



Попов С.Б., Ярмахов И.Г.

Математическое
моделирование при
зондировании
околоскважинного
пространства приборами со
сверхкороткими
электромагнитными
импульсами

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Попов С.Б., Ярмахов И.Г. Математическое моделирование при зондировании околоскважинного пространства приборами со сверхкороткими электромагнитными импульсами // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2013. № 10. 32 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-10>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

С. Б. Попов, И. Г. Ярмахов

**Математическое моделирование
при зондировании околоскважинного
пространства приборами со сверхкороткими
электромагнитными импульсами**

Москва — 2013

УДК. 537.87; 550.83; 621.3; 622.32

Попов С.Б., Ярмахов И.Г.

Математическое моделирование при зондировании околоскважинного пространства приборами со сверхкороткими электромагнитными импульсами

Электромагнитные приборы со сверхкоротким импульсным возбуждением приемно-передающих антенных устройств (приборы СКИ) предназначены для проводки скважин и каротажа в открытых стволах нефтегазовых скважин. Передающая антенна возбуждает в околоскважинном пространстве короткий импульс заданной формы длительностью $1\div 3$ нс и мощностью $0.1\div 1$ МВт. Первая часть работы содержит математическое исследование импульсного возбуждения антенны в виде цилиндра с покрытием в поглощающих средах. Во 2-ой части используется техника преобразования Лапласа и интегралы типа Зоммерфельда для получения электромагнитных откликов слоисто-неоднородной среды на приемных диполях. Электродинамические параметры неоднородного околоскважинного пространства определяются путем анализа структуры проходящих волн, аналогично методу радиолокации. Это позволяет назвать рассматриваемый прибор скважинным радаром. Глубина исследования в радиальном направлении составляет $1\div 3$ м в скважинах с удельной электропроводностью промывочной жидкости $0.1\div 10$ См/м.

Ключевые слова: математическое моделирование, электромагнитные приборы, каротаж, сверхкороткие импульсы, скважинный радар.

Sergey Borisovich Popov, Igor Glebovich Yarmakhov

Mathematical simulation in sounding of near well space by the tools with super short electromagnetic pulses

The electromagnetic tools with super short pulse excitation of transmitter – receiver devices (SSP sounds) are oriented for complex well navigation and open well logging. A special transmitter radiates a short pulse of a given form of $1\div 3$ ns duration and $0.1\div 1$ MWt power output into the near well space. The 1-st part of the work contains the mathematical investigation of pulse excitation of the transmitter to be a coated cylinder in lossy media. The Laplas transformation technique and the Sommerfield integrals are used in the 2-nd part of the work to obtain the electromagnetic responses at the receivers. The analysis of the response structure allows to determine the electrodynamic parameters of the near well space. This is similar to radar technique. The investigation depth is about $1\div 3$ m in radial direction for the wells with the borehold mud conductivity $0.1\div 10$ S/m.

Key words: mathematical simulation, electromagnetic tools, logging, super short pulses, borehole radar.

Введение

Электромагнитные приборы со сверхкоротким импульсным возбуждением приемно-передающих антенных устройств (приборы СКИ) предназначены для проводки скважин сложного профиля и каротажа в открытых стволах нефтегазовых скважин.

Заметим, что аналогичных скважинных приборов, основанных на применении сверхкоротких электромагнитных импульсов большой мощности для возбуждения приемно-передающих антенных устройств, в практике геофизических исследований скважин в России и за рубежом не существует [1-4]. В 2000-2001 г. был изготовлен прибор СКИ-90 и выполнены его стендовые и скважинные испытания на предприятиях ОАО «Газпром» (НПФ «Центргазгеофизика», г. Кимры), схему прибора см. на рис.1а,б. Прибор СКИ-90 является скважинным радаром, передающее устройство которого излучает в околоскважинное пространство направленный широкополосный видеоимпульс (без несущей) длительностью примерно $1 \div 3$ наносекунды с мощностью импульса порядка $0.1 \div 1$ МВт.

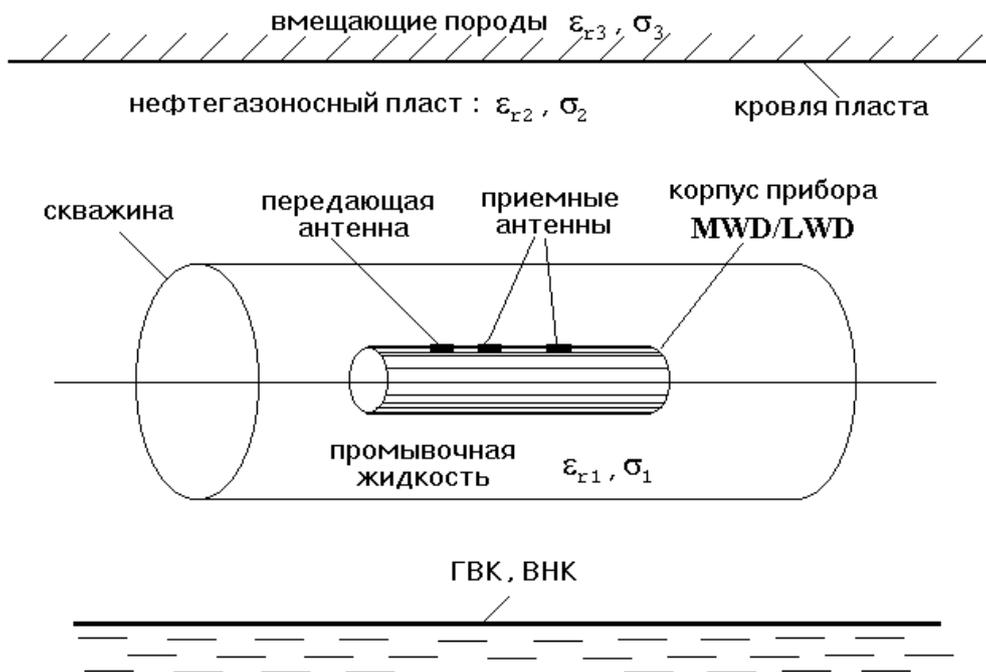


Рис.1а. Схема модификации прибора СКИ, предназначенного для LWD/MWD измерений в ходе бурения скважин

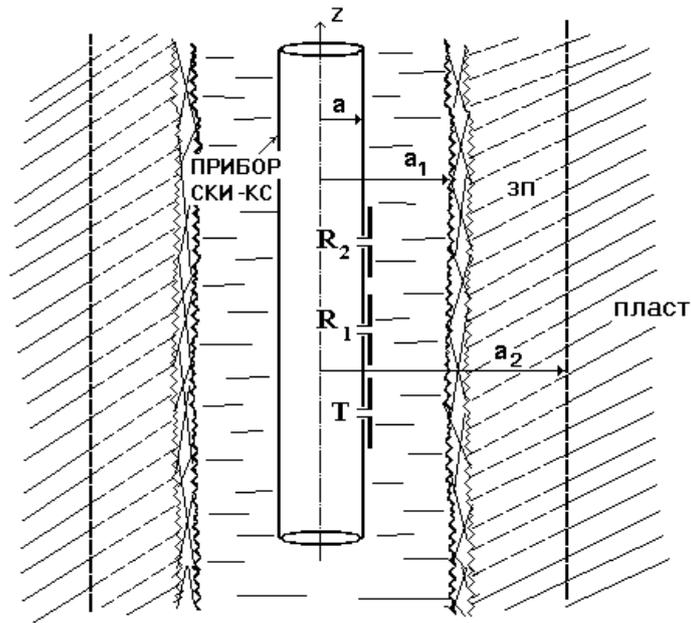


Рис.1б. Схема прибора СКИ-КС для каротажа открытых стволов скважин в слоисто-неоднородной среде: в стволе скважины находится промывочная жидкость, за стенками скважины – зона проникновения промывочной жидкости (ЗП), далее находится непо потревоженный пласт; T, R_1, R_2 – излучающий и приемные диполи

Результаты работ по этому перспективному направлению опубликованы С.Б. Поповым и И.Г. Ярмаховым в центральных научных журналах [3,4], выпущена монография [2], а также сделан ряд докладов на Международных конференциях: International Union of Radio Science (URSI) и Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc. (IEEE), SPWLA 2000 Symposium [1].

Специальная конструкция передающих антенн [1], к входным клеммам которых подключен мощный генератор сверхкоротких импульсов, поддерживает бегущую волну тока с заданным затуханием вдоль антенны и, кроме того, обеспечивает сохранение первоначальной временной структуры этой бегущей волны.

Благодаря этому в околоскважинное пространство излучается короткий импульс с заданной временной структурой длительностью $1 \div 3$ нс. Передающие антенны обладают направленной диаграммой излучения, что позволяет выполнять азимутальное сканирование (в плоскости поперечного сечения прибора) околоскважинного пространства путем вращения прибора около своей продольной оси.

Разрешающая способность прибора СКИ при исследовании характера неоднородности околоскважинного пространства в заданном направлении не превышает 10 см из-за применения сверхкоротких импульсов наносекундной длительности.

Таким образом, применение приборов СКИ обеспечивает получение характеристик, которые обычно даются двумя различными методами каротажа: диэлектрическим и индукционным. При этом обобщение заключается в том, что приборы СКИ не только позволяют исследовать распределение в околоскважинной зоне значений диэлектрической проницаемости и электрической проводимости, но, обладая азимутальной направленностью диаграммы направленности излучения, дают электрические параметры в заданном направлении в плоскости, перпендикулярной оси скважины. Азимутальная направленность передающей антенны обусловлена взаимодействием тока на антенне с корпусом прибора (см. рис.1).

Предлагаются две основные модификации приборов СКИ:

- 1) прибор СКИ для проводки скважин сложного профиля (см. рис.1а) с целью определения расстояния до кровли пласта и до границ водонефтяного контакта (ВНК), газоводяного контакта (ГВК);
- 2) прибор СКИ для каротажа открытых стволов скважин (см. рис. 1.б) с целью определения диэлектрической проницаемости и электрической проводимости в произвольном радиальном направлении (азимутальное сканирование в плоскости, перпендикулярной оси скважины).

Аппаратурный комплекс СКИ основан на следующих устройствах, предложенных авторами данной работы:

1. Конструкция прибора состоит из одной передающей и двух приемных антенн [1] (см. рис.1а,б). Эти приемные антенны скважинного радара СКИ-90 регистрируют все типы волн (боковые, отраженные, преломленные и др.). Анализ временной структуры поля с учетом момента прихода волны данного типа, ее затухания и поляризации позволяет восстанавливать распределение электродинамических параметров неоднородного околоскважинного пространства (т.е. распределение диэлектрической проницаемости и электрической проводимости).
2. Приемно-передающая антенна представляет собой симметричный металлический диполь конечной длины $L_1 < x < L_2$ с покрытием, которое не искажает форму импульса [3]. С этой целью применяется специальное согласующее покрытие, благодаря чему форма импульса практически не меняется, что позволяет излучать в окружающее околоскважинное пространство короткий импульс без несущей.

Импульсное напряжение на входе передающей антенны имеет вид:

$$V(t) = \frac{m_0}{f_c} \frac{dm(t)}{dt},$$

где $m(t)$, например, для импульса Гауссова вида, равно:

$$m(t) = \exp\left\{-[w(t-t_0)]^2\right\},$$

w – параметр ширины импульса, m_0 – амплитуда напряжения, t_0 – момент времени, отвечающий максимальной амплитуде этого импульса, $f_c = w/(\pi\sqrt{2})$ – центральная частота импульса, которая определяется согласно условию: $\max_{\omega} V(\omega)$ (или $(\omega \cdot m(\omega))' = 0$), при этом $V(\omega)$ отвечает спектральной плотности напряжения на входе антенны,

В теоретических расчетах волновых структур откликов на сверхкороткое импульсное возбуждение среды время и параметр ширины импульса удобно выражать в нормированной форме:

$$\tau = c \cdot t(m), \quad \beta = w/c, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}, \quad m(\tau) = \exp\left\{-[\beta(\tau - \tau_0)]^2\right\}.$$

Чтобы установить связь с технической единицей времени в наносекундах ($1 \text{ нс} = 10^{-9} \text{ с}$), применяется соотношение $t_{\text{нс}} = \frac{\tau}{c} \cdot 10^9 \text{ (нс)} = \tau \cdot 3.3333 \text{ (нс)}$.

Рассматриваемый прибор представляет собой металлический цилиндр, покрытый тонким слоем материала с заданными свойствами. В 1-ой части работы выполнено исследование электродинамических характеристик импульсного возбуждения бесконечного цилиндра с покрытием, помещенного в поглощающие материальные среды. Выбор параметров покрытия должен обеспечивать выполнение условий широкополосности при возбуждении видеоимпульсом наносекундной длительности, причем импульс должен сохранять свою форму при распространении от входа цилиндра и затухать на определенном расстоянии от входа, отвечающем длине излучающей антенны прибора. Показано, что плотность поверхностного тока на цилиндре, $H_{\varphi}(a, z, t)$, или $H_x(y, \zeta = 0, t)$ в 2D модели, определяется вкладом дискретного спектра волновых чисел $h_0(\omega), h_{-1}(\omega), h_{-2}(\omega), \dots, h_{-n}(\omega)$, причем в случае малой толщины покрытия решение H_{φ} (или H_x) в частотной области определяется в основном нулевым полюсом $h_0(\omega)$, который занимает, в определенном смысле, промежуточное положение между волновыми числами материала среды и покрытия, k_2, k_1 . В связи с тем, что полюс $h_0(\omega)$ слабо меняется в области высоких частот, можно сделать вывод, что если значение спектральной плотности импульса на входе цилиндра соответствует области таких частот, то искажение формы короткого импульса, бегущего вдоль цилиндра, будет слабым.

Во 2-ой части работы строится решение, используя технику преобразования Лапласа и представления через интегралы типа Зоммерфельда для компонент векторного потенциала, чтобы получить электромагнитные отклики неоднородной среды в окрестности прибора СКИ на приемных диполях R_1, R_2 . В качестве модели среды в окрестности прибора СКИ при этом

рассматривается плоскостойкая трехслойная неоднородная среда, ограниченная с одной стороны идеально проводящей бесконечной плоскостью, отвечающей металлической поверхности корпуса прибора (см. рис.2).

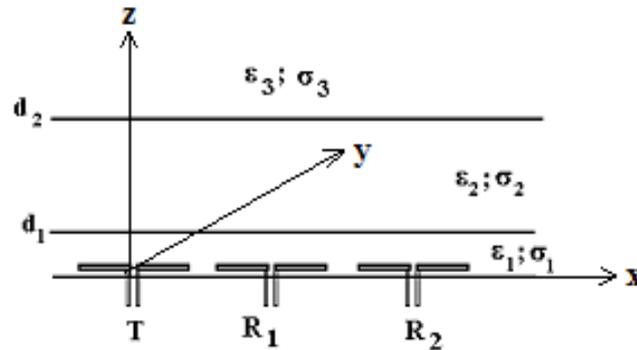


Рис.2. Схема прибора СКИ и среды в плоскостойкой трехслойной модели; плоскость $z = 0$ – идеально-проводящая; T – передающий диполь, R_1, R_2 – приемные диполи

Выбор данной модели среды обусловлен диаграммой направленности продольного электрического диполя вблизи цилиндрического корпуса прибора радиуса a . Для центральной частоты импульса $f_c \sim 1$ ГГц, электрический радиус прибора $ka \sim 10 \gg 1$, где k – волновое число. Поэтому вблизи поверхности цилиндра прибора вместо цилиндрической модели можно использовать более простую плоскостойкую.

В качестве источника электромагнитного поля в плоскостойкой модели служит нить электрического тока с плотностью $f(x, t)$, проходящая вблизи идеально проводящей поверхности прибора вдоль оси y (в плоскостойком приближении декартовы координаты x, y, z отвечают соответственно координатам $z, \varphi, r - a$ в цилиндрической модели), причем функция $f(x, t)$ отлична от нуля только на интервале длины передающего диполя T . Данная функция отвечает поверхностному току на короткой цилиндрической антенне и находится из решения самостоятельной задачи о короткой цилиндрической антенне, рассмотренной также в части 2 работы.

Из представленных результатов исследования следует, что приемные антенны скважинного электромагнитного прибора СКИ регистрируют все приходящие типы волн (боковые, отраженные, преломленные и др.), анализ которых с использованием времени прихода волны данного типа и ее затухания, поляризации позволяет восстанавливать распределение электродинамических параметров неоднородного пространства вблизи скважины (т.е. распределение диэлектрической проницаемости и электрической проводимости). Это аналогично методу радиолокации, что позволяет назвать

рассматриваемый прибор скважинным радаром. Глубина исследования в радиальном направлении околоскважинного пространства составляет $1\div 3$ м в скважинах с удельной электрической проводимостью промывочной жидкости $0.1\div 10$ См/м (в скважинах с проводимостью промывочной жидкости менее 0.1 См/м применяются приемно-передающие антенны другого типа).

1. Математическое описание приемно-передающих антенн прибора СКИ

Приемно-передающие антенны прибора СКИ представляют собой сверхширокополосные импульсные устройства, выполненные в виде цилиндра с покрытием и расположенные вблизи металлического корпуса прибора вдоль его образующей. Эти антенны функционируют в материальных средах с высокими потерями, поэтому необходимо, чтобы эти устройства обладали двумя важнейшими свойствами: отсутствием искажения формы импульса тока, бегущего вдоль поверхности цилиндра, и вместе с тем наличием необходимого затухания при распространении импульса от сечения с импульсным источником (входа) цилиндра к его концам. При этом конструкция цилиндра с покрытием должна быть такой, чтобы фазовая скорость и затухание импульса тока вдоль металлического цилиндра были независимы от частоты сверхширокополосного импульса в большом диапазоне изменения электрофизических свойств окружающей среды.

Исследование процессов возбуждения и распространения сверхкоротких импульсов вдоль цилиндра с покрытием, помещенного в среду с высокими потерями, начнем с изучения возбуждения неискажающихся видеоимпульсов заданной формы. Для этой цели мы рассматриваем модели двух типов:

- а) бесконечно длинный металлический цилиндр с покрытием;
- б) симметричный металлический диполь конечной длины с покрытием [1].

Основные физические свойства импульсных цилиндров с покрытием доставляет изучение модели идеально проводящего (или диэлектрического с потерями) бесконечно длинного цилиндра радиуса a , имеющего поперечную щель, к которой приложен импульсный магнитный ток $J_{\varphi}^M(t)$.

Хорошо известно, что в средах с потерями, обладающих значительной электрической проводимостью ($\sigma \approx 1$ См/м), действительная и мнимая части волнового числа k зависят от частоты. Фазовая скорость зависит от частоты, т.е. среда с потерями обладает дисперсионными свойствами. Например, если сигнал на входе цилиндра был суперпозицией волн некоторого частотного спектра, то при его распространении в среде вдоль цилиндра без покрытия затухание каждой спектральной компоненты сигнала происходит в соответствии с ее частотой. Иными словами, происходит искажение, или дисперсия, сигнала. Однако при условии $\sigma / (\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r) \ll 1$ распространение

высокочастотного поля происходит без дисперсии (высокочастотное приближение). Здесь $\omega = 2\pi f$ – круговая частота поля (f – частота), ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума; ε_r – относительная диэлектрическая проницаемость, σ – удельная проводимость среды, См/м.

В данной работе показано, что для широкополосного сигнала, в спектре которого доминируют высокочастотные компоненты, распространение сигнала вдоль цилиндра с тонким покрытием во внешней среде с большими потерями происходит без дисперсии. При этом волна тока на цилиндре с покрытием распространяется аналогично плоской волне в диэлектрике с малыми потерями, когда фазовая и групповая скорости равны друг другу. Фазовую скорость волны тока, которая бежит по цилиндру с покрытием, можно приближенно записать в виде

$$V_\phi = \frac{\omega}{\operatorname{Re} h_0(\omega)},$$

где $h_0(\omega)$ является «нулевым» полюсом для подынтегрального выражения, описывающего волну тока на цилиндре в частотной области. Нулевой полюс $h_0(\omega)$ определяет решение в частотной области (ϕ -компоненту магнитного поля, H_ϕ , в цилиндрической модели или x -компоненту в плоской модели, H_x), причем этот полюс на комплексной плоскости h занимает «промежуточное положение» в некотором смысле между волновыми числами материалов внешней среды с большими потерями и покрытия, k_2, k_1 .

Ниже рассмотрены формулировка задачи, анализ и результаты численного исследования процесса распространения видеоимпульса вдоль цилиндра бесконечной длины с тонким покрытием в среде с высокими потерями.

1.1. Формулировка задачи

Будем предполагать, что цилиндр находится в коаксиально-слоистой двухслойной среде: первый слой, $a < r < b$; второй слой, $r > b$.

В каждом слое среда является электрически однородной с параметрами ε_{rj} , $\mu_j = \text{const} = \mu_0$, σ_j ($j = 1, 2$).

Импульсный источник задан в виде синфазной петли радиуса a' ($a < a' < b$) с азимутально симметричным магнитным током на входном сечении цилиндра:

$$J_\phi^M(t) = J_{\phi 0}^M \delta(z) \delta(r - a'), \quad J_{\phi 0}^M = \frac{m_0}{f_c} \frac{dm(t)}{dt}, \quad (1)$$

где m_0 – амплитуда тока, f_c – некоторая нормировочная частота, $m(t)$ – заданная функция времени, отвечающая типичным процессам возбуждения электромагнитного поля, например, импульс Гауссова вида

$$m(t) = \exp\left\{-[\beta(t - \tau_0)]^2\right\}, \quad (2)$$

β – параметр ширины импульса, $f_c = \beta / (\pi\sqrt{2})$, и др.

Формулу (1) можно обосновать, используя свойства δ -функции как функционала в трехмерном пространстве. Ниже для описания возбуждения поперечной щели в цилиндре в окончательных аналитических выражениях выполняется предельный переход $a' \rightarrow a + 0$.

Благодаря азимутальной симметрии задачи, имеем ТМ ($H_z = 0$) поле с одной поперечной компонентой магнитного поля H_φ . Применяя преобразование Лапласа по переменной времени для этой φ -компоненты магнитного поля, имеем уравнение [1]:

$$\frac{\partial^2 \hat{H}_\varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \hat{H}_\varphi}{\partial r} \right) + \left(k^2 - \frac{1}{r^2} \right) \hat{H}_\varphi = p \varepsilon(p) \hat{J}_\varphi^M(p), \quad (3)$$

где $\hat{J}_\varphi^M(p)$ – изображение Лапласа функции источника, $k(p) = [-p^2 \varepsilon(p) \mu_0]^{1/2}$, $\text{Im} k > 0$, $\varepsilon(p) = \varepsilon_0 \varepsilon_r + \sigma / p$, $p = \alpha - i\omega$ – переменная преобразования Лапласа, ε_0, μ_0 – диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума; ε_r – относительная диэлектрическая проницаемость, σ – проводимость среды, См/м. Функция $\hat{H}_\varphi(r, z, p)$ отвечает преобразованию Лапласа исходной нестационарной функции магнитного поля $H_\varphi(r, z, t)$.

Для получения единственного решения уравнения (3) в неограниченном пространстве необходимо ставить следующие дополнительные условия [2,5]:

а) условие излучения Зоммерфельда на бесконечности:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} R \left(\frac{\partial H_\varphi}{\partial R} - ik H_\varphi \right) = 0, \quad R = \sqrt{r^2 + z^2}, \quad (3A)$$

б) условия сопряжения на границах раздела сред, отвечающие непрерывности тангенциальных составляющих электромагнитного поля:

$$\hat{H}_\varphi^- = \hat{H}_\varphi^+, \quad \hat{E}_z^- = \hat{E}_z^+. \quad (3B)$$

Решение уравнения (3) для цилиндра бесконечной длины будем искать методом разделения переменных, последовательно применяя преобразование Фурье по координате z , а затем разложение по цилиндрическим функциям:

$$\tilde{H}_{\varphi h}(r, p) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}_\varphi(r, z, p) \exp(ihz) dz.$$

При этом для Фурье-образа $\tilde{H}_{\varphi h}(r, p)$ имеем следующее уравнение:

$$\left(\Delta_r + v^2 - \frac{1}{r^2} \right) \tilde{H}_{\varphi h}(r, p) = Q \delta(r - a'), \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{C_0}{\varepsilon_0} \left[\frac{1}{a} J_1(\nu_0 a) + \nu_0 J_1'(\nu_0 a) \right] = \\
& = \frac{1}{\varepsilon_1} \left\{ \frac{1}{a} [C_1 H_1^{(1)}(\nu_1 a) + D_1 H_1^{(2)}(\nu_1 a)] + \nu_1 [C_1 H_1'^{(1)}(\nu_1 a) + D_1 H_1'^{(2)}(\nu_1 a)] \right\} \\
& \frac{1}{\varepsilon_1} \left\{ \frac{1}{a} [C_2 H_1^{(1)}(\nu_1 b) + D_2 H_1^{(2)}(\nu_1 b)] + \nu_1 [C_2 H_1'^{(1)}(\nu_1 a) + D_2 H_1'^{(2)}(\nu_1 b)] \right\} = \\
& = \frac{C_3}{\varepsilon_2} \left[\frac{1}{b} H_1^{(1)}(\nu_2 b) + \nu_2 H_1'^{(1)}(\nu_2 b) \right]
\end{aligned}$$

3. Проинтегрировав обе части уравнения (4) для $\tilde{H}_\varphi(r, p)$ по интервалу $(a' - 0, a' + 0)$, получим **условие возбуждения**: $[\partial \tilde{H}_\varphi / \partial r]_{r=a'} = Q$,

которое дает шестое уравнение:

$$\nu_1 [(C_2 - C_1) H_1'^{(1)}(\nu_1 a') + (D_2 - D_1) H_1'^{(2)}(\nu_1 a')] = Q.$$

Ниже полагаем $a' = a + 0$. Из данных уравнений можно определить все шесть неизвестных $C_0, C_1, C_2, C_3, D_1, D_2$. Полученные коэффициенты C_i, D_i применяются для вычисления поля как на поверхности цилиндра, так и в любой точке пространства. Используя коэффициенты C_i, D_i , решение уравнения (3) с дополнительными условиями (3А), (3Б) для поля в первом или втором слое ($j = 1, 2$) представим в следующем интегральном виде [4]:

$$\tilde{H}_\varphi(r, z, p) = -\frac{V \varepsilon_1(p) p}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\nu_1, \nu_2) \exp(ihz) \frac{dh}{\nu_1}, \quad (5)$$

где

$$F(\nu_1, \nu_2) = F_j / D, \quad j = 1, 2, \quad D = P(\nu_1) H_1^{(1)}(\nu_2 b) - S Q(\nu_1) H_0^{(1)}(\nu_2 b),$$

$$F_1 = \tilde{P}(\nu_1) H_1^{(1)}(\nu_2 b) - S \tilde{Q}(\nu_1) H_0^{(1)}(\nu_2 b), \quad F_2 = \frac{-4i}{\pi b \nu_1} H_0^{(1)'}(\nu_2 r)$$

$$P(\nu_1) = H_0^{(1)}(a \nu_1) H_0^{(2)}(b \nu_1) - H_0^{(2)}(a \nu_1) H_0^{(1)}(b \nu_1),$$

$$Q(\nu_1) = H_0^{(1)}(a \nu_1) H_1^{(2)}(b \nu_1) - H_0^{(2)}(a \nu_1) H_1^{(1)}(b \nu_1),$$

$$\tilde{P}(\nu_1) = H_0^{(1)'}(r \nu_1) H_0^{(2)}(b \nu_1) - H_0^{(2)'}(r \nu_1) H_0^{(1)}(b \nu_1),$$

$$\tilde{Q}(\nu_1) = H_0^{(1)'}(r \nu_1) H_1^{(2)}(b \nu_1) - H_0^{(2)'}(r \nu_1) H_1^{(1)}(b \nu_1),$$

$$S = \frac{\nu_2 \varepsilon_1}{\nu_1 \varepsilon_2}, \quad \nu_j = (k_j^2 - h^2)^{1/2}, \quad \text{Im } \nu_j > 0.$$

Решение (5) в интегральной форме для $\tilde{H}_\varphi(r, z, p)$ в частотном пространстве применяется нами для получения нестационарного поля путем прямого численного расчета с применением обратного преобразования

Лапласа. Однако такая вычислительная процедура требует значительных затрат вычислительных ресурсов ЭВМ, поскольку необходимо проводить двойное интегрирование сложных подынтегральных выражений на бесконечной плоскости, и, кроме того, эта процедура скрывает физическую сущность явления. Прямой расчет применялся нами для тестирования и контроля аналитического метода вычисления нестационарного поля. Ниже изложен один аналитический метод, который позволяет изучать физические свойства процесса сверхкороткого импульсного возбуждения цилиндра с покрытием. Этот метод (см., например, [6,7]) основан на преобразованиях интеграла (5) на комплексной плоскости h , а именно, представим интеграл (5) в виде суммы интегралов по разрезам (см. рис.3), связанным с точками ветвления функций $V_{1,2}$, расположенным в верхней полуплоскости комплексной плоскости h , плюс соответствующие вычеты. Будем рассматривать систему фундаментальных разрезов, определяемых следующими соотношениями:

$$\text{Im } \nu_j = 0, \quad \text{Re } \nu_{jL} > 0, \quad \text{Re } \nu_{jR} = -\text{Re } \nu_{jL}, \quad j = 1, 2$$

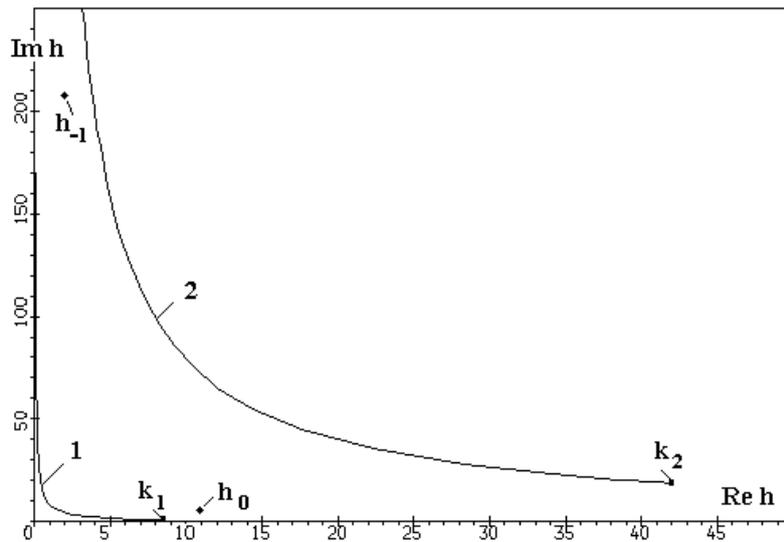


Рис.3. Фундаментальные разрезы, связанные с точками ветвления функций $V_{1,2}$, расположенные в верхней полуплоскости комплексной плоскости h , а также полюса подынтегральной функции h_0, h_{-1}

Указанные разрезы будем задавать в следующем параметрическом виде:
 $\nu_1 = \lambda = \text{real}, \quad h = i\gamma_1, \quad \gamma_1 = (\lambda^2 - k_1^2)^{1/2}, \quad \text{Re } \gamma_1 > 0, \quad \nu_2(\lambda) = \sqrt{k_2^2 - k_1^2 + \lambda^2},$
 $\nu_2 = \xi = \text{real}, \quad h = i\gamma_2, \quad \gamma_2 = (\xi^2 - k_2^2)^{1/2}, \quad \text{Re } \gamma_2 > 0, \quad \nu_1(\xi) = \sqrt{k_1^2 - k_2^2 + \xi^2}$

В результате интеграл (5) можно представить в следующей форме:

$$H_\varphi(r, z, p) = A_1 + A_2 + 2\pi i \left(-\frac{V\varepsilon_1(p)p}{2\pi} \right) \sum_m \left[\frac{F_j \exp(ihz)}{\nu_1 \partial \mathcal{D} / \partial h} \right]_{h=h_m}, \quad (5')$$

где $\{h_m\}$ – совокупность полюсов, лежащих в верхней полуплоскости комплексной плоскости h ,

$$A_1 = -\frac{V\varepsilon_1(p)p}{2\pi i} \int_0^\infty [F(\lambda, \nu_2) + F(-\lambda, \nu_2)] \frac{\exp(-\gamma_1 z) d\lambda}{\gamma_1},$$

$$A_2 = -\frac{V\varepsilon_1(p)p}{2\pi i} \int_0^\infty [F(\nu_1, -\xi) - F(\nu_1, \xi)] \frac{\exp(-\gamma_2 z)(-\xi) d\xi}{\nu_1 \gamma_2}.$$

Заметим, что интеграл по первому разрезу равен нулю, $A_1 = 0$, т.к. $F(\lambda, \nu_2) + F(-\lambda, \nu_2) \equiv 0$. Этот факт имеет место как в плоскостойком приближении [4], так и в цилиндрическом случае.

После определения функции $\hat{H}_\varphi(r, z, p)$ (в исходном виде (5) или в преобразованном (5')) нестационарную компоненту магнитного поля получаем с помощью обратного преобразования Лапласа:

$$H_\varphi(r, z, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \exp(pt) \hat{H}_\varphi(r, z, p) dp. \quad (6)$$

Для выяснения основных аналитических свойств полученного представления и соответствующих физических следствий при нестационарном возбуждении цилиндра с покрытием рассмотрим сначала плоскостойкую модель этого устройства.

1.2. Плоскостойкая модель антенны

В качестве простейшей плоскостойкой модели антенны рассмотрим среду, состоящую из идеально проводящего полупространства $\zeta \leq 0$ с декартовыми координатами (x, y, ζ) . На горизонтальной плоскости (x, y) находится тонкий слой покрытия толщиной Δ ($0 \leq \zeta \leq \Delta$), выше которого ($\zeta > \Delta$) расположена полубесконечная хорошо проводящая материальная среда. В соответствии с прежними обозначениями индексы $j = 1, 2$ относятся, соответственно, к материальным параметрам покрытия и среды.

В этой плоскостойкой модели (2D модели) идеально проводящая плоскость совпадает с плоскостью xu , на которой лежит нить магнитного тока, проходящая вдоль оси x , точка наблюдения имеет координаты $M = (y, \zeta)$. Величина магнитного тока нити имеет то же самое значение, что и в задаче возбуждения цилиндра с покрытием $J_\varphi^M(t) = J_{\varphi 0}^M \delta(y) \delta(\zeta)$. Координата y на плоскости соответствует координате z цилиндра, а координата $\zeta = r - a$, a – радиус цилиндра антенны. Компоненте магнитного поля H_φ в цилиндрическом случае соответствует компонента H_x в 2D модели.

Подынтегральная функция в 1-ом слое в выражении (5) для плоскостной модели имеет вид [4]:

$$F(\nu_1, \nu_2) = (F_1 / D)_{2D} = i \frac{1 - qB}{1 + qB}, \quad B = \exp(2i\Delta \nu_1),$$

$$H_{x,2D}(y, p) = -\frac{V\varepsilon_1(p)p}{2\pi} i \left\{ 2\pi i \sum_m \left[\frac{2 \exp(ihy)}{\nu_1 \partial(qB) / \partial h} \right]_{h=h_m} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1 - qB}{1 + qB} \frac{\exp(-\gamma_2 y) \xi d\xi}{\nu_1 \gamma_2} \right\},$$

где $\{h_m\}$ – совокупность полюсов, лежащих в верхней полуплоскости комплексной плоскости h . Очевидно:

$$\nu_1 \frac{\partial(qB)}{\partial h} = 2i \left\{ \Delta + \frac{i}{\nu_2(h) [h^2 (k_1^{-2} + k_2^{-2}) - 1]} \right\},$$

$$\frac{1}{i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1 - qB}{1 + qB} \frac{\exp(-\gamma_2 y) \xi d\xi}{\nu_1 \gamma_2} = -2 \int_0^{\infty} \frac{(1 - q^2) B}{(1 + qB)(q + B)} \frac{\exp(-\gamma_2 y) \xi d\xi}{\gamma_1 \gamma_2},$$

где $q = \frac{\xi k_1^2 - \nu_1 k_2^2}{\xi k_1^2 + \nu_1 k_2^2}$, $\nu_1 = i\gamma_1$, $\gamma_1 = \sqrt{k_2^2 - k_1^2 - \xi^2}$, $\text{Re } \gamma_j > 0$.

Локализация полюсов подынтегральной функции. Рассмотрим вопрос о распределении полюсов $\{h_m\}$ подынтегральной функции $F(\nu_1, \nu_2)$ в верхней полуплоскости комплексной плоскости h . Полюса определяются уравнением $q = -1/B$, откуда, в частности, следует, что в точке, отвечающей полюсу, $|q| > 1$. Поэтому вопрос локализации полюсов связан с определением областей в верхней части комплексной плоскости h , в которых $|q| > 1$. Рассмотрим систему фундаментальных разрезов на комплексной плоскости h , связанных с функциями ν_j (см. рис.3). Это семейство линий, задаваемых соотношениями $\text{Im } \nu_j = 0$, обладает тем свойством, что при пересечении этих линий соответствующее значение $\text{Re } \nu_j$ скачком меняет свой знак, откуда следует, что при таком пересечении ν_j меняется на $-\nu_j$, а следовательно, $|q| - 1$ также меняет свой знак. В результате можно показать, что область $|q| > 1$ в верхней полуплоскости представляет собой область, ограниченную тремя кривыми: фундаментальным разрезом, проходящим через точку k_1 , фундаментальным разрезом, проходящим через точку k_2 , а также некоторой кривой, на которой $|q| = 1$, соединяющей точки k_1 и k_2 .

Определение полюсов. Спектр собственных чисел h_m , как было отмечено выше, удовлетворяет дисперсионному уравнению $q = -1/B$, откуда следует функциональное соотношение для определения h_m

$$v_{1m} = \frac{\pi m}{\Delta} + \frac{i}{2\Delta} \ln \frac{v_{1m} k_2^2 - v_{2m} k_1^2}{v_{1m} k_2^2 + v_{2m} k_1^2}, \quad (7)$$

где $v_{jm} = v_j(h_m) = (k_j^2 - h_m^2)^{1/2}$, $\text{Im } v_{jm} > 0$, $j=1,2$; h_m , индекс $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ отвечает полюсу под номером m в верхней полуплоскости h (если такой полюс существует). Выражение (7) применяется для построения итерационной процедуры поиска полюсов, например, используя метод Ньютона.

В интересующей нас физической постановке задачи для параметров покрытия и внешней среды справедливо соотношение $\varepsilon_{r1} < \varepsilon_{r2}$, $\sigma_1 < \sigma_2$, тогда реализуется ситуация с отрицательными значениями m в уравнении (7). Заметим, что выбор отрицательных значений m в уравнении (7) диктуется необходимостью выполнения указанного выше условия $\text{Im } v_{jm} > 0$. При этом имеет место важное свойство отрыва нулевого полюса $h_0(p)$ при $m = 0$ от всей остальной совокупности полюсов $h_m(p)$ с $|m| \geq 1$. Этот нулевой полюс $h_0(p)$ расположен на комплексной плоскости h и занимает промежуточное положение между комплексными волновыми числами k_1 и k_2 плоской волны в материалах покрытия и внешней среды. Детальное исследование данного свойства проведем в асимптотическом приближении $|S| \ll 1$, что позволяет воспользоваться эффективным приближением

$$q = \frac{S-1}{S+1} \cong -\exp(-2S), \quad \text{где} \quad S = \frac{v_2 \varepsilon_1}{v_1 \varepsilon_2},$$

при использовании которого дисперсионное уравнение (7) принимает вид:

$$v_{1m} = \frac{\pi m}{\Delta} + \frac{1}{i\Delta} \frac{v_{2m} \varepsilon_1}{v_{1m} \varepsilon_2}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (8)$$

Отсюда следует, принимая во внимание малую толщину покрытия $\Delta|k_1| \ll 1$, что нулевой полюс соответствующий $m = 0$, значительно отличается от остальной совокупности полюсов $h_m(p)$ с $|m| \geq 1$, по значению мнимой части (поскольку $\text{Im } h_m(p) \sim \pi|m|/\Delta$).

Прямые численные расчеты показали, что для двухслойной среды с параметрами $\varepsilon_{r1} = 4$, $\sigma_1 = 0.01$ См/м, $\varepsilon_{r2} = 80$, $\sigma_2 = 1$ См/м замена коэффициента q его приближенным значением $q \cong -\exp(-2S)$ практически не влияет на конечный результат. В то же время после такой замены значения

всех полюсов могут быть найдены в аналитическом виде, что упрощает исследование.

Как было отмечено выше, особый интерес представляет нулевой полюс h_0 , соответствующий $m = 0$, при котором из (8) получается квадратное уравнение относительно v_{20} , имеющее решение

$$v_{20} = -\frac{i\varepsilon_1}{2\Delta\varepsilon_2} + \sqrt{k_2^2 - k_1^2 - \left(\frac{\varepsilon_1}{2\Delta\varepsilon_2}\right)^2}. \quad (9)$$

Заметим, что приближение малой толщины первого слоя $\Delta|k_1| \ll 1$ непосредственно также приводит к уравнению (9) для нулевого полюса.

Из (9) можно получить следующие физически очевидные предельные соотношения: при $\Delta \cdot |k_1| \rightarrow 0$ (при отсутствии покрытия) $v_{20} \rightarrow 0$, а следовательно, $h_0(p) \rightarrow k_2(p)$. При $\Delta \cdot |k_1| \rightarrow \infty$ (цилиндр расположен в бесконечной однородной среде с электрическими параметрами, совпадающими с параметрами покрытия), имеем $h_0(p) \rightarrow k_1(p)$.

Многочисленные расчеты показали достаточную близость значений нулевого полюса, получаемых из (9) и путем решения (итерационным методом Ньютона) трансцендентного уравнения (7) при $m = 0$. При $m \neq 0$ уравнение (8) сводится к алгебраическому уравнению 4-ой степени относительно $v_2(h_m) = v_{2m}$, его корни (при $m < 0$) также близки к решениям (7).

Для иллюстрации рассмотрим следующий пример.

Пусть $\varepsilon_{r1} = 4$, $\sigma_1 = 0.01$ См/м, $\varepsilon_{r2} = 80$, $\sigma_2 = 1$ См/м, $\Delta = 0.001$ м. Численные расчеты показали (см. рис.4а,б), что в этом случае нулевой полюс существует только при $\tilde{\omega} < \tilde{\omega}_1 \cong 13.0$ 1/м, где $\tilde{\omega} = \omega/c$ (1/м). Других полюсов на рассмотренном диапазоне круговых частот ($0 < \tilde{\omega} < 50$ 1/м) не существует.

На рис.4а,б представлены зависимости $\text{Re} h_0(\omega)$ и $\text{Im} h_0(\omega)$ от частоты, демонстрирующие эффективность работы цилиндра с покрытием в средах с потерями (волновое число определяется как нулевой корень соответствующего дисперсионного уравнения: $h_{0,C}$ – нулевой корень дисперсионного уравнения для цилиндрической модели; $h_{0,2D}$ – нулевой корень дисперсионного уравнения (7) для плоскостлой модели).

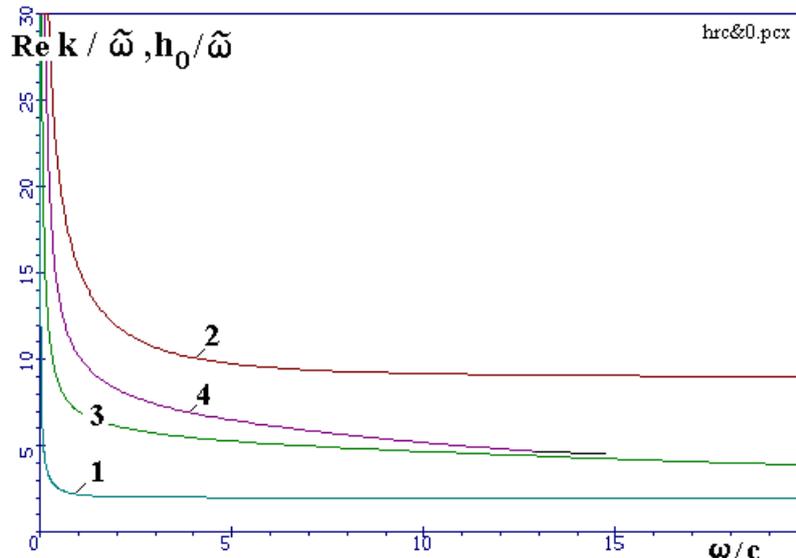


Рис.4а. Действительная часть $k / \tilde{\omega}$, $h_0 / \tilde{\omega}$

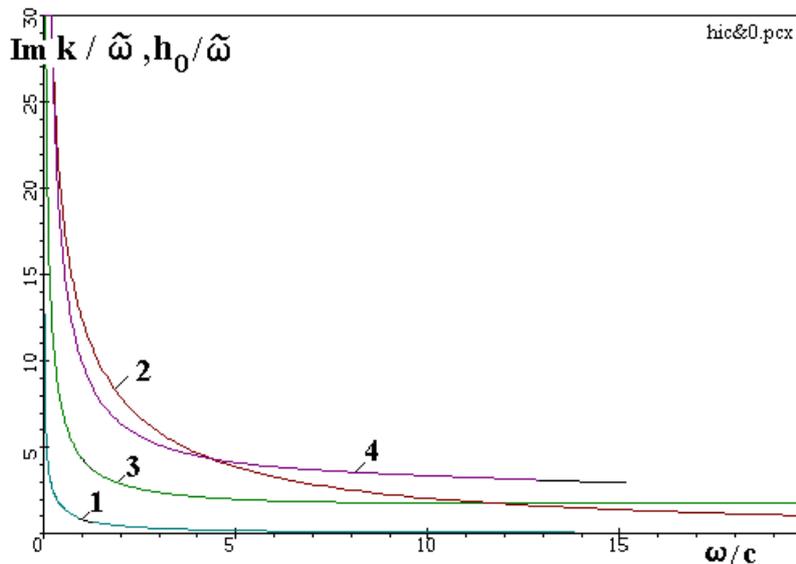


Рис.4б. Мнимая часть $k / \tilde{\omega}$, $h_0 / \tilde{\omega}$

Рис.4. Нормализованные волновые числа $k / \tilde{\omega}$, $h_0 / \tilde{\omega}$ в зависимости от частоты $\tilde{\omega} = \omega / c$ (c – скорость света в пустоте), 4а) – действительная часть; 4б) – мнимая часть. Кривые 1, 2: $k_1 / \tilde{\omega}$, $k_2 / \tilde{\omega}$; кривая 3 – $h_{0,c} / \tilde{\omega}$ (цилиндрическая модель, $a = 0.005$ м, $b = 0.006$ м), кривая 4 – $h_{0,2D} / \tilde{\omega}$ (плоскостойная модель); с покрытием толщиной $\Delta = 0.001$ м.

Как было отмечено выше, численное исследование процесса распространения сигнала вдоль цилиндра с покрытием проводилось на основе сопоставления результатов прямого расчета интеграла (5) и аналитического метода. Исследование показало, что в тех случаях, когда в достаточно широком диапазоне частот существует нулевой полюс h_0 , значение исходного интеграла

(5) практически совпадает с вычетом этого полюса. Некоторое расхождение существует во временной области, предшествующей моменту прихода переднего фронта волны тока в данную точку цилиндра, где должно быть состояние покоя. В этой области расчет интеграла с применением только одного вычета в полюсе h_0 может давать паразитные осцилляции. Заметим, что в результате суммирования этого вычета со значением интеграла по второму разрезу указанные осцилляции устраняются.

Это свойство полюса $h_0(p)$ на комплексной плоскости h дает возможность непосредственно вычислять фазовую скорость и затухание бегущей волны тока на цилиндре с покрытием. Изображение Лапласа плотности поверхностного тока на цилиндре можно представить в виде

$$\begin{aligned} H_\varphi(a, z, p) &= -iV(p)\varepsilon_1(p)p \cdot \text{Res} \frac{F_1(p)}{v_1(p)} \Big|_{h_0(p)} \exp(ih_0(p)z) = \\ &= F(p) \Big|_{h_0(p)} \exp(ih_0(p)z) \end{aligned}$$

По теореме запаздывания для обратного преобразования Лапласа получим

$$H_\varphi(a, z, t) = u(t - z/V),$$

где $\frac{1}{V} = [-ih_0(p)/p] \Big|_{|p| \gg 1}$, $\text{Im} h_0(p) > 0$, $u(t)$ – оригинал функции $F(p)$.

Полагая $p = -i\omega$, имеем $V = \omega/h_0(\omega)$. Отсюда получим выражение для фазовой скорости волны тока на цилиндре:

$$V_\phi = \omega \frac{\text{Re} h_0(p)}{|h_0(p)|^2}.$$

В тех материальных средах, в которых нарушается соотношение $\varepsilon_{r1} < \varepsilon_{r2}$, исходный интеграл, дающий решение задачи, определяется интегралом по второму разрезу (влияние нулевого полюса h_0 , даже если он существует, незначительно).

Численные исследования математических моделей нестационарного возбуждения цилиндра бесконечной длины с покрытием показали, что значения функций $H_\varphi(r, z, t)$, полученные в результате прямого расчета с использованием соотношений (5), (6) и полученные с использованием только нулевого полюса (см. рис.5), совпадают с графической точностью.

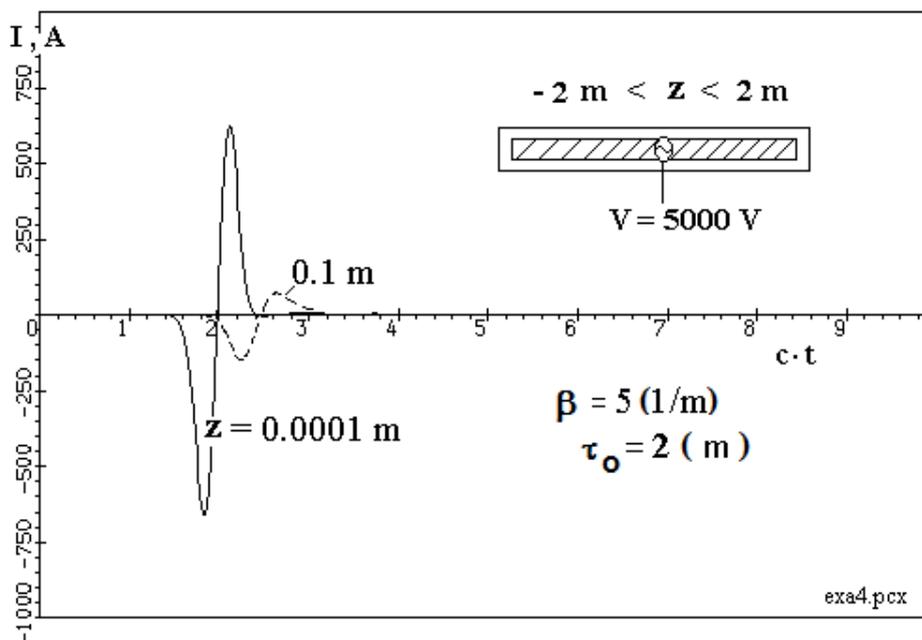


Рис.5. Ток на диполе с покрытием в двух точках (отстоящих от антенного входа на расстояние $z = 0.0001$ м и $z = 0.1$ м) при возбуждении двухполярным Гауссовым импульсом с длительностью импульса $\Delta t_{\text{имп}} = \sqrt{2}/(\beta \cdot c) \approx 10^{-9}$ с

Этот вывод справедлив также для нестационарного возбуждения цилиндра конечной длины [4] с учетом переотражений импульса от его концов.

Рис. 4,5 демонстрируют, что фазовая скорость и искажение формы импульса тока вдоль цилиндра весьма слабо меняются в высокочастотной части спектра сверхширокополосного импульса. Это важное практическое свойство цилиндра с покрытием справедливо в большом диапазоне изменения электрофизических свойств окружающей среды.

1.3. Выводы первой части

Выполнено исследование электродинамических характеристик импульсного возбуждения бесконечного цилиндра с покрытием, помещенного в поглощающие материальные среды (морская вода, влажная почва и др.). Рассматриваемое устройство представляет собой металлический цилиндр, покрытый тонким слоем материала с заданными значениями диэлектрической проницаемости и проводимости. Выбор параметров покрытия должен обеспечивать выполнение условий широкополосности при возбуждении видеоимпульсом наносекундной длительности, причем импульс должен сохранять свою форму при распространении от входа цилиндра и затухать на определенном расстоянии от входа, отвечающем длине реального цилиндра.

Решение для плотности поверхностного тока на цилиндре, $H_\varphi(r = a, z, t)$, или $H_x(y, \zeta = 0, t)$ в 2D модели, определяется вкладом дискретного спектра

волновых чисел $h_0(\omega), h_{-1}(\omega), h_{-2}(\omega), \dots, h_{-n}(\omega)$, причем благодаря малой толщине покрытия, полюс $h_0(\omega)$ значительно отличается от остальной совокупности полюсов и $|h_0(\omega)| \ll |h_m(\omega)|$, $m \geq 1$. В этом случае нулевой полюс $h_0(\omega)$ определяет решение H_φ (или H_x) в частотной области, и этот полюс на комплексной плоскости h занимает промежуточное положение между волновыми числами материала среды и покрытия k_2, k_1 . Особо подчеркнем, что путем сопоставления результатов прямого численного расчета интеграла (5) с величиной вычета в полюсе $h_0(\omega)$ установлено, что остальная часть решения, которая определяется вкладом непрерывного спектра (т.е. интеграл по разрезу на комплексной плоскости h), играет роль небольшой поправки, уточняющей решение в начальный момент времени прихода сигнала в данную точку цилиндра.

В связи с тем, что полюс $h_0(\omega)$ слабо меняется в области высоких частот, можно сделать вывод, что если значение спектральной плотности импульса на входе цилиндра соответствует области таких частот, то искажение формы короткого импульса, бегущего вдоль цилиндра, будет слабым.

2. Математическая формулировка прибора СКИ

В данной части строится решение в виде интегралов типа Зоммерфельда для компонент векторного потенциала, чтобы получить электромагнитные отклики неоднородной среды в окрестности прибора СКИ на приемных диполях R_1, R_2 (см. [2,8]).

Математическая формулировка прибора СКИ основана на применении плоскостной неоднородной модели среды, ограниченной с одной стороны идеально проводящей бесконечной плоскостью (см. рис.2).

Выбор данной модели среды обусловлен диаграммой направленности продольного электрического диполя вблизи цилиндрического корпуса прибора радиуса a (см. рис.1а,б). Для оценки влияния радиуса прибора на поле излучения оценим электрический радиус прибора ka . Для центральной частоты импульса $f_c \sim 1$ ГГц, электрический радиус прибора $ka \sim 10 \gg 1$. Из этих условий следует, что продольный диполь возбуждает на цилиндрической поверхности стального корпуса прибора только продольные токи, слабо затекающие в теневую область. Вследствие этого амплитуда поля в поперечной (экваториальной) плоскости цилиндра в области тени быстро спадает [5]. Таким образом, продольные электрические токи возбуждают электрическое поле также с продольной поляризацией и диаграммой направленности, имеющей максимальное значение в сторону расположения излучающего диполя. Благодаря этому возникает возможность азимутального сканирования прибором СКИ околоскважинного пространства в плоскости, перпендикулярной оси прибора. В результате вблизи поверхности цилиндра

прибора вместо цилиндрической модели можно использовать более простую плоскостойкую модель.

2.1. Плоскостойкая модель среды

Плоскость $z=0$ в декартовой системе координат является идеально проводящей, окружающая среда является плоскостойкой (см. рис.3, где для примера изображена трехслойная среда). Границами слоев являются плоскости Γ_1 и Γ_2 , параллельные идеально проводящей плоскости и определяемые уравнениями: граница $\Gamma_1 - z=d_1$, граница $\Gamma_2 - z=d_2$. Характерными параметрами прибора СКИ и среды являются следующие. В выбранной системе координат слою 1 будет соответствовать область $0 < z < d_1$, $d_1 \approx 0.05 \div 0.1$ м, $\varepsilon_{r1} \approx 80$, $\sigma_1 \approx 1 \div 4$ См/м; слою 2 – область $d_1 < z < d_2$, $\varepsilon_{r2} \approx 20$, $d_2 \approx 0.5 \div 1$ м, $\sigma_2 \approx 20$ См/м; слою 3 – область $z > d_2$, $\varepsilon_{r3} \approx 5$, $\sigma_3 \approx 0.0125$ См/м. Источником электромагнитного поля служит горизонтальная нить электрического тока, проходящая на расстоянии h ($h=15$ мм, $0 < h < d_1$) от идеально проводящей плоскости через точку ($y=0, z=h$) параллельно оси y с нестационарной плотностью тока $I_x^e(x, y, z, t) = f(x, t)\delta(z-h)\delta(y)$, причем функция $f(x, t)$ отлична от нуля только на интервале длины передающего диполя T ($L_1 < x < L_2$, $L_1 = -0.2$ м, $L_2 = +0.2$ м), см. рис.3. Данная функция $f(x, t)$ соответствует поверхностному току на короткой цилиндрической антенне и находится из решения самостоятельной задачи о короткой антенне, рассмотренной в следующем пункте.

Применение преобразования Лапласа к уравнениям Максвелла дает:

$$\text{rot} \mathbf{E} = -\mu p \mathbf{H}, \quad \text{rot} \mathbf{H} = p \varepsilon \mathbf{E} + \mathbf{I}^e,$$

где $\mathbf{I}^e = (I_x^e(M, p), 0, 0)$ соответствует изображению функции источника, $M = (x, y, z)$, $p = \alpha - i\omega$ – параметр преобразования Лапласа, $\varepsilon(p) = \varepsilon_0 \varepsilon_r + \sigma / p$, $\mu = \mu_0$, ε_0, μ_0 – диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума; ε_r – относительная диэлектрическая проницаемость, σ – проводимость среды, См/м.

Заметим, что нас интересуют значения x -компоненты электрического поля в точке наблюдения с координатами $M = (x=0, y, z=h)$, отвечающими координатам приемной антенны (R_1 или R_2), находящейся в первом слое.

Вектора напряженности электрического и магнитного поля могут быть выражены через векторный потенциал [5], который в рассматриваемом случае имеет только x - и z -компоненты: $\mathbf{A}^e = (A_x, 0, A_z)$,

$$\mathbf{E}(M, p) = -\mu_0 p \cdot \left(\mathbf{A}^e + \frac{1}{k^2} \text{grad div} \mathbf{A}^e \right) =$$

$$= -\mu_0 p \cdot \left\{ A_x + \frac{1}{k^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right), \frac{1}{k^2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right), A_z + \frac{1}{k^2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \right) \right\}$$

$$\mathbf{H}(M, p) = \text{rot} \mathbf{A}^e = \left\{ \frac{\partial A_z}{\partial y}, \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}, -\frac{\partial A_x}{\partial y} \right\}.$$

Изображение Лапласа векторного потенциала удовлетворяет трехмерному уравнению Гельмгольца:

$$\Delta \mathbf{A} + k^2 \mathbf{A} = -\mathbf{I}^e,$$

где $k(p) = [-p^2 \varepsilon(p) \mu_0]^{1/2}$, $\text{Im} k > 0$.

Компоненты векторного потенциала представимы в каждом слое $j = 1, 2, 3$ виде интегралов типа Зоммерфельда (верхний индекс отвечает номеру слоя):

$$A_x^{(1)}(M, p) = \frac{1}{4\pi} \int_{L_1}^{L_2} f(x', p) dx' \int_0^\infty [\exp(-\gamma_1 |z - h|) + g_1 \exp(-\gamma_1 z) + g_2 \exp(\gamma_1 z)] J_0(\lambda r') \lambda \frac{d\lambda}{\gamma_1}$$

$$A_x^{(2)}(M, p) = \frac{1}{4\pi} \int_{L_1}^{L_2} f(x', p) dx' \int_0^\infty [g_3 \exp(-\gamma_2 z) + g_4 \exp(\gamma_2 z)] J_0(\lambda r') \lambda \frac{d\lambda}{\gamma_2},$$

$$A_x^{(3)}(M, p) = \frac{1}{4\pi} \int_{L_1}^{L_2} f(x', p) dx' \int_0^\infty g_5 \exp(-\gamma_3 z) J_0(\lambda r') \lambda \frac{d\lambda}{\gamma_3},$$

$$A_z^{(1)}(M, p) = \frac{1}{4\pi} \int_{L_1}^{L_2} f(x', p) \frac{x - x'}{r'} dx' \int_0^\infty [f_1 \exp(-\gamma_1 z) + f_2 \exp(\gamma_1 z)] J_1(\lambda r') \lambda^2 \frac{d\lambda}{\gamma_1},$$

$$A_z^{(2)}(M, p) = \frac{1}{4\pi} \int_{L_1}^{L_2} f(x', p) \frac{x - x'}{r'} dx' \int_0^\infty [f_3 \exp(-\gamma_2 z) + f_4 \exp(\gamma_2 z)] J_1(\lambda r') \lambda^2 \frac{d\lambda}{\gamma_2},$$

$$A_z^{(3)}(M, p) = \frac{1}{4\pi} \int_{L_1}^{L_2} f(x', p) \frac{x - x'}{r'} dx' \int_0^\infty f_5 \exp(-\gamma_3 z) J_1(\lambda r') \lambda^2 \frac{d\lambda}{\gamma_3},$$

где $\gamma_j = \gamma_j(\lambda, p) = (\lambda^2 - k_j^2)^{1/2}$, $\text{Re} \gamma_j > 0$; $k_j^2 = -\mu \varepsilon_j(p) p^2$, $\text{Im} k_j > 0$;

J_0, J_1 – функции Бесселя, $r' = [(x - x')^2 + y^2]^{1/2}$.

Неизвестные функции $g_n(\lambda, p)$, $f_n(\lambda, p)$, $n = 1, 2, 3, 4, 5$ находятся из условий непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границах разделов сред, а также условия равенства нулю тангенциальной компоненты электрического поля на идеально проводящей плоскости:

$$E_y|_{z=0} = 0 \rightarrow \text{div} \mathbf{A}^{(1)}|_{z=0} = \text{const} = 0 \rightarrow$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\gamma_1} [\exp(-\gamma_1 h) + g_1 + g_2] + f_1 - f_2 = 0, \\
E_x|_{z=0} = 0 & \rightarrow A_x^{(1)}|_{z=0} = 0, \rightarrow \exp(-\gamma_1 h) + g_1 + g_2 = 0; \\
& [E_x]_{z=h_1} = 0 \rightarrow (A_x^{(1)} - A_x^{(2)})|_{z=h_1} = 0 \rightarrow \\
\frac{1}{\gamma_1} [(1 + g_1)\exp(-\gamma_1 h_1) + g_2 \exp(\gamma_1 h_1)] &= \frac{1}{\gamma_2} [g_3 \exp(-\gamma_2 h_1) + g_4 \exp(\gamma_2 h_1)]; \\
& [E_x]_{z=h_2} = 0 \rightarrow (A_x^{(2)} - A_x^{(3)})|_{z=h_2} = 0 \rightarrow \\
\frac{1}{\gamma_2} [g_3 \exp(-\gamma_2 h_2) + g_4 \exp(\gamma_2 h_2)] &= \frac{1}{\gamma_3} g_5 \exp(-\gamma_3 h_2); \\
[E_y]_{z=h_1} = 0 & \rightarrow \left(\frac{1}{\varepsilon_1} \operatorname{div} \mathbf{A}^{(1)} - \frac{1}{\varepsilon_2} \operatorname{div} \mathbf{A}^{(2)} \right) \Big|_{z=h_1} = 0 \rightarrow \\
\frac{1}{\varepsilon_1} \left\{ \frac{1}{\gamma_1} [\exp(-\gamma_1 (h_1 - h)) + g_1 \exp(-\gamma_1 h_1) + g_2 \exp(\gamma_1 h_1)] + \right. \\
& \left. + f_1 \exp(-\gamma_1 h_1) - f_2 \exp(\gamma_1 h_1) \right\} = \\
= \frac{1}{\varepsilon_2} \left\{ \frac{1}{\gamma_2} [g_3 \exp(-\gamma_2 h_1) + g_4 \exp(\gamma_2 h_1)] + f_3 \exp(-\gamma_2 h_1) - f_4 \exp(\gamma_2 h_1) \right\}; \\
[E_y]_{z=h_2} = 0 & \rightarrow \left(\frac{1}{\varepsilon_2} \operatorname{div} \mathbf{A}^{(2)} - \frac{1}{\varepsilon_3} \operatorname{div} \mathbf{A}^{(3)} \right) \Big|_{z=h_2} = 0 \rightarrow \\
\frac{1}{\varepsilon_2} \left\{ \frac{1}{\gamma_2} [g_3 \exp(-\gamma_2 h_2) + g_4 \exp(\gamma_2 h_2)] + f_3 \exp(-\gamma_2 h_2) - f_4 \exp(\gamma_2 h_2) \right\} = \\
& = \frac{1}{\varepsilon_3} \left[\frac{1}{\gamma_3} g_5 \exp(-\gamma_3 h_2) + f_5 \exp(-\gamma_3 h_2) \right]; \\
[H_x]_{z=h_1} = 0 & \rightarrow \frac{\partial}{\partial y} (A_z^{(1)} - A_z^{(2)}) \Big|_{z=h_1} = 0 \rightarrow (A_z^{(1)} - A_z^{(2)}) \Big|_{z=h_1} = 0 \rightarrow \\
\frac{1}{\gamma_1} [f_1 \exp(-\gamma_1 h_1) + f_2 \exp(\gamma_1 h_1)] &= \frac{1}{\gamma_2} [f_3 \exp(-\gamma_2 h_1) + f_4 \exp(\gamma_2 h_1)]; \\
[H_x]_{z=h_2} = 0 & \rightarrow \frac{\partial}{\partial y} (A_z^{(2)} - A_z^{(3)}) \Big|_{z=h_2} = 0 \rightarrow (A_z^{(2)} - A_z^{(3)}) \Big|_{z=h_2} = 0 \rightarrow \\
\frac{1}{\gamma_2} [f_3 \exp(-\gamma_2 h_2) + f_4 \exp(\gamma_2 h_2)] &= \frac{1}{\gamma_3} f_5 \exp(-\gamma_3 h_2);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\left[H_y \right]_{z=h_1} = 0 &\rightarrow \frac{\partial}{\partial z} (A_X^{(1)} - A_X^{(2)})_{z=h_1} = \frac{\partial}{\partial x} (A_Z^{(1)} - A_Z^{(2)})_{z=h_1} \rightarrow \\
&\rightarrow \frac{\partial}{\partial z} (A_X^{(1)} - A_X^{(2)})_{z=h_1} = 0 \rightarrow \\
-\exp(-\gamma_1(h_1 - h)) - g_1 \exp(-\gamma_1 h_1) + g_2 \exp(\gamma_1 h_1) &= -g_3 \exp(-\gamma_2 h_1) + g_4 \exp(\gamma_2 h_1); \\
\left[H_y \right]_{z=h_2} = 0 &\rightarrow \frac{\partial}{\partial z} (A_X^{(3)} - A_X^{(2)})_{z=h_2} = \frac{\partial}{\partial x} (A_Z^{(3)} - A_Z^{(2)})_{z=h_2} \rightarrow \\
&\rightarrow \frac{\partial}{\partial z} (A_X^{(3)} - A_X^{(2)})_{z=h_2} = 0 \rightarrow \\
-g_3 \exp(-\gamma_2 h_2) + g_4 \exp(\gamma_2 h_2) &= -g_5 \exp(-\gamma_3 h_2).
\end{aligned}$$

Решая полученную систему алгебраических уравнений, получим

$$g_1 = -g_2 - \exp(-\gamma_1 h), \quad g_2 = 2 \exp(-2\gamma_1 h_1) \operatorname{sh}(\gamma_1 h) G(\lambda, p),$$

$$G(\lambda, p) = \frac{1}{\Delta} [(\alpha_1 - 1)(\alpha_2 + 1) + \zeta(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 - 1)],$$

$$\Delta = (\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) + \zeta(\alpha_1 - 1)(\alpha_2 - 1) + \\ + \exp(-2\gamma_1 h_1) [(\alpha_1 - 1)(\alpha_2 + 1) + \zeta(\alpha_1 + 1)(\alpha_2 - 1)]$$

$$f_1 = f_2 = 4 \exp(-2\gamma_1 h_1) \operatorname{sh}(\gamma_1 h) F(\lambda, p),$$

$$F(\lambda, p) = \frac{\alpha_1}{\Delta D} \left\{ \frac{4(1-s_2)\alpha_2}{\gamma_3} \zeta + \frac{1-s_1}{\gamma_2} [\alpha_2 + 1 + \zeta(\alpha_2 - 1)] [s_2\alpha_2 + 1 + \zeta(s_2\alpha_2 - 1)] \right\},$$

$$D = -(s_1\alpha_1 + 1)(s_2\alpha_2 + 1) - \zeta(s_1\alpha_1 - 1)(s_2\alpha_2 - 1) + \\ + \exp(-2\gamma_1 h_1) [(s_1\alpha_1 - 1)(s_2\alpha_2 + 1) + \zeta(s_1\alpha_1 + 1)(s_2\alpha_2 - 1)]$$

$$\text{где } \alpha_1 = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}, \quad \alpha_2 = \frac{\gamma_2}{\gamma_3}, \quad s_1 = \frac{k_2^2}{k_1^2}, \quad s_2 = \frac{k_3^2}{k_2^2}, \quad \zeta = \exp[-2\gamma_1(h_2 - h_1)]$$

В результате получим

$$\begin{aligned}
A_X^{(1)}(M, p) &= \frac{1}{4\pi} \int_{L_1}^{L_2} f(x', p) dx' \int_0^\infty [\exp(-\gamma_1|z-h|) - \exp(-\gamma_1(z+h))] + \\
&\quad + 4G(\lambda, p) \exp(-2\gamma_1 h_1) \operatorname{sh}(\gamma_1 h) \operatorname{sh}(\gamma_1 z) J_0(\lambda r') \lambda \frac{d\lambda}{\gamma_1},
\end{aligned}$$

$$A_Z^{(1)}(M, p) = \frac{2}{\pi} \int_{L_1}^{L_2} f(x', p) \frac{x-x'}{r'} dx' \int_0^\infty F(\lambda, p) \exp(-2\gamma_1 h_1) \operatorname{sh}(\gamma_1 h) \operatorname{ch}(\gamma_1 z) J_1(\lambda r') \lambda^2 \frac{d\lambda}{\gamma_1}.$$

Заметим, что выполняется следующее равенство:

$$A_{X,I}^{(1)}(M, p) = \frac{1}{4\pi} \int_{L_1}^{L_2} f(x', p) dx' \int_0^\infty [\exp(-\gamma_1|z-h|) - \exp(-\gamma_1(z+h))] J_0(\lambda r') \frac{\lambda d\lambda}{\gamma_1} =$$

$$= \frac{1}{4\pi} \int_{L_1}^{L_2} f(x', p) \left[\frac{\exp(ik_1 R'_-)}{R'_-} - \frac{\exp(ik_1 R'_+)}{R'_+} \right] dx',$$

где $R'_\pm = \sqrt{(x-x')^2 + y^2 + (z \pm h)^2}$. Данный член отвечает сумме прямого сигнала из точки излучения в точку приема и сигнала, пришедшего в точку приема после отражения от идеально проводящей поверхности $z=0$.

$$E_X^{(1)}(M, p) = -\mu_0 p \left[A_X^{(1)} + \frac{1}{k_1^2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial A_X^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial A_Z^{(1)}}{\partial z} \right) \right] = E_{X,I}^{(1)}(M, p) + E_{X,II}^{(1)}(M, p)$$

$$E_{X,I}^{(1)}(M, p) = \frac{-\mu_0 p}{4\pi} \int_{L_1}^{L_2} f(x', p) \left(1 + \frac{1}{k_1^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \left[\frac{\exp(ik_1 R'_-)}{R'_-} - \frac{\exp(ik_1 R'_+)}{R'_+} \right] dx',$$

$$E_{X,II}^{(1)}(M, p) = \frac{-\mu_0 p}{\pi} \int_{L_1}^{L_2} f(x', p) dx' \int_0^\infty \left\{ G(\lambda, p) J_0(\lambda r') + \right.$$

$$\left. + \frac{2F(\lambda, p)\gamma_1 - G(\lambda, p)}{k_1^2} \lambda \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{x-x'}{r'} J_1(\lambda r') \right] \right\} \exp(-2\gamma_1 h_1) \text{sh}(\gamma_1 h) \text{sh}(\gamma_1 z) \lambda \frac{d\lambda}{\gamma_1}.$$

Заметим, что в приближении двухслойной среды формулы упрощаются ($\zeta = 0$):

$$G|_{2L} = \frac{\alpha_1 - 1}{\alpha_1 + 1 + \exp(-2\gamma_1 h_1)(\alpha_1 - 1)},$$

$$F|_{2L} = \frac{\alpha_1(1 - s_1)}{\gamma_1 [\alpha_1 + 1 + \exp(-2\gamma_1 h_1)(\alpha_1 - 1)] [-s_1 \alpha_1 - 1 + \exp(-2\gamma_1 h_1)(s_1 \alpha_1 - 1)]}.$$

2.2. Изображение Лапласа функции источника

Изображение Лапласа функции источника $f(x, p)$ находится из решения задачи о короткой антенне. Рассматривается следующая модель: антенна представляет собой металлический круговой цилиндр конечной длины $L = L_2 - L_1$, радиуса a , с коаксиальным слоем цилиндрического покрытия толщины $b - a$, находящийся в однородной внешней среде. Таким образом, рассматриваемая среда в окрестности антенны имеет двухслойно-коаксиальный вид. В цилиндрической системе координат (r, φ, x') , где ось x' направлена вдоль оси цилиндра, непосредственно цилиндру соответствует область $(0 < r < a) \times (L_1 < x' < L_2)$; слою 1 (слой покрытия) область $a < r < b$; слою 2 (внешняя среда, совпадающая с первым слоем рассмотренной выше плоскослоистой модели) – $b < r < \infty$, причем в каждом слое $j = 1, 2$ среда является электрически однородной с параметрами $\hat{\epsilon}_{ij}$, $\mu_j = \mu_0$, $\hat{\sigma}_j$. На левом торце антенны (при $x' = L_1$) могут быть заданы условия либо короткого замыкания (идеально проводящая плоскость, ортогональная оси цилиндра), либо электрической изоляции. Аналогично рассматриваются различные варианты задания краевого условия на правом конце антенны (при $x' = L_2$):

- а) короткое замыкание (идеально проводящая плоскость при $x' = L_2$),
 б) электрическая изолированность в направлении оси x .

В принципе, на концах антенны можно рассмотреть условия общего вида – импедансные краевые условия.

Источником возбуждения антенны служит магнитный ток, который протекает по нити в виде кольца с радиусом $a' = a + 0$, расположенного в сечении $x' = L_s$, $L_1 < L_s < L_2$. Действие такого тока эквивалентно действию узкой поперечной щели на цилиндрической поверхности антенны с приложенным напряжением к краям этой щели. Импульсное напряжение на краях щели равно $V(t) = \frac{m_0}{f_c} \frac{dm(t)}{dt}$, где m_0 – амплитуда напряжения, f_c – центрированная частота, $m(t)$ – заданная функция времени, отвечающая процессу возбуждения электромагнитного поля, например:

- прямоугольный импульс произвольной длительности $\Delta\tau$

$$m(t) = \eta(t) - \eta(t - \Delta\tau), \quad \eta(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}, \quad f_c = 1/(2\Delta\tau), \quad m_0 = 1 \text{ V};$$

- Гауссов импульс вида

$$m(t) = \eta(t) \exp\{-[w(t - t_0)]^2\}, \quad f_c = w/(\pi\sqrt{2}), \quad m_0 = 1 \text{ V},$$

w – параметр ширины импульса.

Плотность магнитного тока равна

$$\vec{J}^M = (0, J_\varphi^M, 0), \quad J_\varphi^M = J_{\varphi 0}^M \delta(x - L_s) \delta(r - a'), \quad J_{\varphi 0}^M = \frac{V(t)}{2\pi}.$$

Имеют место соотношения:

$$f(x', p) = 2\pi a H_\varphi(a, x', p),$$

$$H_\varphi(r = a, x', p) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{\varphi m}(a, p) \cos(\lambda_m(L_s - L_1)) \cos(\lambda_m(x' - L_1)).$$

Дискретные наборы собственных значений $\{\lambda_m\}_{m=0, \pm 1, \pm 2, \dots}$ определяются видом условий на концах антенны. Например, когда оба конца коротко замкнуты, имеем (а) $\lambda_m = \pi m / L$. В случае, когда левый конец коротко замкнут, а правый изолирован, то (б) $\lambda_m = \pi(m + 0.5) / L$.

В приближении идеально проводящего материала цилиндра имеем:

$$H_{\varphi m}(a, p) = H_{mI}(a, p) + H_{mII}(a, p),$$

где слагаемое $H_{mI}(a, p)$ отвечает однослойному случаю, когда окружающая антенну среда совпадает с веществом изолятора,

$$H_{mI}(a, p) = \frac{Q(p)}{v_1} \frac{H_1^{(1)}(v_1 a)}{H_0^{(1)}(v_1 a)};$$

$$H_{mII}(a, p) = -\frac{Q(p)Ai}{\pi a v_1^2 H_0^{(1)}(v_1 a)} \frac{A_{21}}{[H_0^{(1)}(v_1 a)A_{22} - H_0^{(2)}(v_1 a)A_{21}]}.$$

Здесь обозначено:

$$A_{21} = \frac{S H_0^{(1)}(v_1 b)}{H_0^{(1)}(v_2 b)} - \frac{H_1^{(1)}(v_1 b)}{H_1^{(1)}(v_2 b)}, \quad A_{22} = \frac{S H_0^{(2)}(v_1 b)}{H_0^{(1)}(v_2 b)} - \frac{H_1^{(2)}(v_1 b)}{H_1^{(1)}(v_2 b)},$$

$$Q(p) = J_{\varphi 0}^M p \hat{\varepsilon}_1(p) = \frac{m_0 p^2 \hat{\varepsilon}_1(p) m(p)}{2\pi f_c L},$$

$m(p)$ – преобразование Лапласа функции $m(t)$,

$$v_j = v_{j(m)}(p) = \sqrt{\hat{k}_j^2(p) - \lambda_m^2}, \quad \text{Im } v_j > 0, \quad S = \frac{v_1 \hat{\varepsilon}_2(p)}{v_2 \hat{\varepsilon}_1(p)},$$

$$\hat{\varepsilon}_j(p) = \varepsilon_0 \hat{\varepsilon}_{rj} + \hat{\sigma}_j / p, \quad \hat{k}_j(p) = [-p^2 \hat{\varepsilon}_j(p) \mu_0]^{1/2}, \quad \text{Im } \hat{k}_j > 0.$$

Единицы измерения:

$$[f(x, t)] = 1 A, \quad [H_\varphi] = 1 A/m, \quad [\varepsilon_j(p)] = [\varepsilon_0] = [\sigma] T, \quad [\varepsilon_j \mu_0] = T^2/L^2,$$

$$[p] = [f_c] = 1/T, \quad [k_j] = [v_j] = [\lambda_m] = 1/L, \quad [m_0] = 1V.$$

2.3. Анализ показаний приборов СКИ в околоскважинных пространствах с неоднородной зоной проникновения

На рис.6а,б показана зависимость модуля амплитуды электрического поля от времени на приемной антенне скважинного прибора СКИ для двух типов распределения удельного сопротивления в зоне проникновения фильтра промывочной жидкости: электрические параметры в зоне проникновения плавно уменьшаются (см. рис.6а) от значений в промытой зоне $\varepsilon_{r1} = 20$, $\sigma_1 = 0.05$ См/м до значений $\varepsilon_{r2} = 5$, $\sigma_2 = 0.0125$ См/м в незатронутой части пласта;

или, наоборот, параметры в зоне проникновения плавно увеличиваются (рис.6б) от значений $\varepsilon_{пп} = 5$, $\sigma_{пп} = 0.0125$ См/м до значений $\varepsilon_{п} = 20$, $\sigma_{п} = 0.05$ См/м. Черным цветом показаны линии положительной полярности, а голубым – отрицательной.

На рисунках 6а,б первые три амплитуды наибольшей величины соответствуют боковой волне (про боковые волны см., например, [2,6,8]), распространяющейся от источника в точку приема, тогда как последующие монотонно спадающие амплитуды отвечают отраженному импульсу от неоднородностей в зоне проникновения. Эти отраженные импульсы меняют полярность при повышении электрической проводимости (см. рис.6б), т.к. тангенциальная компонента электрического поля E_x при отражении от более проводящего элемента меняет свою полярность. Кроме того, их амплитуды плавно спадают, что является признаком непрерывного характера изменения электрической проводимости в зоне проникновения.

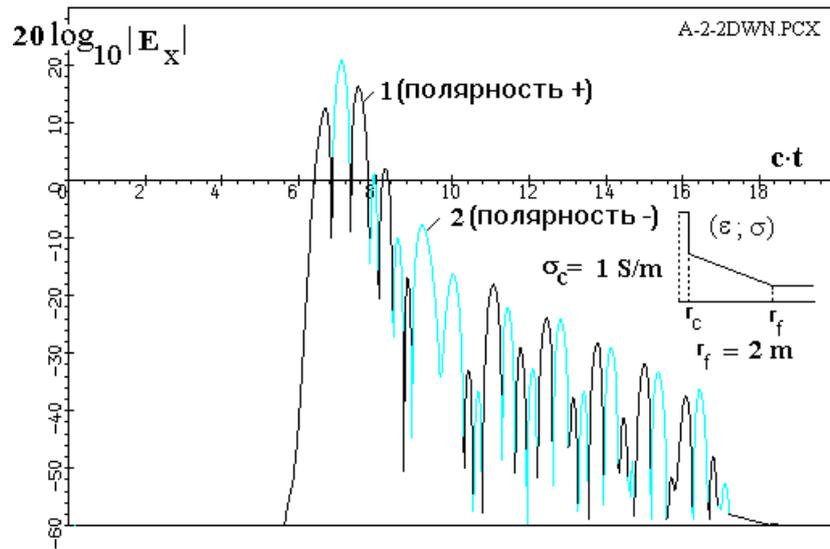


Рис.6а) $\varepsilon_{\text{III}} = 20$, $\sigma_{\text{III}} = 0.05$ См/м (вблизи стенки скважины, $r_c \geq 0.1$ м),
 $\varepsilon_{\text{II}} = 5$, $\sigma_{\text{II}} = 0.0125$ См/м (незатронутый пласт)

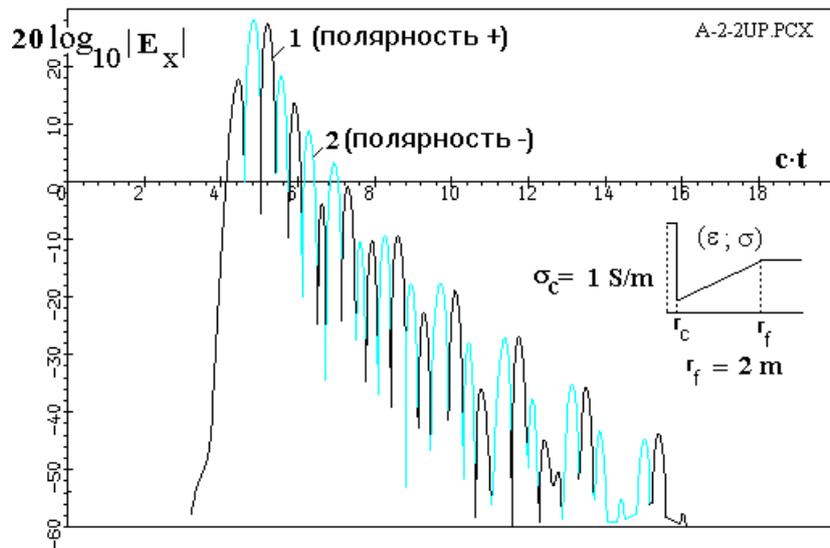


Рис.6б) $\varepsilon_{\text{III}} = 5$, $\sigma_{\text{III}} = 0.0125$ См/м (вблизи стенки скважины, $r_c \geq 0.1$ м),
 $\varepsilon_{\text{II}} = 20$, $\sigma_{\text{II}} = 0.05$ См/м (незатронутый пласт)

Рис.6. Амплитуда электрического поля в зависимости от времени в точке приема на расстоянии $x_M = 1$ м от излучающего диполя, возбуждаемого Гауссовым импульсом ($\tau = 2$, $\beta = 3$), примеры различных вариантов неоднородных зон проникновения фильтрата в окрестности стенки скважины

На рис.7а,б показана зависимость амплитуды электрического поля от времени на приемной антенне скважинного прибора СКИ для двух типов распределения удельного сопротивления в зоне проникновения фильтрата промывочной жидкости. Черным цветом (кривая 1) показано решение при

наличии зоны проникновения (ЗП), а голубым (кривая 2) – без ЗП (однородный пласт с параметрами промытой зоны $\varepsilon_{\text{П}}=20$, $\sigma_{\text{П}}=0.05$ См/м)

Рис.7а отвечает случаю, когда электрические параметры в зоне проникновения фильтрата плавно уменьшаются от значений в промытой зоне $\varepsilon_{r1}=20$, $\sigma_1=0.05$ См/м до значений $\varepsilon_{r2}=5$, $\sigma_2=0.0125$ См/м в незатронутой части пласта.

Рис.7б отвечает случаю проникновению фильтрата в нефтеносный (или газоносный) пласт с электрофизическими параметрами в зоне проникновения, вычисленными на основе применения двухфазной трехкомпонентной теории фильтрации [2], – это соответствуют проникновению с образованием окаймляющей зоны, в которой при $0.66 \text{ м} \leq r \leq 1 \text{ м}$ имеется область скачка с повышенной электропроводностью $\sigma=0.1$ См/м.

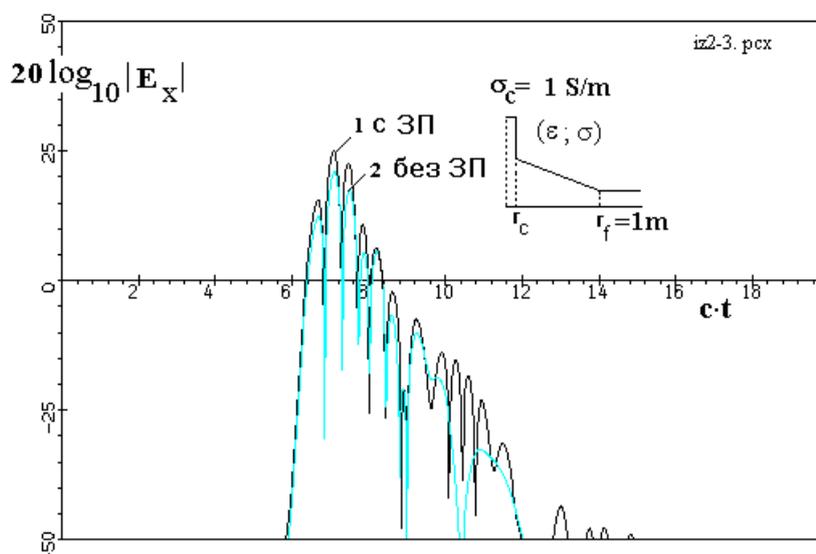


Рис.7а) Неоднородная зона проникновения: $\varepsilon_{\text{ПП}}=20$, $\sigma_{\text{ПП}}=0.05$ См/м (вблизи стенки скважины, $r_c \geq 0.1$ м), $\varepsilon_{\text{П}}=5$, $\sigma_{\text{П}}=0.0125$ См/м (незатронутый пласт)

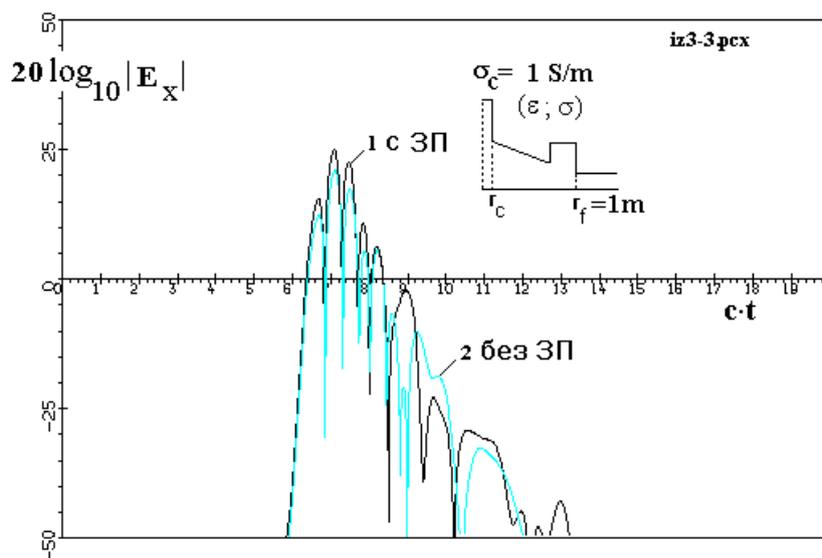


Рис.7б) Те же параметры, что и на рис.7а, но дополнительно имеется окаймляющая зона (ОЗ): $\varepsilon_{\text{ОЗ}} = 10.625 \div 6.875$, $\sigma_{\text{ОЗ}} = 0.1 \text{ См/м}$

Рис.7. Амплитуда электрического поля в зависимости от времени в точке приема на расстоянии $x_M = 1 \text{ м}$ от диполя, возбуждаемого Гауссовым импульсом ($\tau = 2$, $\beta = 3$)

Сравнение волновых полей на рис.7а и рис.7б показывает сильное влияние окаймляющей зоны (ОЗ) на характер волнового поля. Амплитуда волны, отвечающая времени прихода $c \cdot t = 9 \text{ м}$ на приемное устройство, соответствует отражению импульса от скачка ОЗ. Время прихода и амплитуда этой отраженной волны дают расстояние и толщину скачка ОЗ, что позволяет уточнять коллекторские параметры пласта [1,2].

Заключение

Из представленных результатов исследования следует, что приемные антенны скважинного электромагнитного радара (прибора СКИ) регистрируют все проходящие типы волн (боковые, отраженные, преломленные и др.), анализ которых с использованием времени прихода волны данного типа, ее затухания, поляризации позволяет восстанавливать распределение электродинамических параметров неоднородного пространства (т.е. распределение диэлектрической проницаемости и электрической проводимости). Это аналогично методу радиолокации, что позволяет назвать рассматриваемый прибор скважинным радаром. Глубина исследования в радиальном направлении околоскважинного пространства составляет $1 \div 3 \text{ м}$ в скважинах с удельной электропроводностью промысловой жидкости $0.1 \div 10 \text{ См/м}$ (в скважинах с проводимостью промысловой жидкости менее 0.1 См/м применяются приемно-передающие антенны другого типа).

Список литературы

- [1] Popov S. B., Iarmakhov I. G., Dvoretzki P. I. *New Electromagnetic Pulse-Excited Tools for MWD/LWD Measurements* // Proc. 41-st Annual Logging Symposium SPWLA, Dallas, Texas, 2000, June, P. 4–7.
- [2] Дворецкий П. И., Ярмахов И. Г. *Электромагнитные и гидродинамические методы при освоении нефтегазовых месторождений*. – М.: Недра, 1998, - 318с.
- [3] Ярмахов И. Г. *Импульсное (наносекундной длительности) возбуждение металлического цилиндра с тонким покрытием в сильно поглощающих средах*. // Радиотехника и Электроника. - 2004, Том 49, № 4. - С.411-420.
- [4] Попов С. Б., Ярмахов И. Г. *Импульсное возбуждение идеально проводящего цилиндра в радиально слоистой среде с потерями*. // Радиотехника и Электроника. – 2000, Т.45, №1. – С. 39-47.
- [5] Марков Г. Т., Чаплин А. Ф. *Возбуждение электромагнитных волн*. – М.: Энергия, 1967.
- [6] Бреховских Л. М. *Волны в слоистых средах*. Изд.2, М.: Наука, 1973.
- [7] Кинг Р., Смит Г. *Антенны в материальных средах*. В 2-х кн.; Пер. с англ. / Под ред. В. Б. Штейншлейгера. – М.: Мир, 1984.
- [8] Попов С. Б. *Процесс распространения коротких электромагнитных импульсов в слоисто - неоднородных средах*. // Математическое моделирование, 2000, т.12, №2. – С. 84-100.

Оглавление

Введение.....	3
1. Математическое исследование приемно-передающих антенн прибора СКИ.....	8
1.1. Формулировка задачи.....	9
1.2. Плоскостроистая модель антенны.....	14
1.3. Выводы первой части.....	20
2 Математическая формулировка прибора СКИ...../.....	21
2.1 Плоскостроистая модель среды.....	22
2.2 Изображение Лапласа функции источника.....	26
2.3 Анализ показаний приборов СКИ в околоскважинных пространствах с неоднородной зоной проникновения.....	28
Заключение.....	31
Список литературы.....	32