



Козлов А.Н., Коновалов В.С.,
Новиков В.Г.

Сравнительный анализ трех
методов расчета переноса
излучения на фронте
ионизации в
квазистационарных
плазменных ускорителях

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Козлов А.Н., Коновалов В.С., Новиков В.Г. Сравнительный анализ трех методов расчета переноса излучения на фронте ионизации в квазистационарных плазменных ускорителях // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2012. № 50. 24 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2012-50>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В. Келдыша
Российской академии наук**

А.Н. Козлов, В.С. Коновалов, В.Г. Новиков

**Сравнительный анализ
трех методов расчета
переноса излучения
на фронте ионизации
в квазистационарных
плазменных ускорителях**

Москва — 2012

Козлов А.Н., Коновалов В.С., Новиков В.Г.

Сравнительный анализ трех методов расчета переноса излучения на фронте ионизации в квазистационарных плазменных ускорителях

Представлено исследование переноса излучения в потоках ионизирующего газа с образованием фронта ионизации в канале коаксиального плазменного ускорителя. Расчеты соответствующих течений выполнены с учетом кинетики ионизации и рекомбинации в рамках модифицированного диффузионного приближения в квазиодномерной модели. Моделирование переноса излучения осуществлялось с помощью лучистой теплопроводности, диффузионного приближения и метода характеристик. Проведено сравнение результатов исследований, отвечающих указанным методам.

Ключевые слова: плазменный ускоритель, уравнения магнитной газодинамики, фронт ионизации, перенос излучения

**Andrey Nikolaevich Kozlov, Venyamin Sergeevich Konovalov,
Vladimir Grigorievich Novikov**

The comparative analysis of three methods of the radiation transport calculation at the front ionization in the quasi-steady plasma accelerators

Research of the radiation transport in an ionizing gas streams with formation of the ionization front in the channel of the coaxial plasma accelerator is presented. Calculations of corresponding flows in quasi-one-dimensional model are executed with the account of the ionization and recombination kinetics equation based on the modified diffusion approximation. Modeling of radiation transport was carried out by means of the radiant heat conductivity, the diffusion approach, and the method of characteristics. Comparison of results of the researches adequating to specified methods is lead.

Keywords: the plasma accelerator, equations of magnetogasdynamics, the front ionization, the radiation transport

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 11-01-12043-офи-м и № 12-02-90427-Укр_а) и Российской академии наук (программа № 14 Фундаментальных исследований Президиума РАН, проект – 301).

Введение

Квазистационарный плазменный ускоритель (КСПУ), схематично представленный на рис. 1, состоит из двух соосных коаксиальных электродов, подсоединенных к электрической цепи. КСПУ является системой проточного типа: нейтральный газ подается между электродами. При наличии напряжения между электродами происходит пробой нейтрального газа и образуется фронт ионизации. За фронтом ионизовавшаяся плазма ускоряется вдоль оси канала за счет силы Ампера $\mathbf{F} = \frac{1}{c}[\mathbf{j}\mathbf{H}]$, где \mathbf{j} – ток в плазме, имеющий преимущественно радиальное направление от одного электрода к другому, а азимутальное магнитное поле H_φ генерируется током, протекающим по внутреннему электроду. Процесс ионизации и предварительного ускорения плазмы происходит, в частности, в первой ступени двухступенчатого КСПУ [1-7].

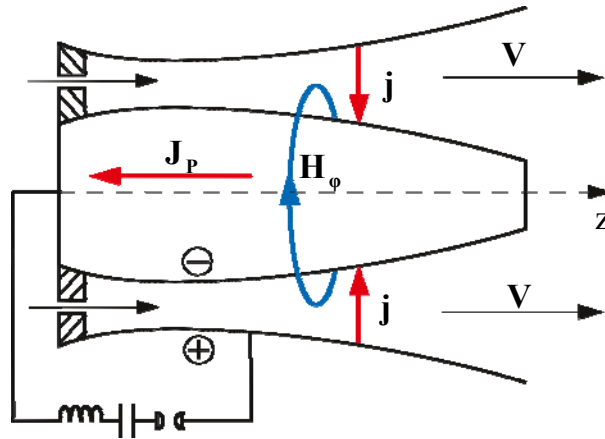


Рис. 1. Схема коаксиального плазменного ускорителя

Исследования КСПУ направлены на реализацию ряда технологических приложений, таких как разработка мощных перспективных электрореактивных плазменных двигателей, а также установок, способных генерировать высокоэнергичные потоки чистой, например, дейтерий-третиевой плазмы и ее последующей инжекции в термоядерные системы.

В изучении фундаментальных свойств потоков ионизирующегося газа и плазмы в КСПУ существенную роль играет численное моделирование и расчеты течений в каналах [8-13].

Течение ионизирующегося газа имеет ряд отличительных особенностей [8, 13-17]. На фронте ионизации в канале плазменного ускорителя температура и скорость резко возрастают. В то же время плотность и магнитное поле резко уменьшаются. Этим фронт ионизации в канале ускорителя принципиально отличается от традиционных ионизирующих ударных волн сжатия в магнитной газодинамике, а также фронтов рекомбинации и волн детонации [18-21].

Исследования процесса ионизации в канале коаксиального плазменного ускорителя проводятся, в основном, с помощью численных моделей. Первоначально расчеты течений ионизирующегося газа в квазиодномерном приближении были выполнены на основе скачкообразной зависимости проводимости газа от температуры [8, 13]. В этой модели проводимость менялась скачком от некоторого малого значения до спитцеровской проводимости при достижении газом определенной критической температуры. В рамках данной модели также были проведены двумерные численные исследования (см., например, [14-15]). В дальнейшем на основе модели для трёхкомпонентной среды, состоящей из атомов, электронов и ионов, были проведены расчёты с использованием формулы Саха в предположении локального термодинамического равновесия в квазиодномерном и двумерном приближениях (см., например, [16]).

В указанных моделях течения ионизирующегося газа фронт ионизации в расчётах не имел четко выраженной структуры, отвечающей экспериментальным исследованиям. Узкий фронт ионизации в соответствии с экспериментальными данными удалось получить в рамках численной модели [17], в которой преобразованная система МГД-уравнений динамики трёхкомпонентной среды [22] дополнена уравнением кинетики ионизации и рекомбинации. Соответствующие коэффициенты определяются в рамках модифицированного диффузионного приближения для известных уровней энергетического пространства водородоподобного атома [23].

В экспериментальных исследованиях современные методы диагностики плазмы и ее излучательных характеристик, включая спектральный анализ излучения, позволяют определить локальные значения электронной плотности и температуры плазмы. В этой связи становится актуальной задача построения адекватных численных моделей переноса излучения. Одновременное использование и сопоставление результатов численных моделей и экспериментальных данных открывает возможность проведения комплексных исследований. Совершенствование физической модели и вычислительных алгоритмов при исследовании течений ионизирующегося газа направлено на сближение результатов расчетов с возможностями экспериментальных исследований [1, 4-7].

Данная работа посвящена построению численных моделей и решению задачи переноса излучения в потоках ионизирующегося газа. В процессе решения задачи динамики излучающей среды [24-30], возникает вопрос о рациональном выборе метода решения уравнения переноса излучения, который при доступных вычислительных ресурсах давал бы достаточно точное и быстрое описание поля излучения. Обычно при выборе того или иного метода обращают внимание на ряд факторов, определяющих применимость метода, например, характерные для данной задачи свойства прозрачности плазмы, необходимую точность при описании геометрии излучающего объема, а также подробность описания спектра излучения.

В работе детально рассмотрены все основные механизмы излучения и поглощения для связанно-связанных, связанно-свободных и свободно-свободных переходов [31, 32]. Представлено несколько методов решения уравнения переноса излучения в канале коаксиального плазменного ускорителя и проведено их сравнение.

1. МГД-модель течения ионизирующегося газа

Модель течения ионизирующегося газа основана на уравнениях переноса трехкомпонентной среды [22], состоящей из атомов, ионов и электронов, а также уравнении индукции магнитного поля, которое следует из уравнений Максвелла и обобщенного закона Ома, где пренебрегается инерцией электронов и током смещения.

Ограничимся исследованием плазмы, генерируемой из атомарного водорода. Будем считать массы атомов и ионов равными $m_a = m_i = m$. Согласно экспериментальным данным, в процессе ионизации температура возрастает до уровня 1–3 эВ. Концентрация газа, поступающего в канал, предполагается достаточно высокой, порядка 10^{17} см^{-3} . Среду можно считать квазинейтральной $n_i = n_e$. Ограничимся случаем однотемпературной смеси $T_a = T_i = T_e = T$. Предположение о равенстве температур оправдано стандартными оценками передачи тепла и характерного времени обмена энергией между компонентами среды. Будем также считать, что скорости компонент плазмы равны между собой $\mathbf{V}_i = \mathbf{V}_e = \mathbf{V}_a = \mathbf{V}$.

В результате несложных преобразований исходных уравнений переноса трёхкомпонентной среды с учетом сделанных выше предположений получим следующую систему МГД-уравнений, дополненную уравнением кинетики ионизации и рекомбинации,

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \text{div}(n_e \mathbf{V}) = n_a \left(n_e \beta_{ion}^c + \beta_{ion}^{ph} \right) - n_e n_i \left(n_e \alpha_{rec}^c + \alpha_{rec}^{ph} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{V}) = 0, \quad \rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \rho (\mathbf{V}, \nabla) \mathbf{V} + \nabla P = \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{H}, \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho (\mathbf{V}, \nabla) \varepsilon + P \text{div} \mathbf{V} = \frac{\mathbf{j}^2}{\sigma} - \text{div} \mathbf{q} - \text{div} \mathbf{W}, \quad \mathbf{q} = -\mu \nabla T, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \text{rot}(\mathbf{V} \times \mathbf{H}) - c \text{rot} \frac{\mathbf{j}}{\sigma}, \quad \mathbf{j} = \frac{c}{4\pi} \text{rot} \mathbf{H}, \quad (4)$$

$$P = P_a + P_i + P_e = (1 + \alpha)(c_p - c_V) \rho T, \quad \varepsilon = (1 + \alpha)c_V T + \varepsilon_I.$$

Здесь $\rho = m n_{tot}$ – массовая плотность тяжелых частиц, $n_{tot} = n_a + n_i$ – суммарная концентрация тяжелых частиц, $\alpha = n_e / n_{tot}$ – степень ионизации,

\mathbf{q} – тепловой поток, P – суммарное давление, \mathbf{j} – электрический ток. В уравнении (3) джоулев нагрев \mathbf{j}^2/σ выделен в качестве отдельного слагаемого и существенно превосходит тепло, выделяемое при трении с остальными компонентами. В понятие внутренней энергии на единицу массы ε включается дополнительное слагаемое ε_I , ответственное за потери энергии на ионизацию. Плотность потока энергии излучения \mathbf{W} вычисляется в результате решения задачи о переносе излучения. Коэффициенты в правой части уравнения (1) определяют образование и потери свободных электронов в столкновительных и излучательных процессах. Соответственно, коэффициенты β_{ion}^c и β_{ion}^{ph} отвечают ионизации в результате столкновительных и радиационных процессов, а коэффициенты α_{rec}^c и α_{rec}^{ph} – рекомбинации. Коэффициенты ионизации β_{ion}^c и рекомбинации α_{rec}^c являются суммой соответствующих коэффициентов, отвечающих ступенчатым [23] и прямым процессам.

Электропроводность среды равна $\sigma = e^2 n_e / m_e \nu_e$, где ν_e – средняя частота столкновений электрона с другими частицами, которая складывается из частот столкновений с атомами и ионами: $\nu_e = \nu_{ea} + \nu_{ei}$; $\nu_{ea} = n_a \langle V_e \rangle S_{ea}$; $\nu_{ei} = n_i \langle V_e \rangle S_{ei}$. В данном случае $\langle V_e \rangle = \sqrt{2 k_B T / m_e}$ – средняя тепловая скорость электронов, а S_{ea} и S_{ei} – эффективные сечения столкновений электронов с атомами и ионами [22]. В результате приходим к соотношению $\frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2}$, в котором величины σ_1 и σ_2 отвечают соответственно

проводимости слабоионизованного газа и плазмы. Учитывая, что $n_e = n_i = \alpha n_{tot}$ и $n_a = n_{tot} - n_i = (1 - \alpha) n_{tot}$, имеем

$$\sigma_1 = \frac{\alpha e^2}{(1 - \alpha) S_{ea}^* \sqrt{2 k_B T m_e}}; \quad \sigma_2 = \frac{e^2 n_e \tau_{ei}}{m_e}; \quad \tau_{ei} = \frac{3 \sqrt{m_e} (k_B T)^{3/2}}{4 \sqrt{2 \pi} \Lambda Z^2 e^4 n_i}$$

где τ_{ei} – время рассеяния электронов на ионах, Λ – кулоновский логарифм.

Коэффициент μ в тепловом потоке \mathbf{q} соответствует электрон-атомарной теплопроводности с учетом перехода от малой степени ионизации к $\alpha \cong 1$.

2. Квазиодномерная модель течения

Течение течения ионизирующегося газа рассматривается в узком канале заданного сечения в рамках квазиодномерного приближения [8, 17]. Считаем, что средний радиус канала $r = r_0$ является постоянной величиной. Площадь поперечного сечения канала равна $f(z) = 2 \pi r_0 \Delta r(z)$, где $\Delta r(z)$ – зазор между электродами, а z – координата вдоль канала. Изменением МГД-переменных в поперечном или радиальном направлении можно пренебречь. Тогда искомые

функции удовлетворяют уравнениям, в которых содержатся только две независимые переменных t и z .

С учетом сделанных замечаний уравнения (1) – (4) записываются в квазиодномерном приближении в безразмерной форме. Сохраняя обозначение основных переменных, имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_e f}{\partial t} + \frac{\partial n_e V f}{\partial z} &= f \left\{ n_a \left(n_e \tilde{\beta}_{ion}^c + \tilde{\beta}_{ion}^{ph} \right) - n_e n_i \left(n_e \tilde{\alpha}_{rec}^c + \tilde{\alpha}_{rec}^{ph} \right) \right\} \\ \frac{\partial \rho f}{\partial t} + \frac{\partial \rho V f}{\partial z} &= 0; \quad \frac{\partial \rho V f}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V f) V}{\partial z} = -f \frac{\partial}{\partial z} \left(P + \frac{H^2}{2} \right) \\ \frac{\partial \rho \varepsilon f}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \varepsilon f) V}{\partial z} &= -P \frac{\partial V f}{\partial z} + f \nu \left(\frac{\partial H}{\partial z} \right)^2 - \frac{\partial f q}{\partial z} - \frac{\partial f \tilde{W}_z}{\partial z} \\ \frac{\partial H f}{\partial t} + \frac{\partial H V f}{\partial z} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu f \frac{\partial H}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} P &= \frac{\beta}{2} (1 + \alpha) \rho T; \quad \varepsilon = \frac{\beta(1 + \alpha) T}{2(\gamma - 1)} + \frac{\beta}{2} \zeta \alpha T^*; \quad n_e = n_i; \quad \alpha = \frac{n_e}{\rho}; \quad n_a = (1 - \alpha) \rho \\ \nu &= \frac{1}{\text{Re}_m} = \frac{1}{\sigma_1} + \frac{1}{\sigma_2}; \quad \sigma_1 = \frac{\alpha \sigma_{10}}{(1 - \alpha) \sqrt{T}}; \quad \sigma_2 = \sigma_{20} T^{3/2}; \quad q = -\tilde{\mu} \frac{\partial T}{\partial z}. \end{aligned}$$

В уравнениях (5) ρ – плотность тяжелых частиц. В качестве единиц измерения выбраны значения концентрации, температуры и магнитного поля на входе в ускоритель: n_o , T_o , H_o – а также L – длина канала (либо его часть). Характерное магнитное поле $H_o = 2 J_p / c r_o$ определяется разрядным током в системе J_p . С помощью перечисленных величин формируются единицы: давления – $H_o^2 / 4\pi$, скорости – $V_o = H_o / \sqrt{4\pi m n_o}$ и времени – L / V_o . При этом безразмерные параметры в (5) имеют вид: $\beta = 8 \pi P_o / H_o^2$ ($P_o = k_B n_o T_o$), $T^* = I / k_B T$ ($I = 13.6$ эВ), $\nu = 1 / \text{Re}_m = c^2 / 4 \pi L V_o \sigma$, $\tilde{\mu} = 4 \pi T_o \mu / H_o^2 V_o L$, $\tilde{W}_z = 4 \pi W_z / H_o^2 V_o$, $\tilde{\beta}_{ion}^c = L n_o \beta_{ion}^c / V_o$, $\tilde{\alpha}_{rec}^c = L n_o^2 \alpha_{rec}^c / V_o$.

Магнитная вязкость ν и безразмерная проводимость $\sigma_o = \text{Re}_m$ (магнитное число Рейнольдса) содержат константы σ_{10} и σ_{20} , которые выражаются через исходные размерные параметры и физические константы.

В численной модели для расчета гиперболической части уравнений используется один из алгоритмов вычисления переноса с коррекцией потоков [33]. Параболическая часть уравнений, обусловленная магнитной вязкостью в уравнении диффузии магнитного поля и теплопроводностью, рассчитывается с помощью метода потоковой прогонки [34].

Сечение канала $f(z)$ задано следующим образом: $f(z) = 0,3 - 0,8z(1 - z)$, если $z \leq 1$; $f(z) = 0,8z - 0,5$, если $1 \leq z \leq z_{out} = 3$. Форма канала – сопло Лавалья длины 1, надстроенное справа линейно расширяющимся раструбом. Геометрия канала представлена на рис. 2 в проекции на плоскость (r, z) .

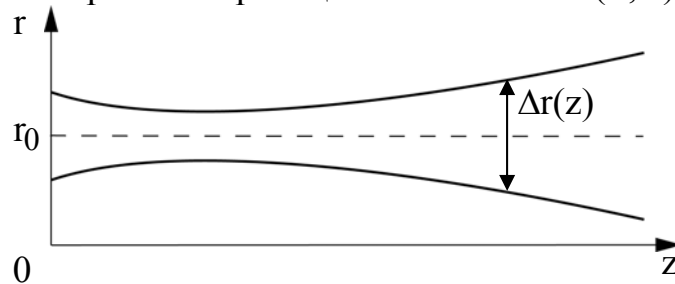


Рис. 2. Геометрия канала ускорителя

На входе $z = 0$ полагаем, что $\rho = 1$; $T = 1$; $H = 1$; $\alpha = \alpha_{in}$. На выходе из ускорителя $z = z_{out}$ граничные условия отвечают свободному вытеканию.

На рис. 3 представлен типичный вариант квазистационарного течения

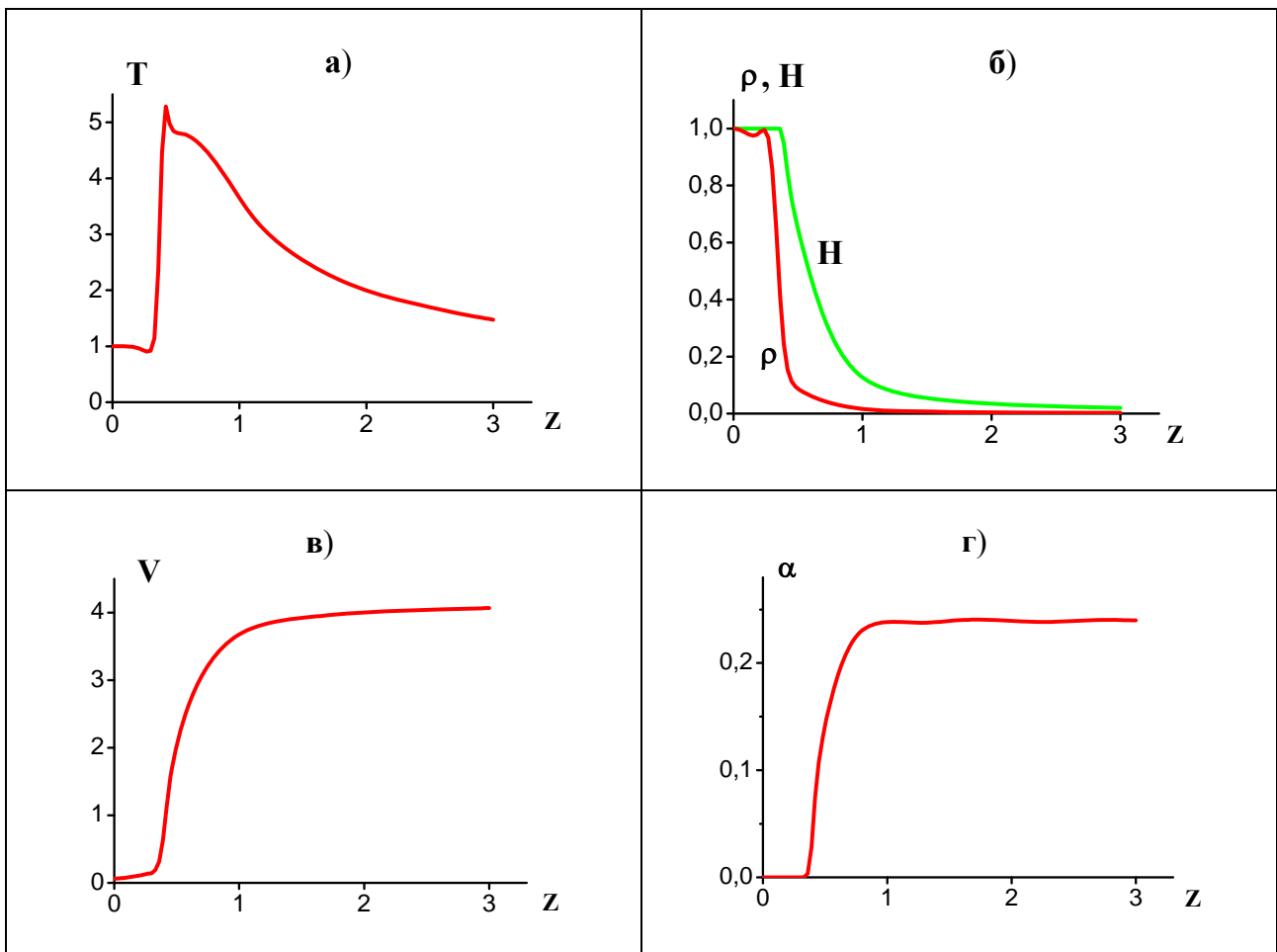


Рис. 3. Распределение термодинамических параметров в канале плазменного ускорителя: а) температура, б) концентрация и магнитное поле, в) скорость, г) степень ионизации

ионизирующего газа (см., например, [17]). В данном случае, также как и в предшествующих моделях (см., например, [15]), влияние излучения на теплообмен учитывается с помощью лучистой теплопроводности. Расчет проведен для следующих значений исходных размерных и безразмерных параметров: $T_o = 4000^{\circ}K$; $n_o = 2.5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$; $L = 6 \text{ см}$; $r_o = L/3$; $J_p = 50 \text{ кА}$; $T^* = 39.1$; $\beta = 0.14$; $\sigma_{10} = 700$; $\sigma_{20} = 0.46$; $\alpha_{in} = 1.5 \cdot 10^{-7}$; $V_o = 2.18 \cdot 10^6 \text{ см/с}$.

3. Приближение лучистой теплопроводности

Простой способ вычисления плотности энергии и потока энергии излучения следует из предположения о том, что длина свободного пробега фотонов, существенно влияющих на теплообмен в среде, много меньше характерных размеров задачи. В этом случае плотность энергии излучения U и поток энергии излучения W в любой точке выражаются через температуру и плотность вещества [24, 25]:

$$U = \frac{4 \sigma_c T^4}{c}, \quad W = -\frac{16 \sigma_c l_R T^3}{3} \nabla T,$$

где T – температура вещества, l_R – росселандова длина свободного пробега фотона, зависящая от энергии излучения, температуры и плотности вещества, $\sigma_c = 5.67 \cdot 10^{-5} \text{ эрг / (см}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{град}^4)$ – постоянная Стефана-Больцмана.

Средний пробег фотонов l_R определяется на основе доплеровского уширения спектральных линий со спектральной частотой и силой осциллятора, отвечающей, например, α -линии Лаймана [24,32,15].

Следует отметить, что в приближении лучистой теплопроводности излучение считается равновесным. Участки спектра, в которых чаще всего наблюдается равновесие, отвечают центрам отдельных линий. При этом среда является непрозрачной для излучения, соответствующего этим линиям. В действительности для фотонов, образовавшихся в результате процесса рекомбинации, плазма часто оказывается прозрачной, и такие фотоны, покидая вещество, нарушают равновесие.

4. Постановка задачи переноса излучения

Для более точного описания взаимодействия плазмы с полем излучения, необходимо решать уравнение переноса излучения:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})}{\partial t} + \mathbf{\Omega} \cdot \nabla I_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) = \eta_{\omega}(\mathbf{r}) - \kappa_{\omega}(\mathbf{r}) \cdot I_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) \quad (6)$$

где $I_{\omega}(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})$ – интенсивность излучения с частотой ω в точке с координатой \mathbf{r} , распространяющегося в направлении телесного угла $\mathbf{\Omega}$. Излучательная способность $\eta_{\omega}(\mathbf{r})$ и коэффициент поглощения вещества $\kappa_{\omega}(\mathbf{r})$ являются

известными функциями температуры и плотности вещества [26]. Уравнение (6) записано в предположении изотропии рассеяния. Зная интенсивность излучения в канале $I_\omega(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega})$, можно найти плотность энергии излучения U и плотность потока энергии излучения \mathbf{W} :

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \int_0^{\infty} \int_{\Omega} I_\omega(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) d\Omega d\omega, \quad \mathbf{W}(\mathbf{r}) = \int_0^{\infty} \int_{\Omega} I_\omega(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) \mathbf{\Omega} d\Omega d\omega.$$

В МГД-уравнениях плотность энергии излучения U можно не учитывать, так как она мала по сравнению с энергией газа, но поток энергии излучения $\mathbf{W} \sim cU$ может играть существенную роль.

Поскольку скорость распространения излучения существенно выше характерных скоростей плазмодинамических процессов, ограничимся решением стационарного уравнения переноса излучения

$$\mathbf{\Omega} \cdot \nabla I_\omega(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) = \eta_\omega(\mathbf{r}) - \kappa_\omega(\mathbf{r}) \cdot I_\omega(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}). \quad (7)$$

При этом поле излучения мгновенно подстраивается под распределение параметров потока.

В работе рассмотрено два типа граничных условий для уравнения переноса излучения. Наиболее простое граничное условие соответствует отсутствию падающего извне излучения. В некоторых случаях стенки ускорителя могут играть роль дополнительного источника излучения. Излучения стенок ускорителя можно учесть на основе данных о степени черноты металлов в зависимости от температуры [27].

5. Излучательная способность и коэффициент поглощения

Функции κ_ω и η_ω являются спектральными характеристиками вещества. Для определения их значений необходимы, в частности, расчет спектра атома, вычисление населенностей состояний атомов, анализ взаимодействия среды с излучением. Все процессы перехода электрона из одного энергетического состояния в другое можно разделить на три типа:

а) связанно-связанные процессы (bound-bound):

$$A_k + \hbar\omega_{kj} \leftrightarrow A_j - \text{абсорбция и эмиссия излучения,}$$

$$A_k + e \leftrightarrow A_j + \tilde{e} - \text{возбуждение и гашение электронным ударом,}$$

б) связанно-свободные процессы (bound-free):

$$A_k + \hbar\omega_k \leftrightarrow A^+ + e - \text{фотоионизация и фоторекомбинация,}$$

$$A_k + e \leftrightarrow A^+ + \tilde{e} + \hat{e} - \text{столкновительная ионизация и рекомбинация,}$$

в) свободно-свободные процессы (free-free):

$$A_k + e + \hbar\omega_k \leftrightarrow A_k + \tilde{e} - \text{тормозное излучение и обратное тормозное поглощение.}$$

Здесь A_k – атом в k^{OM} возбужденном состоянии.

Коэффициент поглощения и излучательная способность складываются из трех частей, отвечающих а) поглощению и излучению в линиях, б) фотоионизации и фоторекомбинации и в) рассеянию. В соответствии с работами [26,30,32] суммарный коэффициент поглощения, исправленный на вынужденное излучение, и излучательная способность могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned} \kappa_{\omega} = n_{tot} \sum_{\substack{k < j \\ k, j=1}}^{N-1} x_k \frac{\pi e^2}{m_e c} f_{kj} \phi_{kj}(\omega) \left(1 - \frac{n_j g_k}{n_k g_j} \right) + n_{tot} \sigma_K^{ff}(\omega) (1 - e^{-\hbar\omega/k_B T}) + \\ + n_{tot} \sum_{k=1}^{N-1} x_k \sigma_k^{PI}(\omega) \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi \hbar^2}{m_e k_B T} \right)^{3/2} \frac{n_i g_k}{n_{tot} x_k \Sigma_i} \exp\left(\frac{\hbar\omega_k - \hbar\omega}{k_B T} \right) \right), \\ j_{\omega} = n_{tot} \sum_{\substack{k > j \\ j, k=1}}^{N-1} x_k \frac{g_j}{g_k} \frac{\pi e^2}{m_e c} f_{jk} \phi_{jk}(\omega) \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^3 c^2} + n_{tot} \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^3 c^2} \sigma_K^{ff}(\omega) e^{-\hbar\omega/k_B T} + \\ + \sum_{k=1}^{N-1} n_i n_e \frac{(\hbar\omega)^3}{2\hbar^2 \pi^2 c^2} \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi \hbar^2}{m_e k_B T} \right)^{3/2} \sigma_k^{PI}(\omega) \frac{g_k}{\Sigma_i} \exp\left(\frac{\hbar\omega_k - \hbar\omega}{k_B T} \right), \end{aligned}$$

где ω – частота фотона, x_k – относительная концентрация k -ого состояния атома, g_k – статистический вес k -ого состояния атома, f_{kj} – сила осцилляторов при переходе атома из k -ого в j -ое состояние, $\phi_{kj}(\omega)$ – профиль линии соответствующего связанно-связанного перехода, $\sigma_k^{PI}(\omega)$ – сечение фотоионизации из k -ого состояния, $\sigma_K^{ff}(\omega)$ – сечение обратного тормозного поглощения [32]. Суммирование в формулах проводится по всем состояниям, за исключением состояния $k = N$, отвечающего ионам с концентрацией n_i .

Профиль линии, учитывающий разные по природе механизмы уширения, определяется по формуле Фойгта:

$$\phi_{kj}(\omega) = \frac{\gamma}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-s^2} ds}{(\omega - \omega_{kj} - s D)^2 + (\gamma)^2},$$

где $D = \omega_{kj} V_a / c$ – ширина Доплера, $V_a = \sqrt{2k_B T / m_a}$ – тепловая скорость атома, γ – суммарная ширина, обусловленная взаимодействием атома с окружающими его ионами, электронами и излучением. Профиль линии Фойгта имеет вид колоколообразной кривой, характерная ширина которой соответствует времени жизни состояния. Взаимодействие с электронами [32]

является существенным фактором при характерных плотностях $\sim 10^{14} \div 10^{17} \text{ см}^{-3}$ и температурах $\sim 1 \text{ эВ}$. В этом случае величину γ можно оценить по следующей формуле:

$$\gamma_e = \frac{32}{3} n_e \langle V_e \rangle^{-1} \frac{\hbar^2}{m^2} \ln \left(\frac{r_D}{r_W} + 0.215 \right) I(n, n').$$

Здесь $r_D = \sqrt{k_B T / (4 \pi e^2 n_e)}$ – радиус Дебая, $r_W = a_0 \sqrt{2/3} e^2 / (\hbar \langle V_e \rangle) \sqrt{I(n, n')}$ – радиус Вайскопфа, $I(n, n') = 0.5(n^4 + n'^4)$, $\langle V_e \rangle = \sqrt{8 k_B T / (\pi m_e)}$ – средняя скорость электронов, a_0 – радиус Бора. Эффективная методика вычисления профиля Фойгта изложена в [31].

Расчет сечений связанно-свободных и свободно-свободных процессов осуществляется в приближении Крамерса:

$$\sigma_n^{PI}(\omega) = \frac{38 \pi n e^2 a_0^2}{3 \sqrt{3} \hbar c} \left(\frac{E_n}{\hbar \omega} \right)^3, \quad \sigma_K^{ff}(\omega) = \frac{16 \pi^3}{3 \sqrt{3}} \frac{n_e e^6}{\hbar c m_e^2 \omega^3 \langle V_e \rangle},$$

E_n – энергия ионизации, n – номер уровня, с которого происходит ионизация.

Приведем формулы, по которым проводился расчет сил осцилляторов для связанно-связанных переходов [31],

$$f_{nl, n'l'} = \begin{cases} \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2n^2} - \frac{1}{2n'^2} \right) \frac{l+l'+1}{2(2l+1)} (r_{nl, n'l'})^2, & l' = l \pm 1 \\ 0, & l' \neq l \pm 1 \end{cases}$$

$$r_{nl, n'l'} = \int_0^\infty R_{nl}(r) r R_{n'l'}(r) dr, \quad R_{nl}(r) = \frac{\sqrt{Z}}{n a_0} \sqrt{\frac{(n-l-1)!}{(n+l)!}} e^{-x/2} x^{l+1} L_{n-l-1}^{2l+1}(x)$$

– волновые функции электрона с главным квантовым числом n и орбитальным квантовым числом l в атоме водорода, $x = 2rZ/(na_0)$, $L_m^\alpha(x)$ – полиномы Лагерра, $Z=1$ – для атома водорода. Энергетический спектр водорода определяется по известной формуле: $E_n = -Z^2 e^2 / (2a_0 n^2)$.

В условиях локального термодинамического равновесия (ЛТР) населенности состояний связаны формулой Больцмана и уравнением Саха:

$$x_k = \frac{n_a}{n_{tot}} \frac{g_k}{\Sigma_a} \exp(-(E_k - E_1)/k_B T), \quad n_a = n_i n_e \frac{\Sigma_a}{\Sigma_i} \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi \hbar^2}{m_e k_B T} \right)^{3/2} \exp\left(\frac{I}{k_B T} \right),$$

где g_k – статистические веса; Σ_a и Σ_i – статистические суммы атома и иона.

На рис. 4 представлены характерные графики зависимостей коэффициента поглощения и излучательной способности от энергии излучения водородной плазмы, рассчитанные в предположении равновесной заселенности уровней атома водорода, для $n_{tot} = 1.4 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ и $T = 0.8 \text{ эВ}$. Значения коэффициента

поглощения водорода отвечают трем различным процессам перехода электрона из одного энергетического состояния в другое. В данном примере коэффициент поглощения построен с учетом 10 уровней энергии. Как видно, каждый из рассмотренных процессов перехода электрона из одного энергетического состояния в другое вносит свой специфический вклад в излучение и поглощение.

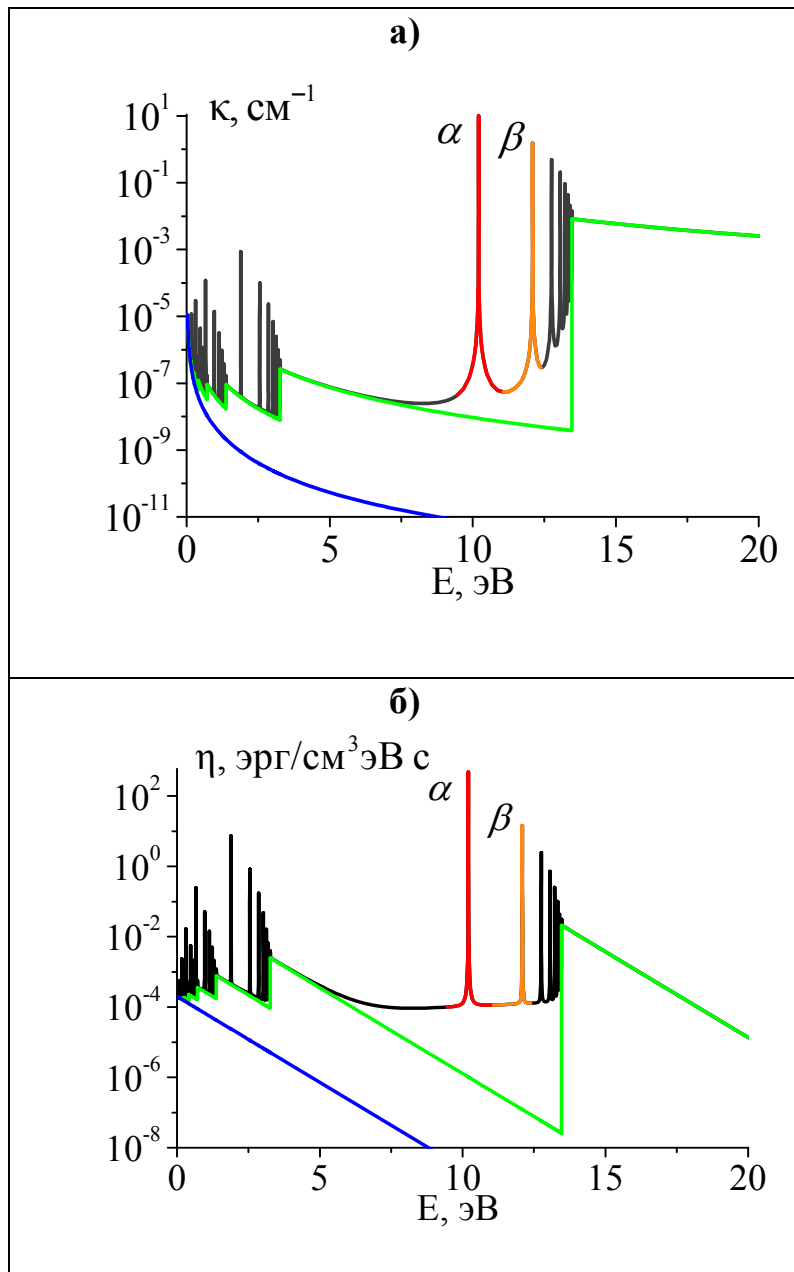


Рис. 4. Зависимость а) коэффициента поглощения и б) излучательной способности от энергии излучения водородной плазмы, включая α -линию Лаймана (красная кривая), β -линию Лаймана (желтая кривая), ионизационный спектр (зелёная кривая) и рассеяние (синяя линия)

6. Диффузионное приближение в квазиодномерной модели

Диффузионное приближение основано на предположении об изотропии излучения [24,25]. В рамках рассматриваемой квазиодномерной модели течения с известной площадью поперечного сечения канала f имеем следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial (cUf)}{\partial z} + 3\kappa_{\omega} (fW) = 0, \quad \frac{\partial (Wf)}{\partial z} + \kappa_{\omega} (cUf) = 4\pi\eta_{\omega} f.$$

Ограничимся решением системы для одной спектральной группы с энергией фотонов, соответствующей центру альфа линии Лаймана (10.2 эВ). Коэффициенты поглощения κ и излучательная способность η для данной энергии рассчитывались по заданным профилям температуры и плотности (рис. 3). При численном решении использовались разные методы [25, 34], которые привели практически к одинаковым результатам. В качестве граничных условий ставились условия Маршака:

$$W(0) = -\frac{1}{2}cU(0), \quad W(z_{out}) = \frac{1}{2}cU(z_{out}).$$

Результаты расчетов в диффузионном приближении для плотности энергии излучения cU и плотности потока энергии излучения W будут представлены далее.

Диффузионное приближение в квазиодномерном варианте не требует продолжительных расчетов. Однако результаты, полученные в данном приближении, могут не соответствовать физической картине процессов при наличии больших градиентов на фронте ионизации, когда использование диффузионного приближения не является обоснованным.

7. Решение уравнения переноса излучения методом характеристик

Полагая, что излучение квантов из атома происходит с одинаковой вероятностью во всех направлениях, можно говорить о независимости различных направлений движения фотонов. В этом случае для решения уравнения переноса излучения можно воспользоваться методом характеристик [25], который позволяет в деталях учесть геометрию канала ускорителя.

Рассмотрим перенос излучения внутри однородной среды, где коэффициент поглощения κ и излучательная способность η являются константами вдоль направления Ω на характеристической прямой s (рис. 5а). Опуская символ ω принадлежности соответствующему участку спектра, выпишем уравнение переноса излучения вдоль выбранного направления:

$$\frac{\partial I(s)}{\partial s} = \eta - \kappa I(s).$$

Определяя из граничного условия константу интегрирования, запишем решение уравнения:

$$I(s) = I_0 \cdot e^{-\kappa(s-s_0)} + \frac{\eta}{\kappa} \left(1 - e^{-\kappa(s-s_0)} \right),$$

где величина I_0 есть интенсивность излучения, падающего на границу, s – координата вдоль характеристики.

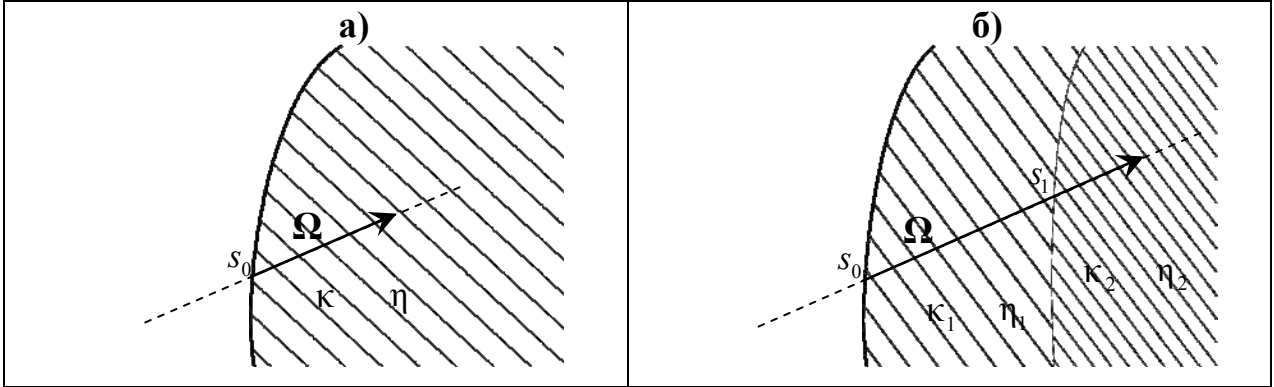


Рис. 5. Прохождение излучения через среду с а) постоянными и б) разными коэффициентами излучения и поглощения

Если характеристика последовательно проходит две области (рис. 5б) с разными оптическими свойствами, то необходима сшивка двух решений на границе областей [35]. В области $s > s_1$ решение обозначим через I_{02} , где первый индекс указывает на начальную точку характеристики, в которой заданы граничные условия. Второй индекс указывает на область, в которой решение будет продолжено. Для $s > s_1$ имеем

$$I_{02}(s) = I_0 \cdot e^{-(\kappa_1(s_1-s_0)+\kappa_2(s-s_1))} + \frac{\eta_1}{\kappa_1} \left(1 - e^{-\kappa_1(s_1-s_0)} \right) \cdot e^{-\kappa_2(s-s_1)} + \frac{\eta_2}{\kappa_2} \left(1 - e^{-\kappa_2(s-s_1)} \right).$$

В данном соотношении каждое из слагаемых определяет вклад в интенсивность излучения, приходящего от границы и тех областей, через которые проходит характеристика. Аналогично можно выписать решение для характеристики, проходящей через произвольное количество однородных областей с заданными коэффициентами поглощения κ_j и излучательными способностями η_j :

$$I_{0i}(s) = I_0 \cdot e^{-\tau_{0i}(s)} + \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\eta_k}{\kappa_k} \left(1 - e^{-\tau_{kk}} \right) \cdot e^{-\tau_{k+1i}(s)} + \frac{\eta_i}{\kappa_i} \left(1 - e^{-\tau_{ii}(s)} \right). \quad (8)$$

Здесь $\tau_{ji}(s) = \sum_{k=j}^{i-1} \kappa_k \cdot \Delta s_k + \kappa_i \cdot (s - s_{i-1})$ – оптическая длина пути фотона вдоль характеристики от границы до области с индексом i , а $\tau_{jj} = \kappa_j \Delta s_j$. По-прежнему переменная s играет роль координаты вдоль луча. Формула (8) используется в дальнейших вычислениях как решение на характеристиках.

8. Применение метода характеристик и трассировка

Интенсивность излучения должна быть определена по разным направлениям для дальнейшего вычисления плотности и потока энергии излучения. Для этого необходимо создать сетку по азимутальному углу φ и полярному углу θ (см. рис. 6). Разбиение телесного угла на элементы угловой сетки производится методом Карлсона [36]. Угловые сетки не связаны с координатной сеткой МГД-задачи. Поэтому существует возможность отдельно регулировать время и точность расчета уравнения переноса излучения. Выпустив луч из произвольной точки A в заданном направлении, определим место падения луча на границу.

Далее для каждого луча по формуле (8) вычисляется интенсивность. Расчеты проведены при условии $I_0 = 0$ для лучей, идущих от стенок канала. Следует заметить, что нагретые стенки канала могут служить дополнительным источником излучения. Для оценки влияния излучения, приходящего от стенок канала, были использованы данные работы [27] о степени черноты разных материалов, включая медь, при условии, что температура стенок завышена и равна температуре плазмы. Расчеты с учетом данного фактора показали, что, даже в случае завышения температуры стенок, излучение электродов не оказывает существенного влияния на интенсивность излучения внутри канала.

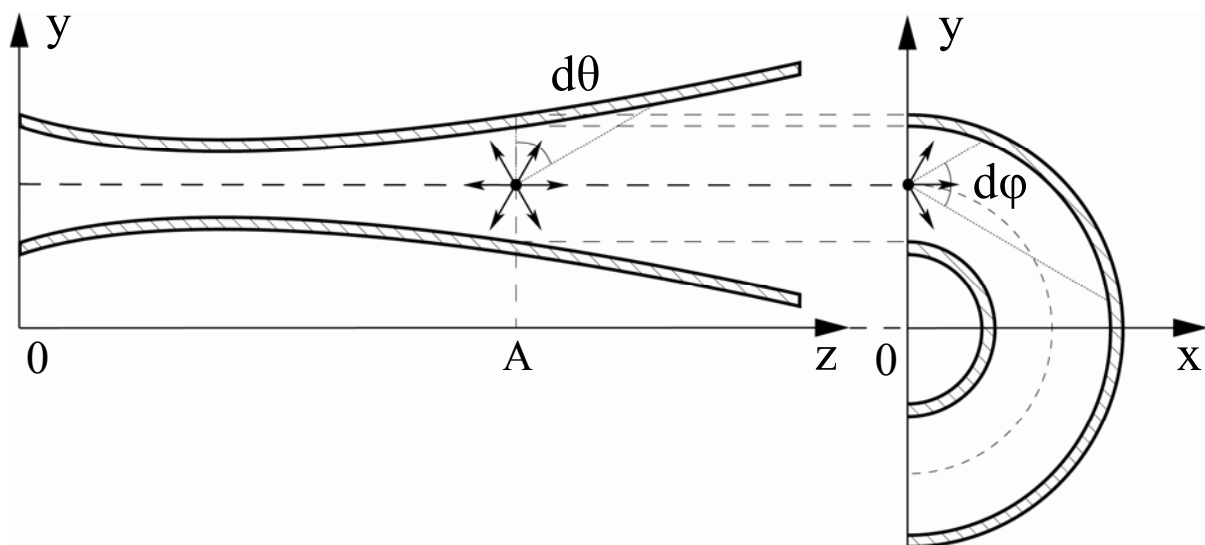


Рис. 6. Схема трассировки лучами

На рис. 7 приведены угловые распределения интенсивности в нескольких точках канала, расположенных на прямой $r = r_0$ в плоскости (r, z) . Распределения на верхней части рисунка отвечают фотонам с энергией $E = 10.2 \text{ эВ}$, внизу – фотонам с энергией $E = 13.6 \text{ эВ}$. Цифры на рисунке соответствуют интенсивности излучения в выбранных направлениях, указанных стрелками для двух углов $\theta = 0, \pi$.

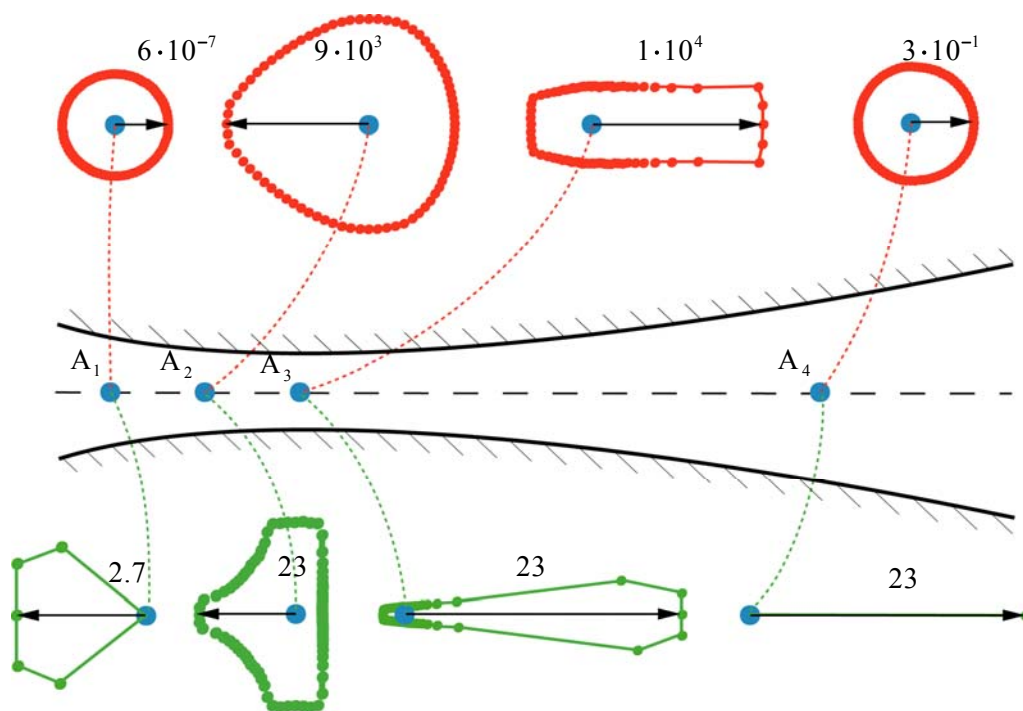


Рис. 7. Распределение интенсивности излучения ($\text{эрг}/(\text{см}^2 \text{с эВ ср})$) по полярному углу θ в разных точках канала ускорителя A_i ($i = 1 \div 4$).

Центру α -линии Лаймана (10.2 эВ) отвечают красные кривые, рекомбинационному излучению (13.6 эВ) – зеленые кривые

На этих рисунках видно, что интенсивность излучения сильно зависит от направления его распространения, энергии фотонов и положения точек A_i . Для анализа причин этих отличий рассмотрим зависимости коэффициента поглощения и излучательной способности вещества от координаты вдоль канала для указанных значений энергии (рис. 8). Из рис. 8а видно, что коэффициент поглощения фотонов с энергией $\hbar\omega = 10.2 \text{ эВ}$ (центр α -линии Лаймана) на 3 порядка превышает коэффициент поглощения фотонов с энергией $\hbar\omega = 13.6 \text{ эВ}$. Это означает, что соответствующие длины свободного пробега $\ell_\omega \sim \kappa_\omega^{-1}$ также отличаются на 3 порядка. Следовательно, излучение в линии заперто в малом объеме, в то время как рекомбинационное излучение может распространяться на большие расстояния.

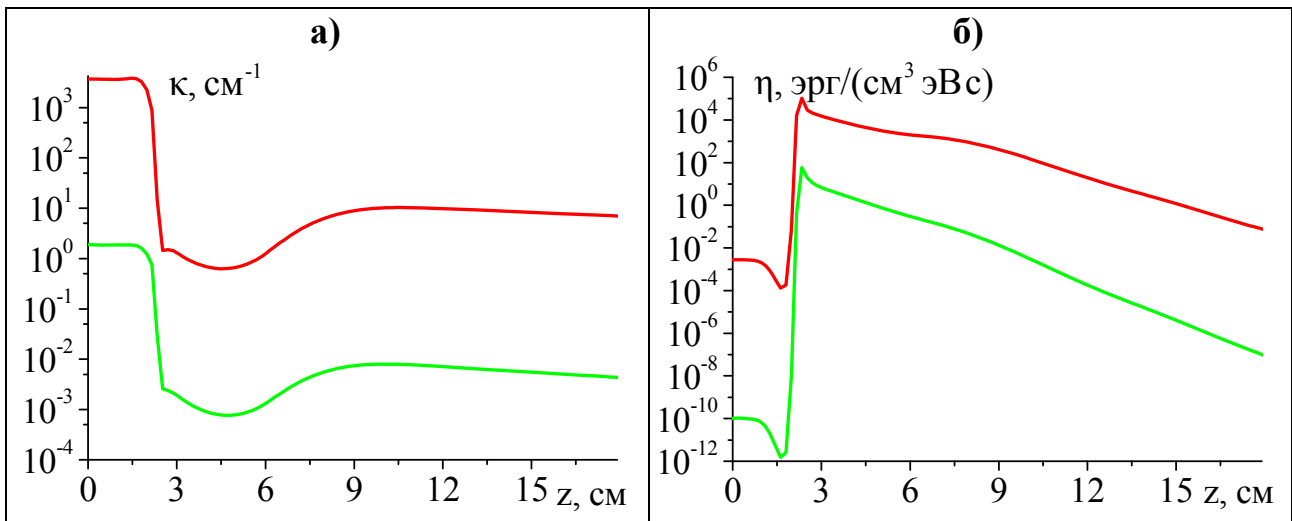


Рис. 8. Распределение а) коэффициента поглощения вещества и б) излучательной способности вещества вдоль канала ускорителя для фотонов с энергией 10.2 эВ (красная линия), 13.6 эВ (зеленая линия)

Данные закономерности подтверждают распределения интенсивности на рис. 7 вдали от фронта ионизации для точек A_1 и A_4 , где излучение линии становится изотропным, а в рекомбинационном спектре наблюдается излучение, приходящее от фронта ионизации. Величина интенсивности рекомбинационного излучения за фронтом практически не меняется, так как длина свободного пробега фотонов соответствующей энергии в данной части канала, равная приблизительно 100 см, существенно превышает характерный размер ускорителя. В то же время угловое распределение интенсивности меняется за счет уменьшения телесного угла видимости фронта.

Сравнивая излучательную способность вещества для двух участков спектра в различных точках канала (рис. 8б), мы видим, что излучение в линиях намного сильнее, чем излучение для рекомбинационного участка спектра. Однако энергия излучения, отвечающая рекомбинационному спектру, переносится на большие расстояния от фронта, и спектральная область рекомбинационного излучения значительно шире. Суммарный вклад различных участков спектра определяется интегральными значениями плотности и потока энергии излучения.

9. Плотность энергии и потока энергии излучения

Плотность cU_ω (в потоковых единицах) и поток $W_{\omega z}$ энергии излучения для каждого участка спектра определяются как нулевой и первый моменты интенсивности по телесному углу:

$$cU_\omega(\mathbf{r}) = \oint_{4\pi} I_\omega(\mathbf{r}, \Omega) d\Omega,$$

$$W_{\omega z}(\mathbf{r}) = \oint_{4\pi} I_{\omega}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \Omega_z d\Omega.$$

На заданной дискретной угловой сетке данные интегралы соответствуют следующим суммам:

$$cU_{\omega}(r_i) \equiv cU_{\omega i} = 2 \sum_{j=1}^{N_{\theta}} \sum_{k=1}^{N_{\varphi}} I(\mathbf{r}_i, \boldsymbol{\Omega}_{j,k}) \Delta\Omega,$$

$$W_{\omega z}(r_i) \equiv W_{\omega z i} = 2 \sum_{j=1}^{N_{\theta}} \sum_{k=1}^{N_{\varphi}} I(\mathbf{r}_i, \boldsymbol{\Omega}_{j,k}) \Omega_{z j} \Delta\Omega,$$

где $\Delta\Omega = \sin\theta \Delta\theta \Delta\varphi$, $\Omega_{z j} = \cos\theta_j$. Двойка перед суммами возникла из-за симметрии левого и правого полупространства (см. рис. 6).

В силу специфики геометрии канала внутри него могут возникнуть теневые области, не оказывающие заметного влияния на излучение.

Результаты расчетов плотности энергии излучения cU и плотности потока энергии излучения W , полученные методом характеристик, в диффузионном приближении и в приближении лучистой теплопроводности, представлены на рис. 9. На рис. 9а отсутствует распределение плотности энергии излучения cU , полученное в приближении лучистой теплопроводности, поскольку соответствующие значения существенно превышают указанные на графике пределы изменения величины cU .

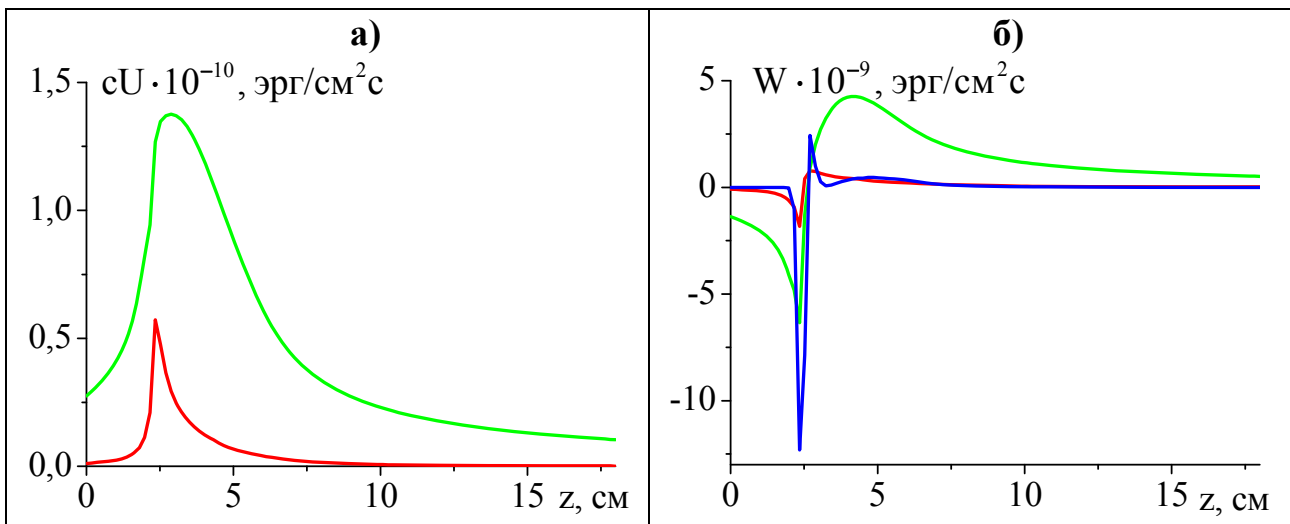


Рис. 9. Распределения а) плотности энергии и б) плотности потока энергии излучения вдоль канала, полученные в диффузионном приближении (зеленые линии), методом характеристик (красные кривые) и в приближении лучистой теплопроводности, где величина l_R определяется на входе в канал ускорителя (синяя линия)

Метод характеристик и приближение лучистой теплопроводности дают качественно близкие результаты. В отличие от диффузионного приближения плотность энергии и поток энергии излучения за фронтом резко убывают. Данные результаты показывают, что использование диффузионного приближения нецелесообразно при наличии больших градиентов на фронте ионизации.

10. Излучение отдельных участков спектра

Рассмотрим вклад различных участков спектра в суммарное поле излучения (рис. 10). Несмотря на узость профиля линий, в них переносится существенная доля всей энергии излучения. Видно, что α -линия Лаймана вносит существенный вклад в значения cU и W .

Данные результаты получены в предположении равновесной заселенности уровней атомов. Чтобы получить самосогласованную картину излучения и заселенностей уровней, необходимо совместно с переносом излучения решать систему уравнений поуровневой кинетики. В этом случае следует ожидать увеличения доли энергии линий в общем спектре как результат высвечивания или выноса энергии рекомбинационного излучения из канала и уменьшения концентраций возбужденных состояний атомов.

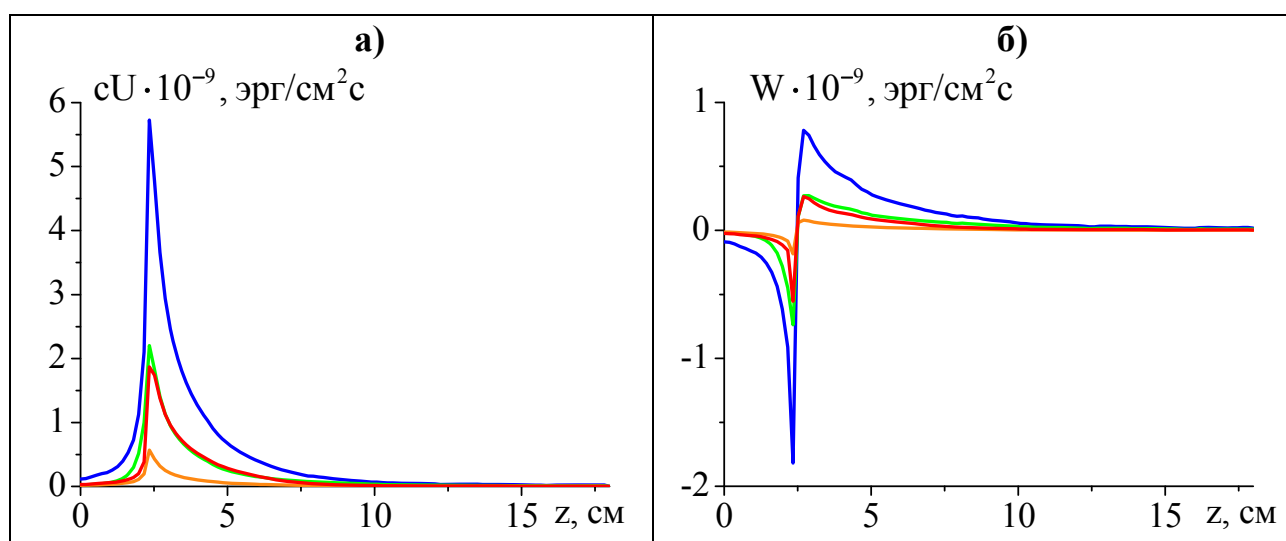


Рис. 10. Распределения а) плотности энергии и б) плотности потока энергии излучения: весь спектр (синие кривые), α -линия Лаймана (красные линии), β -линия Лаймана (желтые кривые), рекомбинационный спектр (зеленые линии)

На рис. 11 изображено распределение интенсивности излучения центра α -линии Лаймана в радиальном направлении в канале плазменного ускорителя. Пик распределения, расположенный на фронте ионизации, соответствует имеющимся экспериментальным данным, согласно которым

фронт ионизации ярко светится и является достаточно узким. Полученные распределения интенсивности могут быть использованы при сопоставлении результатов численного моделирования с экспериментом.

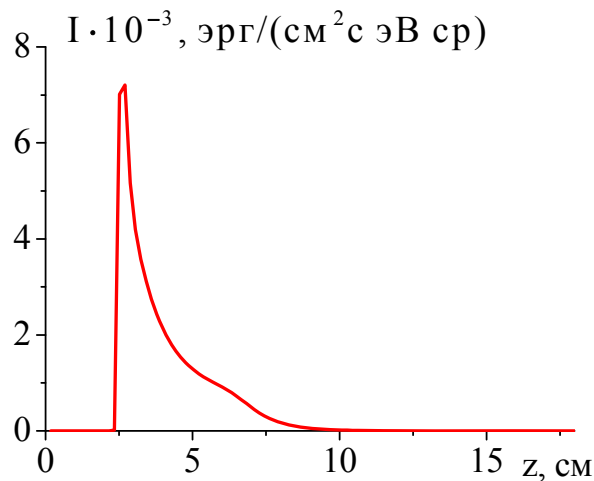


Рис. 11. Распределение интенсивности излучения в центре α -линии Лаймана вдоль канала ускорителя

Таким образом, проведено численное исследование переноса излучения в потоках ионизирующегося газа. Разработанные модели позволяют определить параметры уширения спектральных линий и интенсивность их излучения в любой точке канала ускорителя, с одной стороны, и одновременно вычислить соответствующие значения плотности, температуры и ионизационное состояние среды, с другой стороны. Результаты работы стимулируют дальнейшие экспериментальные исследования выявленных закономерностей.

З а к л ю ч е н и е

Проведен сравнительный анализ трех методов расчета переноса излучения в канале плазменного ускорителя. Результаты исследований показывают, что геометрия канала ускорителя, ограничивающая область излучающей плазмы, и излучение фронта ионизации играют значительную роль в формировании поля излучения. Приближение лучистой теплопроводности дает верхнюю оценку значений плотности потока энергии излучения. В отличие от диффузионного приближения метод характеристик и приближение лучистой теплопроводности дают качественно близкие результаты. Существенный вклад в плотность энергии излучения и плотность потока энергии излучения вносит альфа-линия Лаймана.

Список литературы

1. Морозов А.И. Введение в плазмодинамику. М.: Физматлит, 2008. 613 с.
2. Морозов А.И. Принципы коаксиальных (квази)стационарных плазменных ускорителей (КСПУ). // Физика плазмы. 1990. Т. 16, № 2. С. 131-146.
3. Морозов А.И. Плазмодинамика. // Энциклопедия низкотемпературной плазмы./ Под ред. В.Е. Фортова. М.: Наука, 2000. Вводный том III. Раздел IX, С. 383-574.
4. Белан В.Г., Золотарев С.П., Левашов В.Ф., Майнашев В.С., Морозов А.И., Подковыров В.Л., Скворцов Ю.В. Экспериментальное исследование квазистационарного плазменного ускорителя, питаемого от индуктивного и емкостного накопителей. // Физика плазмы. 1990. Т.16, № 2. С. 176-185.
5. Tereshin V.I., Bandura A.N., Byrka O.V., Chebotarev V.V., Garkusha I.E., Landman I., Makhraj V.A., Neklyudov I.M., Solyakov D.G. and Tsarenko A.V. Application of powerful quasi-steady-state plasma accelerators for simulation of ITER transient heat loads on divertor surfaces. // Plasma Phys. Contr. Fusion, 2007. V. 49. P. A231-A239.
6. Ананин С.И., Асташинский В.М., Костюкевич Е.А., Маньковский А.А., Минько Л.Я. Интерферометрические исследования процессов в квазистационарном сильноточном плазменном ускорителе. // Физика плазмы. 1998. Т.24, № 11. С. 1003-1009.
7. Дьяконов Г.А., Тихонов В.Б. Экспериментальное исследование влияния геометрии ускорительного канала и внешнего магнитного поля на режимы течения плазмы в коаксиальном квазистационарном плазменном ускорителе (КСПУ) типа П-50А. // Физика плазмы. 1994. Т. 20, № 6. С. 533-540.
8. Брушлинский К.В., Морозов А.И. Расчет двумерных течений плазмы в каналах. // Вопросы теории плазмы. / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1974, Вып. 8. С. 88-163.
9. Брушлинский К.В., Заборов А.М., Козлов А.Н., Морозов А.И., Савельев В.В. Численное моделирование течений плазмы в КСПУ. // Физика плазмы. 1990. Т. 16, № 2. С. 147-157.
10. Козлов А.Н. Особенности динамики плазмы в КСПУ в процессе установления течения. // Физика плазмы. 1992. Т. 18, № 6. С. 714-723.
11. Козлов А.Н. Динамика вращающихся потоков в канале плазменного ускорителя с продольным магнитным полем. // Физика плазмы. 2006. Т. 32, № 5. С. 413-422.
12. Kozlov A.N. Basis of the quasi-steady plasma accelerator theory in the presence of a longitudinal magnetic field. // J. Plasma Physics. 2008. V.74, No. 2. P.261-286.
13. Брушлинский К.В. Математические и вычислительные задачи магнитной газодинамики. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2009. 200 с.

14. Козлов А.Н. Двумерный характер неустойчивости течений ионизирующегося газа в канале плазменного ускорителя. // Известия АН СССР. МЖГ. 1983. № 2. С. 187-189.

15. Козлов А.Н. Моделирование двумерных течений ионизирующегося газа и плазмы в коаксиальном ускорителе с учетом теплопроводности, излучения и процессов в электрической цепи. // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша АН СССР. № 186. 1985.

16. Козлов А.Н. Численное исследование двумерных течений ионизирующегося газа в приближении ЛТР. // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша АН СССР. 1986. № 174.

17. Козлов А. Н. Кинетика ионизации и рекомбинации в канале плазменного ускорителя. // Известия РАН. МЖГ. 2000. № 5. С. 181-188.

18. Бармин А.А., Куликовский А.Г. Фронты ионизации и рекомбинации в электромагнитном поле. // Итоги науки. Гидродинамика. Т. 5. М.: ВИНТИ. 1971. С. 5-31.

19. Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит. 2001. 608 с.

20. Великович А.Л., Либерман М.А. Физика ударных волн в газах и плазме. М.: Наука. 1987. 295 с.

21. Левин В.А., Скопина Г.А. Распространение волн детонации в закрученных потоках газа. // Прикладная механика и теоретическая физика. 2004. Т. 45, № 4. С. 3-6.

22. Брагинский С.И. Явление переноса в плазме. // Вопросы теории плазмы. / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1963, Вып. 1. С. 183-272.

23. Биберман Л.М., Воробьев В.С., Якубов И.Т. Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. М.: Наука, 1982. 375 с.

24. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 686 с.

25. Четверушкин Б.Н. Математическое моделирование задач динамики излучающего газа. М.: Наука, 1985. 304 с.

26. Михалас Д. Звездные атмосферы. Часть I. М.: Мир, 1982. 352 с.

27. Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. М.: Мир, 1975. 934 с.

28. Имшенник В.С., Морозов Ю.П. Радиационная релятивистская газодинамика высокотемпературных явлений. М.: Атомиздат, 1981. 88 с.

29. Марчук Г.И., Лебедев В.И. Численные методы в теории переноса нейтронов. М.: Атомиздат, 1981. 454 с.

30. Castor John I. Lectures on radiation hydrodynamics. – Lawrence Livermore National Laboratory, 2000.

31. Никифоров А.Ф., Новиков В.Г., Уваров В.Б. Квантово-статистические модели высокотемпературной плазмы. М.: Физматлит, 2000. 399 с.

32. Вайнштейн Л.А., Собельман И.И., Юков Е.А. Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. М.: Наука. 1979. 319 с.

33. Оран Э., Борис Дж. Численное моделирование реагирующих потоков. М.: Мир, 1990. 661 с.
34. Дегтярев Л.М., Фаворский А.П. Поточковый вариант метода прогонки для разностных задач с сильно меняющимися коэффициентами. // ЖВМ и МФ. 1969. Т. 9, № 1. С. 211-218.
35. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Об однородных разностных схемах. // ЖВМ и МФ. 1961. Т. 1, № 1. С. 5–63.
36. Carlson V.G. A Method of Characteristics and Other Improvements in Solutions Methods for the Transport Equations. // NSE. 1976. V. 61. P. 408-425.

Оглавление

Введение	3
1. МГД-модель течения ионизирующегося газа	5
2. Квазиодномерная модель течения	6
3. Приближение лучистой теплопроводности.....	9
4. Постановка задачи переноса излучения.....	9
5. Излучательная способность и коэффициент поглощения	10
6. Диффузионное приближение в квазиодномерной модели	14
7. Решение уравнения переноса излучения методом характеристик.....	14
8. Применение метода характеристик и трассировка	16
9. Плотность энергии и поток энергии излучения.....	18
10. Излучение отдельных участков спектра	20
Заключение.....	21
Список литературы	22