

<u>ИПМ им.М.В.Келдыша РАН</u> • <u>Электронная библиотека</u> <u>Препринты ИПМ</u> • <u>Препринт № 84 за 2010 г.</u>



Алисейчик А.П., Павловский В.Е.

Методика исследования динамической комфортабельности движения многоколесного мобильного робота

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Алисейчик А.П., Павловский В.Е. Методика исследования динамической комфортабельности движения многоколесного мобильного робота // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2010. № 84. 27 с. URL: <u>http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2010-84</u>

Ордена Ленина ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М.В.Келдыша Российской академии наук

А.П. Алисейчик, В.Е. Павловский

# МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ КОМФОРТАБЕЛЬНОСТИ ДВИЖЕНИЯ МНОГОКОЛЕСНОГО МОБИЛЬНОГО РОБОТА

Москва, 2010 г.

## УДК 531.1

#### А.П.Алисейчик, В.Е.Павловский МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ КОМФОРТАБЕЛЬНОСТИ ДВИЖЕНИЯ МНОГОКОЛЕСНОГО МОБИЛЬНОГО РОБОТА

#### АННОТАЦИЯ

Работа посвящена исследованию динамики шестиколесного мобильного робота, способного развивать высокую скорость при передвижении по неровной поверхности, синтезу его управления, анализу зависимости комфортабельности движения при различных характеристиках подвески. Модель многоколесного аппарата построена и исследована с помощью программного комплекса «Универсальный механизм».

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 10-07-00409, 10-01-00160.

*Ключевые слова и выражения:* шестиколесный аппарат, моделирование движения, «Универсальный механизм».

#### A.P.Aliseichik ,V.E.Pavlovsky THE METHOD OF A MULTIWHEELED MOBILE ROBOT MOVEMENT DYNAMIC COMFORTABILITY ANALYSIS

#### ABSTRACT

This paper is devoted to the dynamics analysis of the six-wheel mobile robot, that can achieve high speed while moving on a rough surface, also it's control synthesis and the analysis of movement comfortability depending on various suspension characteristics is presented. A model of a multi-wheel robot has been constructed and analyzed with the help of the "Universal Mechanism" program.

The work was done under support of RFBR grants 10-07-00409, 10-01-00160.

Key words and phrases: six-wheeled machine, motion simulation, "Universal mechanism".

## Содержание

1. Модель шестиколесного робота	Введение. Постановка задачи	3
2. Модель подвески       8         3. Метод управления       9         4. Модель контакта колеса с дорогой       14         5. Модель неровностей дороги       16         6. Построение списка экспериментов       16         7. Структуризация и анализ результатов       18         8. Заключение       23         9. Список литературы       24         Приложение       25	1. Модель шестиколесного робота	7
3. Метод управления       9         4. Модель контакта колеса с дорогой       14         5. Модель неровностей дороги       16         6. Построение списка экспериментов       16         7. Структуризация и анализ результатов       18         8. Заключение       23         9. Список литературы       24         Приложение       25	2. Модель подвески	8
4. Модель контакта колеса с дорогой	3. Метод управления	9
5. Модель неровностей дороги	4. Модель контакта колеса с дорогой	14
6. Построение списка экспериментов	5. Модель неровностей дороги	16
7. Структуризация и анализ результатов       18         8. Заключение       23         9. Список литературы       24         Приложение       25	6. Построение списка экспериментов	16
8. Заключение	7. Структуризация и анализ результатов	18
9. Список литературы	8. Заключение	23
Приложение	9. Список литературы	24
	Приложение	25

## Введение. Постановка задачи.

В работе рассматривается модель шестиколесного робота, способного развивать большую скорость при движении по неровной поверхности. Описанию модели посвящены параграфы 1–5. Рассматривается аппарат с пассивной подвеской, разработана и анализируется численная модель в программном пакете «Универсальный механизм». Работа базируется на результатах исследований в данной области, изложенных в [1]–[8].

Отметим, что задача построения аппаратов, в том числе автоматических (роботов), способных перемещаться по неровной сплошной поверхности, остаётся актуальной вплоть до настоящего времени. Создание роботов, перемещающихся по бездорожью или по поверхности со значительными препятствиями, важно как для наземной робототехники при работе в условиях отсутствия дорог или, например, при исследовании вулканов, так и для космических планетных задач, типа новых задач создания транспортных роботов Лунной Базы [9].

Задача эта имеет несколько аспектов.

Во-первых, это задача перемещения по местности со значительными препятствиями. Ей зарубежные и российские разработчики уделяют большое внимание как исследованию аппаратов с повышенной проходимостью. В статье [6] приведена одна из возможных классификаций этих аппаратов, она дана в Таблице 1.

Таблица 1

• · · ·		Конструктивные
Назначение	Способ управления	особенности (по типу
		движителя)
Научно-	Управляемые	Колесные;
исследовательские;	водителем,	Гусеничные;
Разведывательные;	находящимся на борту;	Гусенично-
Аварийно-	Управляемые	модульные;
спасательные;	оператором	Шагающие;
Аварийно-ремонтные;	дистанционно;	Колесно-шагающие;
Грузовые;	Управляемые	Прыгающие.
Пассажирские;	дистанционно	
Землеройные;	стационарной ЭВМ;	
Дорожно-	Управляемые бортовой	
строительные;	ЭВМ.	
Строительно-		
монтажные.		

### Классификация аппаратов с повышенной проходимостью

Вообще, история разработки экипажей, а затем роботов повышенной проходимости насчитывает несколько десятилетий. Приведём только несколько примеров. В 1986 г. советскими учеными был спроектирован аппарат для ликвидации последствий Чернобыльской аварии (его изображение 1). Примечательно, что модель приведено на рис. имеет похожую кинематическую схему с исследуемым в данной работе аппаратом. Однако аппарат, разработанный в 1986 году, не был предназначен для развития высоких скоростей, в конструкции отсутствовала подвеска, что для скоростных аппаратов неприемлемо.



Рис.1. Аппарат с поворотными колесами.

Существуют и другие решения задачи передвижения по сложной неровной поверхности. Один из современных примеров – аппарат с «ломающимся» корпусом от французской компании «Robosoft» (рис. 2а). Модель рассчитана в большей степени на преодоление сложных неровностей, чем на развитие высокой скорости, у аппарата также отсутствует подвеска.



Рис. 2a. Аппарат robuROC-6.

Другими современными примерами являются американский аппарат LandShark, показанный на рис.26,



Рис.2б. LandShark.

и отечественный мобильный робот легкого класса ТМ-3, разработанный в МГТУ им.Н.Э.Баумана (рис.2в).



Рис.2в. Робот ТМ-3.

Отметим, что все эти аппараты предназначены для движения по пересеченной местности со средними скоростями.

Во-вторых, это задача разработки аппаратов и роботов, способных перемещаться по неровной поверхности со скоростями, сравнимыми со скоростями движения по обычным дорогам. Здесь весьма важным элементом для колесных роботов становится подвеска колес аппарата. Ниже даны их типы.

# Типы подвесок

# По способу соединения с корпусом (рамой) машины:

- Жесткие;
- Полужесткие (тракторные);
- Мягкие (эластичные и упругие).

# По связи колес с упругими элементами:

- С продольными рычагами (маятниковая);
- С поперечными рычагами:
  - многорычажная
  - о двухрычажная
  - однорычажная (типа «Макферсон» на рулевой оси, типа «Чепмен» на задней оси);
- Телескопическая.

# По способу соединения колес между собой:

- Независимая (индивидуальная);
- Блокированная (зависимая);
- Смешанная.

# По типу упругого элемента:

- Пневматическая;
- Пружинная;
- С листовой рессорой;
- Торсионная.

# По управляемости:

- Активная (управляемая);
- Полуактивная (управляется только дорожный просвет);
- Пассивная (неуправляемая).

Предмет исследования данной работы – мягкая двухрычажная независимая пружинная пассивная подвеска. Такую подвеску начали применять в 30-х годах прошлого века и она постоянно совершенствуется. Ее используют для задних колес как гоночных, так и обычных автомобилей, так как с ней кузов менее подвержен воздействию неровностей дороги, возможна регулировка углов развала и схождения, обеспечиваются минимальные

перемещения колес (поперечные; угловые при ходе вверх и вниз). Благодаря независимому восприятию неровностей, подвеска позволяет экипажу оставаться в устойчивом состоянии, что улучшает сцепление с дорогой.

Целью настоящей работы является построение модели, имеющей характеристики, приближенные к реальным. И далее, –

1. Нахождение зависимости следующих характеристик комфортабельности движения от параметров подвески:

а)  $R_{MS}$  (считается по формуле:  $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (X_i - \overline{X})^2}{N-1}}$ , где N – число точек на графике,  $\overline{X}$  – среднее) среднеквадратичное отклонение вертикального ускорения некоторой точки корпуса – общепринятая [3] (ISO 2631) характеристика качества подвески.

b) I<sub>1</sub> (площадь под графиком вертикального ускорения некоторой точки корпуса за модельное время) – характеристика комфортабельности для человека. ГОСТ 31319-2006 «Вибрация. Измерение общей вибрации и оценка ее воздействия на человека»

с) I<sub>2</sub> (площадь под графиком вертикального ускорения некоторой точки корпуса за модельное время, превышающего заданное) – предлагаемая характеристика износа.

d) M<sub>abs</sub> (максимальное вертикальное ускорение за время движения) – предлагаемая характеристика возможности поломок.

2. Разработка модели блока управления, допускающей движение без поперечного крипа (бокового проскальзывания).

3. Нахождение зависимости от геометрических и массово-инерционных параметров некоторых характеристик комфортабельности движения.

4. Формулировка рекомендаций по выбору геометрических и массово-инерционных характеристик аппарата и параметров подвески.

Отметим, что настоящая работа продолжает исследования адаптивных многоколесных роботов, начатые в [10].

# 1. Модель шестиколесного робота

Построена модель шестиколесного робота, включающая следующие 4 субмодели: модель подвески колес, модель блока управления, модель контакта колеса с дорогой, модель неровностей дороги.

Моделируется движение робота с разными скоростями. Результаты представлены в виде рабочей модели робота и двумерных диаграмм, отражающих зависимость вертикальных ускорений конкретных точек корпуса от динамических характеристик аппарата. Приведенные зависимости позволяют определить характеристики подвески, минимизирующие функционалы в зависимости от вертикального ускорения точкек корпуса.

Опишем введенные субмодели.

### 2. Модель подвески

Смоделирована подвеска, обеспечивающая параллельное расположение ступицы колеса к борту корпуса (такая подвеска используется в автомобилях типа «багги»). Вид этой модели показан на рис. 3.



Рис. 3. Модель шестиколесного робота, построенная в программном комплексе «Универсальный Механизм»

Параллельность ступицы каждого колеса и борта корпуса обеспечивают четыре цилиндрических шарнира, расположенных в углах параллелограмма





Рис. 5. Сопряжение

подвески колеса. На рис. 4 изображена эта же модель без перспективы, вид спереди. Оказалось, однако, что эта конструкция неудобна для моделирования, так как разрезанные шарниры (A-B-C-D-A) отрицательно влияют на скорость и точность вычислений, так, например, при интегрировании методом Парка (PARK, Неявный метод второго порядка с переменным/постоянным шагом) погрешность достигала 10% от характерного размера подвески. Поэтому далее, чтобы избавиться от разрезанных шарниров для использования метода

АБМ (Адамса-Бэшфорта-Моултона, явный метод в форме РЕСЕ прогноз оценивание-коррекция-оценивание) принимается следующее допущение: вместо цепи из четырех шарниров вводится эквивалентная система – один шарнир и «сопряжение» – термин «УМ», описанный ниже.

Шарнир между корпусом и ступицей колеса для передних и задних колес реализует 3 степени свободы: поступательные – вдоль векторов у и z и вращательную – вокруг вектора z. Для средних – 2 степени свободы: поступательные – вдоль векторов у и z. Сопряжения являются связями, то есть ограничениями на относительное положение и движение пары тел. В данном случае сохраняется расстояние между точками (0,0,0) корпуса и (0,0,0) ступицы колеса, что обеспечивает ту же кинематическую схему, то есть ступица колеса относительно корпуса движется плоскопараллельно в плоскости *Оуz*. Локальные системы координат здесь и далее изображены тремя перпендикулярными отрезками: вертикальный – вдоль оси z, вдоль направления движения – ось x, дополняющий до правого трехгранника – ось y.

Также между точками A(0,0,1) корпуса и B(0,0,0) ступицы колеса (рис. 5) назначена биполярная линейная сила:

 $F = -c(x - x_0) - dv ,$ 

где *с* – коэффициент жесткости пружины, *x*<sub>0</sub> – длина пружины в нерастянутом состоянии, *d* – коэффициент диссипации демпфера.

Геометрические характеристики подвески выбираются из следующих соображений:

1) Расстояние от колеса до корпуса максимизируется, так как это минимизирует (что видно из геометрических соображений) поперечный крип при работе подвески, который, в свою очередь, отрицательно влияет на износ покрышки и управляемость аппарата.

2) Расстояние между А-образными вилками (рис. 4, 5 А–В) также максимизируется, так как оно влияет на прочность конструкции.

# 3. Метод управления

Здесь и далее названия функций и переменных взяты из «УМ». Поэтому для ряда имен выражений сохранены «длинные» названия. Момент, контролирующий поворот управляемых колес, вводится как шарнирный момент типа «*Выражение»*, направленный вдоль оси z, на передние ступицы и вдоль – z – на задние, с общим видом

 $M = -c(x \pm s) - d(v \pm w)$ 

Здесь «-» соответствует передним, а «+» задним колесам, c = cSteering и d = dSteering – коэффициенты жесткости и демпфирования системы управления имеют физический смысл жесткости и демпфирования удержания рулевого колеса блоком управления; s = SteeringWheelAngle и w = dSteeringWheelAngle – требуемые углы поворота и угловая скорость в

управляемом шарнире, которые рассчитываются в процессе моделирования для выполнения заданных маневров. Для средних колес во вращательный шарнир, связывающий ступицу колеса с кузовом, вдоль оси *Оу* момент для управления скоростью продольного движения и момент для блокировки колес вводятся одновременно

$$M = m - \gamma x - \delta v,$$

где γ и δ – параметры жесткости и демпфирования при блокировании колес. Управляющий скоростью движения момент вычисляется следующим образом:

 $m = M longitudinal Control = c_e(v_0 - v),$ где  $v_0$  –начальная/требуемая скорость,  $c_e$  – коэффициент усиления.

Для того чтобы мгновенные центры скоростей колес находились в одной точке (что уменьшит проскальзывания, а также одновременно приведет к увеличению скорости интегрирования), управляемые колеса должны поворачиваться на разные углы. Эти углы рассчитываются из соображения, что при повороте углы внешних колес лежат в интервале (0,30) градусов и равны между собой, а внутренние поворачиваются на угол, обеспечивающий совпадение мгновенных центров скоростей.



Рис. 6. Управляемые углы.

Из рис. 6 видно, что при моделировании следует минимизировать отношение  $\frac{a}{b}$  – отношение расстояния между управляемыми колесами к расстоянию между передними и средними. Далее, для a = b, выписано выражение угла  $\alpha$  через угол  $\beta$ :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \beta}.$$

Пусть 
$$h(x) = heavi(x) = \begin{cases} 1, x > 0 \\ 0, x \le 0 \end{cases}$$
,

# cSteering = c,

SteeringWheelAngle = s, dSteering = d, dSteeringWheelAngle = w. Тогда управляющий момент для правого колеса

$$M = -c\left(x \pm h(s)s + h(-s)\operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{tg} s}{1 + \operatorname{tg} s}\right)\right)$$
$$-d\left(v \pm h(s)w + h(-s)\frac{2w}{3 + 2\sin(2s) + \cos(2s)}\right).$$

Аналогично вычисляется момент для левого колеса. Для правого и левого поворотов выражение для управляемых углов записано одновременно при помощи функции heavi(x), в знаке «±» берется «–» для передних, а «+» - для задних колес.

На самом деле, управляемый «Универсальным механизмом» угол  $\alpha \neq SteeringWheelAngle = s;$ 

*α* – угол «воображаемого колеса», расположенного посередине между передними колесами, а именно

$$\alpha = h(s) \operatorname{arctg}(\frac{2 \sin s}{\cos s \left(2 + \frac{\sin s}{\cos s}\right)}) + h(-s) \operatorname{arctg}(\frac{2 \sin s}{\cos s \left(2 - \frac{\sin s}{\cos s}\right)}),$$

но в данной работе для уменьшения времени интегрирования это различие считается малым.

Чтобы показать зависимости угла и угловой скорости колеса от времени проведен эксперимент – «поворот рулевого колеса на месте» с амплитудой 0,52 радиан, и частотой 0,25 герц. На рис. 7 изображены углы, на рис. 8 – угловые скорости левого и правого колес (проекции на вертикальную ось, колеса относительно корпуса в системе координат корпуса).



Рис. 7. Углы правого и левого колеса в зависимости от времени.

Рис. 8.Угловые скорости правого и левого колеса в зависимости от времени.

В качестве блока управления используются две модели.

1) Управление без обратной связи.

Профиль продольной скорости и рулевого управления задается в файле «УМ».

## 2) Модель МакАдама, описанная ниже.

Эта модель является одной из наиболее эффективных и распространенных компьютерных моделей блока управления [1].

В основе модели лежат упрощенные линейные уравнения движения автомобиля с двумя степенями свободы. Угол поворота рулевого колеса выбирается из условий минимизации отклонения прогнозируемой траектории экипажа от заданной желаемой траектории. Эта модель значительно быстрее интегрируется, в отличие от модели с прогнозированием второго порядка и дает возможность исследовать влияние подвески на управляемость аппарата.

Управление и (желаемое значение угла поворота колеса) является кусочно-постоянной функцией. Рассматривается экипаж в момент времени  $t_k$ , для которого рассчитывается очередное значение управления. Не нарушая  $t_k = 0.$ общности полученных ниже решений, положим Вводится инерциальная система координат  $O_{\nu}X_{\nu}Y_{\nu}$ , связанная с текущим положением экипажа. Начало отсчета этой СК совпадает с текущим положением середины передней оси автомобиля, ось абсцисс – с продольной осью экипажа.



Рис. 9. Упрощенная модель автомобиля.



Рис. 10. Прогнозируемая и желаемая траектория.

При заданном значении угла поворота и (рис. 9) управляемого колеса, упрощенная модель автомобиля, представленная на рис. 9, имеет две степени свободы: поперечное отклонение центра масс у и угол поворота вокруг вертикальной оси  $\psi$ . Данная модель подробно рассмотрена в работе И.В. Новожилова, И.С. Павлова [7].

Линейные уравнения движения в этих переменных имеют вид  $\dot{y} = v_{x}\psi + v_{y},$  $\dot{\psi} = \omega_z$ ,  $M\dot{v_y} = -\frac{C_f + C_r}{v_x}\dot{y} + \left(\frac{C_rb - C_fa}{v_x} - Mv_x\right)\omega_z + C_fu,$  $I_z\dot{\omega_z} = \frac{C_rb - C_fa}{v_x}\dot{y} - \frac{C_fa^2 + C_rb^2}{v_x}\omega_z + C_fau.$ 

Здесь  $v_x, v_y$  – проекции скорости центра масс на продольную и поперечную оси экипажа;  $\omega_z$  – угловая скорость относительно вертикальной оси; a,b – расстояния от центра масс до передней и задней оси; M,  $I_z$  – масса и момент инерции экипажа относительно вертикальной оси;  $C_f, C_r$  – приведенные (суммарные) коэффициенты сопротивления боковому уводу передних и задних колес.

Наблюдаемой величиной является поперечная координата центра передней оси, определяемая выражением  $y_v = y + a\psi$ .

Эти уравнения являются линейными с постоянными коэффициентами и могут быть записаны в матричной форме.

 $\dot{x} = Ax + Bu,$  $y_{\nu} = C^{T}x,$ 

$$A = \begin{pmatrix} 0 & v_x & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{C_f + C_r}{Mv_x} & \frac{C_r b - C_f a}{Mv_x} - v_x \\ 0 & 0 & \frac{C_r b - C_f a}{I_z v_x} & -\frac{C_f a^2 + C_r b^2}{I_z v_x} \end{pmatrix}, x = \begin{pmatrix} y \\ \psi \\ v_y \\ \omega_z \end{pmatrix},$$
$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{C_f}{M} \\ \frac{C_f a}{M} \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Общее решение системы уравнений с учетом предположения u = constимеет вид

$$x(t) = e^{At}x_0 + u \int_0^t e^{A\tau} B d\tau,$$
  
$$y_{\nu} = F(t)x_0 + g(t)u.$$

Здесь  $x_0$  — матрица-столбец начальных условий, а также введены матрица — строка F(t) размером 1х4 и скалярная функция g(t)

$$F(t) = Ce^{At}, g(t) = \int_{0}^{t} F(\tau) B d\tau$$

Фундаментальная матрица системы уравнений  $e^{At}$  может быть получена численным решением дифференциальных уравнений с единичной матрицей в качестве начальных условий, т.е. і-й столбец этой матрицы есть решение системы дифференциальных уравнений с начальными условиями  $x_i = 1, x_j = 0, i \neq j$ . Более экономичный метод расчета фундаментальной матрицы, с точки

зрения числа арифметических операций, основан на определении собственных векторов и собственных значений матрицы *А*.

Пусть  $y_d(t)$  – уравнение желаемой траектории. Определим управление u, минимизирующее отклонение прогнозируемой траектории  $\Delta y(t) = y_d(t) - y_v(t)$  от желаемой на интервале времени прогноза  $T_p$ . В качестве функционала, характеризующего отклонение, рассматривается выражение

$$J(u) = \int_{0}^{1} (\Delta y(\tau))^{2} d\tau = \int_{0}^{1} (y_{d}(\tau) - F(\tau)x_{0} - g(\tau)uu)^{2} d\tau$$

Искомое управление получается из уравнения

$$\frac{dJ}{du} = 2 \int_{0}^{T_p} (y_d(\tau) - F(\tau)x_0 - g(\tau)u) g(\tau)d\tau =$$
  
=  $2 \int_{0}^{T_p} (y_d(\tau) - F(\tau)x_0) g(\tau)d\tau - 2u \int_{0}^{T_p} (g^2(\tau)) d\tau = 0$ 

ИЛИ

 $u = \frac{\int_0^{T_p} (y_d(\tau) - F(\tau)x_0)g(\tau)d\tau}{\int_0^{T_p} (g^2(\tau))d\tau}.$ 

Полученное решение можно упростить, заменяя интегралы конечными суммами. Для этого интервал прогноза  $T_p$  разделяется на N подынтервалов равной длины. На каждом из них:

$$u = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_d(t_i) - F(t_i)x_0)g(t_i)}{\sum_{i=1}^{n} g^2(t_i)}, t_i = \frac{iT_p}{N}$$

#### 4. Модель контакта колеса с дорогой

Модели контактных сил позволяют по параметрам колеса (вертикальная жесткость, демпфирование и др.) и по известным кинематическим параметрам шины в каждый момент времени (продольный, поперечный крип, угол развала и др.), рассчитанным внутри программы моделирования, получить значения сил и моментов, действующих в контакте между колесом и дорогой. Известно достаточно большое количество моделей контактных сил. В настоящей работе используется модель «Магическая Формула Пасейки» (Pacejka Magic Formula) [5].

Общий вид кривых для Магической Формулы (Magic Formula, MF) приведен на рис.11.

 $Y(x) = D \sin(Carctg(Bx - E(Bx - arctg(Bx)))) + S_v,$  $x = X + S_h,$ 

где Y(x) может быть продольной ( $F_x$ ) или поперечной ( $F_y$ ) силой или восстанавливающим моментом ( $M_z$ ), а X – продольный (для  $F_x$ ) или

поперечный  $(F_y, M_z)$  крип. В соответствии с [2, 3], коэффициенты Магической формулы есть функции вертикальной нагрузки на колесо  $F_z$  и угла развала  $\gamma$ .



Рис. 11. Магическая формула Пасейки.

Продольная сила 
$$F_x$$
  
 $C = b_0$ ,  
 $D = F_z(b_1F_z + b_2)$ ,  
 $B = \frac{1}{CD}(b_3F_z^2 + b_4F_z)e^{-b_5F_z}$ ,  
 $E = b_6F_z^2 + b_7F_z + b_8$ ,  
 $S_h = b_9F_z + b_{10}$ ,  
 $S_v = b_{11}F_z + b_{12}$ .  
Поперечная сила  $F_y$   
 $C = a_0$ ,  
 $D = F_z(a_1F_z + a_2)$ ,  
 $B = \frac{1}{CD}a_3\sin\left(a_{15} \arctan\left(\frac{F_z}{a_4}\right)\right)(1 - a_5|\gamma|)$ ,  
 $E = a_6F_z + a_7$ ,  
 $S_h = a_8\gamma + a_9F_z + a_{10}$ ,  
 $S_v = (a_{11}F_z + a_{12})\gamma F_z + a_{13}F_z + a_{14}$ .  
Направляющий момент  $M_z$   
 $C = c_0$ ,  
 $D = F_z(c_1F_z + c_2)$ ,  
 $B = \frac{1}{CD}(c_3F_z^2 + c_4F_z)(1 - c_6|\gamma|)e^{-c_5F_z}$ ,  
 $E = (c_7F_z^2 + c_8F_z + c_9)(1 - c_{10}|\gamma|)$ ,  
 $S_h = c_{11}\gamma + c_{12}F_z + c_{13}$ ,  
 $S_v = (c_{14}F_z^2 + c_{15}F_z)\gamma + c_{16}F_z + c_{17}$ .

Использование этих формул требует определения коэффициентов  $a_0 \dots a_{15,}, b_0 \dots b_{10}, c_0 \dots c_{17},$  на основе экспериментальных данных. Значения, принятые в «УМ» взяты в соответствии с [4]:  $b_0 = 1.65, b_1 = -2.13, b_2 = 1144, b_3 = 49.6, b_4 = 226, b_5 = 0..69, b_6 =$  $-0.006, b_7 = 0.056, b_8 = 0.486, b_9 = 0, b_{10} = 0, c_0 = 2.4, c_1 = -2.72, c_2 = 0.056, c_1 = -2.72, c_2 = 0.056, c_2 = 0.056, c_3 = 0.056, c_4 = 0.056, c_5 = 0.056, c_$ 

 $-2.28, c_3 = -1.86, c_4 = -2.73, c_5 = 0.11, c_6 = 0.03, c_7 = -0.07, c_8 = 0.643, c_7 = -0.07, c_8 = 0.643, c_8 = 0.644, c_8 = 0.644$  $c_9 = -4.04, c_{10} = 0.03, c_{11} = 0.015, c_{12} = 0, c_{13} = 0, c_{14} = -0.066, c_{15} = 0$ 0.945,  $c_{16} = 0, c_{17} = 0$ 

#### 5. Модель неровностей дороги

В качестве неровностей берется базовая поверхность «Булыжник в удовлетворительном состоянии», растянутая вертикали, по чтобы максимальные «кочки» достигали половины радиуса колеса.



Рис. 12. Неровности

На графике (рис. 12) по абсциссе отложены метры вдоль дороги, по ординате – миллиметры высоты «кочки».

#### 6. Построение списка экспериментов

Параграфы 1-5 посвящены построению модели, далее же описана технология зондирования многомерного пространства параметров аппарата.

Проведены следующие серии экспериментов. В данной работе выбрана равномерная сетка. Эксперименты проводились при помощи «УМ сервер кластера» и соответствующих «клиентов», установленных на 5 ЭВМ.

Построены две серии экспериментов:

1. Коэффициент жесткости пружины –  $10000 \frac{\kappa^2}{c^2}$ .

Коэффициент диссипации  $120 \frac{\kappa^2}{c}$ .

Масса экипажа – 57-95 кг

Скорость- 3-12 -

За 1 час на четырех компьютерах проведено 154 вычислительных эксперимента, с модельным временем по 12 секунд каждый.

2. Скорость – 8.3  $\frac{M}{c}$ . Масса экипажа – 76 кг.

Коэффициент жесткости пружины – 1000-150000  $\frac{\kappa^2}{2}$ .

Коэффициент диссипации 0-120  $\frac{\kappa^2}{c}$ .

За 6 часов на 5 ЭВМ проведен 441 эксперимент с модельным временем по 12 секунд каждый.

Вид модели аппарата с учетом описанных выше допущений показан на рис. 13.



Рис. 13. Вид модели аппарата

Отношение расстояния между передними колесами к расстоянию между передней и средней осями равно единице. Так как в модели аппарата отсутствует стабилизатор поперечной устойчивости, являющийся, вообще, существенной частью подвески автомобиля, расстояние между средними колесами увеличено, чтобы компенсировать его отсутствие.

1. Исследуются описанные выше функционалы от модуля вертикального ускорения точки (0,0,0) корпуса робота:

1) R<sub>MS</sub> – общепринятая (ISO 2631) характеристика качества подвески, с увеличением которой резко растет беспорядочность сил, что приводит к большим погрешностям системы управления и т.п.

2) I<sub>1</sub> – характеристика комфортабельности для человека. Минимальное значение ускорений, на которое реагирует вестибулярный аппарат, или порог раздражения, также различен для разных людей и меняется в зависимости от продолжительности действия ускорения. Средние значения порога раздражения следующие: 0,11...0,12 м/c<sup>2</sup> для линейных колебаний и 20 1/c<sup>2</sup> для угловых при продолжительности действия 0,8с, а при продолжительности действия 0,22с – 800 1/c<sup>2</sup>. При этом произведение ускорения на латентный период реакции вестибулярного аппарата постоянно. В РФ принят ГОСТ 31319-2006 «Вибрация. Измерение общей вибрации и оценка ее воздействия на человека»

3) I<sub>2</sub> – предлагаемая характеристика износа.

4) M<sub>abs</sub> – предлагаемая характеристика возможности выхода из строя автоматики и соединительных узлов, например, механические поломки при перегрузках.

#### 7. Структуризация и анализ результатов

1.1 Построена отдельная упрощенная модель (корпус с одним колесом связан пружиной с гасителем), зависимость модуля вертикального ускорения точки (0,0,0) корпуса от скорости приведена на рис. 14. По абсциссе отложена скорость, по ординате – модуль вертикального ускорения. Зависимость максимума модуля (огибающая) вертикального ускорения от скорости почти



Рис. 14. Зависимость модуля вертикального ускорения от скорости (для одного колеса)

квадратичная.

1.2. Для всего экипажа зависимость от скорости и массы среднеквадратичного отклонения (далее R<sub>MS</sub>) модуля вертикального ускорения приведена на рис. 15.

Значения справа (масса одного колеса) соответствуют равномерному изменению массы экипажа от 57кг до 95кг. Зависимость  $R_{MS}$  от массы несущественна (см. рис. 20 в приложении). При скоростях более  $13\frac{M}{c}$  происходит переворот аппарата, чем и объясняются случайные малые значения функционала  $R_{MS}(|a|)$ .

Срезы по массе могут быть приближены квадратичной функцией от скорости, погрешность приближения объясняется поперечной и продольной качкой экипажа, поэтому дерево экспериментов строится при постоянной скорости, обеспеченной блоком управления (см. п.3.) и постоянной массе (см. рис. 20 в приложении). Над диаграммами указаны значения функционалов, слева приведены их названия.

2. В качестве характеристики подвески исследуется функционал  $\mathbf{R}_{MS}$  (считается по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} (X_i - \overline{X})^2}{N-1}},$$

где N – число точек на графике, – среднее) среднеквадратичное отклонение ускорения некоторой точки корпуса. Этот функционал соответствует «комфортабельности движения».



Рис. 15. Зависимость от скорости и массы.

Если аппарат не предназначен для перевозки людей, как в данной работе, то кроме частоты колебаний также важно исследовать  $I_1$  (рис. 17) и  $I_2$  (рис. 18) – интеграл от среза вертикального ускорения, реализованного функцией

где - модуль вертикального ускорения, — величина, ниже которой ускорения не учитываются. Этот параметр нужен для учета ускорений, превышающих допустимые значения. Четвертый приведенный функционал **M**<sub>abs</sub> (рис.16) (максимальное вертикальное ускорение за время движения), показывает, может ли аппарат проехать по данной поверхности без повреждений.

На рис. 16 левая изолиния соответствует столкновению корпуса робота с поверхностью. Правая граница близка к области, где экипаж переворачивается, но значения функционала на ней уже достаточно велики, поэтому нет смысла проводить эксперименты за ее пределами. За верхней границей находятся неправдоподобные с технической точки зрения значения коэффициента диссипации.





В зависимости от желаемых ускорений и границ безопасности с точки зрения переворота и удара о землю, оптимальные значения коэффициентов жесткости и диссипации следует выбирать на изолинии L<sub>i</sub> функционалов **R**<sub>MS</sub>,**I**<sub>1</sub>,**I**<sub>2</sub>**M**<sub>abs</sub>.

				N.						120	к	оэфф.		
									5	108	дис	сипации		
						X				96		217-224	210-217	203-210
										84		196-203	■ 189-196	182-189
							k	Z		72		175-182	■ 168-175	161-168
										60	_	■ 154-161	■ 147-154	■ 140-147
										48	((Vpo	133-140	<b>126-133</b>	119-126
				$\diamond$	X					36	im(b	112-119	■ 105-112	■ 98-105
			~					22		24	I <sub>1</sub> (a	<b>01 09</b>	<b>9</b> 4 01	77 84
			5			T				12		91-90	04-91	17-04
										0		■ 70-77	■ 63-70	■ 56-63
1000	15000 30000	45000	60000	75000	00006	02000	20000	35000	50000			■ 49-56	■ 42-49	■ 35-42
стана стана коэфф. жесткости									28-35	■ 21-28	■ 14-21			
												■ 7-14	■ 0-7	

Рис. 17 а. Функционал  $I_1(|a|)$  от коэффициентов жесткости и диссипации

Как можно увидеть на всех диаграммах, области приемлемых значений характеристик подвески являются незамкнутыми.



Рис. 17 b. Проекция функционала  $I_1(|a|)$  параллельно оси коэффициента демпфирования



Рис. 18. Функционал **I**<sub>2</sub>(|a|) от коэффициентов жесткости и диссипации

По диаграммам видно, что учащение сетки существенно не изменит картину. Поэтому уменьшать шаг сетки, если необходимо знать функционал более точно, следует только в интересующей области.

(1000) 120 114 108 102 96 90 84 78 72 66 60 54 82 42 36 30 24 18 12 6 0 14 108 102 96 90 84 78 72 66 54 82 42 36 30 24 18 12 60 54 82 42 54 82 54 82 54 82 54 82 54 82 54 82 54 83 72 66 54 83 72 66 54 83 72 66 54 83 72 66 54 83 72 66 54 83 72 66 54 83 72 66 54 83 72 66 54 83 72 66 54 83 72 66 54 83 72 66 54 83 72 66 54 83 72 72 66 73 72 66 72 72 72 72 72 72 72 72 72 72	102-108 96-102 90-96 84-90 78-84 72-78 66-72 60-66 54-60 48-54 42-48 36-42 30-36 24-30 18-24 12-18 66-12
коэфф. жесткости	

Рис. 19. Функционал **М**<sub>abs</sub> (|a|) от коэффициентов жесткости и диссипации

Нулевые значения на правой границе, соответствующие минимальным значениям коэффициента жесткости, возникают из-за остановки эксперимента (нижняя часть корпуса коснулась земли).

Функционал максимума модуля вертикального ускорения имеет самое наглядное значение, так как часто его величина указана в техническом руководстве к аппаратуре, установленной на корпусе.

На этой диаграмме больше хаотичности, так как  $M_{abs}$  (|a|) – случайная величина с большей дисперсией, чем остальные, но и на ней видны те же закономерности, что и на предыдущих функционалах, что показывает эффективность использованных методов моделирования.

С другой стороны, при выборе оптимальных характеристик подвески следует учитывать и другие факторы, не учтенные в данной работе, как например сцепление с дорогой, влияющее на управляемость аппарата.

# 8. Заключение

За сравнительно небольшое время проведено большое количество экспериментов, позволяющих определить зависимость динамических характеристик комфортабельности движения от характеристик пассивной подвески.

Эксперименты с созданной методикой моделирования показывают, что данная модель успешно может быть использована для определения оптимальных значений параметров робота в зависимости от функционала качества. По наиболее важному в конкретной задаче функционалу на соответствующей диаграмме выбирается область приемлемых значений характеристик подвески.

1. Построена модель, имеющая характеристики, приближенные к реальным, и в то же время минимизирущая время проведения каждого эксперимента. Найдена зависимость характеристик комфортабельности движения от параметров подвески.

2. В модели двухрычажной подвески разработаны методические приемы, позволяющие оптимизировать процессы интегрирования.

3. Разработана модель блока управления, допускающая движение без поперечного крипа по ровной поверхности (поворот на углы, обеспечивающие положение мгновенных центров скоростей колес в одной точке). При этом выбрана модель трения, при которой он возможен на неровной, так как при его отсутствии не действует подвеска.

4. Найдены зависимости таких характеристик комфортабельности движения как:

- среднеквадратичное отклонение вертикального ускорения заданной точки корпуса, – общепринятая (ISO 2631) характеристика качества подвески.

- интеграл вертикального ускорения заданной точки корпуса, – характеристика комфортабельности для человека. ГОСТ 31319-2006 «Вибрация. Измерение общей вибрации и оценка ее воздействия на человека» (для человека допускается в среднем 4.5 м/сек<sup>2</sup> за период не более 8 часов).

- интеграл вертикального ускорения при превышении им заданной величины – предлагаемая характеристика износа.

- максимальное вертикальное ускорение заданной точки за время предлагаемая характеристика возможности движения поломок, \_ коэффициента скорости, массы, жесткости OT пружины подвески И коэффициента диссипации демпфера подвески

По полученным диаграммам можно выбирать динамические характеристики экипажа, позволяющие минимизировать приведенные функционалы вертикального ускорения.

5. В работе сформулированы следующие рекомендации по выбору геометрических характеристик аппарата:

Длину рычага (А-образной вилки) подвески следует максимизировать, что увеличит ход подвески и уменьшит поперечный крип, неблагоприятно влияющий на управляемость аппарата.

Отношение расстояния между управляемыми колесами к расстоянию между передними и средними (средними и задними) следует минимизировать, что уменьшит максимальный угол поворота управляемых колес.

Расстояние между средними колесами, для предотвращения переворота экипажа следует максимизировать.

Например, для робота 75кг длиной 95см, если максимум ускорения не должен превышать  $24\frac{M}{c^2}$  оптимальными коэффициентами подвески будут: коэффициент жесткости –  $82500\frac{\kappa^2}{c^2}$ , коэффициент диссипации –  $66\frac{\kappa^2}{c}$ .

Также при выборе характеристик подвески можно воспользоваться построенной для разработки конкретной модели, диаграммой  $H_k$ , ИЗ приведенных выше диаграмм, (см. рис. 26. в приложении) методом, подобным весовых коэффициентов. Назначить вес  $(m_1, m_3, m_3, m_4)$ каждой методу комфортабельности, сложить обезразмеренные характеристике функции  $\overline{I_1}, \overline{I_2}, \overline{R_{MS}}, \overline{M_{abs}},$  умноженные на соответствующие весовые коэффициенты и выбрать параметры подвески по полученной диаграмме.

 $\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{k}} = m_1 \overline{\boldsymbol{I}_1} + m_2 \overline{\boldsymbol{I}_2} + m_3 \overline{\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{M}\boldsymbol{S}}} + m_1 \overline{\boldsymbol{M}_{\boldsymbol{a}\boldsymbol{b}\boldsymbol{s}}}$ 

Зависимость функционалов «качества» подвески от скорости близка к квадратичной.

# 9. Список литературы

[1]. Динамика системы дорога – шина – автомобиль – водитель. Под ред. А.А. Хачатурова. М., «Машиностроение». 1976.

[2]. Раймпель Й. Шасси автомобиля. Рулевое управление. М.: Машиностроение, 1987.

[3]. Раймпель Й. Шасси автомобиля: Конструкции подвесок/Пер. с нем. В. П. Агапова. – М.: Машиностроение, 1989. – 328 с.: ил.

[4]. Bakker, E., Pacejka, H.B. and Lidner, L.: A New Tire Model with Application in Vehicle Dynamics Studies. Proc. 4th Int. Conf. Automotive Technologies, Monte Carlo, 1989, SAE paper 890087, 1989.

[5]. Pacejka, H.B. and Bakker, E.: The Magic Formula Tire Model. Proc. 1st International Tire Colloquium, Delft, 1991. Vehicle System Dynamics 21 (Suppl.) (1991), pp. 1–18.

[6] И.С. Болховитинов, В.В. Громов, А.А. Кемурджиан, П. С. Сологуб Космонавтика XXI века, «Земля и Вселенная» 1991 №5 ВНИИТРАНСМАШ

[7] Новожилов И.В., Павлов И.С. Приближенная модель колесного экипажа // Изв. РАН. МТТ. – 1997. –№ 2. – с. 196-204.

[8] Чобиток В.В. Ходовая часть танков. Подвеска // Техника и Вооружение № 7, 2005

[9] http://ru.wikipedia.org/wiki/Лунная\_база

[10] В.Е.Павловский, Д.В.Шишканов. Исследование динамики и синтез управления колесными аппаратами с избыточной подвижностью. // М.: Препринт ИПМ им.М.В.Келдыша РАН, 2006 г., № 12, 28 с.

#### Приложение

В программном комплексе Wolfram Mathematica диаграммы 15–19 сглажены поверхностями Безье (BSplineSurface) (слева).



Рис. 20.(15) Зависимость  $\mathbf{R}_{MS}$  (|a|) (по оси аппликат) от скорости и массы.



Рис. 21.(16) **R**<sub>MS</sub> (|a|) (по оси аппликат)

Справа на рис. 19–24 изображены проекции диаграмм 16–20 на плоскость Охг. На рис. 20. кривыми являются срезы по массе, на рис. 21–24 срезы по коэффициенту демпфирования. Значения массы или коэффициента демпфирования отмечены соответствующими маркерами.



Рис. 22.(17)  $I_1(|a|)$  (по оси аппликат)



Рис. 23.(18)  $I_2$  (|a|) (по оси аппликат)



Рис. 24.(19) **М**<sub>abs</sub> (|a|) (по оси аппликат)



Рис. 25. Зависимость I<sub>1</sub>,I<sub>2</sub>,R<sub>MS</sub>,M<sub>abs</sub> (по оси аппликат) от коэффициента жесткости при фиксированном коэффициенте диссипации (k<sub>d</sub>=30)

27