15:14:10	03.06.05, 15:09:44
5	03.06.05, 15:09:49	04.06.05, 15:06:04
6	04.06.05, 15:11:57	05.06.05, 15:09:44
7	05.06.05, 15:09:49	06.06.05, 15:09:44
8	06.06.05, 15:09:49	07.06.05, 15:09:44
9	07.06.05, 15:09:49	08.06.05, 15:09:44
10	08.06.05, 15:09:49	09.06.05, 15:09:44
11	09.06.05, 15:09:49	09.06.05, 17:58:14

Таблица 2. Результаты сравнения показаний магнитометров 1 и 2, $[\sigma] = [\Delta_i] = [\sigma_{\Delta_i}] = \text{нТ}$ ($i = 1, 2, 3$)

№ инт.	σ	Δ_1	σ_{Δ_1}	Δ_2	σ_{Δ_2}	Δ_3	σ_{Δ_3}	α	σ_α	β	σ_β	γ	σ_γ
1	2519	3089	7.2	19977	6.5	-1373	7.1	3.1763	0.00020	-0.0066	0.00020	3.1448	0.00018
2	2535	2886	23	19571	20	-1629	22	3.1587	0.00062	-0.0154	0.00058	3.1559	0.00057
3	2477	3005	21	19854	19	-1695	21	3.1643	0.00057	-0.0017	0.00056	3.1454	0.00057
4	2339	3489	20	19723	19	-1231	21	3.1632	0.00056	0.0006	0.00055	3.1440	0.00057
5	2469	2962	21	20255	19	-1781	21	3.1677	0.00057	-0.0010	0.00056	3.1432	0.00057
6	2519	3186	22	19937	20	-1317	21	3.1831	0.00062	-0.0075	0.00060	3.1434	0.00054
7	2527	3069	22	20071	20	-1107	22	3.1882	0.00063	-0.0080	0.00061	3.1426	0.00054
8	2544	3017	22	20185	20	-1102	22	3.1929	0.00064	-0.0104	0.00062	3.1431	0.00053
9	2523	3094	22	20077	20	-1071	22	3.1934	0.00064	-0.0099	0.00062	3.1432	0.00052
10	2536	3027	22	20055	20	-1098	22	3.1930	0.00064	-0.0100	0.00062	3.1429	0.00053
11	2343	3287	60	20009	57	-933	62	3.1841	0.0018	-0.0044	0.0018	3.1425	0.0016

Таблица 3. Результаты сравнения показаний магнитометров 1 и 3, $[\sigma] = [\Delta_i] = [\sigma_{\Delta_i}] = \text{нГ}$ ($i = 1, 2, 3$)

№ инт.	σ	Δ_1	σ_{Δ_1}	Δ_2	σ_{Δ_2}	Δ_3	σ_{Δ_3}	α	σ_α	β	σ_β	γ	σ_γ
1	1830	1393	5.1	14154	4.9	11224	4.9	0.0225	0.00014	-0.0380	0.00014	1.5784	0.00014
2	1756	1978	15	13993	14	10661	14	0.0186	0.00042	-0.0416	0.00040	1.5782	0.00041
3	1827	1412	15	13818	15	11006	15	0.0088	0.00041	-0.0375	0.00041	1.5765	0.00044
4	1744	1169	15	13938	15	11398	15	0.0046	0.00041	-0.0345	0.00041	1.5772	0.00044
5	1842	1349	15	14020	15	10683	15	0.0080	0.00041	-0.0349	0.00041	1.5783	0.00044
6	1821	1467	15	13968	15	11410	15	0.0291	0.00044	-0.0386	0.00044	1.5785	0.00040
7	1817	1562	15	14346	15	11272	15	0.0328	0.00045	-0.0399	0.00045	1.5788	0.00040
8	1768	1296	15	14494	15	11621	15	0.0407	0.00044	-0.0415	0.00044	1.5792	0.00038
9	1764	1371	15	14449	15	11670	15	0.0414	0.00044	-0.0412	0.00044	1.5791	0.00038
10	1764	1330	15	14393	15	11618	15	0.0400	0.00044	-0.0411	0.00044	1.5791	0.00038
11	1685	1117	43	14460	44	11889	44	0.0279	0.0013	-0.0374	0.0013	1.5790	0.0012

Таблица 4. Результаты сравнения показаний магнитометров 2 и 3, $[\sigma] = [\Delta_i] = [\sigma_{\Delta_i}] = \text{нГ}$ ($i = 1, 2, 3$)

№ инт.	σ	Δ_1	σ_{Δ_1}	Δ_2	σ_{Δ_2}	Δ_3	σ_{Δ_3}	α	σ_α	β	σ_β	γ	σ_γ
1	3291	2092	9.1	5792	8.8	12498	8.9	3.1507	0.00026	0.0493	0.00026	-1.5633	0.00025
2	3165	1132	26	5721	25	12152	26	3.1366	0.00075	0.0616	0.00072	-1.5521	0.00073
3	3150	1818	26	6037	25	12616	25	3.1526	0.00071	0.0438	0.00071	-1.5646	0.00076
4	2998	2512	25	5732	25	12564	26	3.1556	0.00070	0.0385	0.00070	-1.5652	0.00076
5	3182	1870	26	6235	25	12369	26	3.1568	0.00072	0.0405	0.00072	-1.5650	0.00076
6	3342	2211	28	5909	27	12624	27	3.1508	0.00081	0.0507	0.00081	-1.5646	0.00074
7	3375	2052	29	5655	28	12281	28	3.1524	0.00083	0.0523	0.00083	-1.5651	0.00075
8	3423	2357	29	5619	28	12601	28	3.1493	0.00085	0.0561	0.00085	-1.5642	0.00074
9	3411	2364	29	5554	28	12618	28	3.1491	0.00086	0.0552	0.00085	-1.5643	0.00073
10	3410	2332	29	5586	28	12598	28	3.1501	0.00085	0.0552	0.00085	-1.5646	0.00074
11	3133	2659	79	5456	81	12724	81	3.1532	0.0024	0.0463	0.0024	-1.5649	0.0022

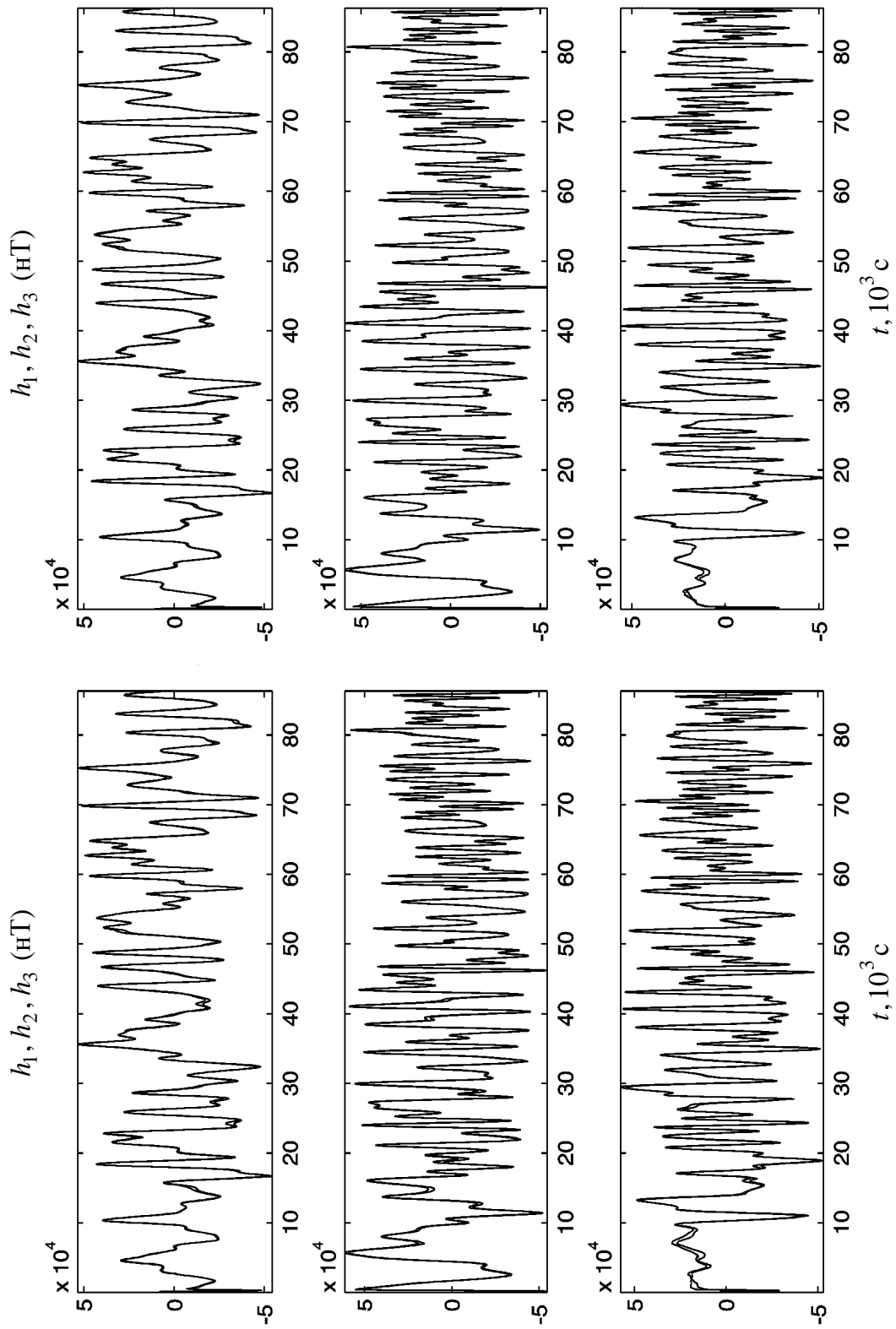


Рис. 1. Сравнение данных измерений магнитометров на интервале 2: слева – измерения магнитометров 1 и 2, $S = 2535 \text{ нТ}$; справа – измерения магнитометров 1 и 3, $S = 1756 \text{ нТ}$.

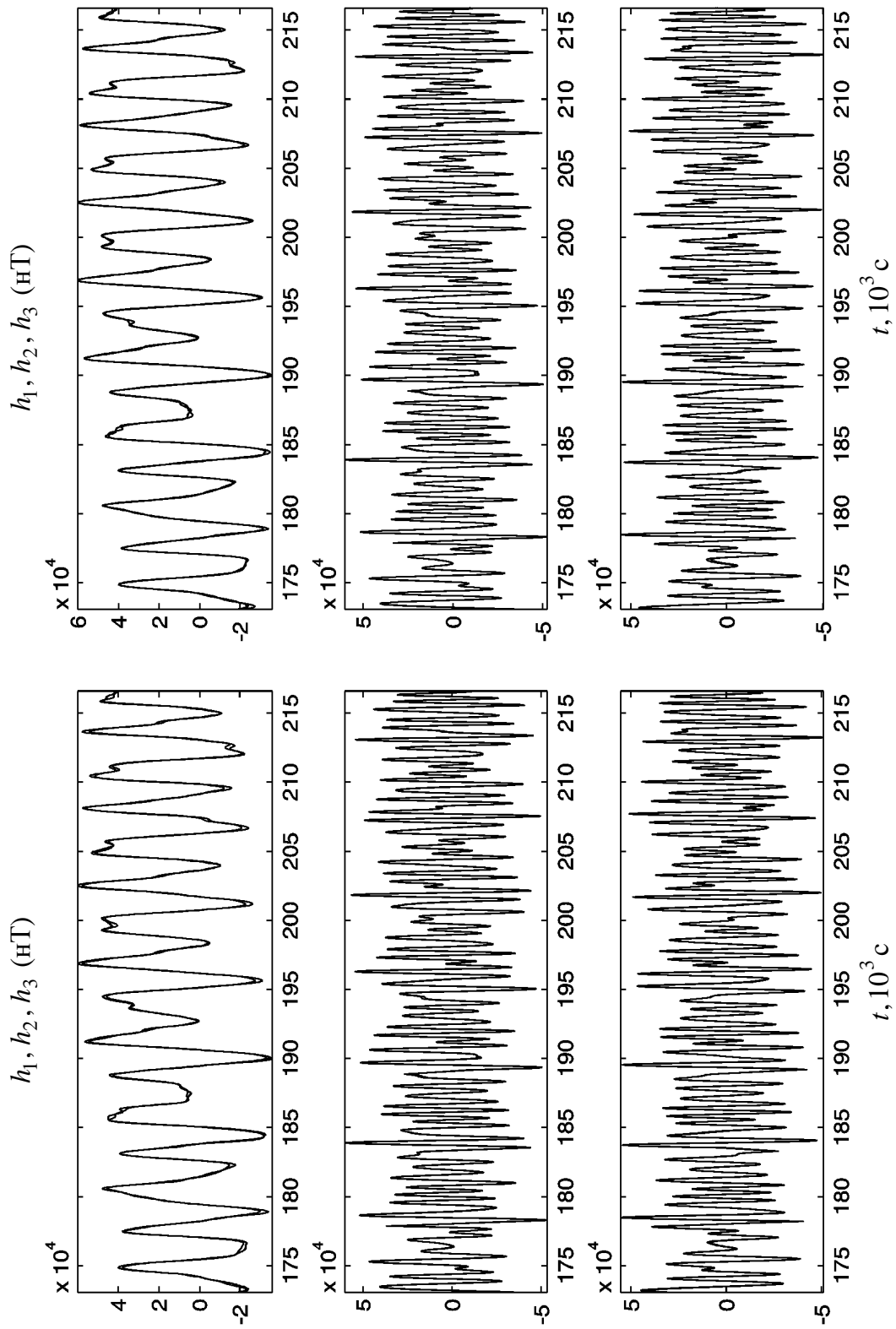


Рис. 2. Сравнение данных измерений магнитометров на интервале 4: слева – измерения магнитометров 1 и 2, $S = 2339$ нТ; справа – измерения магнитометров 1 и 3, $S = 1744$ нТ.

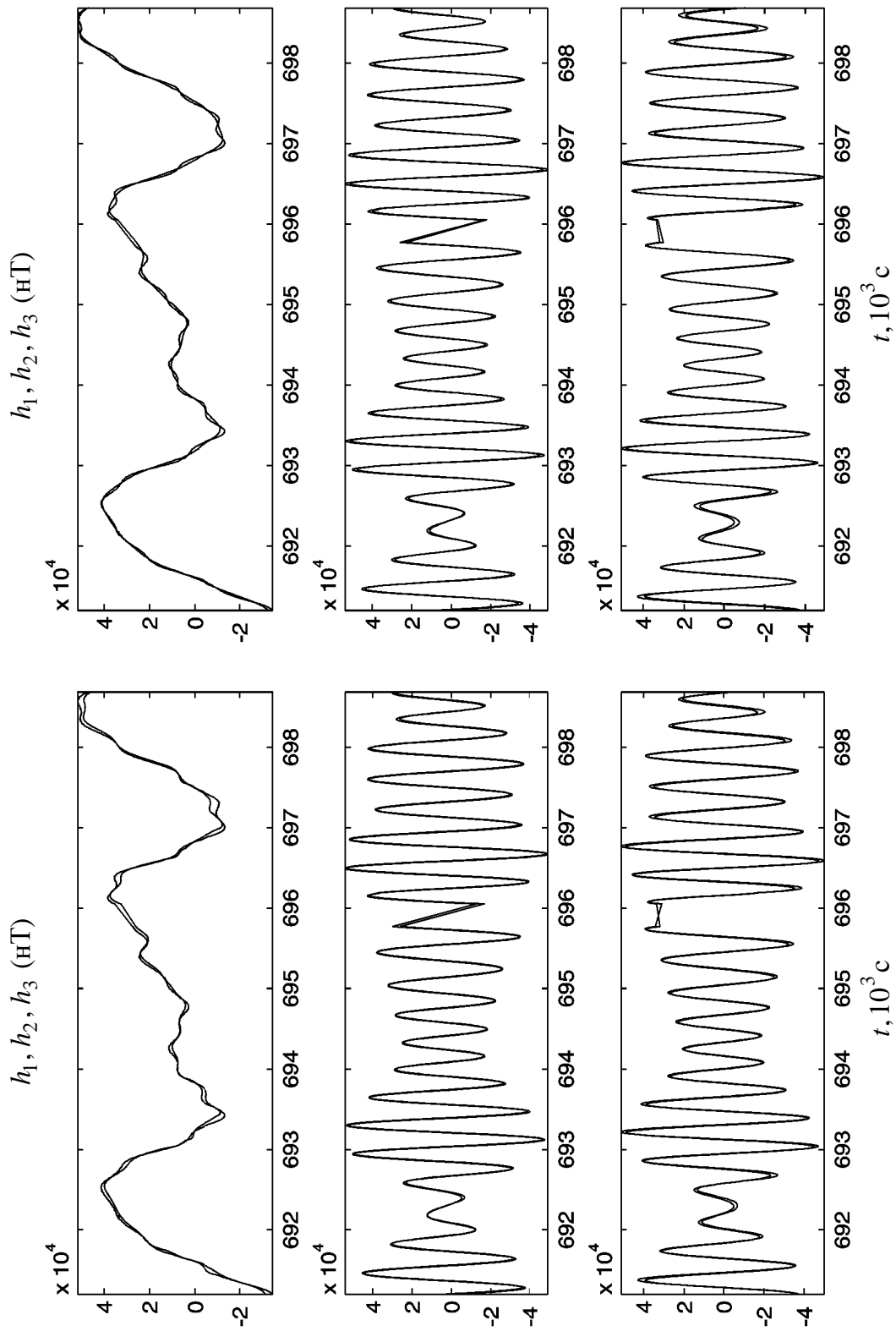


Рис. 3. Сравнение данных измерений магнитометров на интервале 10: слева – измерения магнитометров 1 и 2, $S = 2536$ нТ; справа – измерения магнитометров 1 и 3, $S = 1764$ нТ.