



**Беляев М.Ю., Матвеева Т.В.,
Монахов М.И., Сазонов В.В.,
Цветков В.В.**

Определение
вращательного движения
кораблей Прогресс по
данным измерений угловой
скорости и токосъема с
солнечных батарей

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Определение вращательного движения кораблей Прогресс по данным измерений угловой скорости и токосъема с солнечных батарей / М.Ю.Беляев [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2012. № 39. 36 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2012-39>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В. Келдыша

М.Ю.Беляев, Т.В.Матвеева, М.И.Монахов,
В.В.Сазонов, В.В.Цветков

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ
КОРАБЛЕЙ *ПРОГРЕСС* ПО ДАННЫМ ИЗМЕРЕНИЙ
УГЛОВОЙ СКОРОСТИ И ТОКОСЪЕМА
С СОЛНЕЧНЫХ БАТАРЕЙ**

Москва - 2012

Аннотация

В 2011 — 2012 гг. на кораблях *Прогресс-М-11М*, *Прогресс-М-13М* и *Прогресс-М-14М* использовался режим одноосной солнечной ориентации — так называемая закрутка на Солнце. Начальные условия движения в этом режиме — закрутка корабля с угловой скоростью $2^\circ/\text{с}$ вокруг нормали к плоскости солнечных батарей, направленной на Солнце. Режим продолжался $1 \div 2$ орбитальных витка. На каждом корабле до стыковки его со станцией выполнялись две закрутки. Пока этот режим имеет экспериментальный характер. В будущем предполагается использовать его для проведения разного рода экспериментов. В частности, обсуждается возможность экспериментов с датчиком конвекции ДАКОН-М. Для интерпретации результатов экспериментов необходимо иметь достаточно точную реконструкцию вращательного движения корабля. Реконструкция движения в реализованных режимах одноосной солнечной ориентации была выполнена по телеметрическим значениям компонент угловой скорости корабля и тока, снимаемого с его солнечных батарей. Данные измерений, собранные на некотором интервале времени, обрабатывались совместно различными статистическими методами с помощью интегрирования уравнений движения корабля относительно центра масс. В результате обработки оценивались начальные условия движения и параметры используемых математических моделей. В данной работе представлены полученные результаты.

M.Yu. Belyaev, T.V. Matveeva, N.I. Monakhov, V.V. Sazonov, V.V. Tsvetkov. Reconstruction of spacecraft Progress attitude motion by measurements of their angular rate and electric current from solar batteries. In 2011 — 2012, the spacecraft *Progress-M-11M*, *Progress-M-13M*, and *Progress-M-14M* tried out the mode of single-axis solar orientation in their autonomous flight before docking to ISS. At the beginning of the oriented motion, the spacecraft rotated around the normal to solar batteries with angular rate 2 deg./s and the normal was directed to the Sun. The oriented motion lasted for $1 \div 2$ orbit revolutions. Each spacecraft had two seances of the single-axis solar orientation mode. This mode will be used perhaps for carrying out some scientific experiments specifically the experiments with convection sensor DACON-M. To interpret the experimental results one needs to have the reconstruction of the spacecraft attitude motion during experiments. The motion in the single-axis solar orientation mode was reconstructed by measurements of the spacecraft angular rate and the electric current from its solar batteries. The measurement data, collected in a time interval about a few hours, were processed simultaneously by statistical methods and integration of the spacecraft attitude motion equations. The estimations of the mathematical model parameters and initial conditions of the attitude motion were obtained as a result of such processing. We described in this paper some results obtained.

1. Одноосные закрутки кораблей *Прогресс*. Уровень остаточных микроускорений на Российском сегменте Международной космической станции (МКС) слишком высок для проведения некоторых экспериментов в области микрогравитации. По этой причине изучается возможность выполнения таких экспериментов на кораблях *Прогресс* во время их неуправляемого автономного полета. Несколько режимов неуправляемого полета были опробованы на *Прогрессе-М1-11* в мае — июне 2004 г. и *Прогрессе-51* в феврале — марте 2005 г. Надо было найти устойчивый режим, обеспечивающий в течение нескольких суток малый уровень остаточных микроускорений [1 – 4]. Наиболее перспективным в этом отношении оказался режим гравитационной ориентации вращающегося спутника.

В 2011 — 2012 гг. на кораблях *Прогресс-М-11М*, *Прогресс-М-13М* и *Прогресс-М-14М* был опробован режим одноосной солнечной ориентации. Начальные условия движения в этом режиме — закрутка корабля с угловой скоростью $2^\circ/\text{с}$ вокруг направленной на Солнце нормали к плоскости солнечных батарей. Режим продолжался $1 \div 2$ орбитальных витка. На каждом корабле до стыковки его со станцией выполнялись две закрутки. Этот режим — не лучший по уровню микроускорений, но он подходит для планируемых на полет одного из *Прогрессов* экспериментов с датчиком конвекции ДАКОН-М [5]. Датчик не очень чувствителен, и в экспериментах с ним нужен достаточно высокий уровень квазистатических микроускорений.

Для интерпретации результатов микрогравитационных экспериментов, в частности, экспериментов с датчиком конвекции необходимо знать реальные квазистатические микроускорения. Эти микроускорения можно найти расчетным путем, реконструировав вращательное движение корабля. Реконструкция закруток *Прогрессов* выполнялась по телеметрическим значениям компонент угловой скорости корабля его в строительной системе координат и тока, вырабатываемого солнечными батареями. Полученные результаты представлены ниже.

2. Математическая модель вращательного движения космического корабля. Космический корабль (КК) считается твердым телом. Для записи уравнений движения корабля относительно центра масс и соотношений, используемых при обработке данных измерений, вводятся три правые декартовы системы координат. Строительная система $Oy_1y_2y_3$ жестко связана с корпусом КК. Точка O — центр масс корабля, ось Oy_1 параллельна его продольной оси и направлена от стыковочного узла к агрегатному отсеку, ось Oy_2 перпендикулярна плоскости солнечных батарей (СБ). В этой системе интерпретируются данные измерений угловой скорости. Светочувствительная сторона СБ обращена к полупространству $y_2 > 0$. Система $Ox_1x_2x_3$ образована главными центральными осями инерции КК. Оси Ox_i составляют малые углы с осями Oy_i ($i = 1, 2, 3$). Система $CY_1Y_2Y_3$ близка ко второй

геоэкваториальной системе координат эпохи даты. Ее начало находится в центре масс Земли, плоскость CY_1Y_2 совпадает с плоскостью экватора, ось CY_3 направлена в северный полюс мира, ось CY_1 направлена приблизительно в точку весеннего равноденствия — повернута от плоскости гринвичского меридиана на среднее звездное время против вращения Земли. В системе $CY_1Y_2Y_3$ задаются двухстрочные элементы NORAD, которые использованы для задания орбитального движения КК. Эту систему $CY_1Y_2Y_3$ считаем инерциальной.

Положение системы $Ox_1x_2x_3$ относительно системы $Oy_1y_2y_3$ будем задавать углами γ , α и β , которые введем посредством следующего условия. Система $Oy_1y_2y_3$ может быть переведена в систему $Ox_1x_2x_3$ тремя последовательными поворотами: 1) на угол α вокруг оси Oy_2 , 2) на угол β вокруг новой оси Oy_3 , 3) на угол γ вокруг новой оси Oy_1 , совпадающей с осью Ox_1 . Матрицу перехода от системы $Ox_1x_2x_3$ к системе $Oy_1y_2y_3$ обозначим $\| a_{ij} \|_{i,j=1}^3$, где a_{ij} — косинус угла между осями Oy_i и Ox_j . Элементы этой матрицы выражаются через введенные углы с помощью формул

$$\begin{aligned} a_{11} &= \cos \alpha \cos \beta, & a_{21} &= \sin \beta, \\ a_{12} &= \sin \alpha \sin \gamma - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma, & a_{22} &= \cos \beta \cos \gamma, \\ a_{13} &= \sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma, & a_{23} &= -\cos \beta \sin \gamma, \\ & & a_{31} &= -\sin \alpha \cos \beta, \\ & & a_{32} &= \cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma, \\ & & a_{33} &= \cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma. \end{aligned}$$

Матрицу перехода от системы $Ox_1x_2x_3$ к системе $CY_1Y_2Y_3$ обозначим $\| b_{ij} \|_{i,j=1}^3$. Здесь b_{ij} — косинус угла между осями CY_i и Ox_j . Элементы этой матрицы параметризуем углами γ_b , δ_b и β_b . Соответствующие формулы для b_{ij} получаются из приведенных формул для a_{ij} подстановкой $\gamma = \gamma_b$, $\alpha = \delta_b + \pi/2$ и $\beta = \beta_b$.

Уравнения движения КК относительно центра масс образованы динамическими уравнениями Эйлера для компонент ω_i угловой скорости КК в системе $Ox_1x_2x_3$ и кинематическими уравнениями Пуассона для первых и второй строк матрицы $\| b_{ij} \|$. В уравнениях Эйлера учитываются действующие на КК гравитационный и восстанавливающий аэродинамический моменты. Уравнения движения имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_1 &= \mu(\omega_2\omega_3 - \nu x_2x_3) + \kappa(v_2p_3 - v_3p_2), \\ \dot{\omega}_2 &= \frac{\mu' - \mu}{1 - \mu\mu'}(\omega_1\omega_3 - \nu x_1x_3) + \frac{\kappa(1 - \mu')}{1 - \mu\mu'}(v_3p_1 - v_1p_3), \\ \dot{\omega}_3 &= -\mu'(\omega_1\omega_2 - \nu x_1x_2) + \frac{\kappa(1 - \mu')}{1 - \mu}(v_1p_2 - v_2p_1), \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}\dot{b}_{11} &= b_{12}\omega_3 - b_{13}\omega_2, & \dot{b}_{21} &= b_{22}\omega_3 - b_{23}\omega_2, \\ \dot{b}_{12} &= b_{13}\omega_1 - b_{11}\omega_3, & \dot{b}_{22} &= b_{23}\omega_1 - b_{21}\omega_3, \\ \dot{b}_{13} &= b_{11}\omega_2 - b_{12}\omega_1, & \dot{b}_{23} &= b_{21}\omega_2 - b_{22}\omega_1,\end{aligned}$$

$$\mu = \frac{J_2 - J_3}{J_1}, \quad \mu' = \frac{J_2 - J_1}{J_3}, \quad \nu = \frac{3\mu_e}{R^5},$$

$$R = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}, \quad \kappa = E\rho_a\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}.$$

Здесь точка над символом означает дифференцирование по времени t , x_i и v_i — компоненты в системе $Ox_1x_2x_3$ геоцентрического радиуса-вектора точки O и скорости этой точки относительно поверхности Земли, p_i — параметры аэродинамического момента, J_i — моменты инерции КК относительно осей Ox_i , μ_e — гравитационный параметр Земли, ρ_a — плотность атмосферы в точке O (рассчитывается согласно модели ГОСТ Р 25645.166-2004), E — масштабирующий множитель.

При численном интегрировании уравнений (1) единицами измерения времени и длины служат 1000 с и 1000 км, единицы измерения других величин: $[v_i] = \text{км/с}$, $[\omega_i] = 10^{-3}\text{с}^{-1}$, $[p_i] = \text{см/кг}$, $[\rho_a] = \text{кг/м}^3$; $E = 10^{10}$. Третья строка матрицы $\|b_{ij}\|$ вычисляется как векторное произведение ее первой и второй строк, начальные значения переменных b_{1i} , b_{2i} параметризуются углами γ_b , δ_b и β_b . Тем самым обеспечивается нужная точность выполнения условий ортогональности этой матрицы. Величины x_i и v_i задаются формулами

$$x_i = \sum_{k=1}^3 Y_k b_{ki}, \quad v_i = \sum_{k=1}^3 V_k b_{ki} \quad (i = 1, 2, 3),$$

$$V_1 = \dot{Y}_1 + \omega_e Y_2, \quad V_2 = \dot{Y}_2 - \omega_e Y_1, \quad V_3 = \dot{Y}_3.$$

Здесь ω_e — угловая скорость вращения Земли, координаты Y_k и скорости \dot{Y}_k точки O в системе $CY_1Y_2Y_3$ вычисляются в функции времени с помощью модели SGP4 по подходящему набору двухстрочных элементов.

Параметры μ , μ' в уравнениях (1) и углы γ , α , β можно считать заданными: их проектные значения $\mu = 0.14$, $\mu' = 0.87$, $\gamma = \alpha = \beta = 0$. Однако ниже эти величины и параметры p_i определяются из обработки данных измерений наряду с неизвестными начальными условиями движения КК, т. е. служат параметрами согласования.

3. Методика обработки данных измерений. Во время закруток КК измерялись компоненты угловой скорости в системе $Oy_1y_2y_3$ и электрический ток, вырабатываемый СБ. Данные измерений по телеметрическому каналу передавались на Землю. Обработка этих данных, относящихся к одной

и той же закрутке, состояла в поиске решения уравнений (1), наилучшим образом согласующего эти данные с их расчетными аналогами.

Данные измерений угловой скорости имеют вид

$$t_n, \Omega_1^{(n)}, \Omega_2^{(n)}, \Omega_3^{(n)} \quad (n = 1, 2, \dots, N),$$

где $\Omega_i^{(n)}$ ($i = 1, 2, 3$) — приближенные значения компонент угловой скорости КК в строительной системе координат в момент времени t_n : $\Omega_i^{(n)} \approx \Omega_i(t_n)$, $t_1 < t_2 < \dots < t_N$. Расчетные аналоги измерений компонент угловой скорости вычисляются по формулам

$$\Omega_i = \sum_{k=1}^3 a_{ik} \omega_k \quad (i = 1, 2, 3), \quad (2)$$

где ω_k берутся из решения уравнений движения КК.

Данные измерений тока СБ представляют собой три ряда значений, получаемые от трех датчиков:

$$t'_m, I_1^{(m)}, I_2^{(m)}, I_3^{(m)} \quad (m = 1, 2, \dots, M).$$

Здесь $I_j^{(m)}$ приближенное значение тока, фиксируемое в момент времени t'_m датчиком с номером j ($j = 1, 2, 3$), $t'_1 < t'_2 < \dots < t'_M$. Показания датчиков почти одинаковы, поэтому измерением тока в момент t'_m считается величина $I_m = [I_1^{(m)} + I_2^{(m)} + I_3^{(m)}] / 3$. Расчетный аналог тока СБ имеет вид

$$I = I_0 \eta, \quad \eta = \sum_{i,k=1}^3 S_k b_{ki} a_{2i}. \quad (3)$$

Здесь I_0 — максимально возможный ток СБ, η — косинус угла между осью Oy_2 и ортом \mathbf{s} направления "Земля — Солнце", b_{ik} определяются уравнениями (1), S_k — компоненты орта \mathbf{s} в системе $CY_1Y_2Y_3$. Зависимость величин S_k от времени рассчитывается по приближенным формулам.

Пусть ошибки в измерениях компонент угловой скорости независимы и имеют нормальное распределение с нулевым средним значением и стандартным отклонением σ_Ω . Ошибки в значениях величин I_m также независимы, распределены нормально с нулевым средним значением и стандартным отклонением σ_I . Поскольку величины σ_Ω и σ_I заранее не известны, совместная обработка обоих видов измерений выполняется методом максимального правдоподобия и сводится (ср. [6]) к минимизации на решениях системы (1) функционала

$$\Phi_1 = 3N \ln \Phi_\Omega + M \ln \Phi_I,$$

$$\Phi_{\Omega} = \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^3 [\Omega_i^{(n)} - \Omega_i(t_n)]^2, \quad \Phi_I = \sum_{m=1}^M [I_m - I_0 \eta(t'_m)]^2.$$

Здесь функции $\Omega_i(t)$ и $\eta(t)$ вычисляются вдоль решения этой системы по формулам (2), (3). Функционал Φ_1 минимизируется по 9 величинам: аэродинамическим параметрам p_i ($i = 1, 2, 3$) и начальным условиям решения системы (1). Начальные условия задаются в момент t_0 , предшествующий на несколько секунд наиболее раннему из моментов t_1 и t'_1 . Начальные значения переменных ω_i обозначим ω_{i0} , начальные значения переменных b_{1i} и b_{2i} , как уже говорилось, выражаются через углы γ_b , δ_b и β_b . Параметры I_0 , μ , μ' , γ , α и β при минимизации фиксированы. Они предварительно находятся из обработки тех же измерений с помощью более простых моделей.

Выражение Φ_I представим в виде

$$\Phi_I = I_0^2 \Phi_{\eta}, \quad \Phi_{\eta} = \sum_{m=1}^M [\eta_m - \eta(t'_m)]^2, \quad \eta_m = I_m / I_0.$$

Поскольку параметр I_0 фиксирован, минимизация Φ_1 эквивалентна минимизации функционала

$$\Phi_2 = 3N \ln \Phi_{\Omega} + M \ln \Phi_{\eta}. \quad (4)$$

Величины η_m и функция $\eta(t)$ имеют ясный геометрический смысл. Ниже они используются для представления результатов реконструкции движения КК. Ошибки в значениях величин η_m независимы, распределены нормально с нулевым средним значением и стандартным отклонением $\sigma_{\eta} = \sigma_I / I_0$.

Минимизация Φ_2 проводится методами Марквардта и Гаусса — Ньютона [6]. Начальное приближение определяется на этапе упрощенной обработки данных измерений, который описан ниже. Точность аппроксимации измерений и разброс в определении оцениваемых величин будем характеризовать соответствующими стандартными отклонениями. Приведем расчетные формулы. Пусть $\Phi_{\Omega, \min}$ и $\Phi_{\eta, \min}$ — значения выражений Φ_{Ω} и Φ_{η} и в точке минимума функционала (4), C_{Ω} и C_{η} — вычисленные в этой точке матрицы систем нормальных уравнений, возникающих при минимизации указанных выражений методом Гаусса — Ньютона (матрицы $2C_{\Omega}$, $2C_{\eta}$ приближенно равны матрицам квадратичных форм $d^2\Phi_{\Omega}$, $d^2\Phi_{\eta}$). Тогда формулы стандартных отклонений ошибок в измерениях и ковариационной матрицы K определяемых параметров можно записать в виде

$$\sigma_{\Omega} = \sqrt{\frac{\Phi_{\Omega, \min}}{3N}}, \quad \sigma_{\eta} = \sqrt{\frac{\Phi_{\eta, \min}}{M}}, \quad \sigma_I = I_0 \sigma_{\eta}, \quad K = (\sigma_{\Omega}^{-2} C_{\Omega} + \sigma_{\eta}^{-2} C_{\eta})^{-1}.$$

В первых двух формулах должно быть $M, 3N \gg 9$. Стандартные отклонения определяемых параметров равны квадратным корням из соответствующим

щих диагональных элементов матрицы K . Стандартные отклонения величин p_i , ω_{i0} , γ_b и т. п. будем обозначать σ_{p_i} , σ_{ω_i} , σ_{γ_b} .

4. Упрощенные способы обработки данных измерений. Движение КК в режиме закруток происходило с большой угловой скоростью, поэтому уравнения (1) и описанный выше способ обработки данных измерений целесообразно использовать только на продолжительных отрезках времени. На коротких временных отрезках лучше использовать другие модели. В этих моделях движение КК и расчетные аналоги измерений описываются более простыми соотношениями, но эти соотношения содержат дополнительные уточняемые параметры, которые в соотношениях (1) — (3) считаются фиксированными — в рамках модели п. 3 они уточняются плохо.

Для описания зависимости от времени величин ω_i на сравнительно коротких отрезках времени оказалось возможным использовать динамические уравнения Эйлера свободного твердого тела, на которое не действуют внешние механические моменты. Эти уравнения имеют вид

$$\dot{\omega}_1 = \mu\omega_2\omega_3, \quad \dot{\omega}_2 = \frac{\mu' - \mu}{1 - \mu\mu'}\omega_3\omega_1, \quad \dot{\omega}_3 = -\mu'\omega_1\omega_2. \quad (5)$$

Уравнения (5) допускают семейство стационарных решений

$$\omega_1 = \omega_3 = 0, \quad \omega_2 = \Omega, \quad (6)$$

где Ω — произвольная постоянная. Решения (6) описывают стационарные вращения КК вокруг его главной центральной оси максимального момента инерции. Движениям КК в режиме одноосной солнечной ориентации отвечают решения из малой окрестности семейства (6). Для отыскания таких решений можно воспользоваться линеаризованными уравнениями

$$\dot{\omega}_1 = \mu\Omega\omega_3, \quad \dot{\omega}_3 = -\mu'\Omega\omega_1, \quad \omega_2 = \Omega,$$

решив которые, получим приближенные формулы общего решения уравнений (5)

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \lambda[A \sin \nu(t - t_0) + B \cos \nu(t - t_0)], \quad \omega_2 = \Omega, \\ \omega_3 &= A \cos \nu(t - t_0) - B \sin \nu(t - t_0), \quad \lambda = \sqrt{\frac{\mu}{\mu'}}, \quad \nu = \Omega\sqrt{\mu\mu'}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь A , B и Ω — произвольные постоянные. Формулы (7) тем точнее, чем меньше абсолютные величины отношений A/Ω , B/Ω .

И решения уравнений (5), и формулы (7) можно использовать для обработки измерений угловой скорости КК, полученных во время реализации режима одноосной солнечной ориентации. Расчетные аналоги измерений в обоих случаях определяются соотношениями (2). Рассмотрим сначала использование формул (7). В этом случае соотношения (2) содержат 8 параметров: A , B , Ω , λ , ν , γ , α и β . Эти параметры считаем независимыми и

оцениваем методом наименьших квадратов из условия минимума введенного выше выражения Φ_Ω . После того, как оценки указанных параметров найдены, вычисляем $\mu = \lambda\nu/\Omega$, $\mu' = \nu/\lambda\Omega$. Параметры μ , μ' и углы γ , α , β характеризуют тензор инерции КК и по этой причине представляют большой интерес. Более точные оценки этих параметров можно получить, минимизируя выражение Φ_Ω на решениях уравнений (5). В этом случае Φ_Ω рассматривается как функция другого набора из 8 параметров: $\omega_{i0} = \omega_i(t_0)$ ($i = 1, 2, 3$), μ , μ' , γ , α , β . Минимизация Φ_Ω в обоих случаях выполняется методом Гаусса — Ньютона. Сначала минимизация выполняется с использованием формул (7), ее результат служит первым приближением для минимизации Φ_Ω на решениях уравнений (5). Найденные параметры μ , μ' , γ , α , β используются затем при упрощенной обработке измерений тока и при минимизации функционала (4). Стандартные отклонения указанных параметров обозначим σ_μ , $\sigma_{\mu'}$, σ_γ , σ_α , σ_β . Эти стандартные отклонения и стандартные отклонения остальных уточняемых параметров рассчитываются в рамках обычных предположений метода наименьших квадратов.

Упрощенная модель вращательного движения КК для обработки измерений тока СБ включает соотношения (2), (5) и уравнения Пуассона для компонент орта \mathbf{s} в строительной системе координат. Эти компоненты обозначим s_i . В рамках модели п. 3 они рассчитываются по формулам

$$s_i = \sum_{j,k=1}^3 S_k b_{kj} a_{ij} \quad (i = 1, 2, 3).$$

Если пренебречь изменением во времени величин S_k , то для компонент s_i будут справедливы уравнения

$$\dot{s}_1 = s_2\Omega_3 - s_3\Omega_2, \quad \dot{s}_2 = s_3\Omega_1 - s_1\Omega_3, \quad \dot{s}_3 = s_1\Omega_2 - s_2\Omega_1. \quad (8)$$

В этих уравнениях функции $\Omega_i = \Omega_i(t)$ выражаются через решение уравнений (5) по формулам (2), параметры которых определены на подходящем отрезке времени по измерениям угловой скорости КК. В формуле (3) расчетного аналога измеряемого тока $\eta = s_2$.

Уравнения (8) интегрируются численно. Начальные условия компонент s_i выражаются через независимые параметры z_1 и z_2 по формулам

$$s_1 = \frac{2z_1}{1 + z_1^2 + z_2^2}, \quad s_2 = \frac{1 - z_1^2 - z_2^2}{1 + z_1^2 + z_2^2}, \quad s_3 = \frac{2z_2}{1 + z_1^2 + z_2^2}.$$

Это обеспечивает равенство $s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 = 1$ в начальный момент времени. При численном интегрировании выписанное равенство выполняется с необходимой точностью в силу свойств уравнений (8).

Параметры z_1 , z_2 и максимальный ток I_0 находятся методом наименьших квадратов из условия минимума введенного в п. 3 выражения Φ_I на решениях системы (8). Начальные условия этой системы и системы (5), которая интегрируется совместно с (8) для расчета функций $\Omega_i(t)$, задаются при $t_0 = \min(t_1, t'_1)$. Минимизация выполняется методом Гаусса — Ньютона из начальной точки $z_1 = z_2 = 0$, $I_0 = 29\text{А}$, отвечающей идеальной солнечной ориентации КК и номинальному значению максимального тока. Качество обработки характеризуется стандартными отклонениями искомых параметров σ_{z1} , σ_{z2} , σ_{I0} и стандартным отклонением ошибок измерений σ_I .

5. Результаты упрощенной обработки измерений. Обработка измерений угловой скорости выполнена на 10 интервалах времени. Основные характеристики этих интервалов и некоторые полученные результаты приведены в табл. 1 — 3 и на рис. 1 — 3. В табл. 1 использовано декретное московское время — ДМВ (UTC +3 ч). В ней для каждого интервала указаны: его номер, начальная точка интервала t_1 , длина интервала $t_N - t_1$, число N включенных в обработку моментов времени с измерениями. Интервалы 1, 2 относятся к полету *Прогресса-М-11М*, измерения на интервалах 3 — 8 получены на *Прогрессе-М-13М*, интервалы 9, 10 получены в полете *Прогресса-М-14М*. Интервал 8 включает интервалы 6, 7.

На интервалах 1, 2 измерения имели вид, отличный от указанного в п. 3. Значения каждой компоненты Ω_i задавались на индивидуальной временной сетке $t_i^{(1)} < t_i^{(2)} < \dots < t_i^{(N_i)}$ ($i = 1, 2, 3$). В данном случае $\Omega_i^{(n)}$ — измеренное значение величины Ω_i в момент времени $t_i^{(n)}$. Для этих интервалов в табл. 1 указаны числа $t_1 = \min(t_1^{(1)}, t_2^{(1)}, t_3^{(1)})$, $t_N - t_1 = \max(t_1^{(N_1)}, t_2^{(N_2)}, t_3^{(N_3)}) - t_1$ и N_i . Обработка измерений на этих интервалах состояла в минимизации функционала

$$\Phi'_\Omega = \sum_{i=1}^3 \sum_{n=1}^{N_i} \left[\Omega_i^{(n)} - \Omega_i(t_i^{(n)}) \right]^2.$$

Способ задания измерений угловой скорости на интервалах 1, 2 отличается от принятого впоследствии более удобного способа, и пригодных для обработки измерений тока СБ в полете *Прогресса-М-11М* практически не было. По этой причине интервалам 1 и 2 уделено мало внимания. Они обработаны только с использованием соотношений (7).

Табл. 2, 3 содержат результаты обработки измерений. Табл. 2 получена с использованием соотношений (7), табл. 3 — с использованием решений системы (5). Во всех случаях в качестве момента t_0 использовался момент t_1 . В таблицах указаны оценки оцениваемых параметров и их стандартные отклонения; единицами измерения углов и угловой скорости служат соответственно радиан и 10^{-3}с^{-1} (при такой единице времени орбитальная частота равна 1.14). Величина σ_{Ω_0} в табл. 2 — стандартное отклонение параметра Ω .

Как видно из таблиц, оба способа упрощенной обработки измерений угловой скорости дают близкие результаты и позволяют получить приемлемые оценки тензора инерции КК. Особенно интересна оценка угла $\gamma \approx 7^\circ$. Это соотношение выполнялось для всех трех КК. Проектное значение $\gamma = 0$. Согласно формулам (2), (7) именно угол γ определяет возмущенное движение КК в режиме закрутки на Солнце при принятом способе построения начальных условий режима.

Графики реконструированных функций $\Omega_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) изображены сплошными линиями на рис. 1 – 3. Маркеры рядом с графиками указывают данные измерений — точки $(t_n, \Omega_i^{(n)})$ или $(t_i^{(n)}, \Omega_i^{(n)})$. Согласно данным в табл. 2, 3 характерное среднеквадратичное значение ошибки аппроксимации измерений угловой скорости составляет $\sigma_\Omega = 10^{-4} \text{с}^{-1} \approx 0.006^\circ/\text{с}$.

Результаты упрощенной обработки измерений тока на 8 интервалах времени приведены в табл. 4 и на рис. 4 – 12. Таблица содержит номера интервалов (цифры со штрихом), их начальные точки t'_1 , длины $t'_M - t'_1$ и числа M включенных в обработку моментов времени с измерениями. Кроме того, для каждого интервала с измерениями тока в таблице указан номер интервала с измерениями угловой скорости, результаты обработки которого использованы в соответствующей системе (8), и результаты минимизации функционала Φ_I : оценки параметров упрощенной модели, их стандартные отклонения, стандартные отклонения ошибок измерений σ_I и величины σ_η , $\sigma_\Omega^2/\sigma_\eta^2$. Номер интервала с измерениями угловой скорости указывает, в частности, на использованные значения параметров μ , μ' , γ , α , β из табл. 3. Эти значения индивидуальны для каждого обработанного интервала.

Интервалы $1' - 6'$ относятся к полету *Прогресса-М-13М*, интервалы $7', 8'$ — к полету *Прогресса-М-14М*. Интервалы $1' - 3'$ — короткие, у них левые (правые) концы отрезков $[t_1, t_N]$ и $[t'_1, t'_M]$ отстоят друг от друга на несколько минут. На иллюстрирующих интервалы $2', 3'$ рис. 4, 5 сплошными гладкими линиями изображены графики функций $\Omega_i(t)$ и $s_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) — коэффициентов и решений системы (8), а также график функции $I = I_0 s_2(t)$ — расчетного аналога тока СБ. Графики $\Omega_i(t)$ заданы на отрезке $[t_1, t_N] \cup [t'_1, t'_M]$, графики $s_i(t)$ и $I(t)$ — на отрезке $[t'_1, t'_M]$. Маркеры рядом с графиками функций $\Omega_i(t)$ суть использованные для построения решения системы (5) измерения $(t_n, \Omega_i^{(n)})$, $n = 1, 2, \dots, N$; маркеры рядом с графиками $s_2(t)$ и $I(t)$ — соответственно точки (t'_m, η_m) и (t'_m, I_m) , $m = 1, 2, \dots, M$. Нижний правый график на каждом рисунке — ломаная с вершинами в точках $(t'_m, I_m - I(t'_m))$. Эта ломаная иллюстрирует ошибку аппроксимации измерений тока упрощенной моделью.

Судя по рис. 4, 5 и значениям σ_I в табл. 4, аппроксимация измерений тока на коротких интервалах получилась достаточно точной. Однако на более продолжительных интервалах $4' - 8'$ описанный способ обработки оказался

неадекватным. Неадекватной оказалась и обработка в рамках модели п. 3. Поскольку уравнения (5) и даже формулы (7) оказались вполне приемлемы для описания изменения угловой скорости КК, уравнения (8) должны достаточно точно описывать изменение компонент орта \mathbf{s} в строительной системе координат. Уравнения (8) имеют простую структуру. Это — линейные дифференциальные уравнения с периодическими коэффициентами (все представляющие интерес решения системы (5) — периодические). Система (8) имеет кососимметрическую матрицу, поэтому ее матрица монодромии ортогональна. Один мультипликатор системы (8) равен 1, два других образуют пару комплексно сопряженных чисел, лежащих на единичной окружности. По этой причине в случае найденных $\Omega_i(t)$ любое решение системы (8) для переменной s_2 имеет специфический вид и совсем не похоже на любой из верхних осциллирующих графиков на рис. 6, 7. Указанные графики суть ломаные с вершинами в точках (t'_m, I_m) , $m = 1, 2, \dots, M$. Они должны быть близки графикам функций $I_0 s_2(t)$ и не могут содержать ярко выраженной низкочастотной (с частотами менее 0.001 Гц) составляющей, которая в них очевидно присутствует. Такая составляющая представляется не имеющей отношения к движению КК и из обрабатываемых измерений тока должна быть исключена.

Аппроксимация низкочастотной составляющей выполняется с помощью выражения (конечного ряда Фурье)

$$\chi(t) = a_{L+1} + a_{L+2}(t - t'_1) + \sum_{l=1}^L a_l \sin \frac{\pi l(t - t'_1)}{t'_M - t'_1},$$

коэффициенты которого a_1, a_2, \dots, a_{L+2} наилучшим образом в смысле метода наименьших квадратов сглаживают точки (t'_m, I_m) , $m = 1, 2, \dots, M$. Графики низкочастотной составляющей для интервалов 4'–8' изображены плавными линиями в верхней части рис. 9, 10. Графики построены при $L = 10$. Это значение L использовалось в расчетах, но его без изменения результата можно варьировать в довольно широких пределах. Далее вычисляется среднее значение $\langle \chi \rangle$ выражения $\chi(t)$ на сетке $\{t'_m\}$, и функция $\chi(t) - \langle \chi \rangle$ считается той посторонней составляющей, которую следует удалить из данных измерений. Удаление состоит в замене величин I_m величинами $I_m - \chi(t'_m) + \langle \chi \rangle$ с сохранением прежних обозначений. Ломаные, проходящие через новые точки (t'_m, I_m) , приведены в нижней части рис. 6, 7.

Результаты обработки скорректированных измерений тока на интервалах 4'–8' приведены в табл. 4 и на рис. 8–12. Рисунки и соответствующие строки в таблице организованы так же, как в случае коротких интервалов. Графики функций $\Omega_i(t)$ в значительной своей части повторяют графики на рис. 2, 3. Они приведены для того, чтобы проиллюстрировать совместное распределение во времени измерений угловой скорости и тока. Как видно

из новых рисунков, ошибки аппроксимации скорректированных измерений тока их расчетным аналогом на интервалах 4' — 8' несколько выше, чем в случае интервалов 2', 3'. Следовательно, коррекция сделана не вполне адекватно. Однако без такой коррекции согласие измерений с моделью было бы значительно хуже. Не ясно, чем обусловлено появление указанной низкочастотной составляющей. Возможно, ее появление объясняется изменением магнитного поля Земли вдоль орбиты КК. Максимумы этой составляющей находятся вблизи максимумов модуля магнитного поля Земли, но достаточно точного совпадения точек максимума нет.

6. Результаты обработки измерений с помощью полной модели на 5 интервалах времени представлены в табл. 5 и на рис. 13 — 17. Состав измерений на этих интервалах соответствует интервалам 4' — 8' из табл. 4. В случае интервалов 6', 7' и 8' соответствие — полное, в случае интервалов 4' и 5' данные измерений угловой скорости несколько дополнены. Вследствие указанного соответствия обозначения интервалов в табл. 4 и 5 одинаковы. В частности, включенные в обработку интервалы измерений угловой скорости из табл. 1 указаны в скобках в первом столбце табл. 5.

Обработка выполнялась в два этапа. На первом этапе минимизировался функционал наименьших квадратов $\Phi_3 = \Phi_\Omega + (\sigma_\Omega^2/\sigma_\eta^2)\Phi_\eta$, в котором отношение $\sigma_\Omega^2/\sigma_\eta^2$ бралось из соответствующей обрабатываемому интервалу строки табл. 4. Начальная точка минимизации формировалась следующим образом. Значения углов γ_b , δ_b и β_b находились из условия, что ось Ox_2 направлена точно по орту \mathbf{s} , а ось Ox_1 лежит в плоскости CY_1Y_2 . Начальные условия угловых скоростей, I_0 и параметры тензора инерции КК брались те же, что использовались при упрощенной обработке соответствующих интервалов из табл. 4. Принималось $p_1 = p_2 = p_3 = 0$. Минимизация Φ_3 выполнялась сначала методом Марквардта, а после окончания его работы полученный результат проверялся методом Гаусса — Ньютона. Затем минимизировался функционал (4).

Как оказалось, решение системы (1), доставляющее локальный минимум функционалу (4) или Φ_3 , не единственно. После того, как один локальный минимум найден, преобразование углов $\gamma_b \rightarrow -\gamma_b$, $\delta_b \rightarrow \delta_b \pm \pi$, $\beta_b \rightarrow -\beta_b$ позволяет иногда получить из найденной точки минимума начальное приближение для удачного поиска другого локального минимума с весьма близким значением функционала. Это преобразование задает поворот КК вокруг оси Ox_2 на угол π . В указанном выше начальном приближении точки экстремума ось Ox_1 в плоскости орбиты можно направить двумя способами. Разные направления этой оси также могут привести к разным точкам минимума.

Аппроксимация данных измерений разными решениями системы (1), доставляющими функционалу (4) близкие минимальные значения, на вид одинакова; количественно (по значениям σ_Ω и σ_η) такие аппроксимации почти

одинаковы. В такой ситуации для выбора решения, описывающего фактическое движение КК, необходимо привлечение дополнительной информации. Если же не задаваться целью детальной реконструкции движения, а сосредоточиться на свойствах солнечной ориентации, то можно ограничиться анализом движения орта \mathbf{s} в строительной системе координат КК. Конкурирующие минимали функционала (4) описывают его практически одинаково. По этой причине на рис. 13 – 17 движение КК иллюстрируется графиками компонент угловой скорости $\Omega_i(t)$ и компонент орта \mathbf{s} в системе $Oy_1y_2y_3$. Графики изображены сплошными линиями. Маркеры на рисунках указывают точки $(t_n, \Omega_i^{(n)})$ и (t'_m, η_m) .

В табл. 5 приведены оценки уточняемых параметров полной модели, их стандартные отклонения, а также стандартные отклонения ошибок измерений σ_Ω и σ_η . Кроме того в таблице приведены моменты времени t_0 , в которые задавались начальные условия системы (1) и длины Δt объединенных интервалов $[t_1, t_N] \cup [t'_1, t'_M]$. Анализ таблицы и рисунков показывает, что результаты обработки измерений с помощью полной модели несколько изменились по сравнению с результатами упрощенной модели, но все же близки последним.

Зная фактическое движение КК, можно рассчитать квазистатическое микроускорение в любой заданной точке его борта. Расчеты такого рода для спутника *Фотон М-2* описаны в [7]. Движение этого спутника было отчасти похоже на движение рассматриваемых КК в режиме закруток на Солнце.

Данная работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект 11-01-00262).

Литература

- [1] Беляев М.Ю., Бабкин Е.В., Сазонов В.В. Режимы неуправляемого вращательного движения КА *Прогресс* для экспериментов в области микрогравитации. Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2004, № 44.
- [2] Брюханов Н.А., Цветков В.В., Беляев М.Ю., Бабкин Е.В., Матвеева Т.В., Сазонов В.В. Экспериментальное исследование режимов неуправляемого вращательного движения КА *Прогресс*. Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2004, № 43.
- [3] Брюханов Н.А., Цветков В.В., Беляев М.Ю., Бабкин Е.В., Матвеева Т.В., Сазонов В.В. Эксперименты с неуправляемым вращательным дви-

жением КА *Прогресс*. Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2005, № 83.

- [4] Брюханов Н.А., Цветков В.В., Беляев М.Ю., Бабкин М.Ю., Матвеева Т.В., Сазонов В.В. Экспериментальное исследование режимов неуправляемого вращательного движения КА *Прогресс*. Космические исследования, 2006, т. 44, № 1, с. 52-61.
- [5] Путин Г.Ф., Глухов А.Ф., Завалишин Д.А., Беляев М.Ю., Сазонов В.В. Исследование микроускорений на борту МКС с помощью датчика конвекции ДАКОН-М. Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2011, № 23.
- [6] Бард Й. Нелинейное оценивание параметров. М., Статистика, 1979.
- [7] Абрашкин В.И., Богоявленский Н.Л., Воронов К.Е., Казакова А.Е., Пузин Ю.Я., Сазонов В.В., Семкин Н.Д., Чебуков С.Ю. Неуправляемое вращательное движение спутника *Фотон М-2* и квазистатические микроускорения на его боту. Космические исследования, 2007, т. 45, № 5, с. 450-470.

Таблица 1. Интервалы измерений угловой скорости

№ инт.	Дата	t_1 (ДМВ)	$t_N - t_1$ (мин)	N
1	22.06.2011	13:19:42	85.63	156, 107, 207
2	22.06.2011	20:58:04	85.59	386, 348, 448
3	31.10.2011	10:11:06	6.15	231
4	31.10.2011	11:32:22	18.88	703
5	31.10.2011	13:05:01	20.12	739
6	01.11.2011	16:09:45	7.90	297
7	01.11.2011	16:19:06	74.00	114
8	01.11.2011	16:09:45	88.92	555
9	26.01.2012	21:45:11	75.92	105
10	27.01.2012	05:09:39	88.86	513

Таблица 2. Результаты упрощенной обработки измерений угловой скорости

№ инт.	S_{Ω}	A	S_A	B	S_B	Ω	S_{W0}	n	S_n	l	S_l
1	0.089	-0.486	0.016	0.762	0.013	41.695	0.0085	16.300	0.0054	0.431	0.013
2	0.197	4.891	0.016	2.785	0.020	41.439	0.011	16.192	0.0010	0.446	0.0028
3	0.070	0.858	0.012	1.169	0.013	40.180	0.0046	14.895	0.071	0.417	0.0050
4	0.077	-0.311	0.0083	-1.337	0.0045	40.109	0.0029	15.086	0.0082	0.432	0.0032
5	0.082	0.890	0.0067	-0.701	0.0079	39.988	0.0030	14.973	0.010	0.424	0.0042
6	0.103	2.722	0.018	-5.211	0.012	41.161	0.0060	15.158	0.011	0.422	0.0016
7	0.151	3.959	0.033	4.028	0.033	41.174	0.014	15.269	0.0025	0.422	0.0039
8	0.396	2.266	0.036	-5.150	0.028	41.173	0.017	15.253	0.0018	0.420	0.0046
9	0.095	-0.841	0.017	0.485	0.024	40.638	0.0093	14.874	0.0097	0.424	0.015
10	0.288	2.490	0.026	4.320	0.021	40.898	0.013	15.021	0.0015	0.418	0.0039

№ инт.	m	S_m	m'	$S_{m'}$	g	S_g	a	S_a	b	S_b
1	0.169	0.0049	0.906	0.026	-0.1582	$3.0 \cdot 10^{-4}$	0.0395	0.014	-0.0182	$2.3 \cdot 10^{-4}$
2	0.174	0.0011	0.875	0.0055	-0.1602	$2.3 \cdot 10^{-4}$	0.0027	0.0033	-0.0127	$5.8 \cdot 10^{-4}$
3	0.154	0.0021	0.889	0.011	-0.1213	$2.7 \cdot 10^{-4}$	0.0237	0.0066	-0.0164	$8.5 \cdot 10^{-4}$
4	0.162	0.0012	0.872	0.0066	-0.1222	$9.0 \cdot 10^{-5}$	-0.0005	0.0041	-0.0130	$5.0 \cdot 10^{-4}$
5	0.159	0.0016	0.882	0.0087	-0.1222	$1.0 \cdot 10^{-4}$	0.0070	0.0049	-0.0143	$6.1 \cdot 10^{-4}$
6	0.155	$6.1 \cdot 10^{-4}$	0.874	0.0034	-0.1236	$1.6 \cdot 10^{-4}$	0.0056	0.0019	-0.0139	$2.6 \cdot 10^{-4}$
7	0.157	0.0014	0.878	0.0080	-0.1253	$3.5 \cdot 10^{-4}$	0.0057	0.0047	-0.0128	$6.8 \cdot 10^{-4}$
8	0.155	0.0017	0.883	0.0097	-0.1225	$4.2 \cdot 10^{-4}$	-0.0028	0.0056	-0.0120	$8.4 \cdot 10^{-4}$
9	0.155	0.0054	0.864	0.030	-0.1368	$3.2 \cdot 10^{-4}$	0.0123	0.018	-0.0124	0.0024
10	0.1.54	0.0014	0.878	0.0082	-0.1337	$3.3 \cdot 10^{-4}$	0.0067	0.0048	-0.0112	$7.6 \cdot 10^{-4}$

Таблица 3. Результаты упрощенной обработки измерений угловой скорости

№ инт.	S_{Ω}	W_{10}	S_{w1}	W_{20}	S_{w2}	W_{30}	S_{w3}
3	0.070	0.487	0.0063	40.183	0.0046	0.859	0.012
4	0.077	-0.577	0.0040	39.986	0.0029	-0.312	0.0082
5	0.082	-0.298	0.0067	-0.701	0.0079	0.890	0.0030
6	0.068	-2.197	0.0059	41.282	0.0040	2.729	0.012
7	0.129	1.699	0.016	41.177	0.012	3.965	0.028
8	0.389	-2.163	0.022	41.294	0.017	2.270	0.035
9	0.095	0.205	0.012	40.636	0.0093	-0.841	0.017
10	0.282	1.807	0.016	40.965	0.013	2.495	0.025

№ Инт.	m	S_m	m'	$S_{m'}$	g	S_g	a	S_a	b	S_b
3	0.155	0.0021	0.889	0.010	-0.1213	$2.6 \cdot 10^{-4}$	0.0235	0.0066	-0.0164	$8.4 \cdot 10^{-4}$
4	0.162	0.0012	0.872	0.0065	-0.1222	$9.0 \cdot 10^{-5}$	-0.0006	0.0041	-0.0130	$5.0 \cdot 10^{-4}$
5	0.159	0.0016	0.882	0.0087	-0.1222	$1.0 \cdot 10^{-4}$	0.0072	0.0049	-0.0143	$6.1 \cdot 10^{-4}$
6	0.156	$4.0 \cdot 10^{-4}$	0.871	0.0022	-0.1237	$1.1 \cdot 10^{-4}$	0.0054	0.0013	-0.0139	$1.7 \cdot 10^{-4}$
7	0.157	0.0014	0.876	0.0080	-0.1252	$3.5 \cdot 10^{-4}$	0.0057	0.0047	-0.0128	$6.8 \cdot 10^{-4}$
8	0.156	0.0017	0.881	0.0094	-0.1225	$4.1 \cdot 10^{-4}$	-0.0027	0.0055	-0.0120	$8.2 \cdot 10^{-4}$
9	0.155	0.0054	0.864	0.030	-0.1368	$3.2 \cdot 10^{-4}$	0.0125	0.018	-0.0124	0.0024
10	0.154	0.0014	0.876	0.0080	-0.1337	$3.3 \cdot 10^{-4}$	0.0066	0.0047	-0.0111	$7.5 \cdot 10^{-4}$

Таблица 4. Результаты упрощенной обработки измерений тока

№ инт.	Дата	t'_1	$t'_M - t'_1$ (мин)	M	№ инт. ω	S_I (А)	I_0 (А)	S_{I0} (А)
1'	31.10.2011	10:09:26	9.38	555	3	0.24	28.89	0.059
2'	31.10.2011	11:32:19	16.23	972	4	0.19	29.09	0.039
3'	31.10.2011	13:05:00	13.38	806	5	0.32	30.16	0.080
4'	31.10.2011	11:31:08	53.13	3096	4	0.29	28.58	0.029
5'	31.11.2011	12:25:11	53.15	3132	5	0.41	29.45	0.047
6'	01.11.2011	16:09:45	39.93	2980	8	0.20	28.014	0.0049
7'	26.01.2012	21:42:31	52.40	3144	9	0.16	28.035	0.0040
8'	27.01.2012	05:09:39	52.50	3150	10	0.21	28.039	0.0037

№ инт.	S_h	z_1	S_{z1}	z_2	S_{z2}	S_{Ω}^2 / S_h^2 (10^{-6} c^{-2})
1'	0.00822	0.1583	0.0022	-0.2654	0.0021	71.0
2'	0.00679	-0.2517	0.0012	-0.2205	0.0013	129
3'	0.0105	-0.3571	0.0019	-0.0497	0.0023	61.4
4'	0.0101	-0.24239	0.00095	-0.01073	0.0011	58.5
5'	0.0138	0.0926	0.0016	-0.3631	0.0013	35.4
6'	0.00702	0.00889	0.00060	0.422	0.00060	3062
7'	0.00573	-0.03796	0.00052	-0.03870	0.00053	268
8'	0.00732	0.00384	0.00058	-0.02842	0.00058	1483

Таблица 5. Результаты совместной обработки измерений угловой скорости и тока с помощью полной модели

№ инт.	t_0 (ДМВ)	Δt	S_{Ω}	S_h	g_b	S_{gb}	d_b	S_{db}	b_b	S_{bb}	w_{10}	S_{w1}
4'(3,4)	10:10:56	53.13	0.0925	0.00974	5.546	0.019	-5.443	0.023	-2.605	0.0097	0.429	0.0038
5'(5)	11:57:41	53.15	0.0891	0.0138	2.441	0.031	-2.011	0.038	0.829	0.0072	0.488	0.0043
6'(8)	16:09:35	39.93	0.358	0.00580	2.563	0.060	-4.317	0.075	1.002	0.026	-2.058	0.018
7'(9)	21:42:21	52.40	0.110	0.00546	2.641	0.061	1.420	0.11	-0.547	0.040	0.030	0.012
8'(10)	05:09:29	52.50	0.275	0.00719	3.149	0.095	2.204	0.14	-0.739	0.010	1.713	0.015

№ инт.	w_{20}	S_{w2}	w_{30}	S_{w3}	P_1	S_{p1}	P_2	S_{p2}	P_3	S_{p3}
4'(3,4)	40.132	0.0028	0.976	0.0060	0.104	0.020	0.003	0.0039	-0.0013	0.0006
5'(5)	40.065	0.0028	-0.144	0.0077	0.017	0.022	-0.050	0.0048	-0.0006	0.0006
6'(8)	41.371	0.0069	2.169	0.037	-0.083	0.11	-0.324	0.0093	0.018	0.0028
7'(9)	40.589	0.0098	0.952	0.018	0.330	0.10	0.121	0.012	0.027	0.0036
8'(10)	40.913	0.0063	2.946	0.026	0.033	0.10	0.103	0.0075	-0.009	0.0028

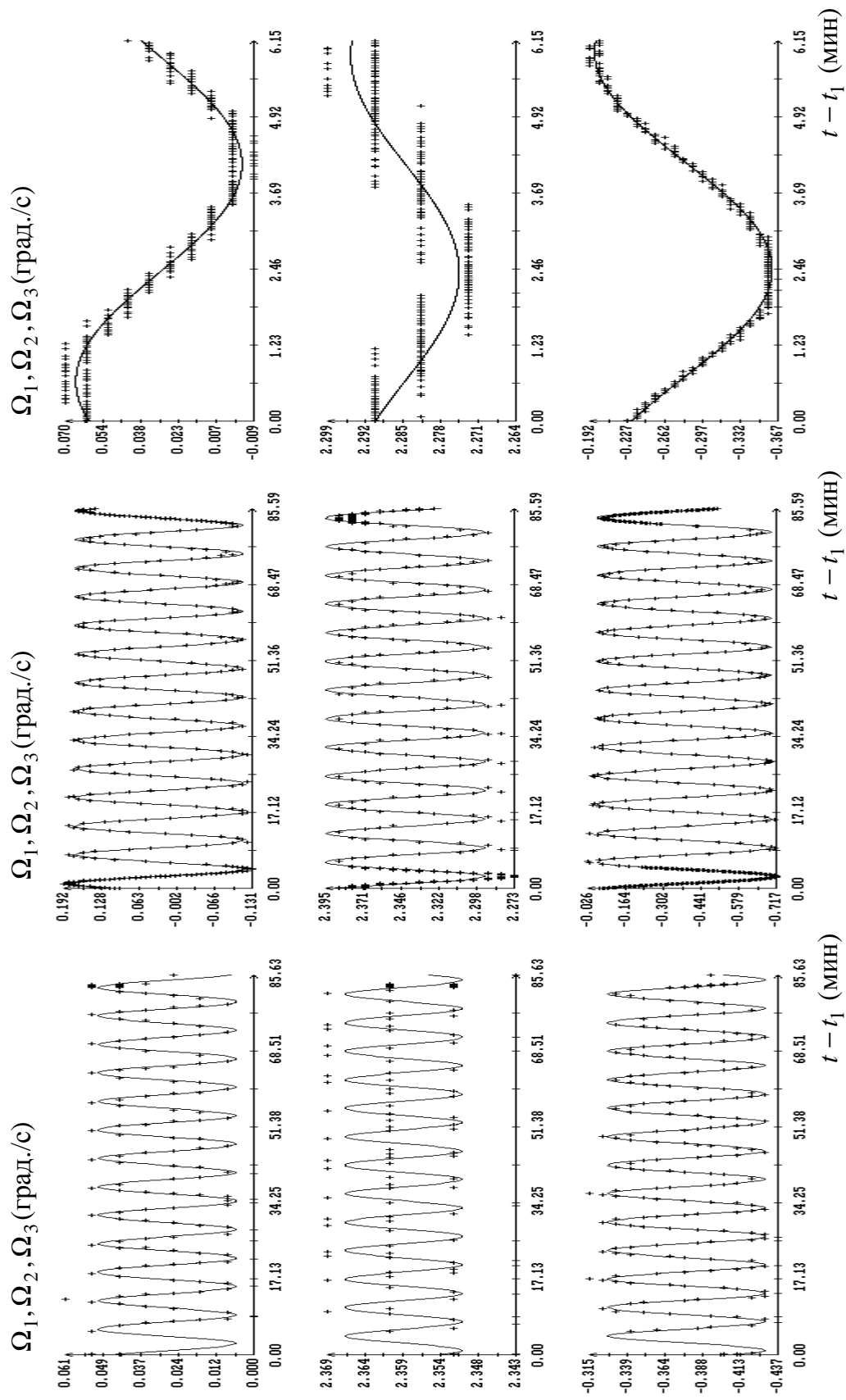


Рис. 1. Обработка данных измерений угловой скорости, маркеры – данные измерений, сплошные кривые – графики аппроксимирующих функций (7); слева – интервал 1, в центре – интервал 2, справа – интервал 3 (табл. 1).

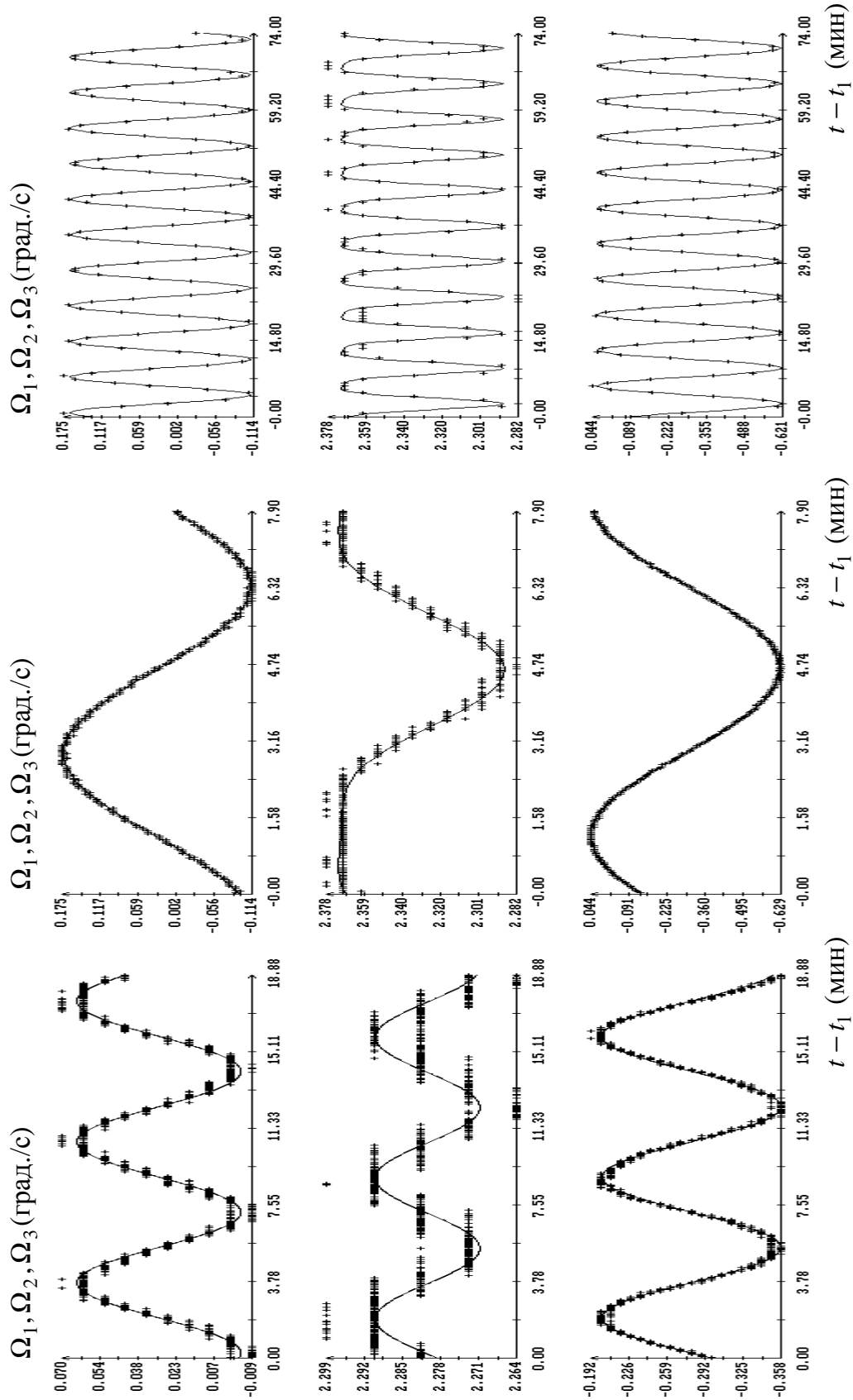


Рис. 2. Обработка данных измерений угловой скорости, маркеры – данные измерений, сплошные кривые – графики аппроксимирующих решений системы (5); слева – интервал 4, в центре – интервал 6, справа – интервал 7 (табл. 1).

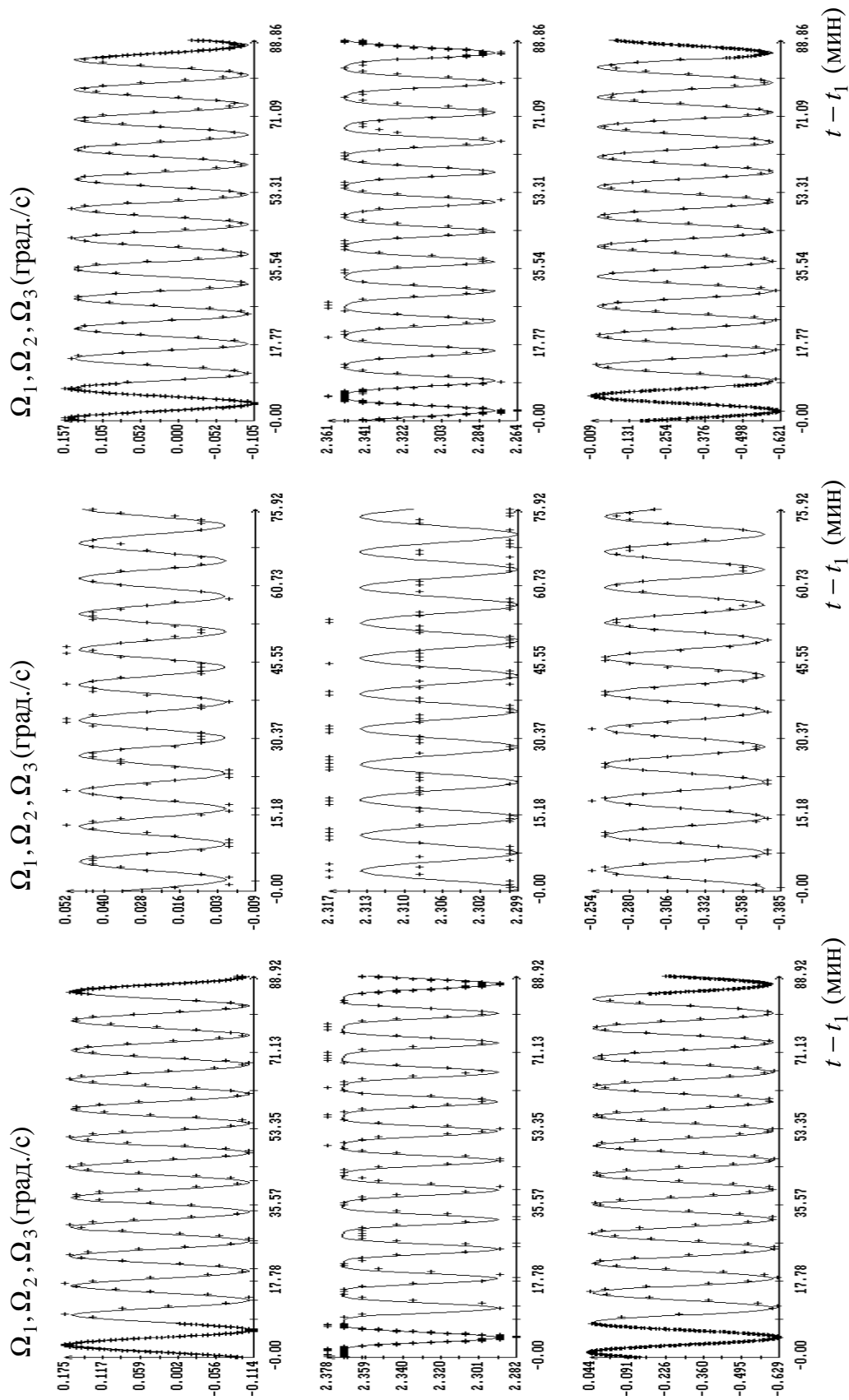


Рис. 3. Обработка данных измерений угловой скорости, маркеры – данные измерений, сплошные кривые – графики аппроксимирующих решений системы (5); слева – интервал 8, в центре – интервал 9, справа – интервал 10 (табл. 1).

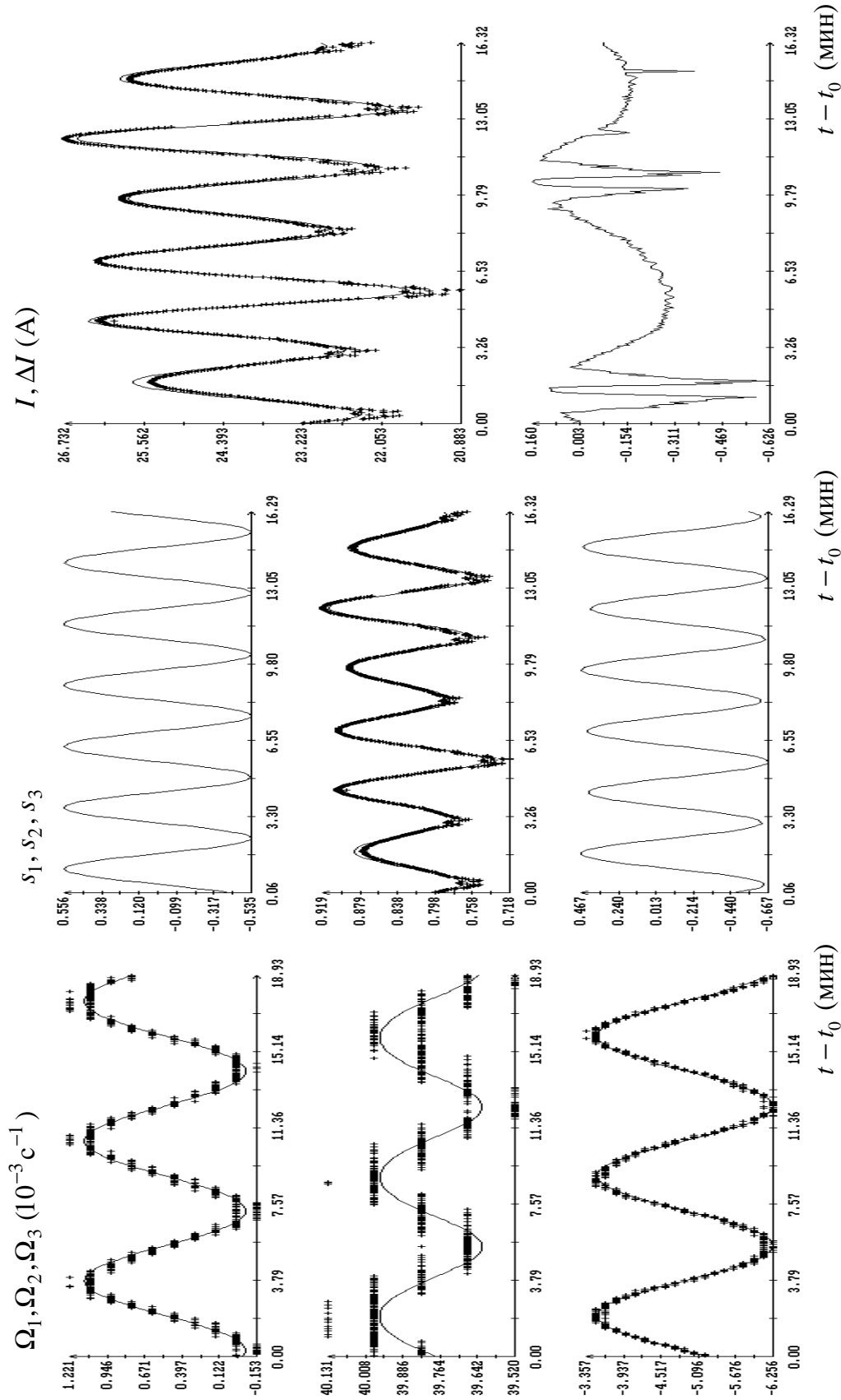


Рис. 4. Обработка данных измерений угловой скорости и тока, выполненных на КК *Прогресс-М-13М* (интервалы 4 и 2'), маркеры – данные измерений, сплошные кривые – графики аппроксимирующих функций; $t_0 = 11:32:19$ ДМВ 31.101.2011.

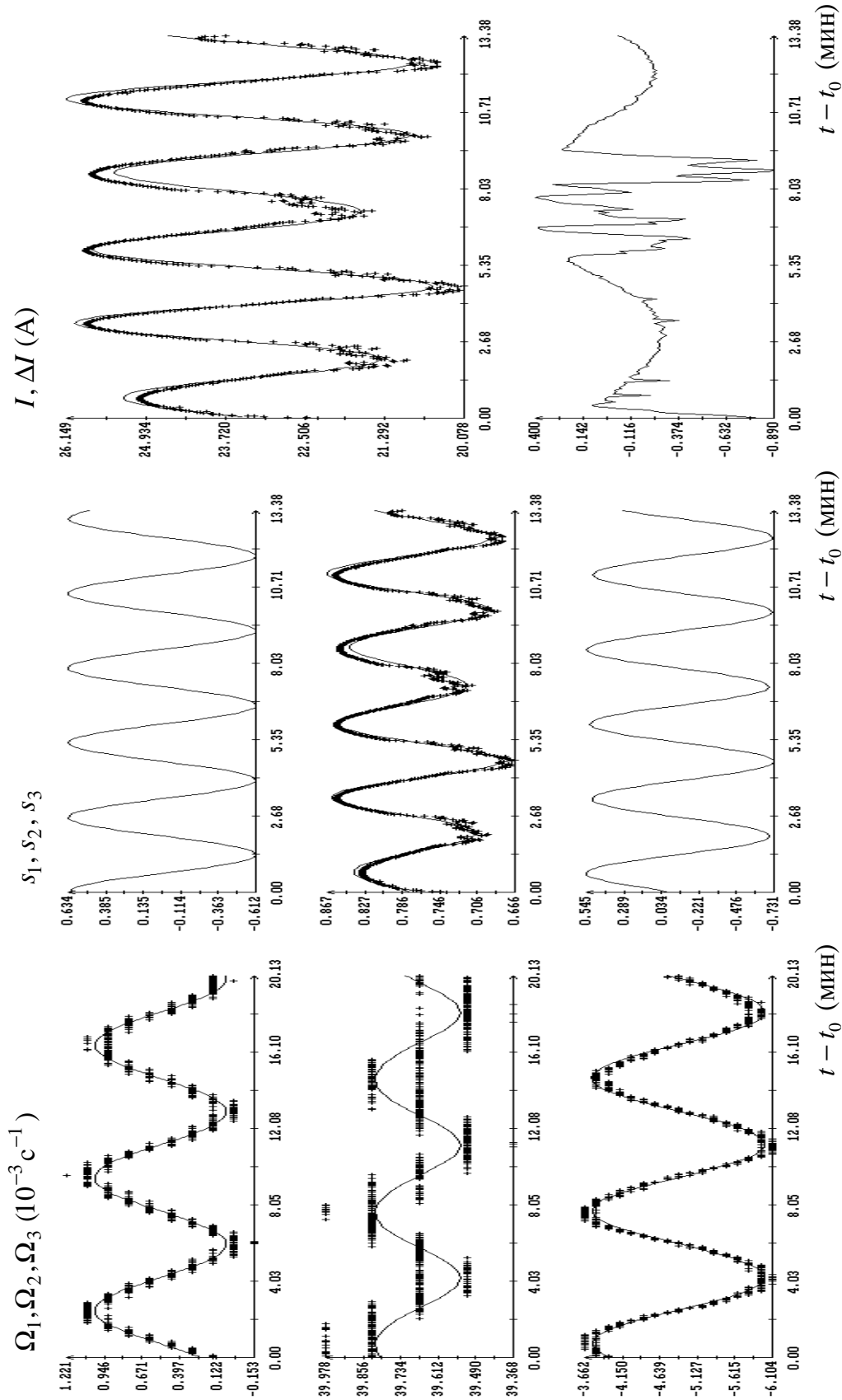


Рис.5. Обработка данных измерений угловой скорости и тока, выполненных на КК *Прогресс-М-13М* (интервалы 5 и 3'), маркеры – данные измерений, сплошные кривые – графики аппроксимирующих функций; $t_0=13:05:00$ ДМВ 31.101.2011.

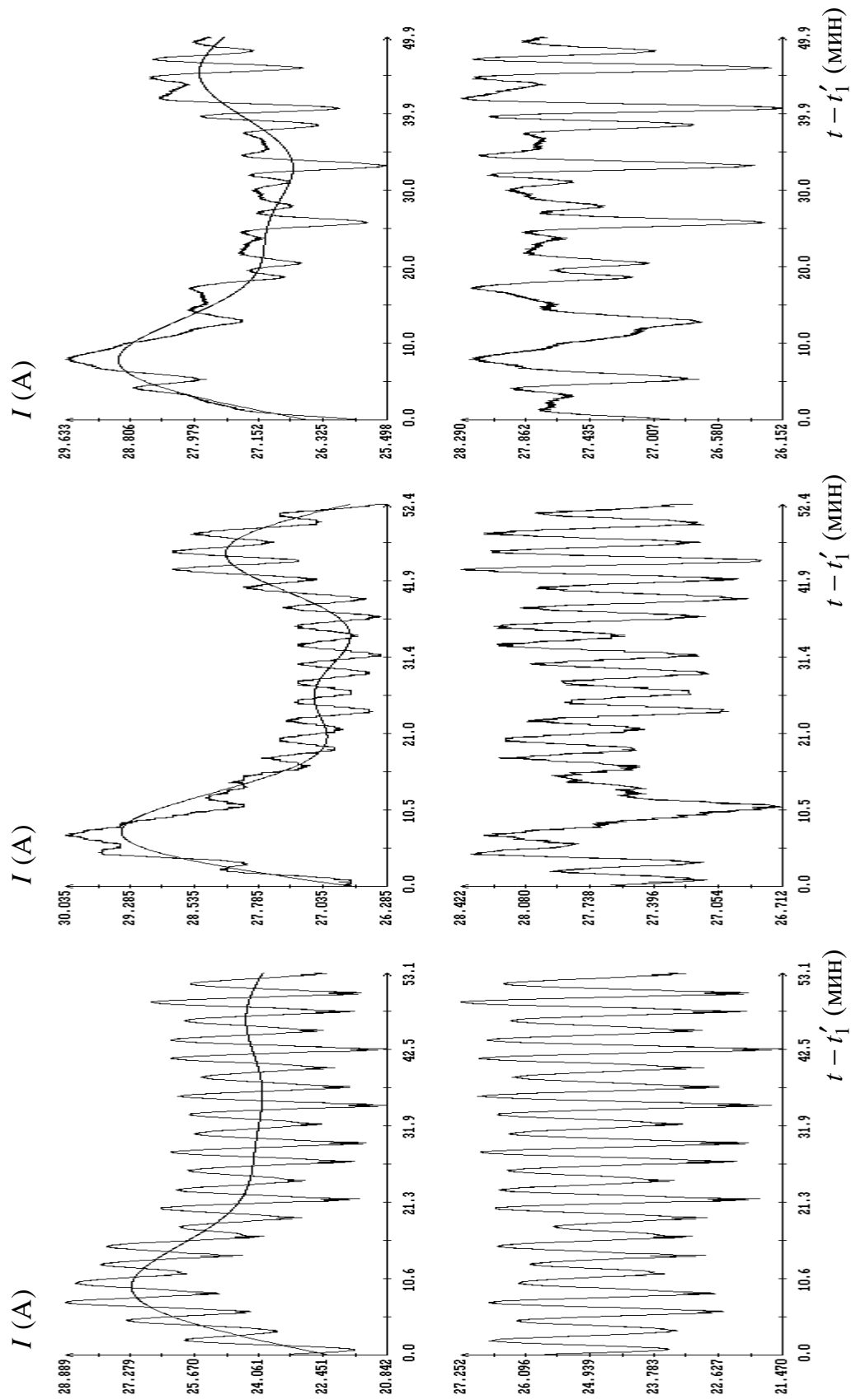


Рис. 6. Коррекция данных измерений тока, выполненных на КК Прогресс-М-13М; слева – интервал 4', в центре – интервал 5', справа – интервал 6'; сверху – исходные данные и корректирующая функция, внизу – скорректированные данные. Значения t'_1 определены в табл. 4.

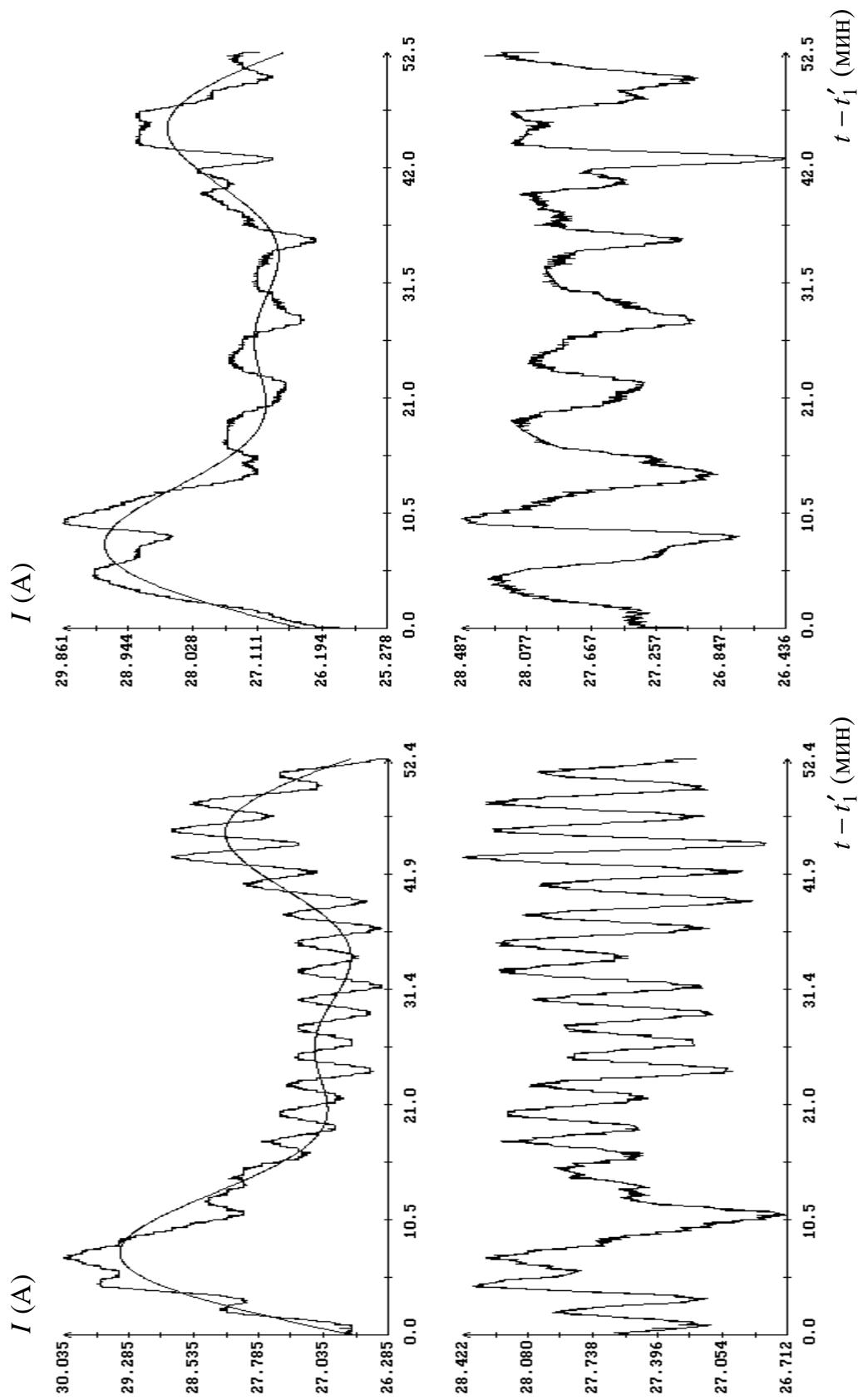


Рис. 7. Коррекция данных измерений тока, выполненных на КК *Progress M-14M*; слева – интервал 7', справа – интервал 8'; сверху – исходные данные и корректирующая функция, внизу – скорректированные данные. Значения t'_1 определены в табл. 4.

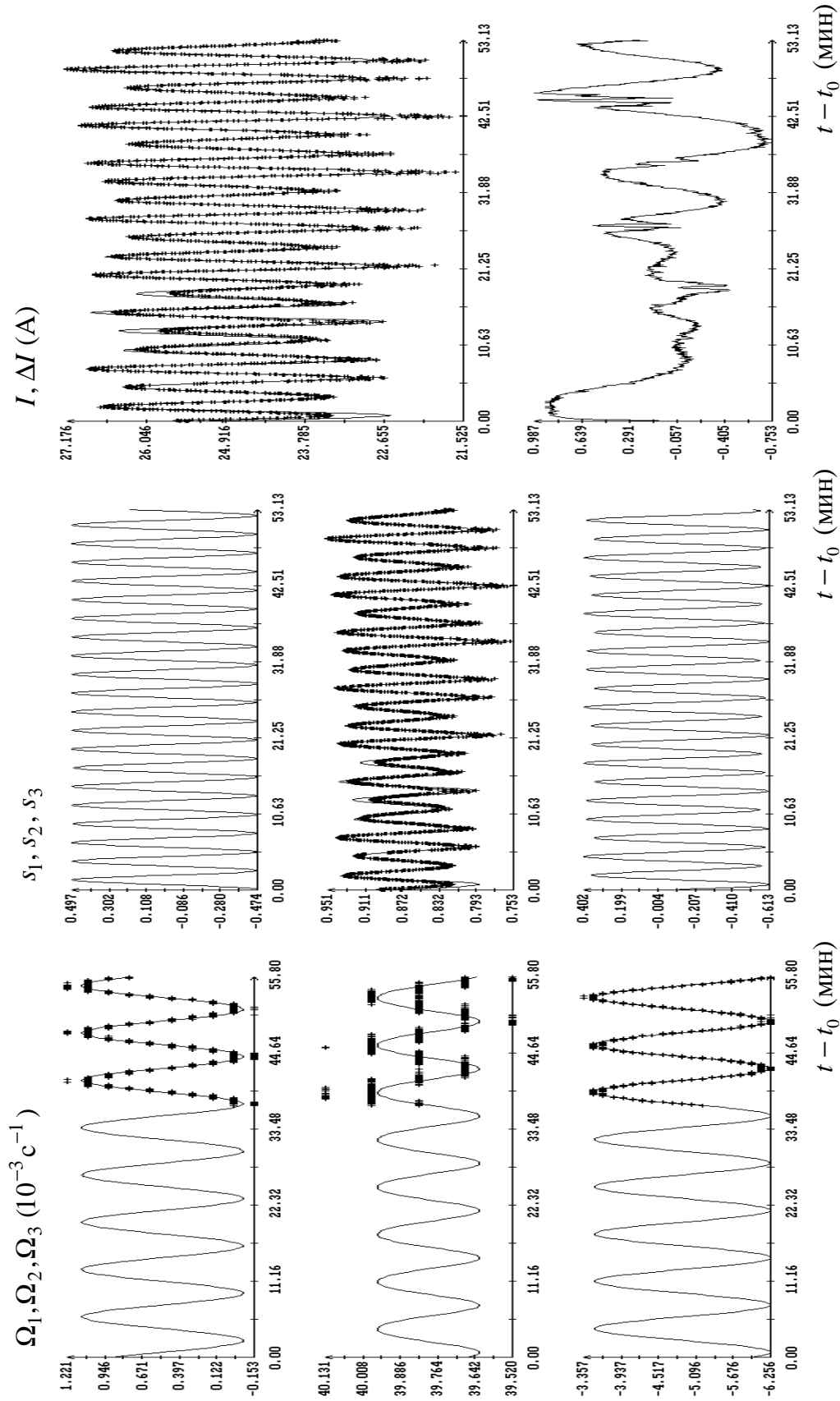


Рис. 8. Обработка данных измерений угловой скорости и тока, выполненных на КК *Прогресс-М-13М* (интервалы 4 и 4'), маркеры – данные измерений, сплошные кривые – графики аппроксимирующих функций; $t_0 = 1:31:08$ ДМВ 31.101.2011.

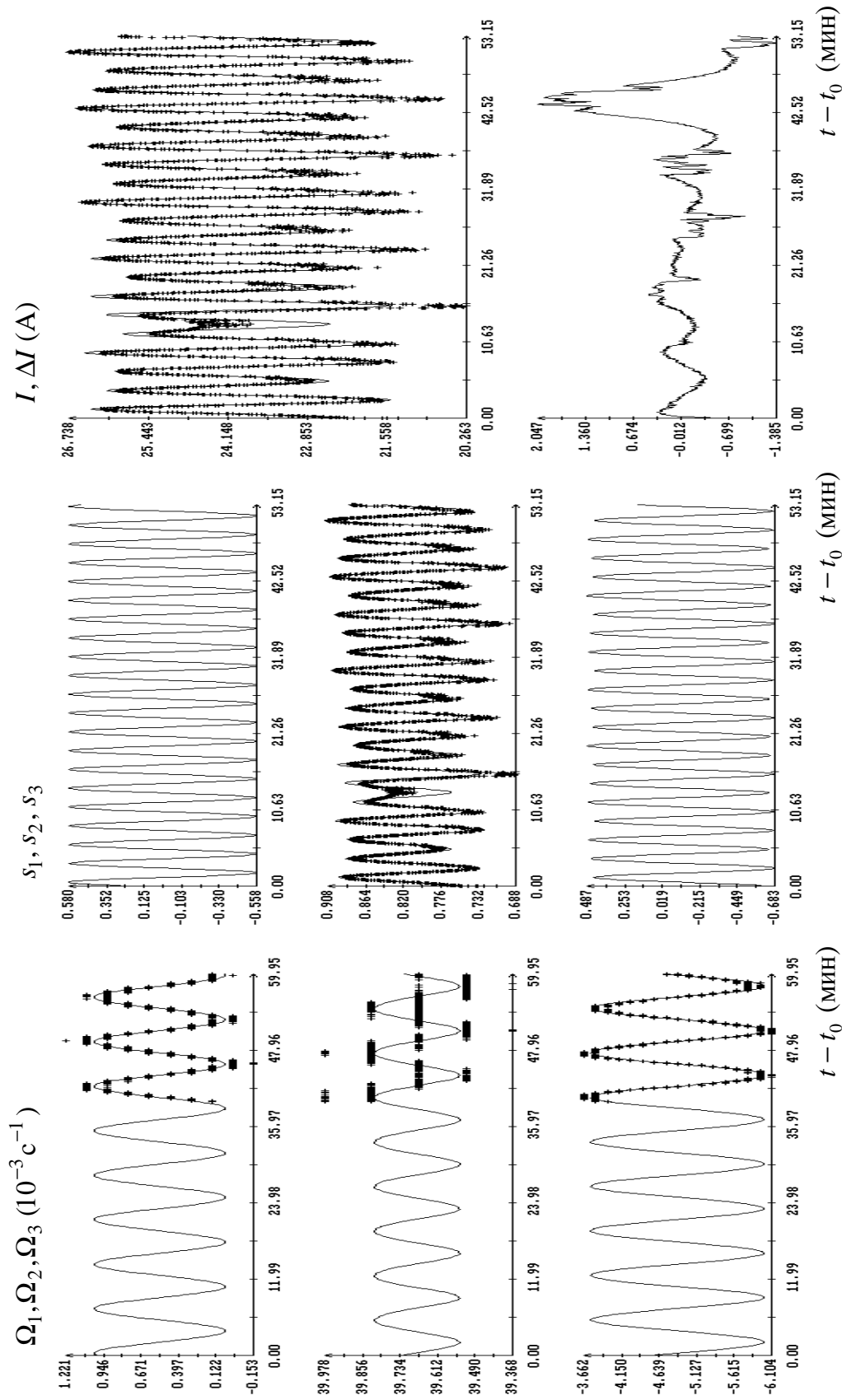


Рис. 9. Обработка данных измерений угловой скорости и тока, выполненных на КК Прогресс-М-13М (интервалы 5 и 5'), маркеры – данные измерений, сплошные кривые – графики аппроксимирующих функций; $t_0 = 12:25:11$ ДМВ 31.101.2011.

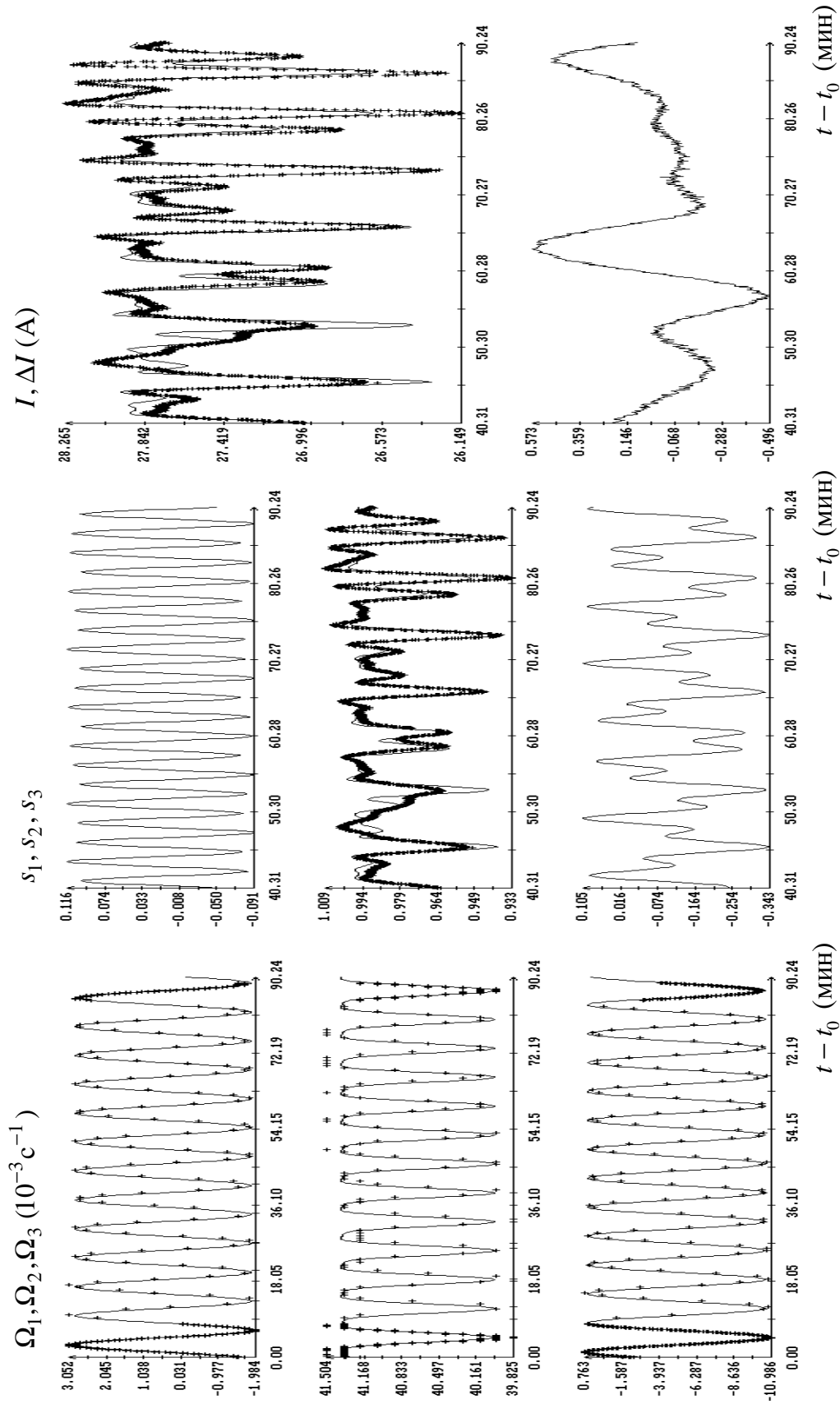


Рис. 10. Обработка данных измерений угловой скорости и тока, выполненных на КК Прогресс М-14М (интервалы 8 и б'), маркеры – данные измерений, сплошные кривые – графики аппроксимирующих функций; $t_0 = 16:09:45$ ДМВ 01.11.2011.

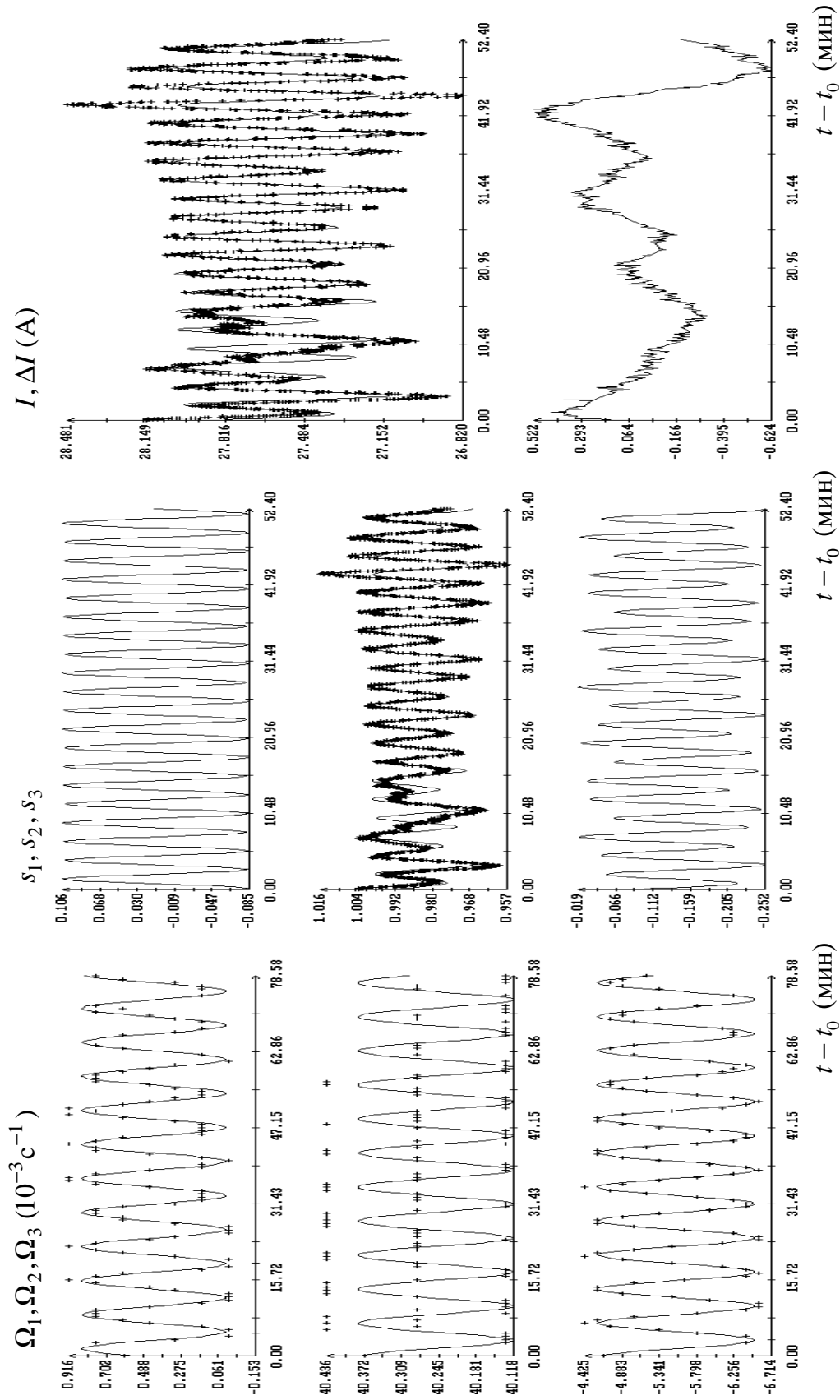


Рис. 11. Обработка данных измерений угловой скорости и тока, выполненных на КК Прогресс М-14М (интервалы 9 и 7'), маркеры – данные измерений, сплошные кривые – графики аппроксимирующих функций; $t_0 = 21:42:31$ ДМВ 26.01.2012.

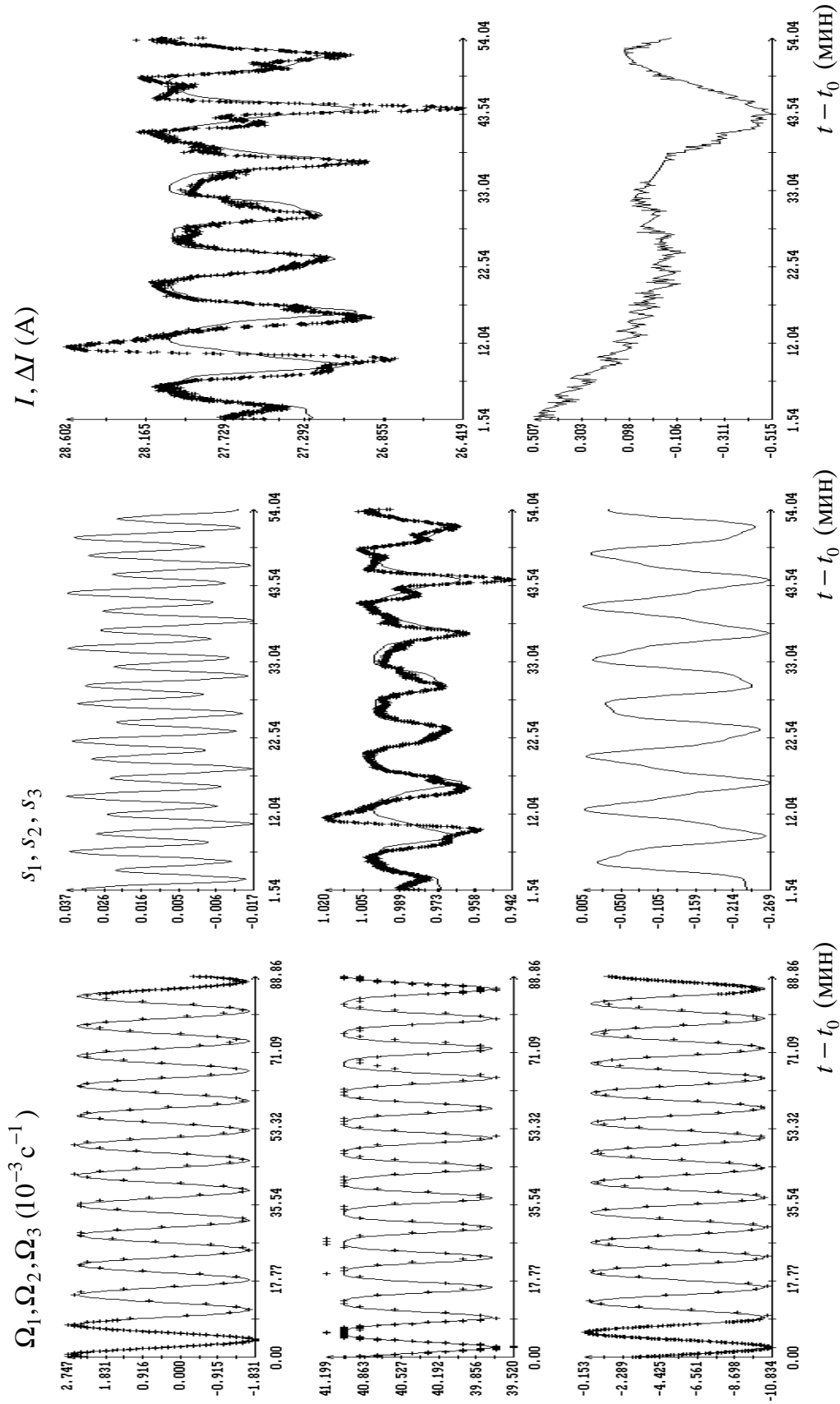


Рис. 12. Обработка данных измерений угловой скорости и тока, выполненных на КК Прогресс М-14М (интервалы 10 и 7'), маркеры – данные измерений, сплошные кривые – графики аппроксимирующих функций; $t_0 = 05:09:39$ ДМВ 27.01.2012.

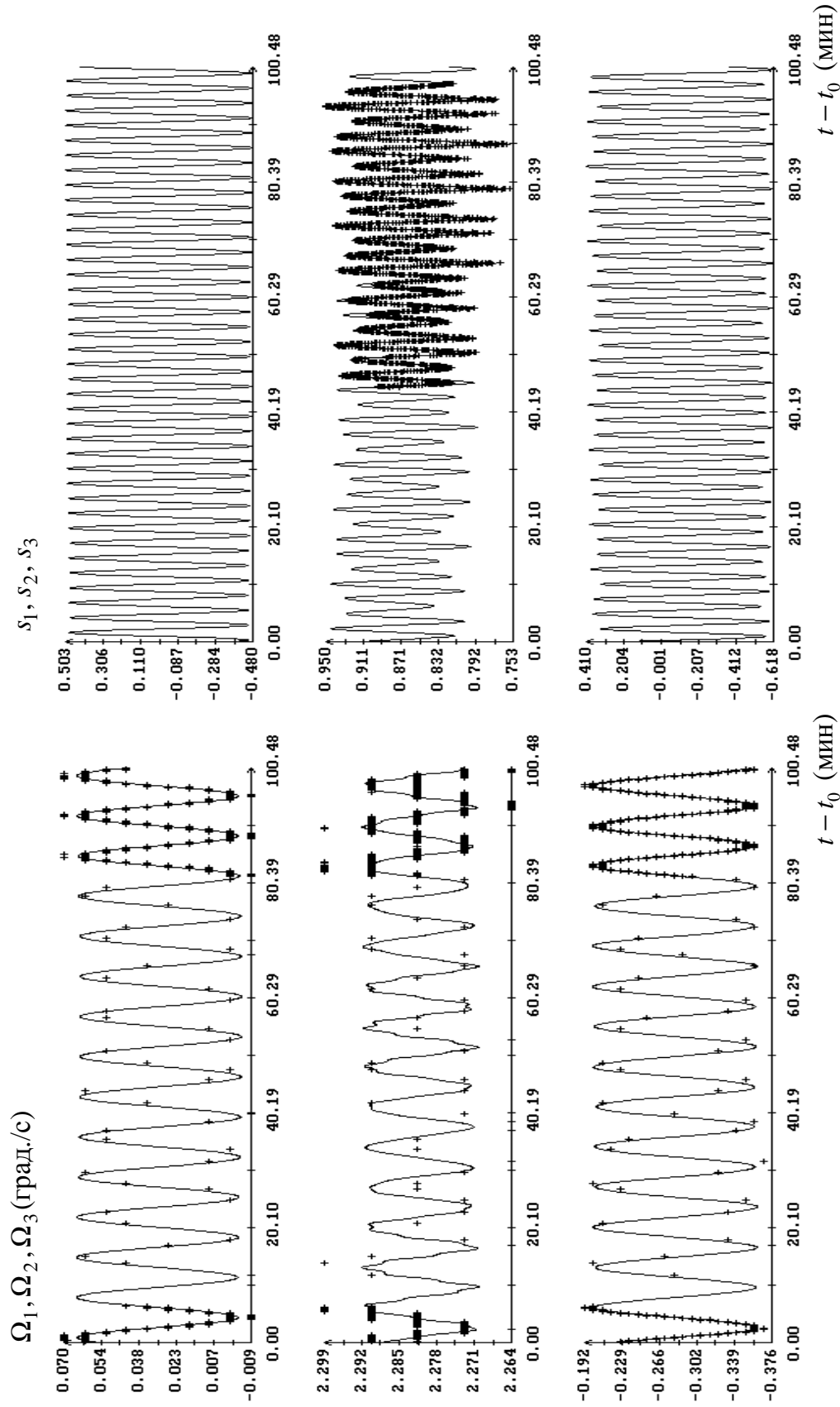


Рис. 13. Обработка данных измерений угловой скорости и тока, выполненных на КК *Прогресс-М-13М* (интервалы 3, 4 и 4') посредством полной модели, маркеры – данные измерений, сплошные кривые – графики аппроксимирующих функций; $t_0=10:10:56$ ДМВ 31.10.2011.

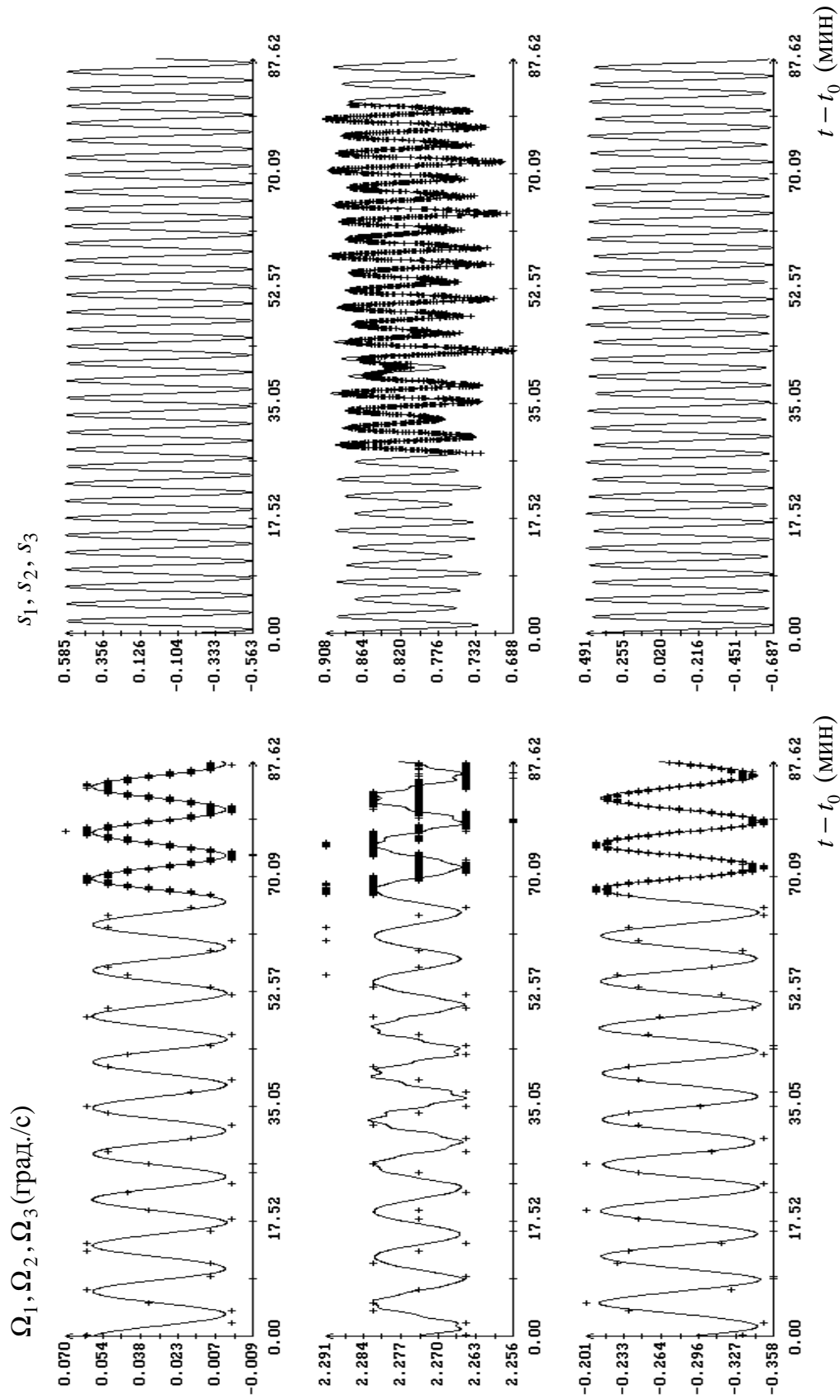


Рис. 14. Обработка данных измерений угловой скорости и тока, выполненных на КК Прогресс-М-13М (интервалы 5 и 5') посредством полной модели, маркеры – данные измерений, сплошные кривые – графики аппроксимирующих функций; $t_0=11:57:41$ ДМВ 31.10.2011.

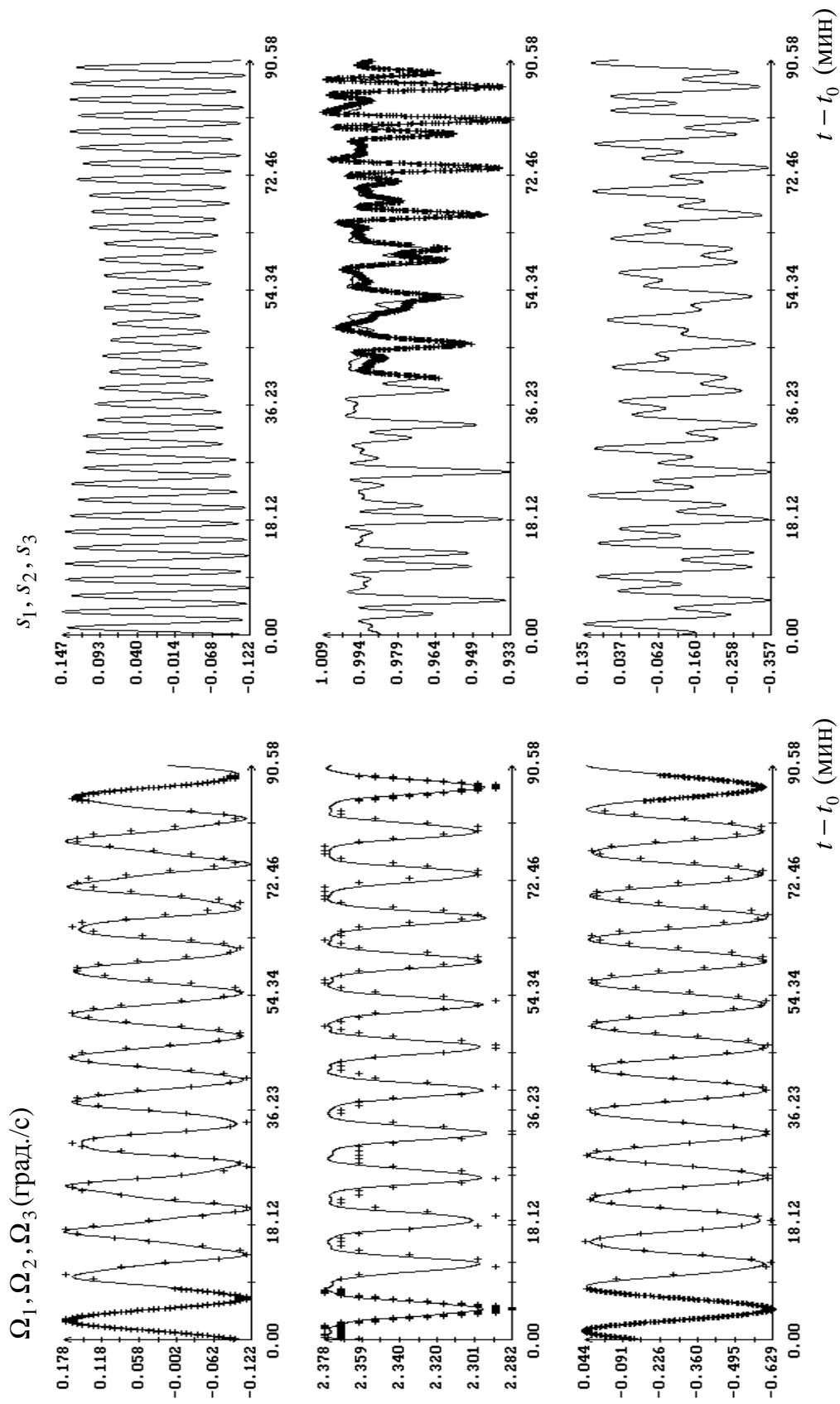


Рис. 15. Обработка данных измерений угловой скорости и тока, выполненных на КК *Progress-M-13M* (интервалы 8 и б') посредством полной модели, маркеры – данные измерений, сплошные кривые – графики аппроксимирующих функций; $t_0 = 16:09:35$ ДМВ 01.11.2011.

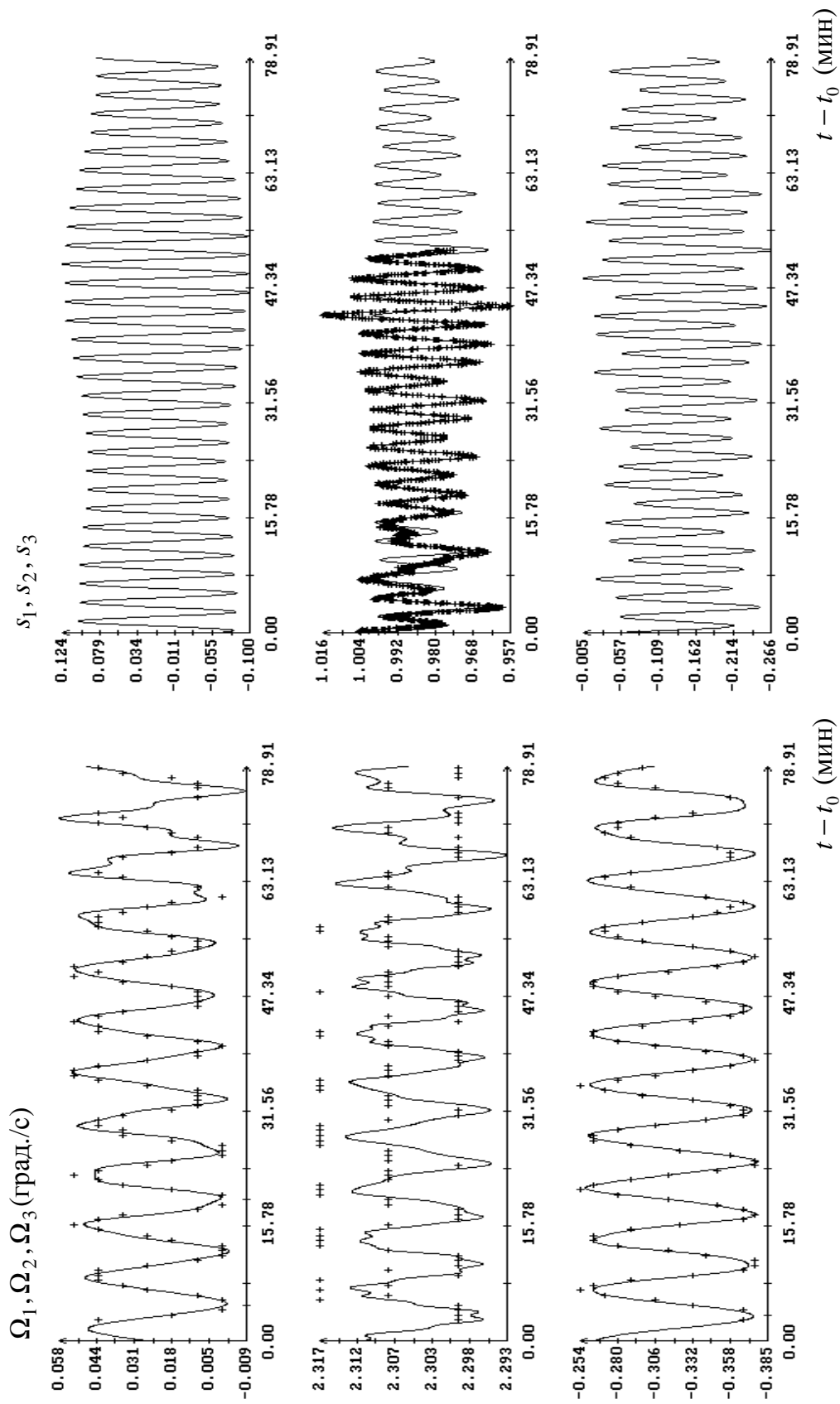


Рис. 16. Обработка данных измерений угловой скорости и тока, выполненных на КК *Progress-M-14M* (интервалы 9 и 7') посредством полной модели, маркеры – данные измерений, сплошные кривые – графики аппроксимирующих функций; $t_0=21:42:21$ ДМВ 26.01.2012.

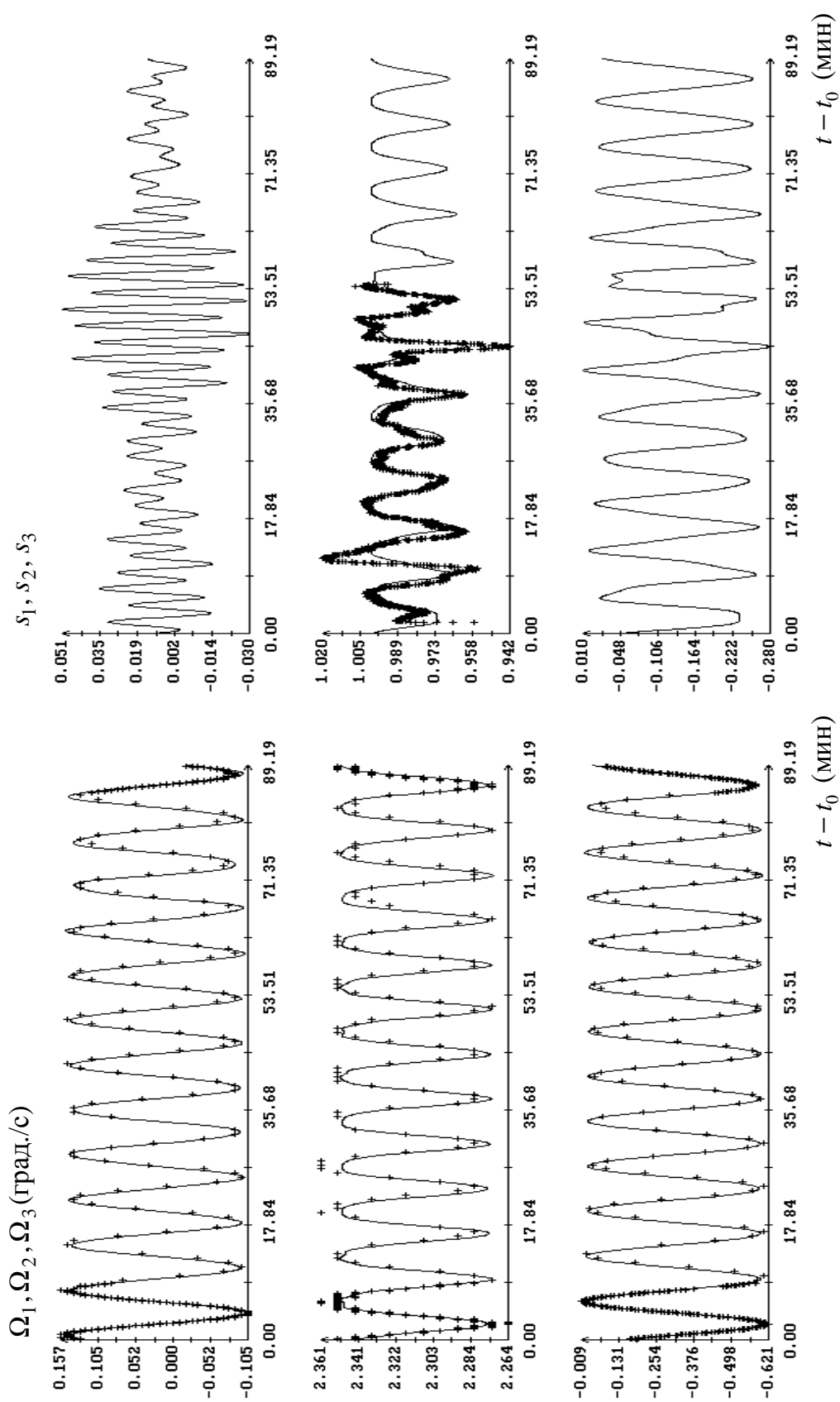


Рис. 17. Обработка данных измерений угловой скорости и тока, выполненных на КК *Прогресс-М-14М* (интервалы 10 и 8') посредством полной модели, маркеры – данные измерений, сплошные кривые – графики аппроксимирующих функций; $t_0=05:09:29$ ДМВ 27.01.2012.