

<u>ИПМ им.М.В.Келдыша РАН</u> • <u>Электронная библиотека</u> <u>Препринты ИПМ</u> • <u>Препринт № 13 за 2011 г.</u>



Томин П.Ю.

О понятии Representative elementary volume

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Томин П.Ю. О понятии Representative elementary volume // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2011. № 13. 23 с. URL: <u>http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2011-13</u>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК ОРДЕНА ЛЕНИНА ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М. В. КЕЛДЫША

П. Ю. Томин

О понятии Representative elementary volume

Москва 2011

П. Ю. Томин, О понятии Representative elementary volume

Аннотация. Неоднородности реальной пористой среды имеют масштабы, отличающиеся друг от друга на порядки, и могут существенно влиять на направление потоков флюида. Лабораторные измерения фильтрационных свойств производятся на образцах керна ограниченного размера, поэтому дальнейшая процедура укрупнения масштаба рассмотрения может привести к неточностям при моделировании месторождения. В работе исследован критерий оценки корректности данной процедуры, использующий понятие representative elementary volume (REV). Подтверждено, что REV должен включать значительное число особенностей среды, причем как для случайного, так И для детерминированного случая распределения проницаемости. Проведено исследование REV для двухфазной системы и показано, что для оценки размеров REV достаточно рассмотрения однофазного случая. При помощи современных методов объемной томографии возможно построение трехмерных распределений параметров для реальных образцов керна, что позволяет использовать предложенные критерии, дополняя результаты стандартных лабораторных исследований¹.

P. Yu. Tomin, On the Representative elementary volume concept

Abstract. Real porous media heterogeneities scales differ by the order of magnitude and have significant influence on filtration flows. Laboratory measurements of rock properties are carried out using core samples of limited size, which may lead to inaccuracies in full-scale reservoir simulation. In the paper, the correctness evaluation criterion for this procedure is investigated using representative elementary volume (REV) concept. It is shown that REV must contain significant number of medium features both for stochastic and deterministic permeability distribution cases. Study of the REV for a two-phase system has revealed that the single-phase case consideration is sufficient for REV sizes estimation. Using the modern volume tomography methods, one can obtain 3D parameters distribution, which allows to use the criteria suggested and to complement the results of commonly used laboratory measurements.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 09-01-00823).

При подготовке работы использовалась вычислительная система СКИФ МГУ.

Содержание

Введение	3
Oценки representative elementary volume	4
Случайное поле проницаемости	6
Детерминированные поля	11
Функции фазовых проницаемостей	15
Заключение	21
Литература	21

Введение

Пространственные масштабы неоднородности реальной пористой среды зачастую могут отличаться на порядки [1]. Прямой учет особенностей размерами около 1 см из-за ограниченности мощностей вычислительной техники практически невозможен при моделировании разработки нефтегазовых месторождений, размеры которых достигают 10 км и более. Проводится процедура укрупнения, В результате которой масштаб рассмотрения оказывается больше масштабов неоднородностей. С другой стороны, наличие таких особенностей может оказать значительное влияние на потоки флюидов [2]. поэтому необходимо корректно учитывать неоднородности при укрупнении.

Другим масштабом рассмотрения, вводимым моделировании при месторождений, является размер отобранных из скважин образцов керна (рис. 1), используемых для лабораторных измерений фильтрационных свойств. Такие образцы, как правило, имеют поперечный размер порядка 10 см, в то время как их продольный размер несколько больше и может достигать 1 м и более. При моделировании измеренные свойства образца переносят на ячейку расчетной сетки, характерные размеры которой порядка 10-100 м по латерали и 0.1-1 м по вертикали. При этом неявно производится процедура укрупнения масштаба, справедливая только в определенных рамках. Например, в [3] отмечается, что в ряде специфических случаев залегания отобранные образцы керна не позволяют получить относительные фазовые проницаемости для исследуемого пласта. Необходим критерий корректности распространения измеренных на керне свойств на масштаб ячейки.



Рис. 1. Примеры образцов керна, поднятых из скважин

В настоящей работе обсуждаются критерии, использующие впервые введенное в [4] понятие *representative elementary volume* (*REV*), описывающее объем рассмотрения, включающий все характерные особенности среды. Корректность укрупнения на масштаб ячейки определяется сравнением размеров образца с размерами *REV*. Например, в работах [5, 6] проведено исследование образцов, размеры которых оказались меньше *REV*, что вызвало трудности при распространении измеренных свойств на больший масштаб. Поэтому вопрос оценки *REV* представляет определенный интерес.

Рассмотрения *REV*, как теоретические [7], так и численные [8,9], ограничиваются однофазным случаем. Однако многочисленные аналитические [10, 11], численные [12] и экспериментальные [13, 14] исследования описывают специфические эффекты, присущие многофазному случаю. Например, в [15] указывается на несоосность тензоров фазовых и абсолютных проницаемостей. В связи с этим исследование *REV* в случае фильтрации нескольких фаз, излагаемое ниже, является актуальным.

Оценки representative elementary volume

В работе [7] проведено теоретическое рассмотрение понятия *REV* и получен универсальный аналитический критерий оценки его размеров, применимость которого для реальных объектов, однако, затруднительна. Размеры *REV* можно оценить практически [4], анализируя зависимость измеряемого свойства среды, например, пористости или проницаемости, от размера образца (рис. 2).



Рис. 2. Оценка REV (из [4])

При варьировании размеров образца на масштабах, сравнимых с размерами неоднородностей среды, флуктуации измеряемого свойства будут заметными, в то время как при увеличении масштаба они минимизируются. Размер, при котором флуктуации становятся минимальными, принимается за *REV*. Именно такая методика, применительно к зависимости абсолютной проницаемости, используется в работах [8, 9]. Здесь мы воспользуемся данным подходом, дополнив рассмотрение однофазного случая анализом зависимости функций фазовых проницаемостей от размера образца.

Несмотря на то, что подобный натурный эксперимент весьма сложен, такие измерения возможно провести при помощи прямого численного моделирования. Действительно, современные высокоточные методы объемной томографии [16, 17] позволяют получить подробную трехмерную картину распределения фильтрационных параметров образца (рис. 3), которую затем можно использовать в численных исследованиях.



Рис. 3. Примеры КТ-сканирований: а — размеры образца 13х13х21 см, разрешение сканирования 0.5×0.5×1.5 мм [18] б — длина образца 5 см [19] в — диаметр образца 38 мм, длина 80 мм, разрешение сканирования 0.12×0.12×1 мм [20]

Следует отметить, что, вообще говоря, измеряемое свойство будет почти константой лишь на некотором интервале изменения размера (рис. 4). В данном случае размеры *REV* определяют области перехода между различными типами неоднородностей [22]. Здесь мы ограничимся рассмотрением образцов с одним типом неоднородностей, поэтому зависимости, получаемые ниже, будут иметь вид графика на рис. 2.



Рис. 4. Интервал оценки REV (из [22])

Другой ситуацией, которая также в полной степени не исследуется в работе, является случай, когда *REV* отсутствует. Например, это справедливо для месторождения с разломом, длина которого сопоставима с размерами резервуара [22]. Аналогично, нельзя определить REV самого ДЛЯ месторождения, содержащего трещины длиной сотни метров и более, как усредненное приближение двойной среды следствие. В ЭТОМ случае несправедливо [23]. Таким образом, оценки REV, включая безуспешные, могут помочь при выборе той или иной модели рассматриваемого объекта.

Случайное поле проницаемости

Будем рассматривать течение в приближении закона Дарси. Основным параметром, определяющим скорость фильтрации, то есть величину и направление потока флюида, является проницаемость. Поэтому ee рассмотрение является ключевым моментом при укрупнении, в то время как скалярные свойства, обладающие свойством аддитивности, такие как, например, пористость, могут быть построены простым усреднением по объему.

Под проницаемостью подразумевается блоковая проницаемость [23], то есть эквивалентная исходным свойствам проницаемость конечного объема среды, различные подходы к вопросу построения которой рассмотрены в обзорах [23, 24, 25]. При этом необходимо понимать, что невозможно получить полное соответствие между усредненной однородной и исходной

средой. Необходимо выбрать критерии неоднородной для оценки эквивалентности двух сред [23]. Первый критерий — равенство потоков: через границу рассматриваемого объема среды должны быть потоки одинаковыми. Следует отметить, что здесь понятие «одинаковый» может подразумевать равенство лишь в смысле некоторой нормы. Второй часто используемый критерий (см. [26]) — равенство энергии диссипации вязких сил, $E = \nabla p \cdot \hat{K} \nabla p$, где как — давление, определяемой р Ŕ — тензор исходной неоднородной проницаемости, для среды производится интегрирование по объему. В работе [26] доказана эквивалентность двух вышеперечисленных критериев для метода, предложенного в работе [27]. Кроме того, показано, что тензор проницаемости, получаемый при помощи данного метода, симметричный и положительно определенный. Недостатком является предположение об определенном виде граничных условий, а именно их периодичности, что налагает ограничение на класс рассматриваемых полей проницаемости [28]. В работах [29, 30] предложен метод построения тензора эквивалентной проницаемости, лишенный указанного недостатка. приводящий к симметричному Используется энергетический критерий, тензору. Кроме того, показано, что при определенном виде аппроксимации можно получить равенство потоков, которое в общем случае выполняет в слабом смысле. Именно последний метод в силу его физической корректности и универсальности используется здесь для построения тензора проницаемости для объема, включающего неоднородности.

Рассмотрим квадратный образец неоднородной среды размера $R \times R$. Значения поля проницаемости подчиняются изотропному логнормальному распределению с некоторым радиусом корреляции r_0 [31]. Чтобы исследовать связь между *REV* и значением r_0 , построим при помощи указанного выше метода зависимость компонентов тензора эквивалентной проницаемости от величины r/R, последовательно увеличивая размеры рассматриваемой части образца r.

На рис. 4 приведены полученные зависимости для различных радиусов корреляции r_0 : представлены графики для компонент тензора проницаемости K_{xx} , K_{yy} , K_{xy} . В большинстве случае образец в целом оказывается изотропным, поэтому при $r/R \rightarrow 1$ кривые для K_{xx} и K_{yy} совпадают, а график K_{xy} приближается к оси абсцисс.



Рис. 4. Зависимость компонент тензора проницаемости от r/R



Рис. 4. Зависимость компонент тензора проницаемости от r/R (продолжение)

9



Рис. 4. Зависимость компонент тензора проницаемости от r/R (продолжение)

10



Рис. 4. Зависимость компонент тензора проницаемости от r/R (продолжение)

Полученные зависимости подтверждают результаты, полученные в [8]. В частности, можно заключить, что размер *REV* должен быть значительно (в несколько десятков раз) больше радиуса корреляции r_0 , что в указанной работе связывается со случайным характером распределения проницаемости. Однако, как будет показано ниже данное утверждение, хотя и в меньшей степени, справедливо и для детерминированных полей.

Последние три образца, как следует из графиков, не являются *REV*, и измеренная с их помощью проницаемость приведет к определенным неточностям при распределении свойств на больший масштаб. Оценке связанных с данным обстоятельством ошибок посвящена работа [32].

Детерминированные поля

В данном разделе рассмотрим детерминированные структуры полей проницаемости, встречающиеся в работах [28, 33]. Следует отметить, что подобные картины получены в работах [34, 35] при исследовании осадочных горных пород для выявления закономерностей распределения трещин.



Рис. 5. Параллельная структура

Рассмотрим следующую параллельную структуру: между пропластками с проницаемостью $K_1 = 10$ мД расположены более тонкие пропластки с $K_2 = 100$ мД. Шаг структуры равен 8 ячейкам (рис. 5).



Рис. 6. Зависимость компонент тензора проницаемости от размера образца для параллельной структуры

Размеры *REV* в смысле, обсуждаемом выше, оказываются тоже существенно бо́льшими шага структуры (рис. б). Кроме того, данный простой пример показывает, что анализа зависимости проницаемости по одной оси может оказаться недостаточно для корректного определения *REV*. Данный факт для более сложных случаев распределения проницаемости обсуждается

в работе [9], где отмечен разный характер зависимости латеральной и вертикальной проницаемости от рассматриваемого объема образца.



Рис. 7. Перекрестная структура

Далее рассмотрим перекрестную структуру с теми же значениями проницаемостей и шагом шаблона (рис. 7). Структуры подобного вида часто наблюдаются в природе, например, в работах [34, 35] показано, что среднее расстояние между трещинами, ортогональными слоистости, примерно равно толщине слоя.

Результат (рис. 8) аналогичен предыдущему случаю.



Рис. 8. Зависимость компонент тензора проницаемости от размера образца для перекрестной структуры



Рассмотрим наклонно-параллельную структуру (рис. 9).

Рис. 9. Наклонно-параллельная структура



Рис. 10. Зависимость компонент тензора проницаемости от размера образца для наклонно-параллельной структуры

Полученная зависимость (рис. 10) с точки зрения оценки *REV* аналогична предыдущим двум рассмотренным вариантам. Однако следует отметить заметные флуктуации величины недиагонального компонента тензора проницаемости K_{xy} , учет которого отсутствует в работах [8, 9]. Можно предположить, что для сложной структуры среды именно значение K_{xy} является наиболее чувствительным индикатором для определения *REV*.

Функции фазовых проницаемостей

Рассмотрим двухфазную фильтрацию несмешивающихся флюидов в пористой среде. Симметричный тензор фазовой проницаемости k_{ij}^{α} в обобщенном законе Дарси связывает вектор скорости с градиентом давления:

$$v_i^{\alpha} = -\frac{k_{ij}^{\alpha}}{\mu_{\alpha}} \nabla_j p_{\alpha}, \qquad \alpha = 1, 2,$$

где \vec{v}^{α} — вектор скорости фильтрации фазы α , μ_{α} — вязкость, p_{α} — давление.

В работах [10, 36, 15] показано, что даже в случае когда тензор абсолютной проницаемости изотропен, тензор фазовой проницаемости, вообще говоря, может быть анизотропным. Таким образом, симметрия тензора абсолютной проницаемости может оказаться выше симметрии тензоров фазовой проницаемости, что проявляется в их несоосности, причем положение главных осей тензора фазовых проницаемостей, как и следовало ожидать, зависит от насыщенности [15].

В связи с этим возникают предпосылки к возможному несовпадению размеров *REV*, определенных для однофазного и многофазного случаев.

Для определения *REV* в многофазном случае построим зависимости от насыщенности компонентов тензора фазовой проницаемости для различных объемов среды. Аналогично однофазному случаю, размер, при котором флуктуации между различными кривыми становятся минимальными, будем считать за *REV*.

Для построения зависимостей фазовых проницаемостей от насыщенности будем использовать методику, основанную на предположении о капиллярном равновесии, которая описывается, например, в работах [11, 37]. По аналогии с [11], рассматривается образец среды, состоящей из породы двух типов с различными кривыми зависимости капиллярного давления от насыщенности (рис. 11), но с одинаковыми кривыми относительных фазовых проницаемостей (рис. 12).



Рис. 11. Кривые зависимостей капиллярных сил от насыщенности для разных типов пород



Рис. 12. Кривые относительных фазовых проницаемостей

В сделанных выше предположениях построение тензора относительной фазовой проницаемости проводится по следующей схеме:

- 1. Построение тензора абсолютной проницаемости k_{ii} .
- 2. Для некоторого значения капиллярного давления P_c находим насыщенности для каждого типа породы как $S_i = P_{ci}^{-1}(P_c), i = 1, 2$. Таким образом получаем распределение насыщенности в образце.
- 3. Построение тензора фазовой проницаемости k_{ij}^{α} , $\alpha = 1, 2$, тем же методом, что и в пункте 1.

Шаги 2–3 выполняются для различных значений капиллярного давления P_c так, чтобы полностью покрыть интервал изменения суммарной насыщенности образца.

Для анализа *REV* в многофазном случае выберем детерминированный случай, последний вариант с наклонно-параллельной структурой (рис. 9), для которого имеет место указанная выше несоосность тензоров фазовой и абсолютной проницаемостей (рис. 13).



Рис. 13. Недиагональные компоненты тензора фазовых проницаемостей в главных осях тензора абсолютной проницаемости



Рис. 14. Кривые компонентов тензора фазовой проницаемости для различных объемов среды



Рис. 14. Кривые компонентов тензора фазовой проницаемости для различных объемов среды (продолжение)



Рис. 14. Кривые компонентов тензора фазовой проницаемости для различных объемов среды (продолжение)

На рис. 14 представлены искомые зависимости. Стабилизация кривых происходит при размере 60–70 ячеек. Сравнивая с результатами для однофазного случая (рис. 10), можно сделать вывод, что размеры *REV* для обоих случаев оказываются примерно одинаковыми, что позволяет рассматривать только однофазный случай для оценки *REV*.

Заключение

Одним из параметров среды, определяющим размеры образца, достаточные для корректной оценки усредненных фильтрационных свойств для последующего распределения на больший масштаб, является *REV*.

Численными методами проведено исследование размеров *REV* как для случайных, так и детерминированных полей проницаемости, причем для второго проведено исследование многофазного случая.

Подтверждено, что для обоих типов полей *REV* должен включать значительное число характерных размеров структуры среды (радиус корреляции для случайных полей и шаг шаблона для детерминированных), причем для первого типа это число оказывается больше.

Установлено, что размеры *REV*, определенные для многофазного случая, совпадают с найденными для однофазного, что позволяет для оценки *REV* рассматривать только последний.

Полученные результаты следует учитывать при исследовании образцов, в случае, когда предполагается экстраполяция измеренных свойств на бо́льшие масштабы. Измерения на масштабе порядка *REV* позволяют минимизировать случайный фактор и выявить закономерности структуры среды.

Автор хотел бы поблагодарить А. Х. Пергамент за предложенную тему и ценные критические замечания, А. Р. Ахметсафину за помощь и Д. Ю. Максимова за плодотворные обсуждения при подготовке данной работы.

Литература

- 1. Y. Guieguen, R. Gavrilenko, M. Le Ravalec, Scales of Rock Permeability. Surveys in Geophysics, 17, P. 245–263, 1996.
- 2. K. J. Weber, How Heterogeneity Affects Oil Recovery. In Reservoir Characterisation, Academic Press, 1986.
- 3. Naji Saad, A. S. Cullick, M. M. Honarpour, Effective Relative Permeability in Scale-Up and Simulation. SPE 29592, 1995.
- 4. J. Bear, Dynamics of fluids in porous media. American Elsevier, New York, 1972.
- M. D. Jackson, A. H. Muggeridge, S. Yoshida, H. D. Johnson, Upscaling Permeability Measurements within Complex Heterolithic Tidal Sandstones. Math. Geol., 35(5), P. 446–454, 2003.
- 6. M. D. Jackson, S. Yoshida, A. H. Muggeridge, H. D. Johnson, Three-dimensional reservoir characterization and flow simulation of heterolithic tidal sandstones. Am. Assoc. Pet. Geol. Bull., 89(4), P. 507–528, 2005.
- Y. Bachmat, J. Bear, Macroscopic Modelling of Transport Phenomena in Porous Media. 1: The Continuum Approach. Transport in Porous Media, 1, P. 213–240, 1986.

- 8. Y. Anguy, D. Bernard, R. Ehrlich, Towards Realistic Flow Modelling. Creation and Evaluation of Two-Dimensional Simulated Porous Media: an Image Analysis Approach. Surveys in Geophysics, 17, P. 265–287, 1996.
- 9. K. Nordahl, P. S. Ringrose, Identifying the Representative Elementary Volume or Permeability in Heterolithic Deposits Using Numerical Rock Models. Math. Geosci, 40, P. 753–771, 2008.
- 10.N. M. Dmitriev, V. M. Maksimov, Determining Equations of Two-Phase Flows through Anisotropic Porous Media. Fluid Dynamics, V. 33, N. 2, 1998.
- 11.A. T. Corey, C. H. Rathjens, Effect of Stratification on Relative Permeability. J. Pet. Tech., P. 69-71, December 1956.
- 12.J. Bear, C. Braester, P. C. Menier, Effective and Relative Permeabilities of Anisotropic Porous Media. Transport in Porous Media, 2, P. 301-316, 1987.
- 13.M. M. Honarpour, A. S. Cullick, Naji Saad, Influence of Small-Scale Rock Laminations on Core Plug Oil/Water Relative Permeability and Capillary Pressure. SPE 27968, 1994.
- 14.M. M. Honarpour, A. S. Cullick, Naji Saad, N. V. Humphreys, Effect of Rock Heterogeneity on Relative Permeability: Implications for Scale-up. SPE 29311, 1995.
- 15.М. Н. Дмитриев, Н. М. Дмитриев, В. М. Максимов, Д. Ю. Семигласов, Эффекты анизотропии при двухфазных фильтрационных течениях. Изв. РАН, МЖГ, № 3, С. 140–146, 2010.
- 16.P. Olivier, L. Cantegrel, J. Laveissiere, N. Guillonneau, Multiphase Flow Behaviour in Vugular Carbonates Using X-ray CT. SCA paper 2004–13, Abu Dhabi, UAE, 2004.
- 17.T. P. G. Gurholt, B. F. V. Vik, I. A. Aavatsmark, S. I. A. Aanonsen, Determination of Connectivity in Vuggy Carbonate Rock Using Image Segmentation Techniques. Proceedings of ECMOR XII, A012, 2010.
- 18.I. Ligaarden, M. Krotkiewski, K. A. Lie, M. Pal, D. Schmid, On the Stokes-Brinkman Equations for Modeling Flow in Carbonate Reservoirs. Proceedings of ECMOR XII, A006, 2010.
- 19.G. Hamon, C. Roy, Influence of Heterogeneity, Wettability and Coreflood Design on Relative Permeability Curves. SCA paper 2000–25, Abu Dhabi, UAE, 2000.
- 20.M. Fourar, G. Konan, C. Fichen, E. Rosenberg, P. Egermann, R. Lenormand, Tracer Tests for Various Carbonate Cores Using X-ray CT. SCA paper 2005–56, Toronto, Canada, 2005.
- 21.J. E. Aarnes, V. Kippe, K.-A. Lie, A. B. Rustad, Modelling of Multiscale Structures in Flow Simulations for Petroleum Reservoirs. In "Geometrical Modeling, Numerical Simulation, and Optimization: Industrial Mathematics

at SINTEF", Eds., G. Hasle, K.-A. Lie, E. Quak, P. 307-360, Springer Verlag, 2007.

- 22.P. van Lingen, J.-M. Daniel, L. Cosentino, M. Sengul, Single Medium Simulation of Reservoirs with Conductive Faults and Fractures. SPE 68165, 2001.
- 23.Ph. Renard, G. de Marsily, Calculating Equivalent Permeability: a Review. Advances in Water Resources, V. 20, N. 5–6, P. 253–278, 1997.
- 24.C. L. Farmer, Upscaling: a Review. Int. J. Numer. Meth. Fluids, 40, P. 63–78, 2002.
- 25.L. J. Durlofsky, Upscaling and Gridding of Fine Scale Geological Models for Flow Simulation. 8 International Forum on Reservoir Simulation, Italy, 2005.
- 26.O. Boe, Analysis of an Upscaling Method Based on Conservation of Dissipation. Transport in Porous Media, 17, P. 77–86, 1994.
- 27.L. J. Durlofsky, Numerical Calculation of Equivalent Grid Block Permeability Tensors for Heterogeneous Porous Media. Water Res., V. 27, P. 699–708, 1991.
- 28.G. E. Pickup, P. S. Ringrose, J. L. Jensen, K. S. Sorbie, Permeability Tensors for Sedimentary Structures. Mathematical Geology, V. 26, N. 2, 1994.
- 29.A. Kh. Pergament, V. A. Semiletov, M. Yu. Zaslavsky, Multiscale Averaging Algorithms for Flow Modeling in Heterogeneous Reservoir, Proceedings of 10th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery, P014, 2006.
- 30.М. Ю. Заславский, Об алгоритме осреднения для решения эллиптических задач с разрывными коэффициентами, Доклады Академии наук, Т. 419, № 2, С. 197–200, 2007.
- 31.Н. Г. ван Кампен, Стохастические процессы в физике и химии. М.: Высшая школа, 1990.
- 32.K. Nordahl, P. S. Ringrose, R. Wen, Petrophysical characterization of a heterolithic tidal reservoir interval using a process-based modeling tool. Pet. Geosci, 11, P. 17–28, 2005.
- 33.P. S. Ringrose, J. L. Jensen, K. S. Sorbie, The Use of Geology in the Interpretaion of Core-Scale Relative Permeability Data. SPE 28448, 1994.
- 34.А. Ф. Грачев, Ш. А. Мухамедиев, О трещиноватости каменноугольных известняков Московской синеклизы. Физика Земли, №1, С. 61–77, 2000.
- 35.А. Ф. Грачев, Ш. А. Мухамедиев, Трещиноватость горных пород и оценка напряжений in situ в обнажениях, подверженных воздействию взрывов. Физика Земли, № 2, С. 34–43, 2000.
- 36.M. N. Dmitriev, N. M. Dmitriev, V. M. Maksimov, Representation of the Functions of the Relative Phase Permeabilities for Anisotropic Porous Media. Fluid Dynamics, V. 40, N. 3, P. 439–445, 2005.
- 37.G. E. Pickup, D. Carruthers, Effective Flow Parameters for 3D Reservoir Simulation. SPE 35495, 1996.