



**Беляев М.Ю., Монахов М.И.,
Сазонов В.В.**

Оценка точности показаний
магнитометра,
установленного на
Службном модуле
Международной
космической станции

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Беляев М.Ю., Монахов М.И., Сазонов В.В. Оценка точности показаний магнитометра, установленного на Службном модуле Международной космической станции // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2012. № 54. 32 с.
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2012-54>

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В. Келдыша

М.Ю.Беляев, М.И.Монахов, В.В.Сазонов

**ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПОКАЗАНИЙ МАГНИТОМЕТРА,
УСТАНОВЛЕННОГО НА СЛУЖЕБНОМ МОДУЛЕ
МЕЖДУНАРОДНОЙ КОСМИЧЕСКОЙ СТАНЦИИ**

Москва - 2012

Аннотация

На Служебном модуле *Международной космической станции* (МКС) установлен трехкомпонентный магнитометр SM-8M. Он предназначен для решения задач, связанных с определением ориентации станции, и для экспериментов, требующих учета влияния магнитного поля Земли (МПЗ). Успешное функционирование магнитометра в этом качестве зависит от того, насколько точно его измерения согласуются с той частью МПЗ, которая описывается аналитической моделью IGRF. Если на интервале времени около одного витка измерения после их надлежащей коррекции отклоняются от аналитической модели на несколько сотен γ , то функционирование магнитометра приемлемо. Такое рассогласование соответствует не учитываемым в модели вариациям МПЗ и погрешности магнитометра SM-8M. Для расчета рассогласования надо знать положение станции на орбите и ориентацию магнитометра. Если они известны, то из обработки измерений можно найти постоянные смещения в них, матрицу перехода от строительной системы координат Служебного Модуля к собственной системе координат магнитометра и коэффициенты Пуассона, характеризующие вклад магнитного поля станции в показания магнитометра. В данной работе приведены результаты проверки измерений магнитометра SM-8M на МКС, полученные по описанной схеме. Среднеквадратичные отклонения измерений каждой компоненты напряженности МПЗ от их расчетных аналогов лежат в пределах от 200 до 300 γ .

M.Yu. Belyaev, M.I. Monakhov, V.V. Sazonov. Accuracy estimation of the magnetometer measurements onboard Service Module of ISS. There is a three-component magnetometer SM-8M onboard Service Module of ISS. It means to solve problems concerned with the station attitude motion and monitoring environment in some space experiments. Successful operation of the magnetometer depends on how precise its measurements adjust with the part of the Earth Magnetic Field that is presented by IGRF model. If the measurements after its appropriate correction deviate from IGRF model less the a few hundreds γ , then the magnetometer operates acceptably. Such errors correspond to the magnetometer accuracy and field variations that are not taken into account in IGRF model. To calculate the deviations one has to know the station position in its orbit and the magnetometer attitude. If they are known then one can specifies the const biases in the measurements, the transition matrix from Service Module structural coordinate system to the proper magnetometer coordinate system, and Poisson coefficients that characterize the influence of the proper station magnetic field in magnetometer readings. This paper contains results of magnetometer testing carried out in the way above. The root-mean-square deviation of measurements from IGRF model is in the limits 200÷ 300 γ for each vector component of the field.

1. Введение. Проверку данных измерений трехосного магнитометра, полученных на борту искусственного спутника Земли, желательно выполнять, сопоставляя эти данные с одновременными измерениями более точного поверенного магнитометра. Если второго магнитометра на спутнике нет, то грубую проверку можно осуществить с помощью аналитической модели магнитного поля Земли (МПЗ). Для этого достаточно знать положение спутника на орбите и ориентацию магнитометра относительно гринвичской системы координат. Если они известны, то можно вычислить расчетные аналоги измерений и сопоставить их с проверяемыми данными. На низких орбитах при правильной работе магнитометра разности данных измерений и расчетных аналогов для каждой векторной компоненты, как правило, не должны превышать нескольких сот γ . Если такое сопоставление оказывается успешным, то в результате удастся оценить постоянные смещения в измерениях и матрицу перехода от строительной (приборной) системы координат спутника к собственной системе координат магнитометра. Можно также уточнить коэффициенты Пуассона, которые характеризуют вклад в показания магнитометра магнитного поля спутника, наведенного МПЗ. В данной работе описана основанная на указанных соображениях методика проверки данных измерений магнитометра СМ-8М, установленного на Служебном модуле *Международной космической станции* (МКС). Приведены примеры проверки реальных данных.

2. Аппроксимация движения станции. Для аппроксимации движения станции используется несколько систем координат. Опишем четыре из них, необходимые для представления полученных результатов. Все эти системы — правые декартовы.

Система $Y_1Y_2Y_3$ — инерциальная. Плоскость Y_1Y_2 параллельна среднему земному экватору эпохи 2000.0. Ось Y_1 направлена в точку весеннего равноденствия указанной эпохи, ось Y_3 направлена в соответствующий Северный полюс мира.

Под ориентацией станции будем понимать ориентацию жестко связанной с корпусом Служебного модуля строительной системы координат $y_1y_2y_3$. Ось y_1 параллельна продольной оси Служебного модуля и направлена от его переходного отсека к агрегатному отсеку, ось y_2 перпендикулярна оси вращения солнечных батарей Служебного модуля.

Для расчета МПЗ используется гринвичская система координат $X_1X_2X_3$. Плоскость X_1X_2 параллельна земному экватору. Ось X_1 параллельна плоскости гринвичского меридиана, ось X_3 направлена вдоль оси вращения Земли в Северный полюс мира.

Вращательное движение станции иллюстрируется с помощью орбитальной системы координат $Z_1Z_2Z_3$. Ось Z_2 направлена по геоцентрическому радиусу-вектору центра масс станции, ось Z_3 направлена противоположно вектору орбитального кинетического момента станции.

Положение системы $y_1y_2y_3$ относительно системы $Y_1Y_2Y_3$ задается с помощью нормированного кватерниона $Q = (q_0, q_1, q_2, q_3)$, $q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$. Матрицу перехода от системы $y_1y_2y_3$ к системе $Y_1Y_2Y_3$ обозначим $\| a_{ij} \|_{i,j=1}^3$, где a_{ij} — косинус угла между осями Y_i и y_j . Элементы этой матрицы выражаются через компоненты Q с помощью известных формул

$$\begin{aligned} a_{11} &= q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2, & a_{21} &= 2(q_2q_1 + q_0q_3), \\ a_{12} &= 2(q_1q_2 - q_0q_3), & a_{22} &= q_0^2 + q_2^2 - q_1^2 - q_3^2, \\ a_{13} &= 2(q_1q_3 + q_0q_2), & a_{23} &= 2(q_2q_3 - q_0q_1), \\ & & a_{31} &= 2(q_3q_1 - q_0q_2), \\ & & a_{32} &= 2(q_3q_2 + q_0q_1), \\ & & a_{33} &= q_0^2 + q_3^2 - q_1^2 - q_2^2. \end{aligned}$$

Матрица перехода от системы координат $Y_1Y_2Y_3$ к системе $X_1X_2X_3$ представляется в виде произведения трех матриц: матрицы прецессии, матрицы нутации и матрицы поворота вокруг оси X_3 на звездное время. Эти матрицы рассчитываются по упрощенным формулам [1].

Положение системы $y_1y_2y_3$ относительно системы $Z_1Z_2Z_3$ будем задавать углами Крылова ψ (рысканье), γ (крен) и θ (тангаж). Они вводятся следующим образом. Система $Z_1Z_2Z_3$ может быть переведена в систему $y_1y_2y_3$ тремя последовательными поворотами: 1) на угол ψ вокруг оси Z_2 , 2) на угол γ вокруг новой оси Z_1 , 3) на угол θ вокруг новой оси Z_3 , совпадающей с осью y_3 . Здесь предполагается, что начала обеих систем совпадают. Матрицу перехода от системы $y_1y_2y_3$ к системе $Z_1Z_2Z_3$ обозначим $\| c_{ij} \|_{i,j=1}^3$, где c_{ij} — косинус угла между осями Z_i и y_j . Элементы этой матрицы выражаются через углы Крылова с помощью формул

$$\begin{aligned} c_{11} &= \cos \psi \cos \theta + \sin \psi \sin \gamma \sin \theta, & c_{21} &= \cos \gamma \sin \theta, \\ c_{12} &= -\cos \psi \sin \theta + \sin \psi \sin \gamma \cos \theta, & c_{22} &= \cos \gamma \cos \theta, \\ c_{13} &= \sin \psi \cos \gamma, & c_{23} &= -\sin \gamma, \\ & & c_{31} &= -\sin \psi \cos \theta + \cos \psi \sin \gamma \sin \theta, \\ & & c_{32} &= \sin \psi \sin \theta + \cos \psi \sin \gamma \cos \theta, \\ & & c_{33} &= \cos \psi \cos \gamma. \end{aligned}$$

Данные измерений магнитометра, плотно заполняющие некоторый интервал времени длиной от нескольких десятков минут до нескольких часов, обрабатываются совместно. Орбитальное движение станции на таком интервале описывается с помощью модели SGP4 по подходящему набору двухстрочных элементов. Система координат, используемая моделью SGP4, и гринвичская система координат имеют общую ось X_3 . Первая из этих систем переходит во вторую поворотом вокруг оси X_3 на среднее звездное время.

Вращательное движение станции на обрабатываемом интервале описывается кватернионной функцией времени, аппроксимирующей телеметрические значения кватерниона, задающего ориентацию строительной системы координат относительно системы $Y_1Y_2Y_3$. Телеметрическая информация собирается на временном интервале, покрывающем интервал магнитных измерений, и содержит последовательности моментов времени и кватернионов

$$t_m^Q, Q_m = \left(q_0^{(m)}, q_1^{(m)}, q_2^{(m)}, q_3^{(m)} \right) \quad (m = 0, 1, \dots, M). \quad (1)$$

Здесь Q_m — значение кватерниона Q , отвечающее моменту времени t_m^Q , $t_{m+1}^Q - t_m^Q \approx 1$ с. Кватернион, задающий ориентацию станции, определен с точностью до знака. Знаки $Q^{(m)}$ и момент t_0^Q в (1) выбираются из условия

$$q_0^{(0)} > 0, \quad \sum_{i=0}^3 q_i^{(m-1)} q_i^{(m)} > 0 \quad (m = 1, 2, \dots, M).$$

Сглаживание последовательности кватернионов (1) выполняется покомпонентно с использованием выражений

$$\tilde{q}_i(t) = d_{i,L+1} + d_{i,L+2}(t - t_0^Q) + \sum_{l=1}^L d_{il} \sin \frac{\pi l(t - t_0^Q)}{t_M^Q - t_0^Q} \quad (i = 0, 1, 2, 3), \quad (2)$$

коэффициенты d_{il} которых, находились методом наименьших квадратов. Число L бралось одинаковым для всех компонент. Обычно оно выбиралось из условия $(t_M^Q - t_0^Q)/L \approx 2$ мин. Этот выбор проверялся сопоставлением угловой скорости станции, рассчитанной по выражениям (2), с данными ее телеметрии. Такое сопоставление проверяет не только выбор L , но и правильность собранных телеметрических данных.

Аппроксимацией ориентации станции в момент времени t считался кватернион $\hat{Q}(t) = (\hat{q}_0(t), \hat{q}_1(t), \hat{q}_2(t), \hat{q}_3(t))$, полученный нормировкой кватерниона с компонентами (2). Проекция ω_i абсолютной угловой скорости системы $y_1y_2y_3$ на ее собственные оси вычисляются по компонентам полученной таким образом кватернионной функции и их производным с помощью известных кинематических соотношений

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 2(q_0\dot{q}_1 - q_1\dot{q}_0 + q_3\dot{q}_2 - q_2\dot{q}_3), \\ \omega_2 &= 2(q_0\dot{q}_2 - q_2\dot{q}_0 + q_1\dot{q}_3 - q_3\dot{q}_1), \\ \omega_3 &= 2(q_0\dot{q}_3 - q_3\dot{q}_0 + q_2\dot{q}_1 - q_1\dot{q}_2). \end{aligned} \quad (3)$$

Телеметрические данные угловой скорости имеют вид, аналогичный данным (1), только измеряемых компонент теперь три, а не четыре. Эти данные имеют весьма значительный разброс, поэтому непосредственное их сравнение с расчетными значениями не информативно. Эти данные сглаживаются

с помощью выражений вида (2), и только сглаженные данные используются для сравнения.

Пример аппроксимации вращательного движения станции приведен на рис. 1, 2. Графики в левых частях этих рисунков иллюстрируют аппроксимацию данных (1) функцией $\hat{Q}(t)$. Слева на рис. 1 сплошные кривые — графики компонент $\hat{q}_i(t)$, маркеры указывают точки $(t_m^Q, q_i^{(m)})$ при $m = 49, 149, 249, \dots$, обозначающие ход телеметрических данных (1); слева на рис. 2 — графики ошибок аппроксимации в виде ломаных, звенья которых соединяют соседние точки последовательностей $(t_m^Q, \Delta q_i^{(m)})$, $\Delta q_i^{(m)} = q_i^{(m)} - \hat{q}_i(t_m^Q)$, $m = 1, 2, \dots, M$. В этом примере $M = 4642$, $L = 30$. В средней части рис. 1 приведены графики компонент угловой скорости станции. Здесь кривые без маркеров — графики функций $\omega_i(t)$, рассчитанных по формулам (3) и компонентам кватерниона $\hat{Q}(t)$; кривые, отмеченные маркерами, — графики сглаживающих выражений вида (2), построенных при $L = 30$. В правой части рис. 2 приведены отклонения телеметрических значений угловой скорости от соответствующих сглаживающих функций. Эти отклонения представлены в виде, аналогичном ошибкам аппроксимации кватерниона ориентации в левой части того же рисунка. В правой части рис. 1 приведены графики зависимостей от времени углов Крылова, описывающих движение станции относительно орбитальной системе координат. Станция находилась в режиме орбитальной ориентации, причем режим выдерживался достаточно точно. Амплитуды колебаний по углам Крылова не превосходят 2° .

3. Предварительная обработка измерений магнитометров. Измеряемые магнитометром компоненты вектора напряженности магнитного поля обозначим h_i ($i = 1, 2, 3$). Эти компоненты относятся к собственной системе координат датчика, направления осей которой близки направлениям осей строительной системы. Данные измерений магнитометра, полученные в течение одного сеанса работы с датчиком, представляют собой совокупность чисел

$$t_n, h_i^{(n)} \quad (i = 1, 2, 3; n = 0, 1, \dots, N). \quad (4)$$

Здесь $h_i^{(n)} \approx h_i(t_n)$. Как правило, $t_{n+1} - t_n = 1$ с, $t_N - t_0 = 30 \div 120$ мин. Поскольку магнитометр был установлен на выносной штанге за бортом Служебного модуля, он должен измерять внешнее магнитное поле, т. е. в основном МПЗ. Последнее же достаточно точно представляется аналитической моделью IGRF. Указанные обстоятельства позволяют проверить показания магнитометра посредством их сопоставления с моделью IGRF. Сопоставление выполняется в три этапа.

На первом этапе сравниваются модули измеренного и расчетного векторов напряженности. Сравнение модулей не требует знания ориентации магнитометра; надо знать только орбитальное движение станции. Первый этап

позволяет проверить данные магнитных измерений, используя минимальную дополнительную информацию. В случае достаточно точных данных уже на первом этапе можно уточнить их временную привязку. Привязка ко времени данных магнитных измерений (4) не вполне верна, и в моментах t_n имеется некоторый сдвиг. Этот сдвиг принимается неизменным на всем интервале обработки. Величина сдвига определяется методом наименьших квадратов из условия наилучшего совпадения модулей измеренного и расчетного векторов напряженности МПЗ в точках t_n .

Введем функцию

$$\Psi(\tau, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3) = \sum_{n=0}^N \left\{ \sqrt{\sum_{i=1}^3 [h_i^{(n)} - \Delta_i]^2} - \sqrt{\sum_{i=1}^3 H_i^2(t_n + \tau)} \right\}^2,$$

где τ — указанный сдвиг во времени, Δ_i — постоянные систематические ошибки (смещения) в измерениях, $H_i(t)$ — компоненты вектора напряженности МПЗ в гринвичской системе координат, рассчитываемые вдоль орбитального движения центра масс станции по модели IGRF. Положим

$$\Psi_1(\tau) = \min_{\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3} \Psi(\tau, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3).$$

Функция $\Psi_1(\tau)$ вычислялась на равномерной сетке с шагом 1 с. Минимизация Ψ по Δ_i на каждом шаге выполнялась методом Гаусса-Ньютона. Значение τ , доставляющее минимум функции Ψ_1 на этой сетке, принималось в качестве сдвига. Стандартное отклонение σ_τ сдвига рассчитывалось в рамках метода наименьших квадратов по формулам

$$\sigma_\tau^2 = 2(\sigma')^2 \left[\frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial \tau^2} \right]^{-1}, \quad \sigma' = \sqrt{\frac{\Psi_1}{N-3}}.$$

Правые части этих формул вычисляются в точке минимума Ψ_1 , вторая производная находится по сеточным значениям Ψ_1 разностным способом. Значения величин Δ_i и σ' в этой точке минимума принимаются в качестве оценок постоянных смещений в данных измерений и оценки точности согласования измеренных и расчетных данных.

Результаты первого этапа сравнения данных магнитных измерений с расчетными значениями напряженности МПЗ иллюстрируются левыми графиками на рис. 3 — 8 с индексами "а". На этих рисунках в верхней левой части гладкие сплошные кривые — графики функции

$$h_{\text{calc}}(t) = \sqrt{\sum_{i=1}^3 H_i^2(t)}.$$

Рядом с ними можно различить ломаные, последовательно соединяющие точки $(t_n + \tau, h_{\text{mes}}^{(n)})$, где

$$h_{\text{mes}}^{(n)} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 [h_i^{(n)} - \Delta_i]^2} \quad (n = 0, 1, \dots, N).$$

В нижних левых частях этих рисунков приведены графики разностей измеренных и расчетных модулей, а именно, ломаные, звенья которых соединяют соседние точки последовательности $(t_n + \tau, h_{\text{mes}}^{(n)} - h_{\text{calc}}(t_n + \tau))$.

Число моментов времени с измерениями в рассмотренных примерах и полученные оценки параметров приведены в табл. 1. Строка в таблице отвечает данным (4), представленным на указанном в этой строке рисунке.

Таблица 1

Рис.	$N + 1$	$\sigma'(\gamma)$	$\Delta_1(\gamma)$	$\Delta_2(\gamma)$	$\Delta_3(\gamma)$	$\tau(\text{с})$	$\sigma_\tau(\text{с})$
3а	4695	328	-629	-543	-1842	33	0.39
4а	6976	306	-356	248	-1733	28	0.42
5а	6992	245	-187	234	-1645	-8	0.61
6а	6950	294	-133	-1.4	-1283	-1	0.37
7а	6339	234	-168	-207	-1612	-6	0.47
8а	6836	335	-723	-328	-1708	-3	0.37

4. Определение установочной матрицы магнитометра. Если первый этап сопоставления данных измерений магнитометра с расчетными значениями напряженности МПЗ был удачен, то выполнялся второй этап. На этом этапе уточнялись постоянные смещения в измерениях Δ_i , сдвиг времени τ и матрица перехода от строительной системы координат к собственной системе координат магнитометра. Эту матрицу обозначим $B = \| b_{ij} \|_{i,j=1}^3$, где b_{ij} — косинус угла между осью с номером i собственной системы координат магнитометра и осью y_j . Уточнение выполнялось следующим образом. На основе стандартной процедуры сингулярного разложения матрицы была составлена программа уточнения параметров Δ_i и B при фиксированном τ . Такое уточнение выполнялось на равномерной сетке по τ с шагом 1 с. Значение этого сдвига, при котором достигалось минимальное рассогласование измеренных и расчетных компонент МПЗ, принималось в качестве его оценки, а отвечающие этому значению величины Δ_i и B принимались в качестве оценок соответствующих параметров. Приведем расчетные формулы.

Зададимся сдвигом τ . Используя модель IGRF и аппроксимацию движения станции, вычислим компоненты МПЗ в строительной системе координат

в моменты времени $t_n + \tau$ ($n = 0, 1, \dots, N$). Эти компоненты обозначим $H_i^{(n)}$ ($i = 1, 2, 3$). Если пренебречь ошибками измерений и разного рода возмущениями, то при каждом n величины $h_i^{(n)}$ и $H_i^{(n)}$ являются компонентами одного и того же вектора и поэтому связаны определенными соотношениями. Эти соотношения с учетом постоянных смещений в измерениях запишем в виде

$$h_i^{(n)} = \Delta_i + \sum_{j=1}^3 b_{ij} H_j^{(n)} \quad (i = 1, 2, 3; n = 0, 1, \dots, N). \quad (5)$$

При наличии ошибок в данных измерений соотношения (5) становятся приближенными. Учитывая это обстоятельство и принимая во внимание большое значение N , для отыскания матрицы B и смещений Δ_i воспользуемся методом наименьших квадратов. Применение этого метода означает принятие следующей гипотезы: невязки соотношений (5) представляют собой некоррелированные случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями и одинаковыми стандартными отклонениями. Следуя методу наименьших квадратов, будем искать минимум выражения

$$Z = \sum_{n=0}^N \sum_{i=1}^3 \left(h_i^{(n)} - \Delta_i - \sum_{j=1}^3 b_{ij} H_j^{(n)} \right)^2 \quad (6)$$

по величинам Δ_i и b_{ij} при условии, что матрица B ортогональна и имеет положительный определитель. Решение несколько более простой задачи, когда $\Delta_i = 0$ ($i = 1, 2, 3$) и требуется минимизировать выражение (6) только по элементам матрицы B , хорошо известно (см., например, [2]). Незначительная модификация этого решения, позволяет выполнить полную минимизацию Z .

Выражение (6) с учетом ортогональности B представим в виде

$$\begin{aligned} Z = (N + 1) \sum_{i=1}^3 \Delta_i^2 - 2 \sum_{i=1}^3 a_i \Delta_i + 2 \sum_{i,j=1}^3 b_{ij} (\Delta_i A_j - s_{ij}) + \\ + \sum_{n=0}^N \sum_{i=1}^3 \left([h_i^{(n)}]^2 + [H_i^{(n)}]^2 \right), \\ a_i = \sum_{n=0}^N h_i^{(n)}, \quad A_i = \sum_{n=0}^N H_i^{(n)}, \quad s_{ij} = \sum_{n=0}^N h_i^{(n)} H_j^{(n)}. \end{aligned}$$

Задача минимизации Z является задачей на условный экстремум — минимум ищется при условии ортогональности матрицы B

$$\sum_{k=1}^3 b_{ki} b_{kj} = \delta_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3).$$

Здесь δ_{ij} — символ Кронекера. Для решения задачи воспользуемся методом неопределенных множителей Лагранжа. Составим функцию

$$L = (N+1) \sum_{i=1}^3 \Delta_i^2 - 2 \sum_{i=1}^3 a_i \Delta_i + 2 \sum_{i,j=1}^3 b_{ij} (\Delta_i A_j - s_{ij}) + \sum_{i,j=1}^3 \lambda_{ij} \left(\sum_{k=1}^3 b_{ki} b_{kj} - \delta_{ij} \right),$$

где $\lambda_{ij} = \lambda_{ji}$ — неопределенные множители Лагранжа и в выражении для Z опущены слагаемые, не зависящие от Δ_i и b_{ij} . Условия безусловного минимума L по величинам Δ_i и b_{ij} имеют вид

$$(N+1)\Delta_i + \sum_{k=1}^3 b_{ik} A_k = a_i, \quad \Delta_i A_j + \sum_{k=1}^3 b_{ik} \lambda_{kj} = s_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3).$$

Из первой группы этих условий находим

$$\Delta_i = \frac{1}{N+1} \left(a_i - \sum_{k=1}^3 b_{ik} A_k \right) \quad (i = 1, 2, 3). \quad (7)$$

Подставив результат во вторую группу условий, получим

$$\sum_{k=1}^3 b_{ik} \left(\lambda_{kj} - \frac{A_k A_j}{N+1} \right) = s_{ij} - \frac{a_i A_j}{N+1} \quad (i, j = 1, 2, 3).$$

Последние соотношения запишем в матричном виде

$$B\Lambda = S, \quad (8)$$

$$\Lambda = \left\| \lambda_{ij} - \frac{A_i A_j}{N+1} \right\|_{i,j=1}^3, \quad S = \left\| s_{ij} - \frac{a_i A_j}{N+1} \right\|_{i,j=1}^3.$$

Здесь B — ортогональная, а Λ — симметричная матрицы. Уравнение (8) решается следующим образом [2]. Рассмотрим сингулярное разложение матрицы S : $S = UDV^T$. Здесь U и V — ортогональные матрицы порядка 3, $D = \text{diag}(d_1, d_2, d_3)$, $d_1 \geq d_2 \geq d_3 \geq 0$. Полагаем, что $d_3 > 0$, т. е. матрица S не вырождена. Введем матрицу $F = \text{diag}(f_1, f_2, f_3)$, $f_i = \pm 1$ ($i = 1, 2, 3$), но выбор знаков пока не фиксируем. На основании сингулярного разложения S запишем $S = UF^2DV^T = UFFV^T VFDV^T$. Положим $B = UFFV^T$, $\Lambda = VFDV^T$. Это наиболее общий вид матриц B и Λ с требуемыми свойствами.

Полученные формулы определяют несколько решений уравнения (8). Выберем из них то, которое доставляет Z минимум и удовлетворяет условию $\det B = 1$. На решениях уравнения (8) $Z = -2\text{tr} BS^T + Z_0$, где Z_0 не зависит от B . Простые преобразования дают

$$Z - Z_0 = -2\text{tr}(UFFV^T)(VDU^T) = -2\text{tr} UFDU^T =$$

$$-2\text{tr } U^T U F D = -2\text{tr } F D = -2(d_1 f_1 + d_2 f_2 + d_3 f_3).$$

Поскольку $\det U F V^T = f_1 f_2 f_3 \det U \det V$, следует положить $f_1 = f_2 = 1$, $f_3 = \det U \det V$. Окончательное выражение для матрицы B имеет вид

$$B = U \text{diag}(1, 1, \det U \det V) V^T.$$

После того, как матрица B найдена, смещения Δ_i вычисляются по формулам (7). Для вычисления сингулярного разложения матрицы S используется подпрограмма [3], переписанная на free pascal.

Найденное решение обозначим Δ_i° , $B^\circ = \|b_{ij}^\circ\|$. Оценим его точность. С этой целью линеаризуем задачу минимизации выражения (6) в окрестности точки минимума. Малые ошибки в задании ориентации строительной системы координат по отношению к собственной системе координат магнитометра будем описывать в терминах вектора ее бесконечно малого поворота $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$. Компоненты этого вектора будем указывать в системе координат магнитометра. Элементы произвольной ортогональной матрицы $B = \|b_{ij}\|$, $B \approx B^\circ$, можно в линейном приближении по $\boldsymbol{\theta}$ представить в виде

$$b_{ij} = b_{ij}^\circ + \sum_{k,l=1}^3 e_{ikl} \theta_k b_{lj}^\circ \quad (i, j = 1, 2, 3). \quad (9)$$

Здесь e_{ikl} — символ Леви-Чивиты.

Соотношения (5), учитывая наличие в них ошибок, представим в виде

$$h_i^{(n)} = \Delta_i + \sum_{j=1}^3 b_{ij} H_j^{(n)} + \varepsilon_i^{(n)} \quad (i = 1, 2, 3; n = 0, 1, \dots, N). \quad (10)$$

Здесь $\varepsilon_i^{(n)}$ — ошибки. Положим

$$\hat{h}_i^{(n)} = \Delta_i^\circ + \sum_{j=1}^3 b_{ij}^\circ H_j^{(n)} \quad (i = 1, 2, 3; n = 0, 1, \dots, N).$$

Вычтем последние соотношения из соотношений (10) и в полученных равенствах перегруппируем члены. Будем иметь

$$\Delta_i - \Delta_i^\circ + \sum_{j=1}^3 (b_{ij} - b_{ij}^\circ) H_j^{(n)} = -\varepsilon_i^{(n)} + h_i^{(n)} - \hat{h}_i^{(n)}.$$

Подставим сюда соотношения (9), при этом в левой части изменим порядок суммирования. В результате придем к равенствам

$$\Delta_i - \Delta_i^\circ + \sum_{k,l=1}^3 e_{ikl} \theta_k \left(\sum_{j=1}^3 b_{lj}^\circ H_j^{(n)} \right) = -\varepsilon_i^{(n)} + h_i^{(n)} - \hat{h}_i^{(n)}. \quad (11)$$

Напомним, здесь $i = 1, 2, 3$; $n = 0, 1, \dots, N$. Полученные соотношения будем рассматривать как линейную задачу метода наименьших квадратов для определения величин $\Delta_i - \Delta_i^\circ$ и θ_k . Это и есть упоминавшаяся выше линеаризация задачи минимизации выражения (6). Введем вектор $x = (\Delta_1 - \Delta_1^\circ, \Delta_2 - \Delta_2^\circ, \Delta_3 - \Delta_3^\circ, \theta_1, \theta_2, \theta_3)^T$, определим подходящим образом матрицу A , вектор правой части b (при определении b надо положить $\varepsilon_i^{(n)} = 0$) и запишем задачу (11) в виде $Ax \approx b$. Ее решение имеет вид $\hat{x} = (A^T A)^{-1} A^T b$, ковариационная матрица оценки \hat{x} равна

$$K_x = \sigma^2 (A^T A)^{-1}, \quad \sigma^2 = \frac{(A\hat{x} - b)^T (A\hat{x} - b)}{3N - 3}.$$

По смыслу линеаризации в данном случае $\hat{x} = 0$, $b^T b$ — значение выражения (6) в точке минимума. Обозначим это значение Z_{\min} и положим $\sigma^2 = Z_{\min} (3N - 3)^{-1}$ в выражении для K_x , получим формулу оценки ковариационной матрицы $K = \|k_{ij}\|_{i,j=1}^6$ в нелинейной задаче. Определенная по-новому величина σ — оценка стандартного отклонения ошибок выполнения соотношений (5). В общем случае величины $\sqrt{k_{ii}}$ суть стандартные отклонения оцениваемых параметров; в данном случае при $i = 1, 2, 3$ это — стандартные отклонения σ_{Δ_i} оценок смещений Δ_i° , при $i = 4, 5, 6$ — среднеквадратичные значения углов $\theta_1, \theta_2, \theta_3$. Указанные среднеквадратичные значения обозначим $\sigma_{\theta_1}, \sigma_{\theta_2}, \sigma_{\theta_3}$ и будем использовать как характеристики точности оценки B° . Знание величин $\sigma, \sigma_{\Delta_i}$ и σ_{θ_i} позволяет обоснованно судить о согласованности измеренных и расчетных компонент напряженности МПЗ.

Явный вид матрицы B не удобен для восприятия. Обычно ортогональную матрицу задают тремя углами. В данном случае такие углы, обозначив их α, β и γ , введем с помощью следующего условия. При совмещении с помощью параллельного переноса начала системы координат магнитометра с началом строительной системы первая из этих систем переводится во вторую тремя последовательными поворотами вокруг своих осей: 1) на угол α вокруг оси 2; 2) на угол β вокруг оси 3, преобразованной первым поворотом; 3) на угол γ вокруг дважды преобразованной оси 1, совпадающей с осью y_1 . Элементы матрицы B выражаются через введенные углы по формулам

$$\begin{aligned} b_{11} &= \cos \alpha \cos \beta, & b_{21} &= \sin \beta, \\ b_{12} &= \sin \alpha \sin \gamma - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma, & b_{22} &= \cos \beta \cos \gamma, \\ b_{13} &= \sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma, & b_{23} &= -\cos \beta \sin \gamma, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{31} &= -\sin \alpha \cos \beta, \\ b_{32} &= \cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma, \\ b_{33} &= \cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma. \end{aligned}$$

После того, как матрица B найдена, по ее элементам вычисляем углы α , β и γ . Стандартные отклонения этих углов σ_α , σ_β и σ_γ находятся из условия, что их дифференциалы выражаются через компоненты вектора бесконечно малого поворота θ_i по формулам

$$d\alpha = \theta_2 - \operatorname{tg} \beta (\theta_1 \cos \alpha - \theta_3 \sin \alpha),$$

$$d\beta = \theta_1 \sin \alpha + \theta_3 \cos \alpha, \quad d\gamma = \frac{1}{\cos \beta} (\theta_1 \cos \alpha - \theta_3 \sin \alpha).$$

Если α и β малы по абсолютной величине, то $\sigma_\alpha \approx \sigma_{\theta_2}$, $\sigma_\beta \approx \sigma_{\theta_3}$, $\sigma_\gamma \approx \sigma_{\theta_1}$.

Введенная выше величина Z_{\min} является функцией τ . Как уже говорилось, эта величина вычисляется на равномерной сетке с шагом по τ , равным 1с. Ее минимум на сетке считается решением второго этапа согласования данных измерений с моделью IGRF. Стандартное отклонение полученной оценки τ вычисляется по формуле

$$\sigma_\tau^2 = 2(\sigma'')^2 \left[\frac{\partial^2 Z_{\min}}{\partial \tau^2} \right]^{-1}, \quad \sigma'' = \sqrt{\frac{Z_{\min}}{3N - 4}}.$$

Введенные выше и зависящие от τ стандартные отклонения σ , σ_{Δ_i} и т. д. называются маргинальными. При $N \gg 1$ в точке наименьшего значения $Z_{\min}(\tau)$ они практически совпадают (на самом деле, несколько меньше) истинных стандартных отклонений. Поскольку вычислять их намного проще, ниже будем указывать именно их.

Результаты второго этапа сравнения данных магнитных измерений с расчетными значениями напряженности МПЗ иллюстрируются средним и правыми графиками на рис. 3 — 8 с индексами "а". В средней части этих рисунков плавные кривые — графики расчетных компонент МПЗ в системе координат магнитометра. Расчет выполнен с использованием модели IGRF. Рядом с этими кривыми, почти сливаясь с ними, расположены ломаные с вершинами в точках $(t_n + \tau, h_i^{(n)} - \Delta_i)$, $n = 0, 1, \dots, N$, при соответствующих $i = 1, 2, 3$. Звенья ломаных последовательно соединяют соседние точки. В правой части рисунков приведены рассогласования между данными измерений и построенной аппроксимацией. Эти графики построены для каждой компоненты измеряемого вектора и имеют вид ломаных, абсциссы вершин которых моменты $t_n + \tau$, а ординаты разности измерений и аппроксимирующих функций.

Оценки полученных параметров приведены в табл. 2. Оценки сдвига времени τ в табл. 1 и 2 оказались достаточно близки, оценки смещений Δ_i в этих таблицах заметно отличаются, причем в табл. 2 разброс оценок этих параметров меньше, чем в табл. 1. Разброс оценок углов α , β и γ в табл. 2 также мал. Как видно из рисунков и значений σ в обеих таблицах, расхождение между измерениями и их расчетными аналогами оказалось достаточно

большим. Это расхождение содержит ярко выраженную систематическую составляющую. Чтобы уменьшить ее, следует исключить при обработке разного рода помехи.

Таблица 2

Рис.	$\sigma(\gamma)$	$\Delta_1(\gamma)$	$\sigma_{\Delta_1}(\gamma)$	$\Delta_2(\gamma)$	$\sigma_{\Delta_2}(\gamma)$	$\Delta_3(\gamma)$	$\sigma_{\Delta_3}(\gamma)$
3а	475	-535	11	-506	8.4	-926	7.3
4а	487	-639	9.7	45	7.2	-880	5.9
5а	428	-639	8.6	200	6.4	-913	5.5
6а	341	-436	6.7	-111	5.0	-855	4.2
7а	425	-646	8.9	-304	6.6	-840	5.6
8а	444	-685	8.7	-482	6.5	-889	5.4

Рис.	$\gamma(^{\circ})$	$\sigma_{\gamma}(^{\circ})$	$\alpha(^{\circ})$	$\sigma_{\alpha}(^{\circ})$	$\beta(^{\circ})$	$\sigma_{\beta}(^{\circ})$	$\tau(\text{с})$	$\sigma_{\tau}(\text{с})$
3а	0.06	0.015	-4.28	0.025	0.05	0.013	29	0.64
4а	0.30	0.014	-4.25	0.024	-0.02	0.012	29	0.59
5а	0.52	0.013	-4.49	0.023	-0.10	0.011	-7	0.60
6а	0.14	0.0096	-4.52	0.017	0.00	0.0086	-4	0.42
7а	0.30	0.013	-4.21	0.024	-0.01	0.012	-2	0.60
8а	-0.05	0.012	-4.21	0.021	0.23	0.010	-4	0.52

5. Определение коэффициентов Пуассона. Наиболее значительные помехи обусловлены собственным магнитным полем станции. К сожалению, достаточно точная модель этих помех неизвестна. Поэтому приходится использовать общий подход, основанный на соотношениях Пуассона [4]. Уточнение коэффициентов Пуассона и соответствующая коррекция данных измерений выполняется на третьем этапе описываемого сопоставления. Модель измерений возьмем в виде (ср. (5))

$$h_i^{(n)} \approx \Delta_i + \sum_{j=1}^3 (\delta_{ij} + p_{ij}) \tilde{h}_j^{(n)}, \quad \tilde{h}_j^{(n)} = \sum_{k=1}^3 b_{jk} H_k^{(n)} \quad (12)$$

$$(i = 1, 2, 3; n = 0, 1, \dots, N).$$

Здесь p_{ij} — постоянные коэффициенты, называемые коэффициентами Пуассона, остальные обозначения сохраняют прежний смысл. Элементы матрицы B , временной сдвиг τ и, следовательно, величины $\tilde{h}_j^{(n)}$ полагаем известными (результат второго этапа), смещения Δ_i и коэффициенты Пуассона подлежат определению. Будем считать, что невязки первой группы соотношений (12) представляют собой некоррелированные случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями. Тогда для определения смещений и коэффициентов Пуассона получим 3 независимые регрессионные задачи. Для

каждой компоненты измерений, т. е. для каждого значения индекса i в (12) получается задача, в которой определяются величины Δ_i и p_{ij} ($j = 1, 2, 3$). Решая эти задачи, примем, что стандартные отклонения ошибок, содержащихся в измерениях $h_i^{(n)}$, зависят только от i и не зависят от n . Иными словами, стандартные отклонения ошибок, содержащихся в измерениях одной и той же компоненты вектора напряженности МПЗ, одинаковы, но они могут быть разными для разных компонент. Такое предположение оправдывает применение для решения указанных регрессионных задач стандартного метода наименьших квадратов.

Решения этих задач для отрезков данных, представленных на рис. 3а — 3а, приведены в табл. 3. В этой таблице σ_i^* — оценка стандартного отклонения ошибок в измерениях $h_i^{(n)}$, рассчитанная по результатам второго этапа, σ_i — аналогичная оценка для решения соответствующей регрессионной задачи (12), $\sigma_{p_{ij}}$ — стандартное отклонение оценки коэффициента p_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$). Остальные обозначения сохраняют прежний смысл. В средней части рис. 3 — 8 с индексами "б" приведены графики разностей между данными измерений $h_i^{(n)}$ и их аппроксимациями правыми частями соответствующих формул (12). Анализ рисунков и величин σ_i^* , σ_i в табл. 3 показывает, что учет поправки за наведенное магнитное поле станции заметно уменьшает низкочастотную составляющую рассогласования между измерениями и их расчетными аналогами.

Количественные характеристики разницы между правыми графиками на рис. 3а — 3а и средними графиками на рис. 3б — 3б можно получить с помощью спектрального анализа. Спектральный анализ — естественный способ изучения функций, которые выглядят похожими на почти-периодические (ср. упомянутые графики). Приведем основные соотношения, лежащие в основе этого анализа, и некоторые его результаты.

Пусть x_n ($n = 0, 1, \dots, N$) — ряд остатков, полученный вычитанием из данных измерений одной из компонент МПЗ ее расчетного аналога. Значение x_n отвечает моменту времени t_n , где $t_0 < t_1 < \dots, t_N$. Специфика обрабатываемых данных состоит в том, у них разности $t_{n+1} - t_n$ представляют собой целые кратные 1 с, причем в подавляющем большинстве случаев $t_{n+1} - t_n = 1$ с. Это обстоятельство упрощает анализ данных, делая его в некоторых отношениях похожим на анализ данных, заданных на равномерной сетке [5].

Введем функцию

$$I(f) = \left[\sum_{n=0}^N (x_n - \bar{x}) \cos 2\pi f t_n \right]^2 + \left[\sum_{n=0}^N (x_n - \bar{x}) \sin 2\pi f t_n \right]^2,$$

Таблица 3

Рис.	$S_1^*(g)$	$S_1(g)$	$\Delta_1(g)$	$S_{\Delta 1}(g)$	$p_{11} \times 10^2$	$S_{p11} \times 10^4$	$p_{12} \times 10^2$	$S_{p12} \times 10^4$	$p_{13} \times 10^2$	$S_{p13} \times 10^4$
36	555	253	1	30	-2.25	5.4	-0.18	1.5	-3.41	16
46	542	290	460	24	-1.73	4.5	0.06	1.5	-6.13	14
56	470	268	579	27	-2.06	3.2	-0.57	1.9	-7.28	16
66	256	246	-925	21	-0.60	4.0	-0.02	1.2	2.80	12
76	479	233	129	21	-2.30	3.6	-0.24	1.5	-4.68	12
86	484	250	177	30	-1.75	4.7	0.13	1.1	-4.59	16

Рис.	$S_2^*(g)$	$S_2(g)$	$\Delta_2(g)$	$S_{\Delta 2}(g)$	$p_{21} \times 10^2$	$S_{p21} \times 10^4$	$p_{22} \times 10^2$	$S_{p22} \times 10^4$	$p_{23} \times 10^2$	$S_{p23} \times 10^4$
36	527	271	-693	32	-0.89	5.7	-1.67	1.6	1.48	17
46	565	299	489	25	0.71	4.7	-1.98	1.5	-2.87	14
56	501	267	321	27	0.00	3.2	-1.99	1.9	-1.86	16
66	478	239	-637	21	-0.59	3.9	-1.72	1.2	2.61	12
76	475	237	-611	21	-0.22	3.6	-1.71	1.5	1.09	12
86	538	229	-582	28	-0.13	4.3	-1.85	1.1	0.69	15

Рис.	$S_3^*(g)$	$S_3(g)$	$\Delta_3(g)$	$S_{D3}(g)$	$p_{31} \times 10^2$	$S_{p31} \times 10^4$	$p_{32} \times 10^2$	$S_{p32} \times 10^4$	$p_{33} \times 10^2$	$S_{p33} \times 10^4$
36	301	218	91	26	0.63	4.6	-0.10	1.3	-5.61	13
46	313	217	299	18	0.65	3.4	0.01	1.1	-6.71	10
56	245	208	6	21	0.14	2.5	-0.29	1.5	-5.57	12
66	233	200	-12	17	1.46	3.3	0.04	1.0	-4.85	9.9
76	293	225	206	20	0.45	3.4	-0.26	1.4	-6.24	12
86	261	211	136	26	0.60	4.0	0.0078	0.99	-5.59	14

$$\bar{x} = \frac{1}{N+1} \sum_{n=0}^N x_n.$$

Она называется периодограммой, а ее аргумент f — пробной частотой. При сделанных предположения относительно временной сетки $\{t_n\}$ функция $I(f)$ — периодическая с периодом $2F$, где $F = 0.5\text{Гц}$ — частота Найквиста.

Использование периодограммы основано на следующем ее свойстве. Предположим, что исследуемые данные суть значения функции

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^K (a_k \cos 2\pi \lambda_k t + b_k \sin 2\pi \lambda_k t), \quad (13)$$

где a_0 , a_k и b_k — параметры, причем все $\lambda_k \in (0, F)$ и среди них нет одинаковых. Тогда $\bar{x} \approx a_0$, периодограмма имеет максимумы в точках $f = f_k \approx \lambda_k$ и $a_k^2 + b_k^2 \approx 4I(f_k)/(N+1)^2$. В общем случае точность выписанных приближенных соотношений увеличивается с ростом N . Таким образом, поиск гармонических составляющих в данных x_n сводится к поиску максимумов функции $I(f)$. Ниже вместо графиков периодограммы будем использовать графики функции $A(f) = 2\sqrt{I(f)}/(N+1)$, называемой амплитудным спектром. Амплитудный спектр удобен тем, что его максимальные значения являются оценками амплитуд соответствующих гармонических составляющих. Однако значимые максимумы функции $A(f)$ выражены менее наглядно значимых максимумов периодограммы.

В левых и правых частях рис. 3б — 8б приведены графики амплитудных спектров рядов разностей измерений и их расчетных аналогов до и после учета поправки за влияние магнитного поля станции. Слева приведены спектры разностей до внесения поправки. Они построены для разностей на правых графиках на рис. 3а — 8а. Справа приведены спектры разностей на средних графиках на рис. 3б — 8б, которые рассчитаны после внесения поправки. Спектр $A_i(f)$ относится к векторной компоненте разностей с номером $i = 1, 2, 3$. На графиках спектров представлен только низкочастотный диапазон от 0 до 0.01Гц, изменения в котором наиболее существенны. Из этих графиков видно, что внесение поправки существенно уменьшает амплитуды гармоник с частотами менее 0.0003Гц. Например на рис. 3б уменьшаются амплитуды гармоник с частотой 0.000156Гц в измерениях h_1 и с частотой 0.000232Гц в измерениях h_2 и h_3 . На рис. 4б уменьшаются амплитуды гармоник с частотой 0.000162Гц в измерениях h_1 , h_3 и с частотой 0.000148Гц в измерениях h_2 и т.д.

6. Заключение. Проведен анализ ошибок в измерениях трехкомпонентного магнитометра СМ-8М, установленного на борту Служебного модуля МКС. Расчетные аналоги измерений сформированы на основе аналитиче-

ской модели МПЗ IGRF с учетом постоянных смещений в измерениях, учетом влияния магнитного поля станции и уточнения матрицы перехода от строительной системы координат Служебного модуля к собственной системе координат магнитометра. Параметры расчетных аналогов уточнялись в два этапа методом наименьших квадратов (описанные выше второй и третьей этапы). Сначала — постоянные смещения и матрица, затем коэффициенты Пуассона и повторно постоянные смещения. Средние квадратические отклонения измерений каждой компоненты магнитного поля от ее расчетного аналога составляют $200 \div 300 \gamma$. Такие отклонения соответствует не учитываемым в модели вариациям МПЗ и паспортной погрешности магнитометра.

Данная работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект 11-01-00262).

Литература

- [1] Монтенбрук О., Пфлегер Т. *Астрономия с персональным компьютером*. М., Мир, 1993.
- [2] Markley F.L. Attitude determination using vector observation and singular value decomposition, *The Journal of the Astronautical Sciences*, 1988, vol. 36, No.3, p. 245-258.
- [3] Уилкинсон, Райнш. *Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ. Линейная алгебра*. М., Машиностроение, 1976.
- [4] Кожухов В.П., Воронов В.В., Григорьев В.В. *Девияция магнитного компаса*. М, Транспорт, 1971.
- [5] Теребиж В.Ю. *Анализ временных рядов в астрофизике*. М.: Наука, 1992.

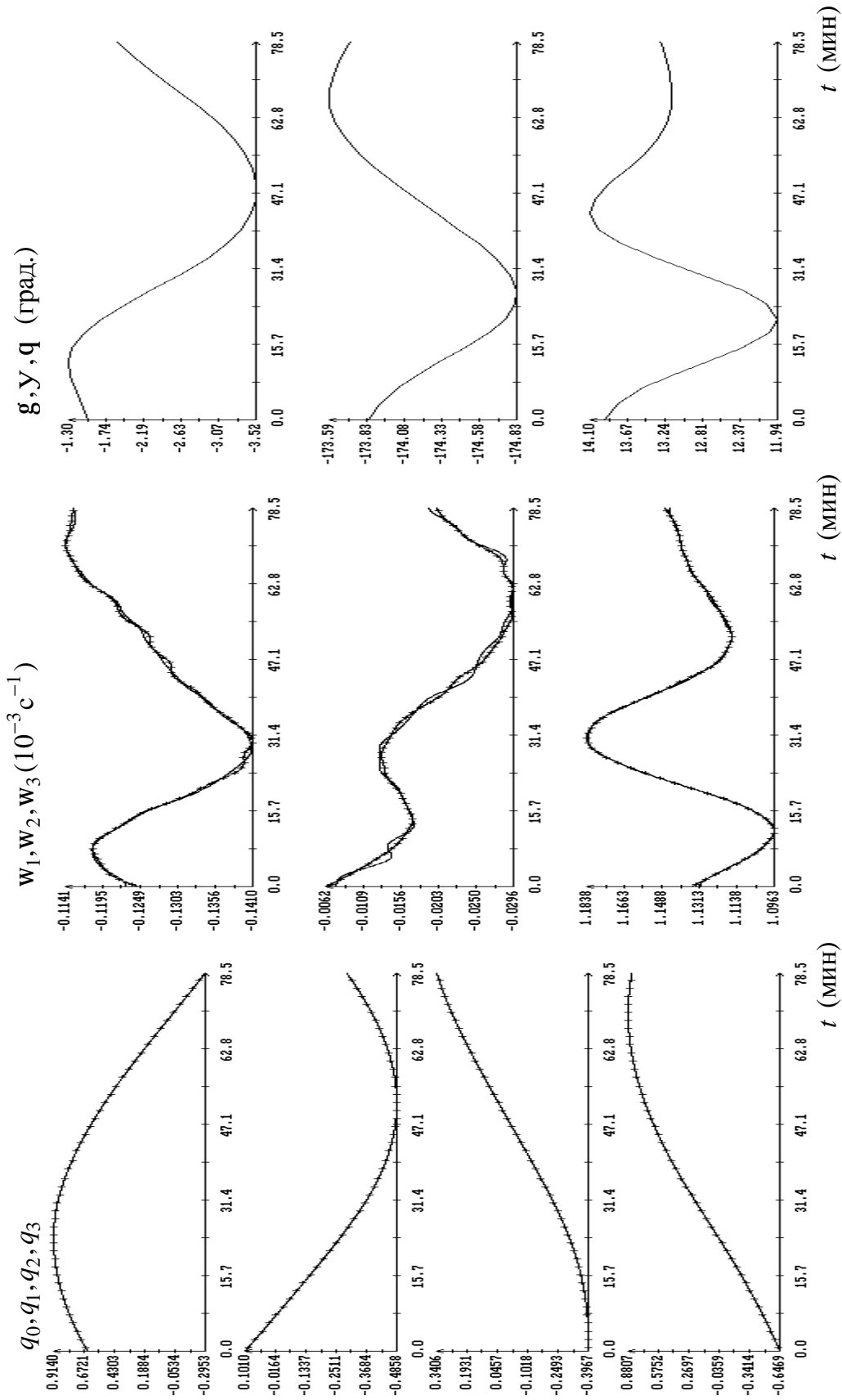


Рис. 1. Аппроксимация вращательного движения станции, момент $t = 0$ соответствует 04:23:14.695 ДМВ 03.06.2011. На графиках компонент кватерниона крестиками представлен каждый 50-й кватернион.

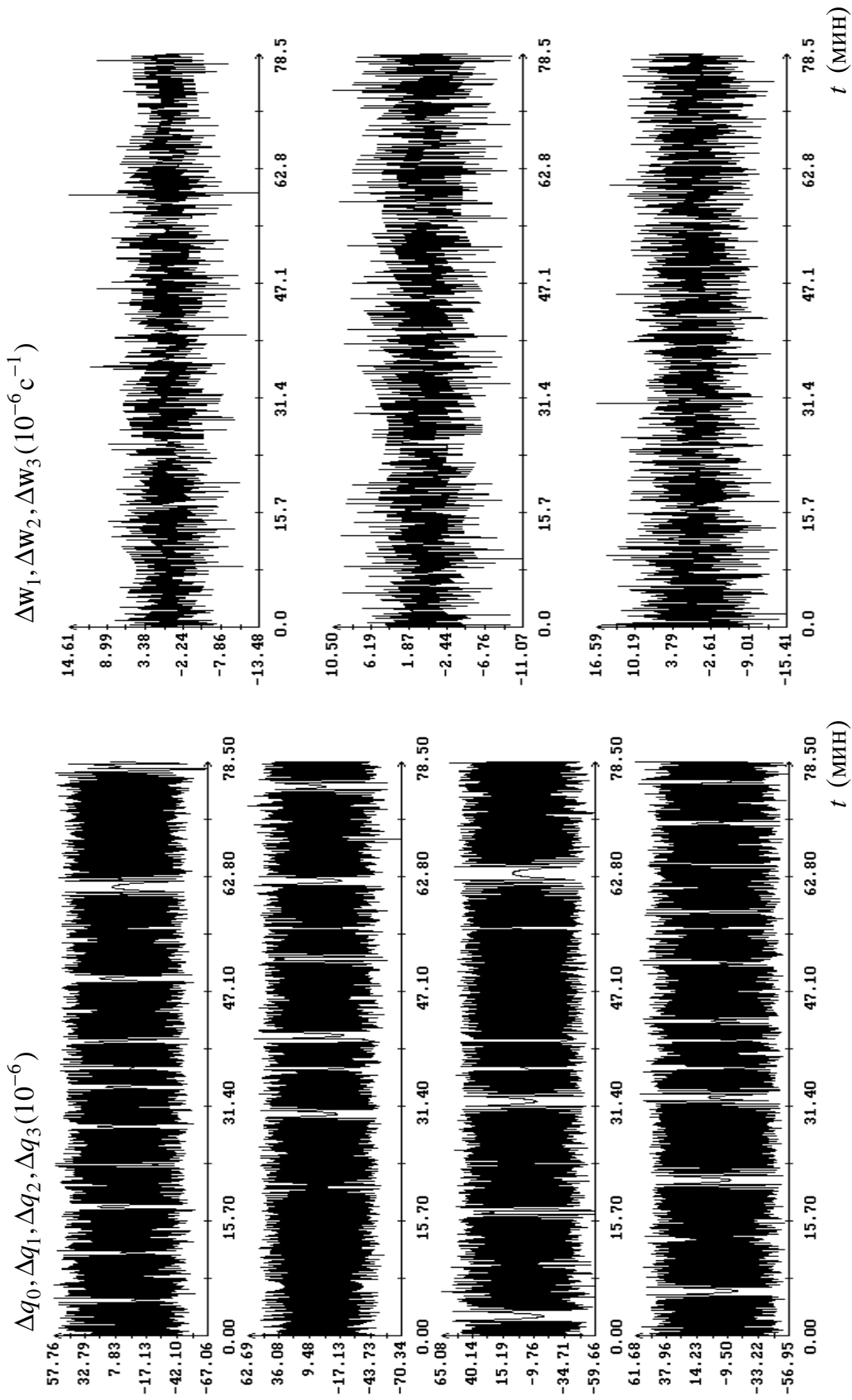


Рис. 2. Ошибки аппроксимации телеметрических значений компонент кватерниона и угловой скорости дискретными рядами Фурье, момент $t = 0$ соответствует 04:23:14.695 ДМВ 03.06.2011.

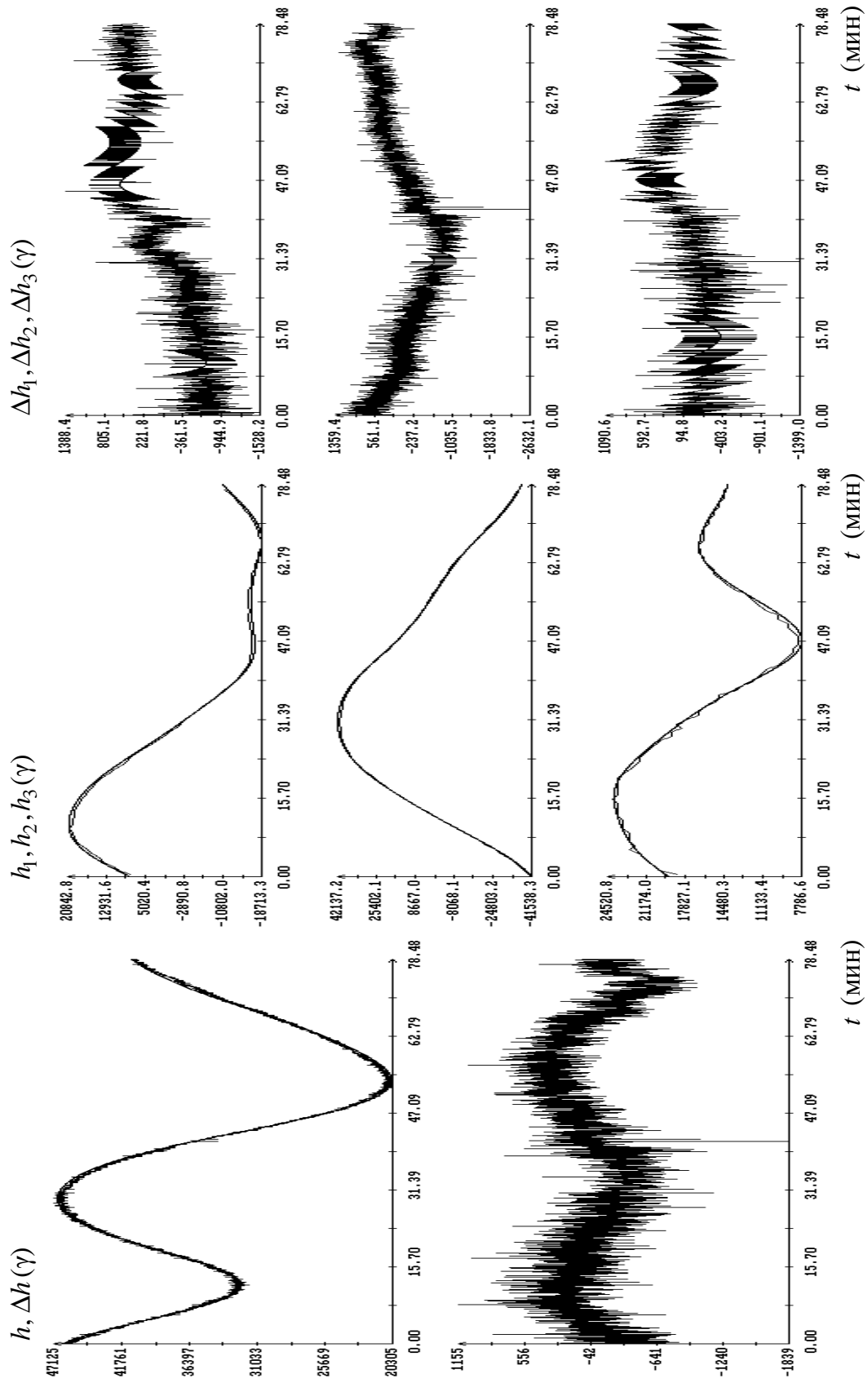


Рис. 3а. Слева – аппроксимация модуля напряженности МПЗ; в центре и справа – аппроксимация компонент напряженности МПЗ; момент $t = 0$ соответствует 04:23:15 ДМВ 03.06.2011.

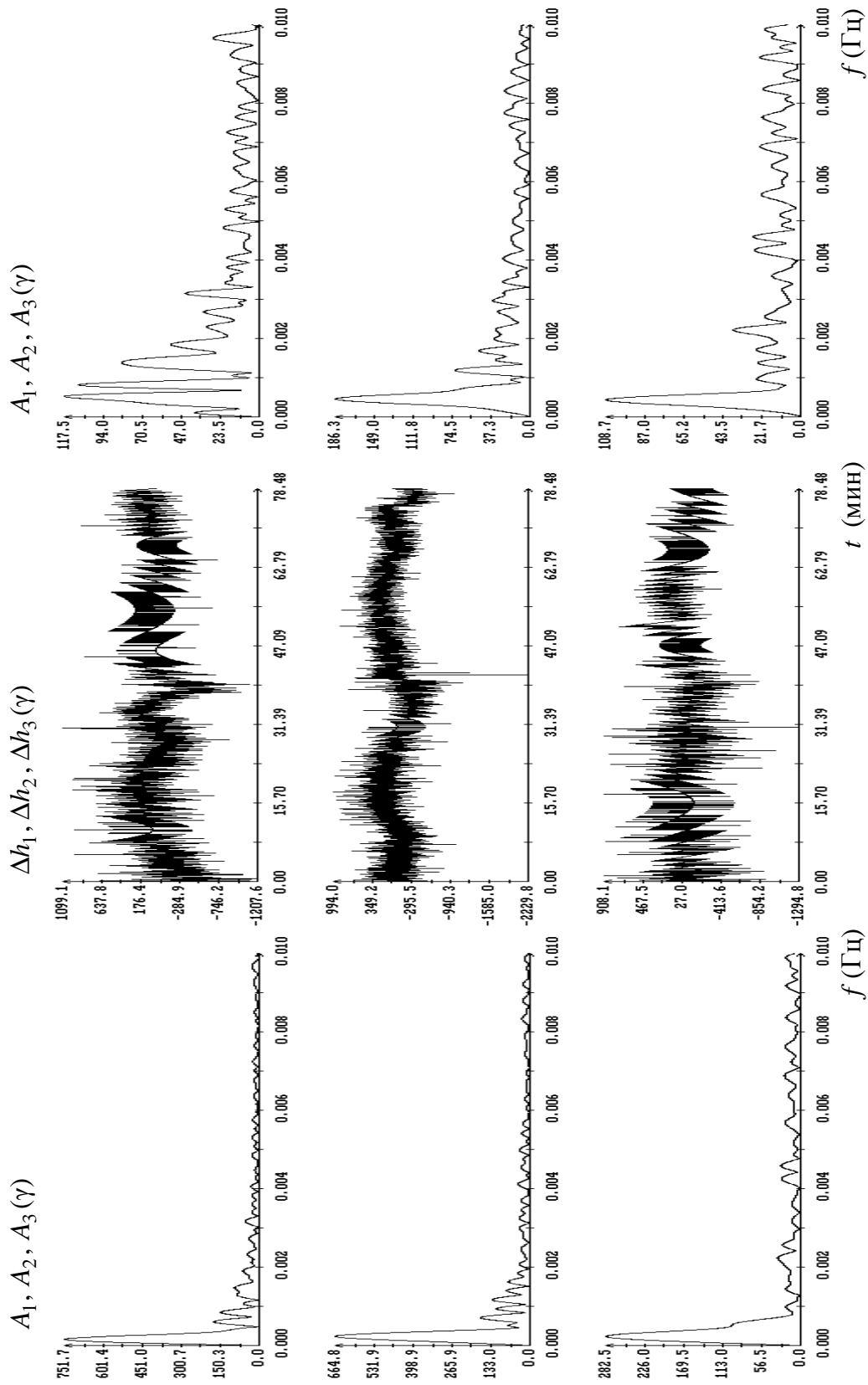


Рис. 36. Слева – спектр ошибок аппроксимации после определения установочной матрицы; в центре – ошибки аппроксимации после коррекции за влияние поля станции; справа – спектр ошибок аппроксимации после коррекции за влияние поля станции.

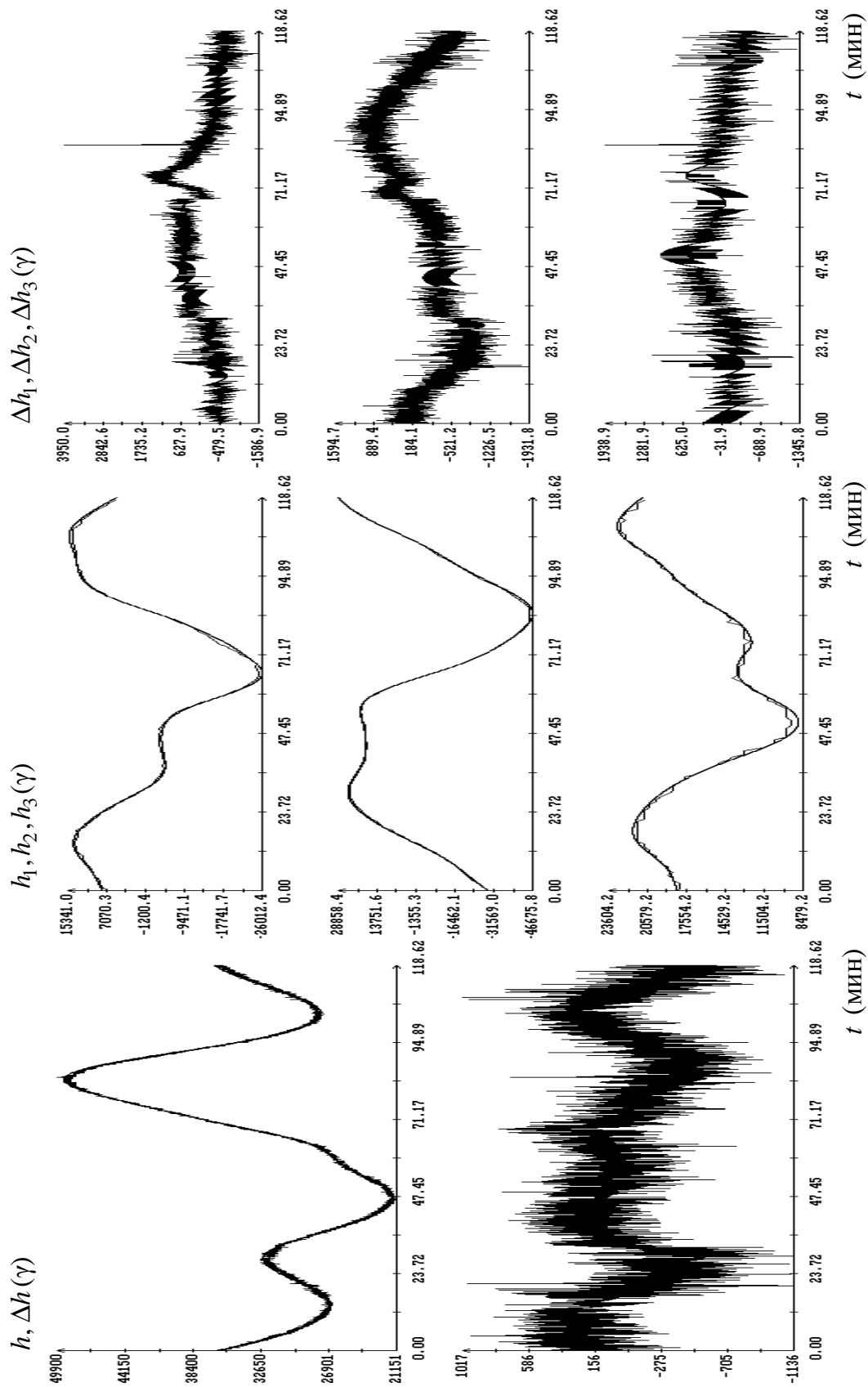


Рис. 4а. Слева – аппроксимация модуля напряженности МПЗ; в центре и справа – аппроксимация компонент напряженности МПЗ; момент $t = 0$ соответствует 03:39:33 ДМВ 23.07.2011.

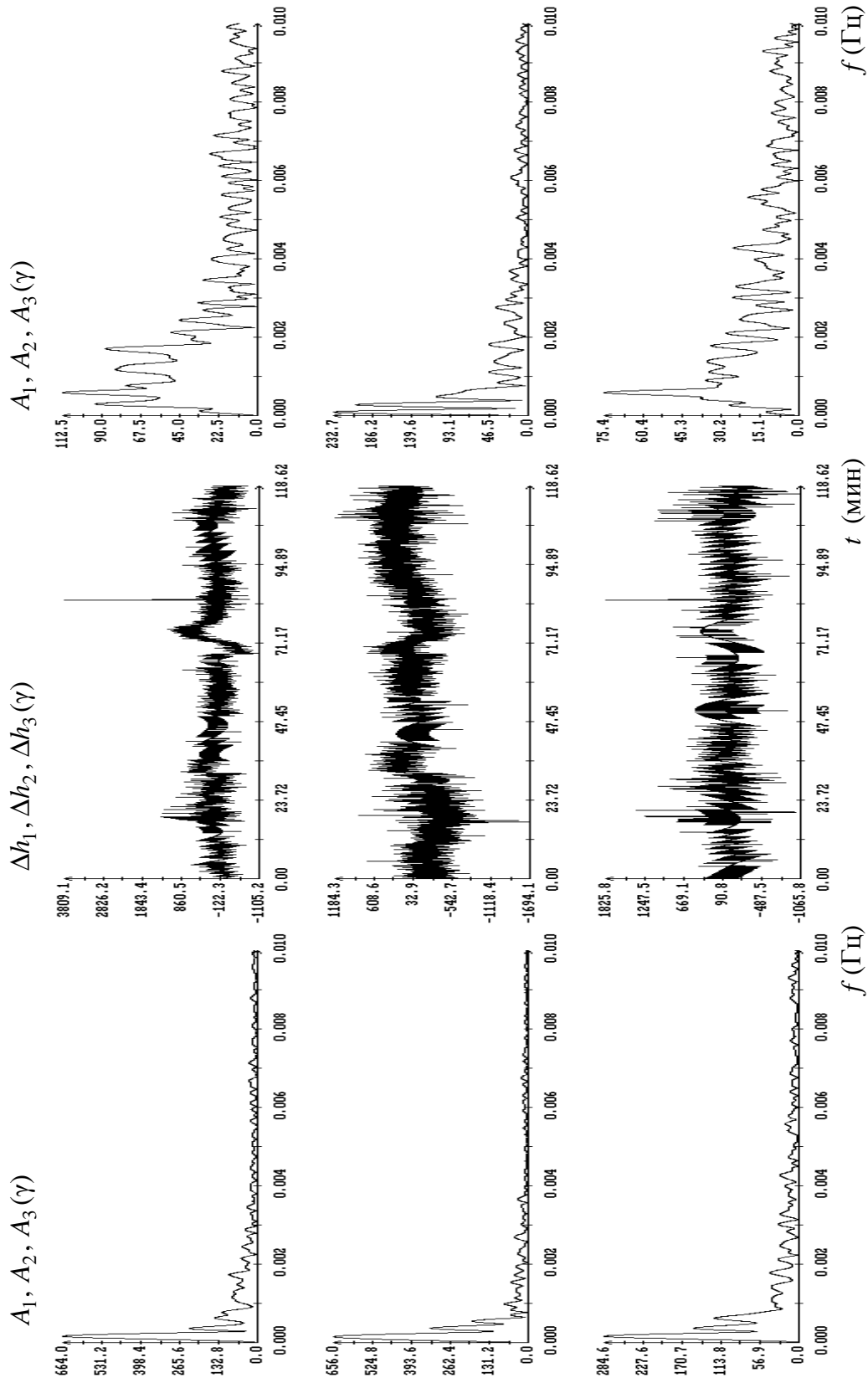


Рис. 46. Слева – спектр ошибок аппроксимации после определения установочной матрицы; в центре – ошибки аппроксимации после коррекции за влияние поля станции; справа – спектр ошибок аппроксимации после коррекции за влияние поля станции.

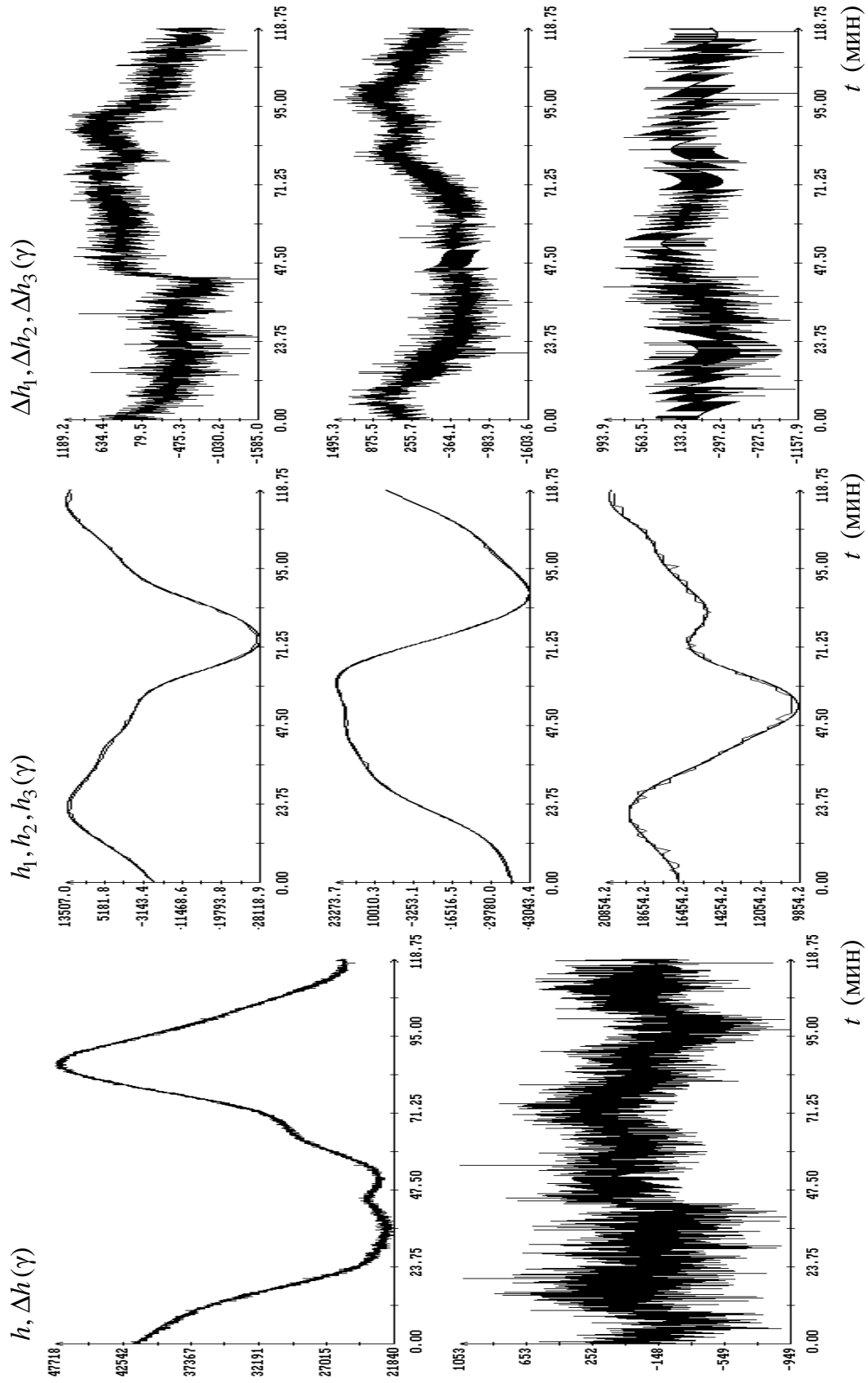


Рис. 5а. Слева – аппроксимация модуля напряженности МПЗ; в центре и справа – аппроксимация компонент напряженности МПЗ; момент $t = 0$ соответствует 00:30:56 ДМВ 21.09.2011.

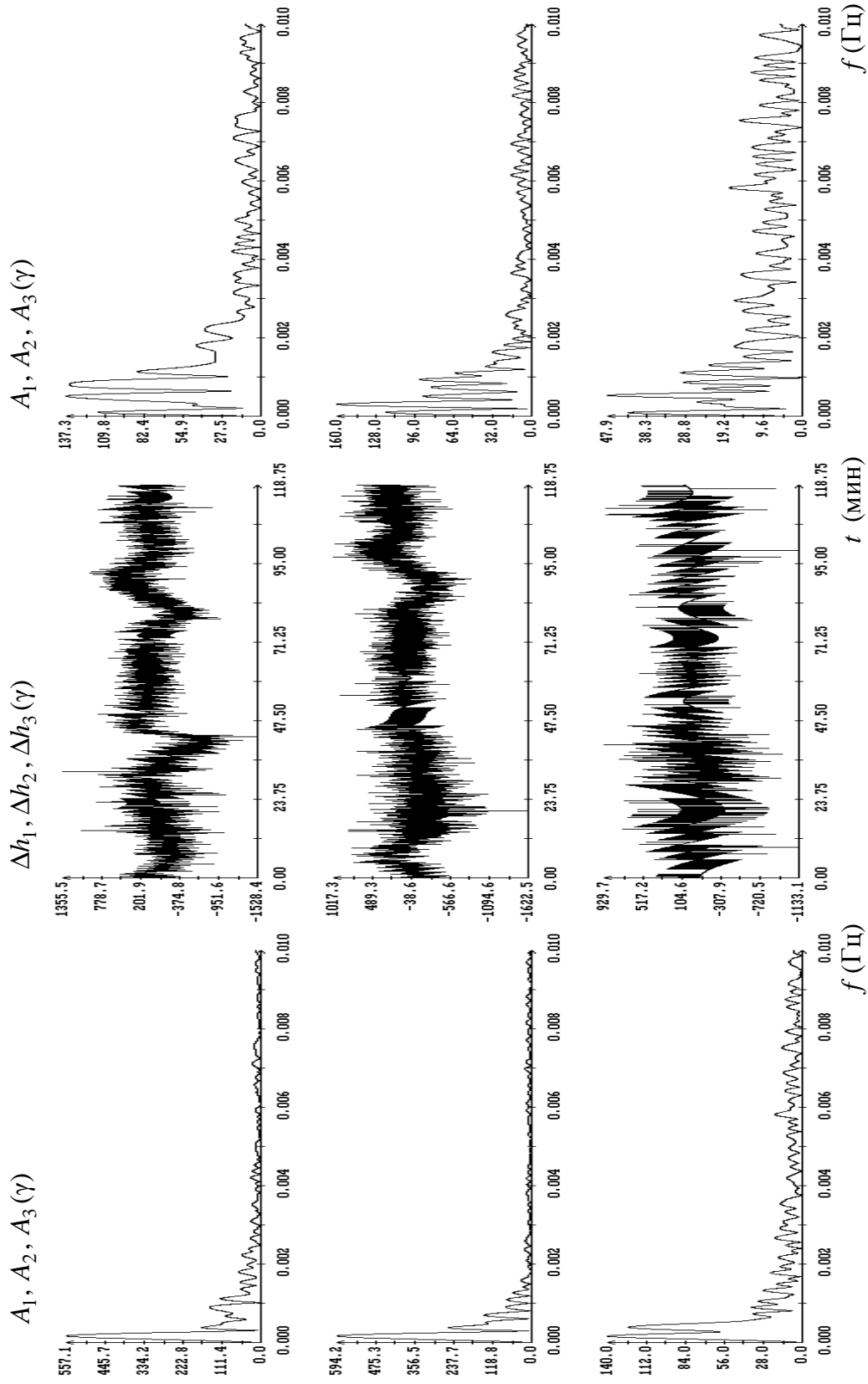


Рис. 5б. Слева – спектр ошибок аппроксимации после определения установочной матрицы; в центре – ошибки аппроксимации после коррекции за влияние поля станции; справа – спектр ошибок аппроксимации после коррекции за влияние поля станции.

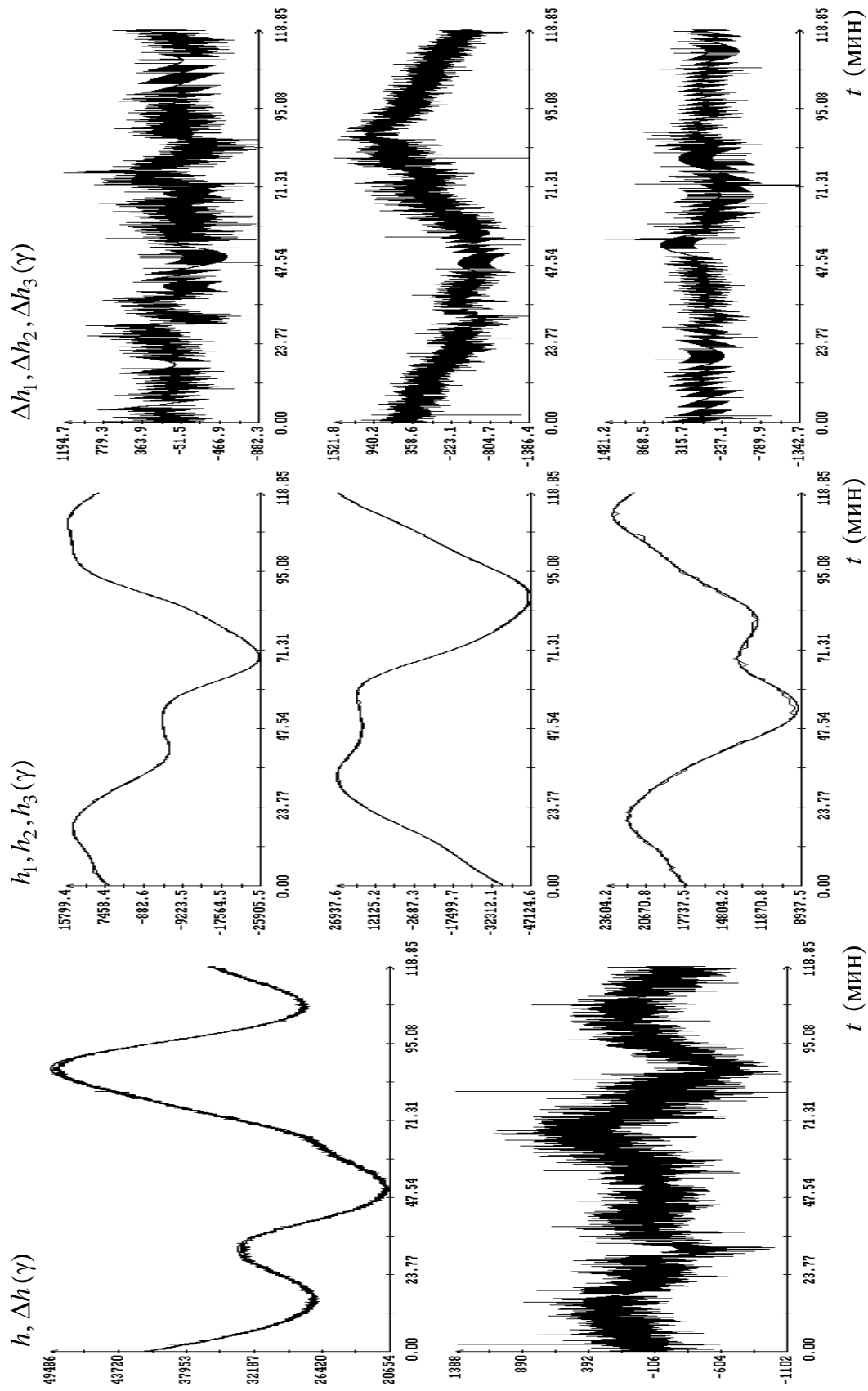


Рис. ба. Слева – аппроксимация модуля напряженности МПЗ; в центре и справа – аппроксимация компонент напряженности МПЗ; момент $t = 0$ соответствует 14:52:22 ДМВ 20.02.2012.

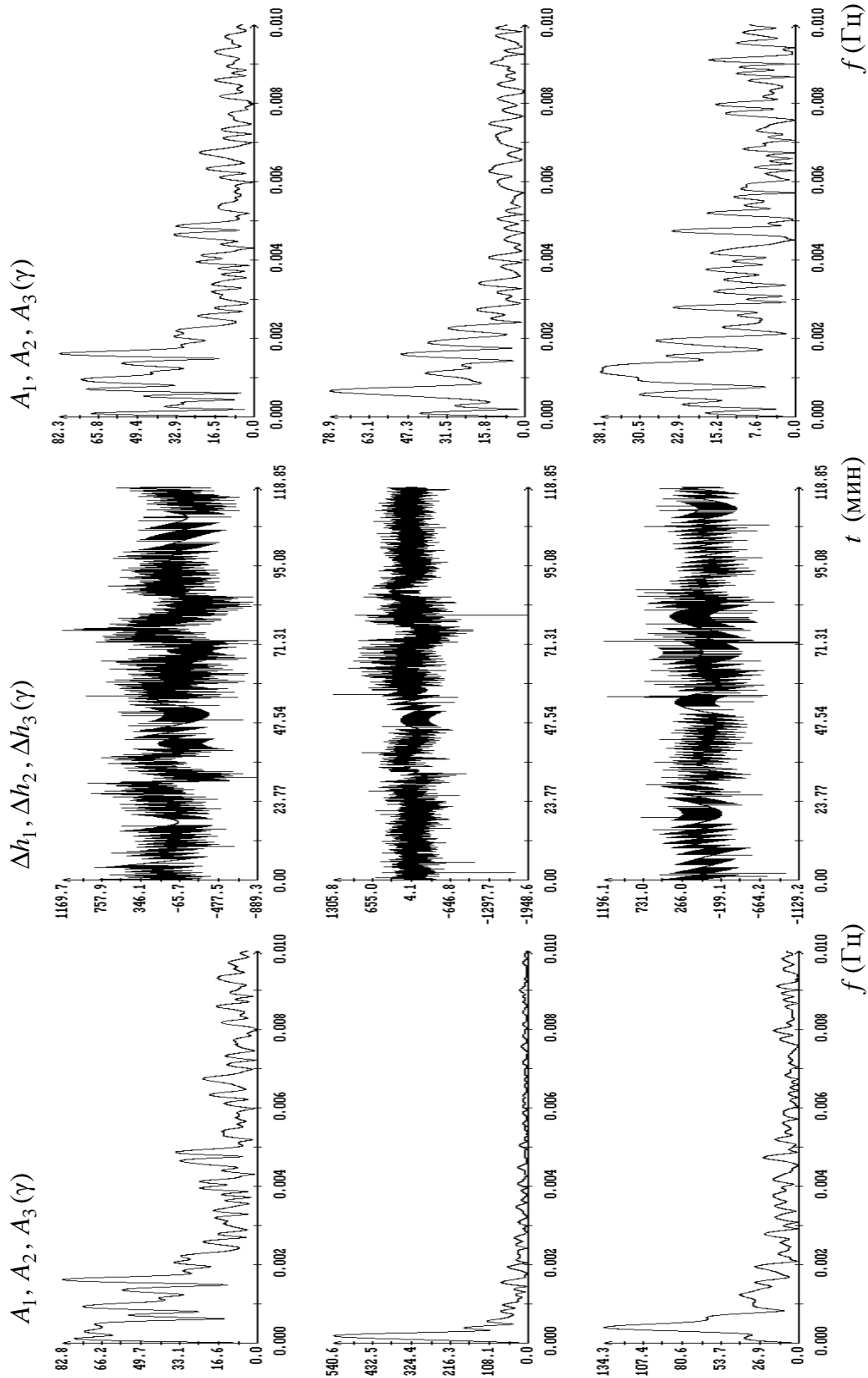


Рис. бб. Слева – спектр ошибок аппроксимации после определения установочной матрицы; в центре – ошибки аппроксимации после коррекции за влияние поля станции; справа – спектр ошибок аппроксимации после коррекции за влияние поля станции.

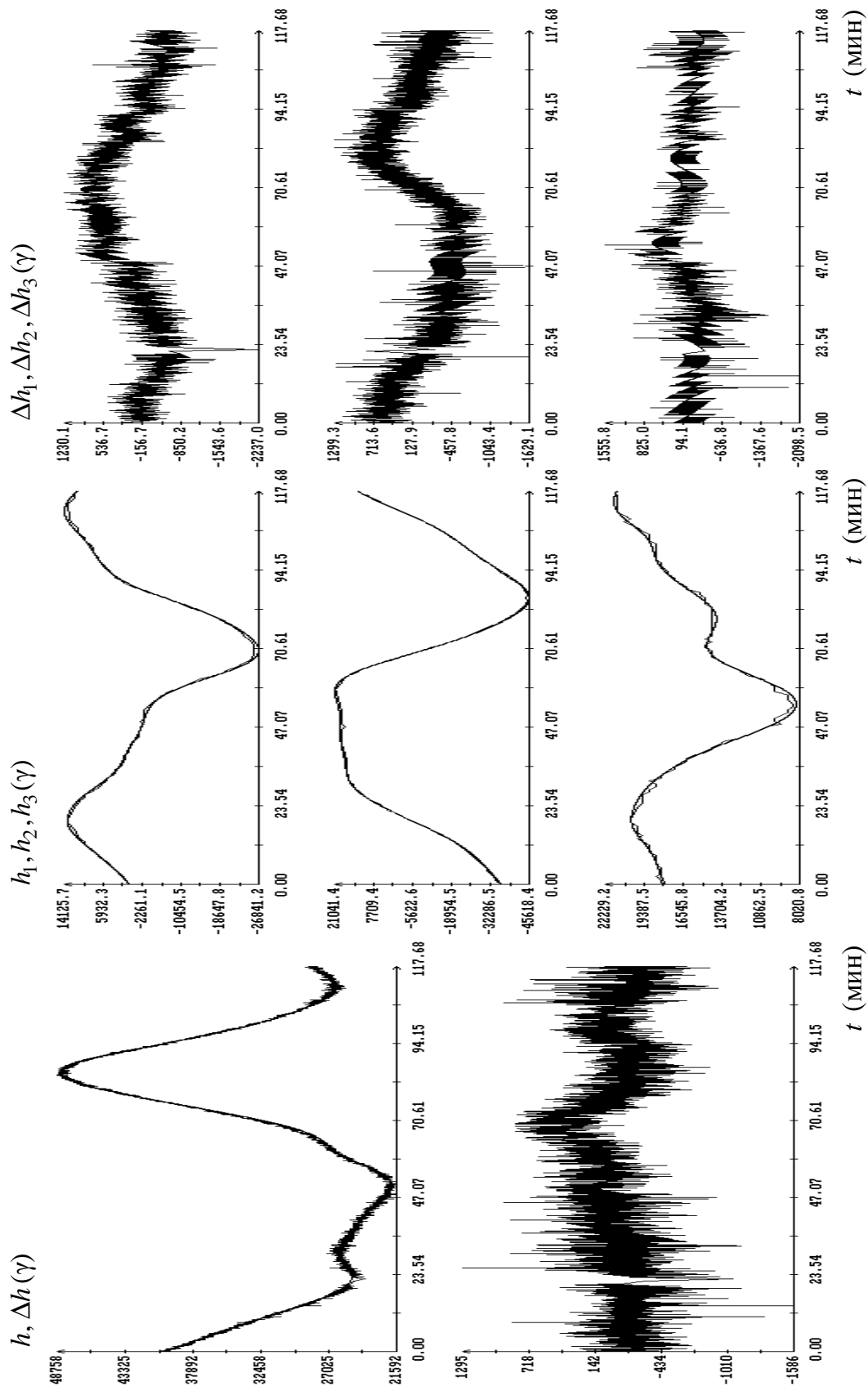


Рис. 7а. Слева – аппроксимация модуля напряженности МПЗ; в центре и справа – аппроксимация компонент напряженности МПЗ; момент $t = 0$ соответствует 22:25:48 ДМВ 26.03.2012.

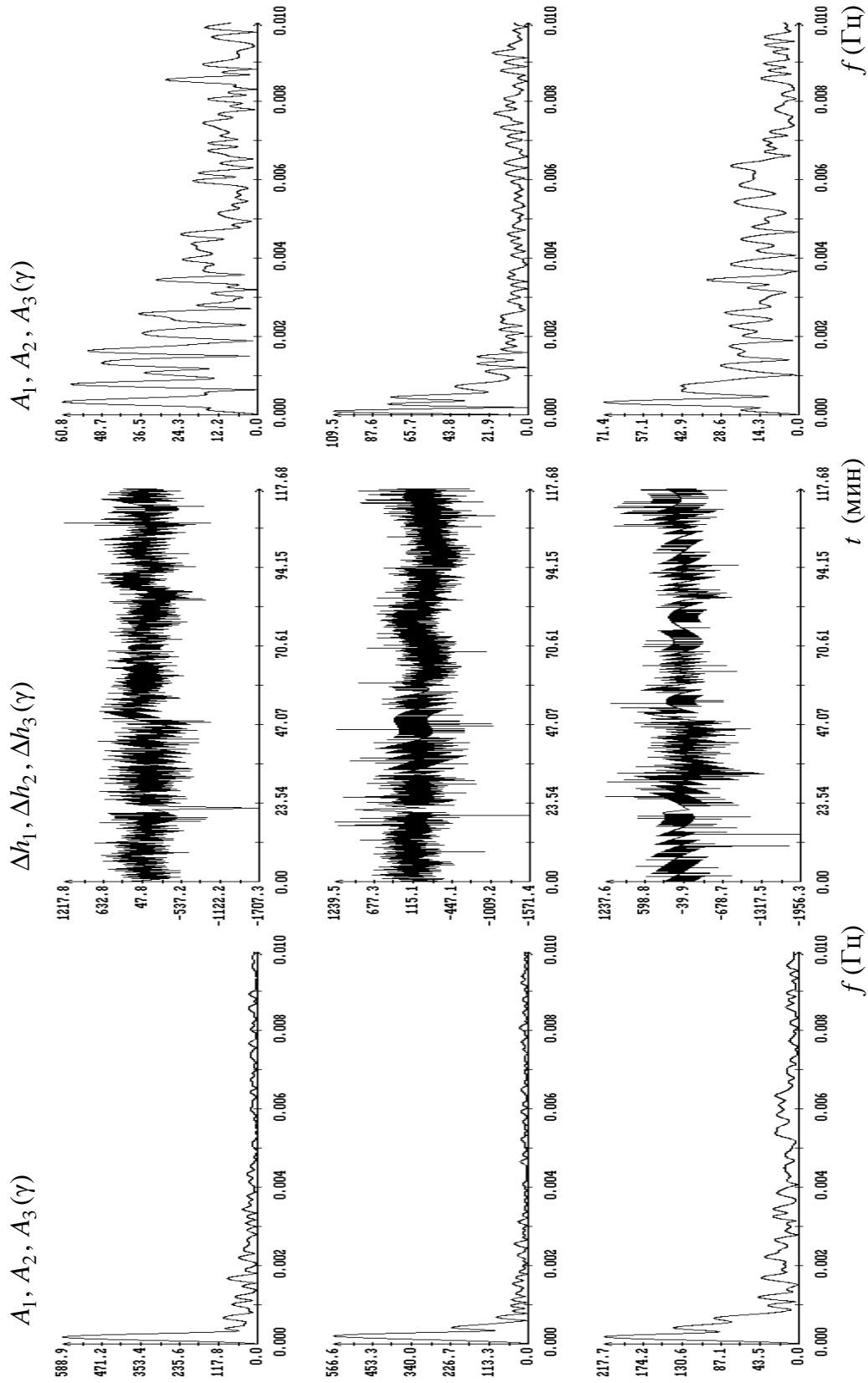


Рис. 76. Слева – спектр ошибок аппроксимации после определения установочной матрицы; в центре – ошибки аппроксимации после коррекции за влияние поля станции; справа – спектр ошибок аппроксимации после коррекции за влияние поля станции.

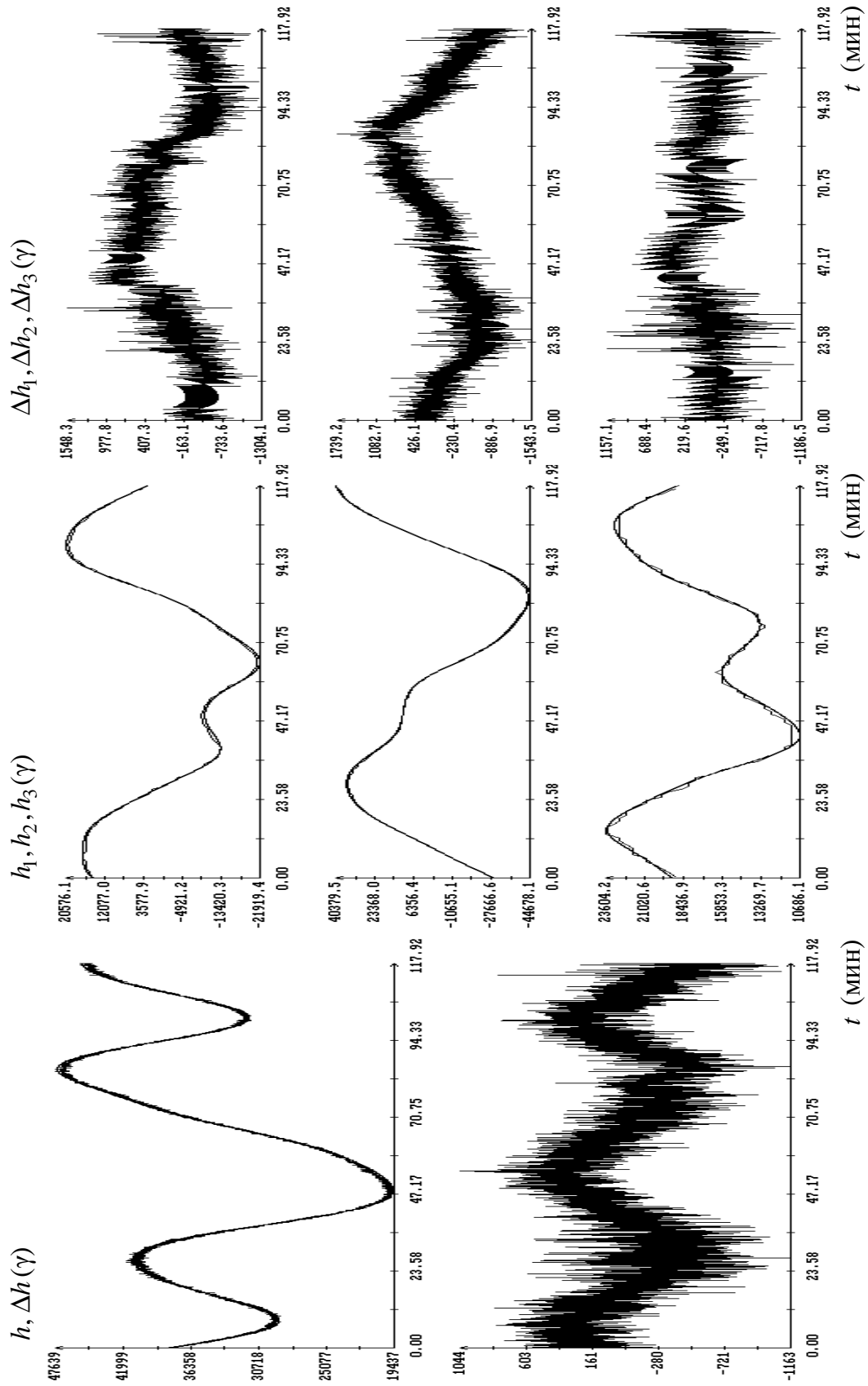


Рис. 8а. Слева – аппроксимация модуля напряженности МПЗ; в центре и справа – аппроксимация компонент напряженности МПЗ; момент $t = 0$ соответствует 03:10:25 ДМВ 27.03.2012.

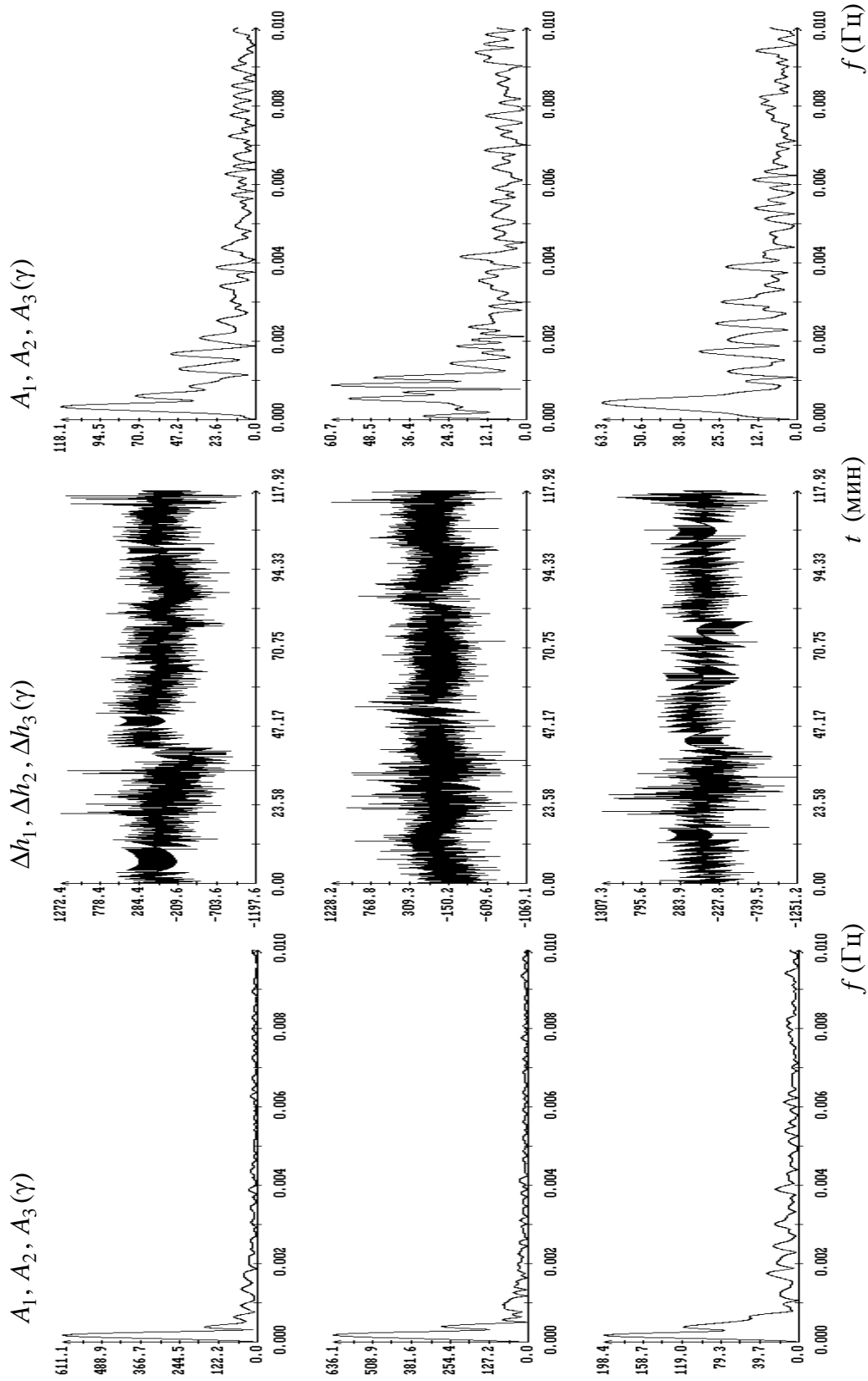


Рис. 86. Слева – спектр ошибок аппроксимации после определения установочной матрицы; в центре – ошибки аппроксимации после коррекции за влияние поля станции; справа – спектр ошибок аппроксимации после коррекции за влияние поля станции.