



Боровин Г.К., Голубев Ю.Ф.,  
Грушевский А.В., Корянов В.В.,  
Тучин А.Г.

Полёты в системе Юпитера  
с использованием  
гравитационных манёвров  
около галилеевых спутников

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Полёты в системе Юпитера с использованием гравитационных манёвров около галилеевых спутников / Г.К.Боровин [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2013. № 72. 32 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-72>

**Ордена Ленина**  
**ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ**  
**имени М.В.Келдыша**  
**Российской академии наук**

**Г.К. Боровин, Ю.Ф. Голубев, А.В. Грушевский,**  
**В.В. Корянов, А.Г. Тучин**

**Полёты в системе Юпитера**  
**с использованием гравитационных**  
**манёвров около галилеевых спутников**

**Москва — 2013**

УДК 629.78

**Боровин Г.К., Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Корянов В.В., Тучин А.Г.**

Полёты в системе Юпитера с использованием гравитационных манёвров около галилеевых спутников

Рассмотрены малозатратные туры в системе Юпитера с использованием гравитационных манёвров около её крупных тел. Ограниченные динамические возможности их использования требуют множественных прохождений около них. Очевидна актуальность регулярного построения оптимальных сценариев – последовательностей прохождения небесных тел и выработки условий их исполнения. Данная работа посвящена описанию техники построения таких цепочек. Даются примеры её использования для проработки конкретных вариантов миссии “Лаплас-П”.

**Ключевые слова:** гравитационный маневр, система Юпитера, диаграмма Тиссерана, доза радиации.

**Borovin G.K., Golubev Yu.F., Grushevskii A.V., Koryanov V.V., Tuchin A.G.**

Flights in the Jupiter System Using Gravity Assists near Galilean Satellites

Low-cost tours in the Jupiter system with use of gravitational maneuvers near its larger bodies are considered. Limited dynamic opportunities of their use require multiple passes near them. Relevance of regular creation of optimum scenarios – sequences of passing of celestial bodies and solution of conditions of their execution is obvious. This work is devoted to the description of conditions for creation of such chains. Examples of its use for study of concrete options of mission "Laplace-P" are given.

**Key words:** gravity assist, Jovian system, Tisserand graph, radiation dose.

## Оглавление

Введение.....	3
Специфика миссий к Юпитеру с целью посадки на его спутник.....	4
Модель гравитационного манёвра.....	5
Ресурсы гравитационного маневрирования .....	6
Краткий анализ возможных участников маневрирования в системе Юпитера.....	8
Стратегия построения туров в системе Юпитера. Первая фаза («дебют») .....	9
Стратегия построения туров в системе Юпитера. Предпосылки реализации второй фазы	11
Интеграл Якоби и критерий Тиссерана .....	13
Критерий Тиссерана и «кометные инварианты» системы Юпитера .....	15
Стратегия построения туров в системе Юпитера. Вторая фаза .....	15
Диаграммы Тиссерана-Пуанкаре.....	17
Проблема фазирования .....	18
Результаты расчётов .....	21
Радиационная обстановка в системе Юпитера .....	21
Каскадное маневрирование .....	23
Визуализированный комплекс проектирования .....	25
Третья фаза. Эндшпиль .....	26
Заключение .....	28
Литература .....	28
Приложения .....	31
Специфика космических миссий к системе Юпитера .....	31
Технические особенности реализации космической миссии с посадкой на Ганимед.	31

## Введение

Использование гравитационных маневров около естественных небесных тел позволяет значительно расширить область освоения Солнечной системы при существующем уровне развития космической техники (его началом можно считать советский проект Луна-3 [1]). Дополнительное приращение характеристической скорости, получаемое практически безвозмездно – за счет орбитальной энергии планет или их спутников – создает возможность существенной экономии ресурсов для полетов к планетам-гигантам, и, в первую очередь – к системам Юпитера и Сатурна [2]. В первых космических миссиях подобного рода (Пионер-10, Вояджер-1) выбранная планета-мишень использовалась в качестве катапульты для нового разгона корабля. Впоследствии были использованы более “изошренные” сценарии, использующие не только разгонные гравитационные маневры, но и симметричные им – тормозные, с целью “высадки” в выбранную спутниковую систему с минимальной величиной тормозного импульса (Галилео, Кассини). В этих случаях, наряду с выбором “окон старта” от Земли, появилась необходимость комбинационного маневрирования с соответствующими сценариями и схемами гравитационных маневров. Перспективные космические миссии (проект Роскосмоса “Лаплас-П” при возможной кооперации с проектом ESA JUICE [3-6]), предусматривающие посадку на один из спутников-лун Юпитера, будут еще более комбинированными. Это вызвано тем, что необходимые пролет, облет и посадка на спутник подразумевают трехкратное уменьшение скорости прибытия космического аппарата, которое, при наличии современных ограничений на расход топлива, можно обеспечить только с помощью гравитационных маневров около галилеевых спутников Юпитера: Ио, Европа, Ганимед, Каллисто. При этом ограниченные динамические возможности использования лун для гравитационных маневров требуют проведения десятков проходов около них. Становится очевидной актуальность создания регулярной процедуры построения оптимальных сценариев – расписаний прохождения соответствующих небесных тел и выработки условий исполнения этих расписаний. Данная работа посвящена описанию методики построения таких расписаний [7,8]. Даются примеры ее использования для проработки конкретных вариантов миссии “Лаплас”.

Авторы признательны С.М.Лаврену за полезные обсуждения и рекомендации и Д.А.Тучину за предоставленный для проведения массового счёта комплекс ESTK, адаптированный под задачи проектирования миссии к Юпитеру.

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы-22 Президиума РАН «Фундаментальные проблемы исследований и освоения Солнечной системы».

## Специфика миссий к Юпитеру с целью посадки на его спутник

Перелёт к системе Юпитера может быть осуществлен различными способами, в том числе и с использованием гравитационных маневров [2,4,6]. Один из наиболее эффективных вариантов – маршрут VEEGA (Venus-Earth-Earth-Venus Gravity Assist). В частности, такой вариант в качестве опорной траектории предполагается использовать для миссии ESA JUICE к Юпитеру с целью выхода на орбиту искусственного спутника Ганимеда [5]. Перелёт должен занять в среднем шесть лет.

В данной работе представлена техника баллистического проектирования космической миссии, предполагающей сближение с Ганимедом и посадку на него после завершения межпланетного полета к Юпитеру, когда космический аппарат (КА) окажется в сфере действия Юпитера.

В первом приближении в юпитерианской системе координат гелиоцентрическая траектория КА будет пролетной гиперболой. Для того, чтобы выйти на орбиту искусственного спутника Юпитера, необходим тормозной импульс (**JOI**- Jovian Orbit Insertion). После него КА выходит на сильно вытянутую эллиптическую околоюпитерианскую орбиту.

Тормозной импульс **JOI** может быть осуществлен в перицентре пролетной гиперболы, как перед, так и после проведения гравитационного маневра около одного из спутников Юпитера. Проведение гравитационного маневра непосредственно по прибытии с межпланетного участка хотя и более экономично, но достаточно жестко привязано к времени прибытия в систему.

Для обеспечения большей гибкости и устойчивости миссии предпочтительней проработка юпитерианских туров, начинающихся именно с **JOI**. Особенность выполнения манёвра торможения **JOI** состоит в том, что он должен обеспечить последующую встречу КА со спутником Юпитера (Ганимедом) и такой пролёт КА в его сфере действия, при котором произойдет уменьшение периода и орбитальной скорости КА.

После выхода на сильно вытянутую эллиптическую орбиту искусственного спутника Юпитера должна быть реализована схема выполнения гравитационных манёвров с использованием полей тяготения галилеевых спутников, состоящая из двух этапов. На **первом этапе** уменьшается орбитальная скорость и понижается орбитальный период КА до величин порядка нескольких орбитальных периодов Ганимеда (приблизительно 7.155 суток). Тем самым, с одной стороны, регулируется общая продолжительность миссии, с другой стороны, обеспечиваются частые пролёты мимо естественных спутников Юпитера с целью совершения около них многократных гравитационных манёвров.

На **втором этапе** производится редукция орбитальной скорости КА до величины, сопоставимой с орбитальной скоростью Ганимеда, чтобы совершить посадку КА на этот спутник.

Перед каждым пролётом спутника Юпитера, в результате которого осуществляется гравитационный манёвр, должна быть предусмотрена коррекция траектории КА, которая должна обеспечить заданные параметры пролёта этого спутника Юпитера. Затраты характеристической скорости на такие коррекции не должны в среднем превышать 15 м/с в расчёте на одну коррекцию. Такие коррекции могут совмещаться с манёврами подъёма перийовия. Отметим, что существуют альтернативные варианты подъёмов перийовия, о которых будет сказано ниже.

Резюмируя, выделим основные фазы юпитерианской части космической миссии, реализующей посадку на спутник Юпитера Ганимед.

1. Выход КА с пролётной гиперболы на сильно вытянутую эллиптическую орбиту около Юпитера с помощью JOI.

2. Фаза уменьшения периода обращения КА и уменьшения его большой полуоси с помощью начальной серии “длинных и укорачивающихся” гравитационных маневров.

3. Фаза сближения со спутником Юпитера-мишенью (например, с Ганимедом). Необходимо сблизить орбитальные скорости КА и мишени и, учитывая существенную вытянутость участков движения КА между отражениями и близость орбиты спутника-мишени к круговой, понизить эксцентриситет орбиты КА серией “укороченных” гравитационных маневров.

4. Проведение фазирования КА с Ганимедом.

5. Выполнение манёвра торможения GOI (Ganymede Orbit Insertion), обеспечивающего выход на орбиту искусственного спутника Ганимеда.

6. Выполнение серии манёвров, обеспечивающих формирование предпосадочной орбиты.

7. Включение автономной системы посадки на Ганимед.

### **Модель гравитационного манёвра**

Часто используемый для расчета гравитационного маневра [9] метод склеенных конических сечений РС (Patched Conics) представляет траектории небесного тела пренебрежимо малой массы (в нашем случае – КА) в кусочно-кеплеровом виде с изломами в местах проведения гравитационных маневров. Области проведения маневров (от входа в сферу действия второго гравитирующего тела до выхода из нее) считаются ничтожными по сравнению с участками кеплерового движения около центрального тела и заменяются точками склейки.

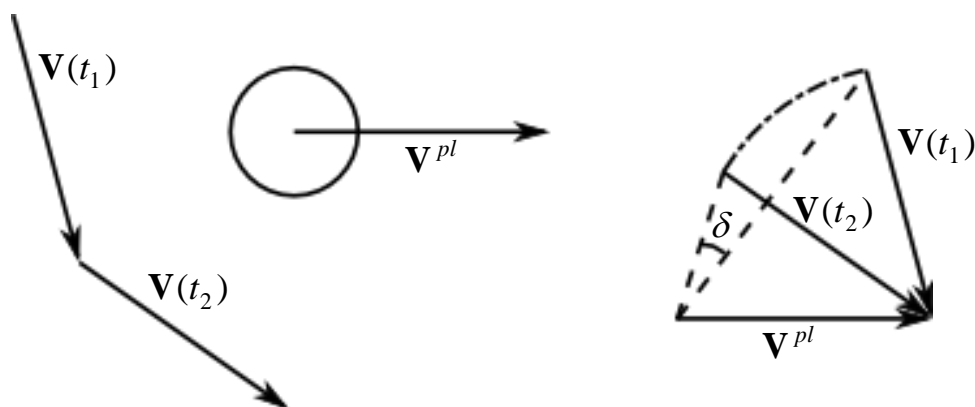
Угол «излома»  $\delta$  определяется «внутренней геометрией» точки склейки, исходя из угла раствора «запакованной в этой точке» пролётной гиперболы относительно пролётного небесного тела. Модуль вектора скорости КА относительно спутника при этом не меняется.

Изменение скорости КА  $\mathbf{V}(t)$  относительно центрального тела равно [9]:

$$\Delta \mathbf{V} = \mathbf{V}(t_2) - \mathbf{V}(t_1), \quad (1)$$

$$\Delta V = \|\Delta \mathbf{V}\| = 2v_\infty \sin \delta = \frac{2v_\infty \mu}{\mu + r_p v_\infty^2}, \quad (2)$$

где  $\mu$  – гравитационный параметр пролётного тела,  $v_\infty$  – асимптотическая скорость КА относительно него,  $r_p$  – высота перицентра пролётной гиперболы КА.



**Рис. 1.** Геометрия гравитационного манёвра

В зависимости от способа прохождения КА около пролётного тела гравитационные манёвры (GA – Gravity Assists) могут быть разгонными (Increase  $v_\infty$  GA) или редуционными (Decrease  $v_\infty$  GA).

Нетрудно видеть, что величина асимптотической скорости связана со скоростью планеты  $V^{pl}$  и скоростью прилёта КА  $V(t_1)$  соотношением [9]:

$$v_\infty = \left[ V(t_1)^2 + (V^{pl})^2 - 2V(t_1)V^{pl} \cos \delta \right]^{1/2}. \quad (3)$$

В случае пространственного 3D-манёвра (Pumping Gravity Assist) предельное изменение наклона  $i$  плоскости орбиты КА после однократного пролёта, можно записать как

$$\sin \Delta i = \frac{v_\infty \sin 2\delta}{V^{pl}} = \frac{v_\infty}{V^{pl}}, \quad v_\infty < V^{pl} \quad (4)$$

### Ресурсы гравитационного маневрирования

Можно показать [9], что максимальное изменение модуля скорости  $\Delta V_{\max}$  достигается при

$$v_\infty = \left( \frac{\mu}{r^{pl}} \right)^{1/2}, \quad (5)$$

и добавка к гиперболической скорости по модулю не может превышать первой космической скорости планеты:

$$\Delta V_{\max} = \left( \frac{\mu}{r^{pl}} \right)^{1/2}. \quad (6)$$

Здесь  $r^{pl}$  – радиус планеты.

В табл. 1 представлены ресурсы гравитационного маневрирования при пролетах сфер действия планет и крупных карликовых планет Солнечной системы, которую, по сравнению с [9,10] авторы дополнили и уточнили согласно новейшим данным космических наблюдений [11-13].

При переходе к модельным безразмерным величинам, гравитационное маневрирование КА около любого небесного тела будет определяться модельным коэффициентом нормализованной скорости КА  $\chi = \frac{V}{V^{pl}}$ . Следовательно, интенсивность любого гравитационного манёвра будет описываться безразмерным параметром  $\chi_{\text{mod}} = \frac{\Delta V_{\max}}{V^{pl}}$ , и чем он больше, тем большей становится возможная деформация пучка динамически допустимых фазовых траекторий КА на манёвре. Соответствующие значения  $\chi_{\text{mod}}$  также приведены в табл. 1.

**Таблица 1**

*Максимально возможные вариации скорости КА при пролёте крупных небесных тел Солнечной системы*

Планета	Вариация скорости $\Delta V_{\max}$ , км/с	$\chi_{\text{mod}} = \frac{\Delta V_{\max}}{V^{pl}}$	Центральное тело
Меркурий	3.005	0.063	Солнце
Венера	7.326	0.209	Солнце
Земля	7.912	0.265	Солнце
Марс	3.557	0.147	Солнце
Церера	0.101	0.056	Солнце
Юпитер	42.57	3.257	Солнце
Сатурн	25.52	2.634	Солнце
Уран	15.12	2.22	Солнце
Нептун	16.67	3.07	Солнце
Плутон	0.85	0.18	Солнце
Хаумеа	1.16	0.26	Солнце
Макемаке	1.11	0.25	Солнце
Эрида	1.09	0.3	Солнце
Луна	1.680	1.6	Земля
Ио	1.809	0.1	Юпитер
Европа	1.433	0.1	Юпитер
Ганимед	1.949	0.17	Юпитер
Каллисто	1.725	0.21	Юпитер
Титан	1.867	0.3	Сатурн



## **Краткий анализ возможных участников маневрирования в системе Юпитера**

Претендентами на партнёрство с КА по гравитационному маневрированию в системе Юпитера являются четыре его наиболее крупных спутника – галилеевы луны: Ио, Европа, Ганимед, Каллисто.

*Ио.* Миссия «Галилео» использовала для маневрирования все четыре луны Юпитера, но была чрезвычайно радиационно неблагоприятной. При прохождении Ио часть научной аппаратуры вышла из строя. Суммарная доза радиации превысила к 2004 г. величины порядка 650 krad. Учитывая тот факт, что современные миссии ESA и Роскосмоса [5,6], находящиеся в разработке, планируются в более щадящих радиационных режимах (суммарная доза порядка 100-260 krad), что требует более легкой защиты корпуса аппарата и исключает пролеты КА ниже орбиты Европы, Ио можно было бы исключить из стартового состава игроков. Однако специалистами NASA из Jet Propulsion Laboratory прорабатываются, в частности, иные, “бронетанковые” подходы к решению проблемы радиационной опасности около Юпитерианских ближних лун. В частности, тур к Европе [14] строится жестким образом, практически с открытой датой прекращения миссии по факту выхода из строя научной аппаратуры, при этом в планах миссии допускаются более низкие перийовии и, соответственно, более высокие радиационные дозы от 80 Krad для 1000 mm Al до **2.1 Mrad** для **100 mm Al**.

*Европа.* Актуальность сценариев пролета спутника Юпитера Европы и сближения с ней вплоть до выхода на орбиту около Европы [3-6] (и, в принципе, посадки на ее поверхность) весьма высока. Именно Европа является одной из наиболее притягательных для изучения целей (в первую очередь из-за наличия у нее океана, покрытого льдом, который разогревается юпитерианскими приливами). Европа, уступая по размерам Луне, является, все же, шестым по величине естественным спутником Солнечной системы. Соответственно, гравитационные маневры около Европы так же теоретически достаточно эффективны (табл. 1). Однако, как и в случае с Ио, высокий уровень радиационной опасности около Европы чрезвычайно усложняет реализацию подобных сценариев. Укажем, что миссия ESA JUICE предполагает двукратный пролет Европы, и получаемая только на этой фазе доза радиации составит величину порядка 200 krad при защите корпуса КА 10 mm Al. Посадка на Европу дает величину радиации в разы больше и не может рассматриваться в ближайшем будущем. При проектировании миссий с суммарной дозой ниже 150-250 krad и защитой в пределах 10 mm Al Европу так же следует исключить из состава игроков, что значительно обедняет и – усложняет синтез допустимых сценариев.

*Ганимед.* Спутник Юпитера Ганимед является крупнейшим спутником в Солнечной системе. Интерес к исследованию этого гиганта чрезвычайно высок, как и в случае с Европой.

Разработка космических миссий, предусматривающих сближение с Ганимедом и посадку на его поверхность, является приоритетным направлением исследований ESA и Роскосмоса. С одной стороны, посадка на Ганимед будет проходить в условиях умеренно щадящей радиационной обстановки около него. С другой стороны, гравитационный параметр Ганимеда  $9887.8 \text{ км}^3/\text{с}^2$  делает посадку с орбиты более сложной, чем в случае Европы.

*Каллисто.* Гравитационное маневрирование около Каллисто весьма эффективно как само по себе, так и в качестве альтернативы, в случае невозможности проводить манёвры около других спутников (исходя из фазовой конфигурации системы, радиационной опасности и т.д.).

Посадка на спутник Юпитера Каллисто также имеет перспективу. Щадящие радиационные условия около неё позволили бы запустить к ней космический корабль, облегчённый за счёт радиационной защиты его корпуса (предельная допустимая суммарная радиационная доза до 150 Крад).

## **Стратегия построения туров в системе Юпитера.**

### **Первая фаза («дебют»)**

Каждая приемлемая цепочка гравитационных манёвров предполагает сохранение темпа, квазибаллистичности полёта КА от одного сближения к другому практически инерционно, с минимальными затратами топлива, используя в качестве механизма нацеливания характеристики вылета из предшествующего манёвра. Эта рекуррентная малая энергозатратность синтезируемой цепочки может оборваться в случае попадания «в тупик» при отсутствии хотя бы одной достигаемой цели на выходе из текущего гравитационного манёвра. К корректно построенному сценарию предъявляется требование своевременных поставок текущих целей для КА.

Технология обеспечения «поставок» последующих целей на начальной фазе планетарной миссии является достаточно прозрачной. Она состоит в решении стартовой задачи Ламберта [9] из условия попадания КА к Ганимеду после выполнения ЮИ и реализации последующей серии решений задач Ламберта таких, чтобы орбитальный период КА на выходе из зоны очередного гравитационного манёвра был кратен орбитальному периоду выбранного спутника-партнера маневрирования. Сформированная таким образом резонансность периодов обеспечит новую встречу с партнером через некоторое время в некоторой окрестности истинной аномалии последней встречи. Для этого непосредственно перед предстоящим совершением заготовленного гравитационного манёвра достаточно проводить малозатратную уточняющую коррекцию, регулирующую высоту пролета над спутником-мишенью. Проведение коррекций привязано, обычно, к

окрестности одного из заключительных перед сближением перигелиев орбиты.

*Уточняющая коррекция решения задачи Ламберта методом параметризации пролётной дальности спутника-мишени*

Для уточнения импульса коррекции из условия пролета спутника-цели на заданной высоте используется интегрирование уравнений движения КА в системе Юпитера с учетом гравитации его естественных спутников [15,16]. Поиск импульса коррекции осуществляется в три этапа.

На *первом шаге* импульс находится из условия минимизации функционала, представляющего собой разность между заданным значением расстояния перицентра пролетной гиперболы и реализуемым вследствие импульса его значением. Минимум ищется при условии, что на момент прохождения КА минимального расстояния на пролетной гиперболе расстояние от КА до барицентра системы Юпитера больше, чем расстояние от спутника-мишени до барицентра. Это условие обеспечивает пролет с внешней стороны орбиты спутника, что соответствует торможению КА вследствие гравитационного маневра. При пролете с внутренней стороны скорость КА будет увеличиваться. Минимум ищется комбинированным методом с использованием градиентного метода и метода покоординатного спуска [15,16]. Для этого при расчете градиента определяются разрешенные направления. Направление считается разрешенным, если при вариации компоненты вектора скорости в данном направлении выполняется условие по барицентру. Если все направления разрешены, используется градиентный метод с регулируемым шагом. Если имеются запрещенные направления, выбирается движение по наиболее эффективной координате.

На *втором шаге* назначается коэффициент кратности как минимальное целое число большее, чем отношение орбитального периода КА к орбитальному периоду Ганимеда. Целевое значение периода КА после гравитационного маневра полагается равным произведению коэффициента кратности и орбитального периода Ганимеда.

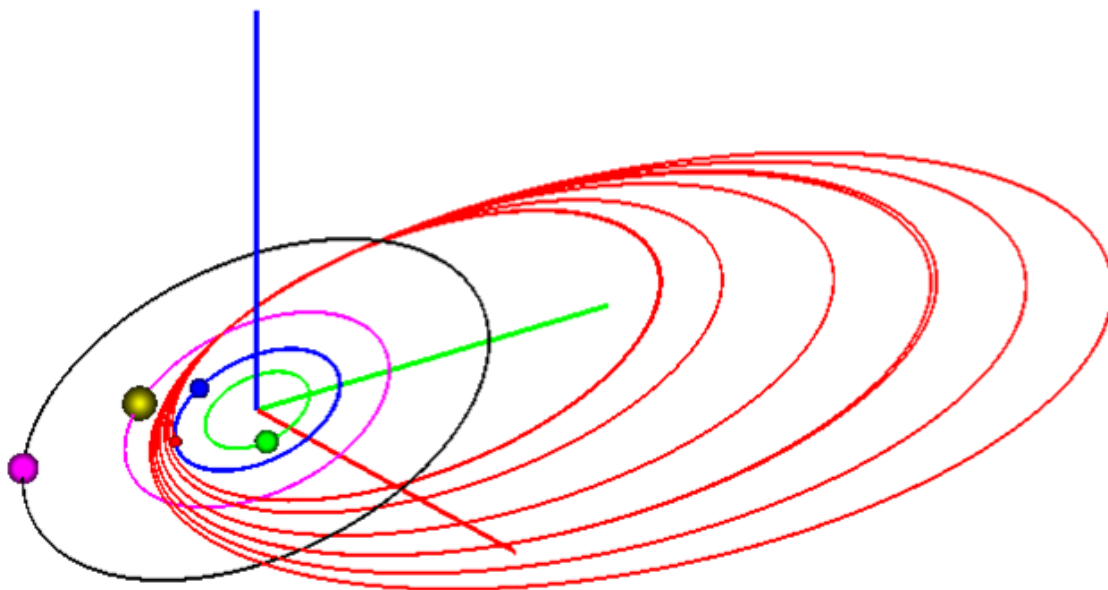
На *третьем шаге* импульс уточняется из условия минимизации функционала, представляющего собой разность между целевым значением периода и его фактическим значением. Также как и при поиске пролета на заданной высоте минимум ищется при условии, обеспечивающем пролет с внешней стороны орбиты спутника.

В случае проведения пространственных (3D) манёвров, оказывается необходимым дополнительно ввести *параметризацию по боковой дальности пролёта*. Двумерная параметризация высоты пролёта позволяет проектировать как разгонно-редукционные по скорости манёвры PGA («Pumping Gravity Assists»), так и манёвры по изменению наклона орбиты КА CGA («Cranking Gravity Assists»).

Расчёт **первой фазы («дебюта»)** выполняется авторами для гибко заданных условий прибытия КА в систему Юпитера по уточнённым эфемеридам Солнечной системы и системы Юпитера NAIF JPL NASA, с

использованием программного комплекса ESTK БЦ ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

На рис. 2 представлена типовая траектория КА на первой фазе.



**Рис. 2.** Первая фаза миссии в системе Юпитера («дебют»)

Реализованная последовательность понижающихся периодов КА записывается в периодах Ганимеда как  $6 \rightarrow 5 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 2.5 \rightarrow 2$ .

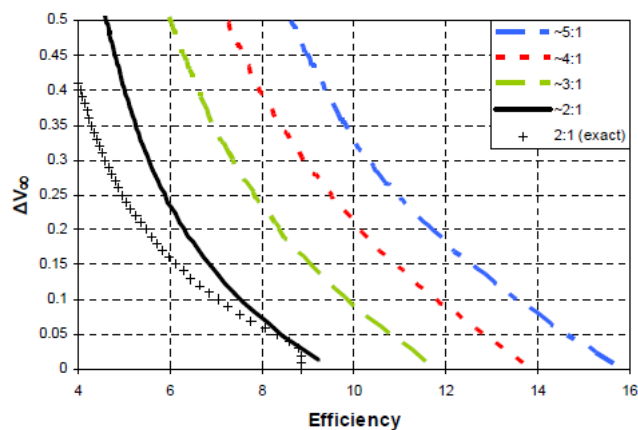
Периодии орбиты, хоть и локализованы по истинной аномалии, тем не менее дрейфуют от одного маневра к другому. Фиксация линии апсид орбиты КА априори, применяемая при поиске сценариев миссий в ряде модельных работ, приводит к утере реального движения КА при попытке подключить реально наблюдаемые эфемериды небесных тел системы Юпитера вместо использования кеплеровых траекторий. Траектории разрушаются при малых вариациях параметров. Аналогичная картина наблюдается при использовании метода склеенных конических сечений [9,17,18], заменяющего область гравитационного маневра точкой отражения, что является в этом смысле характерным примером.

## **Стратегия построения туров в системе Юпитера.**

### **Предпосылки реализации второй фазы**

Вышеописанная конструкция гравитационного маневрирования не может эффективно репродуцироваться до бесконечности по ряду причин.

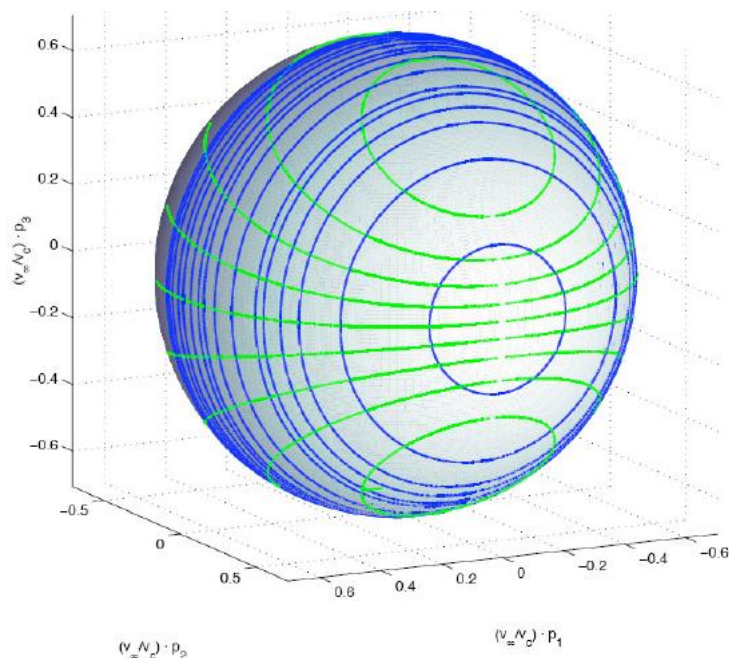
**Первая** причина состоит в потере эффективности гравитационных манёвров по мере желаемого уменьшения асимптотической скорости КА относительно спутника при возрастании затрат характеристической скорости на их проведение [17].



**Рис. 3.** Эффективность энергозатрат при выполнении гравитационных манёвров [17]

Аналізу проблеми ендшпіля з одним партнёром посвящен ряд сучасних досліджень NASA і ESA. Укажемо на дуже детальний огляд, представлений в дисертації R. Woolley [17].

**Вторая,** більш глибока причина обумовлена властивостями траєкторій обмеженої задачі трьох тіл. Вони мають в разі малобюджетних корекцій при здійсненні гравітаційних маневрів біля супутника-мишені своїм інваріантом величину інтеграла Якобі (і параметра Тиссерана), і відповідно інваріантну величину асимптотическої швидкості  $V_\infty$  [17,20,21], яка зберігається при проведенні серії будь-яких резонансних гравітаційних маневрів.



**Рис. 4.** Псевдосфера ( $V_\infty$  – Globe) всіх можливих постпролётних векторів  $V_\infty$  [22]. Нанесені лінії – ізолінії резонансних швидкостей і нахилень

В варианте 3D всевозможные значения  $V_\infty$  также не являются свободными и лежат на инвариантной поверхности – псевдосфере « $V_\infty$ -Globe» [22] (рис.4).

Результатом является тот факт, что без значительных дополнительных затрат характеристической скорости КА не только не сможет приблизиться к спутнику-цели, но и неминуемо скатится по изолинии асимптотической скорости в «зоны смерти» – области с низкими перийовиями и запредельными уровнями радиации  $XR$ -зоны (Extra Radiation).

Остановимся на указанных обстоятельствах подробнее.

### Интеграл Якоби и критерий Тиссерана

Интеграл Якоби для ограниченной задачи трёх тел (центральное тело – «Юпитер» с гравитационным параметром  $\mu_1$ , малое тело – естественный спутник («луна») с гравитационным параметром  $\mu_2 \ll \mu_1$  и третье тело бесконечно малой массы – КА) запишется во вращающейся барицентрической системе координат  $BXYZ$  как удвоенная разность потенциальной  $U$  и кинетической энергии  $V^2/2$  рассматриваемой механической системы, где  $V$  – скорость КА во вращающейся системе координат [17, 20]:

$$J = 2U - V^2 = (X^2 + Y^2) + 2\frac{1-\mu}{R_1} + 2\frac{\mu}{R_2} + (1-\mu)\mu - V^2, \quad (7)$$

$$\mu = \frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} \ll 1. \quad (8)$$

Здесь ось  $BX$  содержит основное и малое тело, ось  $BZ$  – орт к оси  $BX$  в плоскости орбиты малого тела, ось  $BZ$  дополняет их до положительно ориентированного репера.

В инерциальной системе координат  $Oxyz$ , связанной с основным телом, будет выполнено

$$V^2 = (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + \dot{Z}^2) = v^2 + (x^2 + y^2) - 2h\cos i$$

$$J = ((x - \mu)^2 + y^2) + 2\frac{1-\mu}{R_1} + 2\frac{\mu}{R_2} + (1-\mu)\mu - v^2 - R_1^2 + 2h\cos i, \quad (9)$$

где  $i$  – наклонение орбиты КА,  $v^2 = \dot{X}^2 + \dot{Y}^2$ ,  $h$  – константа интеграла площадей.

Используя соотношение для энергии и уравнение углового момента относительно оси  $Z$

$$v^2 = \frac{2(1-\mu)}{R_1} - \frac{1-\mu}{a},$$

$$h = \sqrt{(1-\mu)a(1-e^2)}, \quad (10)$$

можно получить интеграл Якоби

$$J = \frac{1-\mu}{a} + 2\sqrt{a(1-e^2)(1-\mu)} \cos i + 2\frac{\mu}{R_2} - 2x\mu + \mu^2 + (1-\mu)\mu. \quad (11)$$

Формула (11) является нашим исправлением формулы (A17) в весьма обстоятельной работе [21], в которой, как и в формуле (A9), отсюда же, допущены ошибки, никак, впрочем, не влияющие на верность последующих выкладок.

В работах, на неё ссылающихся: [23,24], так же репродуцированы описки (формулы (7) и (3) соответственно): пропущена степень два у скорости в записи интеграла Якоби. Ситуация, отмеченная авторами, не нова: формулы ограниченной задачи трех тел корректируются со времен Пуанкаре [25,26].

При предельном переходе  $\mu \rightarrow 0$  и предположении, что  $R_2$  не является малым, получим локальную эквивалентность интеграла Якоби  $J$  и параметра Тиссерана  $T$  [27]:

$$J \simeq \frac{1}{a} + 2\sqrt{a(1-e^2)} \cos i = T \quad (12)$$

В частности, для орбиты с нулевым наклонением можно записать

$$J \simeq T = \frac{1}{a} + 2\sqrt{a(1-e^2)} = \frac{2}{r_a + r_p} + 2\sqrt{\frac{2r_a r_p}{r_a + r_p}} \quad (13)$$

Обратимся к конфигурации пролёта КА около спутника Юпитера («луны»). В рамках метода конических сечений при гравитационном манёвре КА выполняется соотношение

$$V_\infty^2 = V^2 + V_{\text{sat}}^2 - 2V_{\text{sat}} V \cos \gamma \cos i, \quad (14)$$

где  $\gamma$  – угол раствора пролётной гиперболы КА.

В безразмерном виде, нормализованном по орбитальной скорости спутника Юпитера  $V_{\text{sat}}$ ,  $v_\infty = V_\infty / V_{\text{sat}}$ ,  $V_{\text{sat}}^2 = \frac{1-\mu}{(\omega R)^2}$ ,  $\omega = \sqrt{\frac{\mu_1 + \mu_2}{R^3}}$  соотношение (14) запишется как:

$$v_\infty^2 = v^2 + 1 - 2v \cos \gamma \cos i \quad (15)$$

Тогда с использованием соотношения  $-\frac{1}{2a} = \frac{1}{2}v^2 - 1$  можно получить

$$\frac{1}{a} = 2 - v_\infty^2 + 1 - 2h \cos i, \quad h = v \cos \gamma \quad (16)$$

откуда немедленно следует связь константы Якоби и параметра Тиссерана с асимптотической скоростью:

$$J \simeq T = 3(1-\mu) - v_\infty^2 \simeq 3 - v_\infty^2, \quad (17)$$

В размерных (dimensional) единицах константа Якоби  $J_{\text{dim}}$  и размерное значение параметра Тиссерана  $T_{\text{dim}}$  запишутся как

$$J_{\text{dim}} \simeq T_{\text{dim}} \simeq 3V_{\text{sat}}^2 - V_\infty^2 \quad (18)$$

Таким образом, параметр Тиссерана является связующим звеном моделей движения задачи двух тел и ограниченной задачи трёх тел [17]: поскольку при гравитационном манёвре не меняется константа Якоби задачи трёх тел, постольку сохраняется и асимптотическая скорость на пролётной гиперболической орбите в задаче Кеплера для этого же манёвра.

### Критерий Тиссерана и «кометные инварианты» системы Юпитера

Как известно, условие Тиссерана для системы Солнце-Юпитер-малое тело записывается в единицах **аи** (а.е.) ( $1 \text{ аи} = r_{oE} = 149\,597\,870.7 \text{ км}$ ,  $r_{oE}$  – средний радиус орбиты Земли), как *инвариант кометы* [28]

$$T_{H-J}^{ai} = \Gamma \approx \frac{1}{(a/r_{oE})} + 0.16860\sqrt{(a/r_{oE})(1-e^2)} \cos i \quad (19)$$

Для системы Юпитера локальные модельные “инварианты кометы” в случае пролёта КА через сферы действия крупных спутников со средними радиусами орбит  $r_{o-sat}$  можно записать через размерное значение большой полуоси КА  $a_{dim}$

$$T \approx \frac{1}{(a_{dim}/r_{o-sat})} + 2\sqrt{(a_{dim}/r_{o-sat})(1-e^2)} \cos i \quad (20)$$

Их также удобно записать аналогами классического инварианта кометы в местных, «Юпитерианских астрономических единицах» **ю.а.е.**, приняв за 1 **жау** величину среднего радиуса орбиты *третьего* спутника Юпитера – Ганимеда  $r_{o\gamma}$  ( $1 \text{ жау} = r_{o\gamma} = 1\,070\,400 \text{ км}$ ,  $1 \text{ жау} \approx 14.97 R_J$ , в средних радиусах Юпитера  $R_J$ ),

$$a = a_{dim}/r_{o\gamma},$$

$$T_{J-i}^{dim} = \Gamma_i \approx \frac{1}{a} + 8.09092\sqrt{a(1-e^2)} \cos i \text{ – инвариант КА, при пролёте Ио,}$$

$$T_{J-\varepsilon}^{dim} = \Gamma_\varepsilon \approx \frac{1}{a} + 4.03053\sqrt{a(1-e^2)} \cos i \text{ – для Европы,}$$

$$T_{J-\gamma}^{dim} = \Gamma_\gamma \approx \frac{1}{a} + 2\sqrt{a(1-e^2)} \cos i \text{ – для Ганимеда,} \quad (21)$$

$$T_{J-c}^{dim} = \Gamma_c \approx \frac{1}{a} + 0.85739\sqrt{a(1-e^2)} \cos i \text{ – для Каллисто.}$$

Таким образом, при совершении КА гравитационного манёвра со спутником Юпитера фиксируется «юпитерианский кометный инвариант» именно этого спутника.

### Стратегия построения туров в системе Юпитера.

#### Вторая фаза

Стратегии построения цепочек гравитационных манёвров активно разрабатываются специалистами NASA и ESA. Тем не менее, технология



построения редуционных серий по асимптотической скорости (относительно спутника-цели) явным образом не выделяется. Как правило, описаны только результаты. Однако именно формализация алгоритма редукиции асимптотической скорости является необходимым элементом построения гибкой математической модели выхода на орбиту около спутника и посадки на его поверхность.

После уменьшения орбитального периода КА нужно переходить к этапу редукиции асимптотической скорости («миттельшпиль»). Это невозможно реализовать гравитационными манёврами около одного и того же небесного тела. Этот этап может проводиться по нескольким направлениям, различающимся комплексной многокритериальной «ценой» – затратами характеристической скорости, длительностью выполнения манёвров, полученной радиационной дозой. В любом случае для отхода от зоны XR-радиации необходим подъём перигелия орбиты КА. Делать это стандартным способом – коррекциями в апоцентре (стоимостью 50-100 м/с) – придётся практически перед каждым гравитационным манёвром, что весьма энергозатратно.

Однако есть более экономный выход из этой ситуации. Он состоит во временном отходе от концепции ламбертового конструирования резонансных по периоду пролетов спутника, обеспечивающих новую встречу с ним. Можно попытаться малозатратными методами подключить других игроков из системы Юпитера, сделав “пересадку на другую линию инварианта кометы”. Естественным образом отсюда вытекает необходимость разработки техники проведения перекрестных – “косых” маневров, когда, после совершения маневра с одним спутником, КА попадает на трассу к маневру с другим партнером. Прямыми методами, аналогичными построению резонансных по орбитальному периоду выходов из гравитационного маневра, обеспечить такое условие не удастся.

Анализ таблицы событий (Jovian Tour Overview) проектируемой миссии к Ганимеду «JUICE» ESA [5] показывает, что её разработчики следуют аналогичным путем.

В таблице можно фрагментировать комбинации гравитационных манёвров G5---C11-G12, G12---C24-G25, G25---C29-G30, служащие звеньями в механизме редукиции асимптотической скорости КА относительно спутника-цели Ганимеда.

Включение в сценарий орбитального тура перекрестных редуционных по скорости гравитационных манёвров производилось и в миссии NASA «Galileo» [29]. При этом технология расчёта трассы КА предполагала привлечение большого числа специалистов по перебору возможных ситуаций и рисованию многочисленных так называемых Porkchop Plots с нанесением на них изолиний асимптотической скорости для всех возможных участников гравитационного манёвра.

## Диаграммы Тиссерана-Пуанкаре

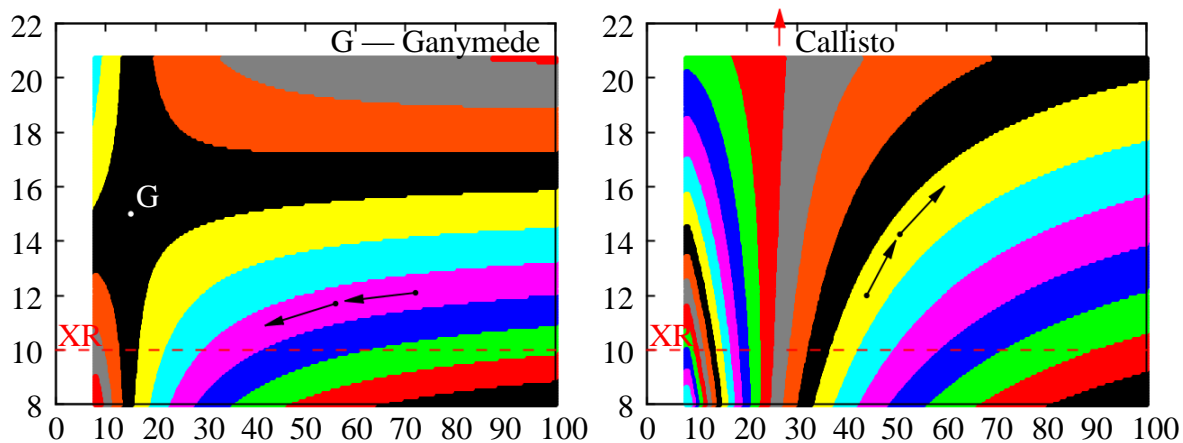
Проектирование подобных миссий в последнее время использует новые подходы. В первую очередь это связано с введением так называемых диаграмм Тиссерана (диаграмм Тиссерана-Пуанкаре) – «T-P graphs» [30, 31].

В первоначальном варианте по оси ординат наносилась орбитальная высота перицентра КА, по оси абсцисс – величина его орбитального периода [30]. В силу описанной выше энергетической инвариантности, положение КА после проведения произвольного гравитационного манёвра со спутником будет лежать на некоторой кривой диаграммы Тиссерана-Пуанкаре. Эта кривая, в частности, будет являться изолинией асимптотической скорости КА, при пролёте этого спутника (будем называть её *изоинфиной* – от английского термина V-infinity). Характеристики орбиты КА будут изображаться на T-P графе некоторой точкой (заметим, что её наклонение близко к нулю, долгота восходящего узла является неопределённым параметром, а аргумент перицентра определяется пролётной гиперболой). Можно проектировать цепочку гравитационных манёвров со спутником как последовательность точек на изоинфине. Она строится по начальным условиям входа в систему Юпитера. Движение по изоинфине позволяет снизить эксцентриситет орбиты КА и его орбитальный период, но не позволяет «дойти» до самого спутника.

В случае нескольких партнёров ситуация становится более гибкой. Через каждую точку-состояние КА может проходить уже несколько перекрёстных изоинфин. Это открывает возможности для изменения асимптотической скорости пролётной гиперболы относительно спутника-цели путем замены партнёра. Но только – *временной*.

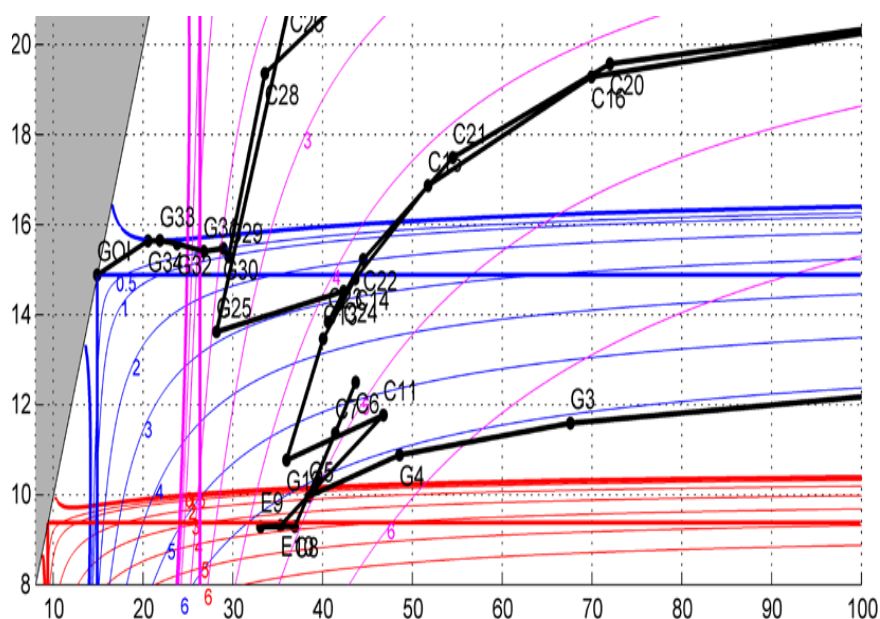
В последнее время стали использоваться более наглядные модификации диаграммы Тиссерана-Пуанкаре. Связь орбитального периода с большой полуосью позволяет преобразовать его к следующему виду. По оси абсцисс – высота апоцентра, по оси ординат – высота перицентра [5, 20-24]. В первую очередь, этот вид T-P-графа позволяет более оперативно оценить радиационную опасность пролёта, поскольку основная доза радиации на витке получается именно в перицентре [8].

На рис. 5 представлены T-P графы для Ганимеда и Каллисто, на которых цветом выделены области, ограниченные изоинфинами с фиксированным шагом по асимптотической скорости.



**Рис. 5.** Изоинфины на диаграммах Тиссерана для Ганимеда и Каллисто. Высота апоцентра и перицентра – в радиусах Юпитера  $R_J$

На рис. 6 представлен фрагмент диаграммы Тиссерана миссии ESA «JUICE» [5].



**Рис. 6.** Фрагмент диаграммы Тиссерана-Пуанкаре миссии ESA «JUICE» из [5]

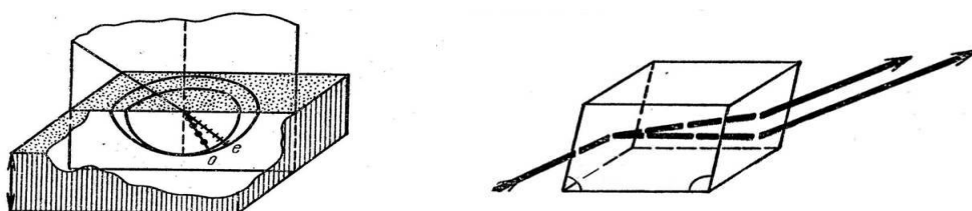
### Проблема фазирования

Следует отметить, что диаграмма Тиссерана-Пуанкаре позволяет проектировать лишь динамический макет стратегии. Сам граф не отражает конкретное взаиморасположение КА и спутника в планетарной системе (phase-free model). Именно здесь возникает необходимость введения новых методов фазового поиска, прообразом которых можно назвать поиск окон старта и картирование в стиле Porkchop Plots NASA. Авторы пошли по пути использования пучков фазовых траекторий при проектировании.

Учитывая тот факт, что геометрия гравитационного маневра по сути совпадает с бильярдной [9, 32-36], можно обобщить оптико-механическую

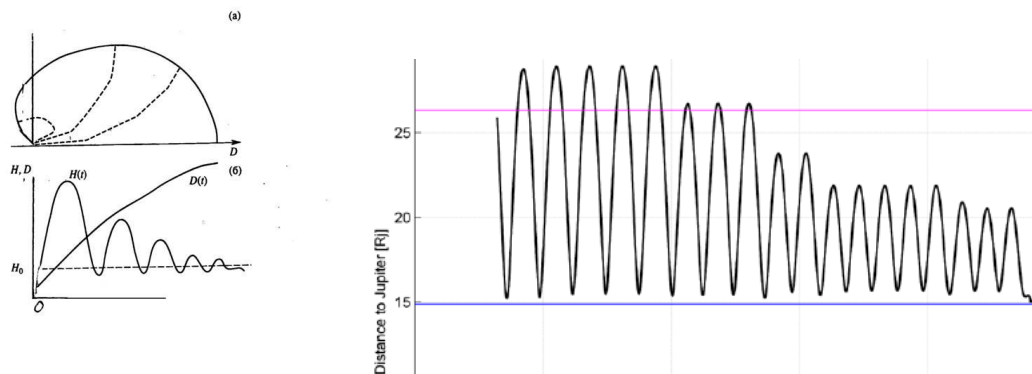
аналогию, допустимую для бильярдных траекторий [32,36] на случай изучения пространственной локализации КА на всевозможных траекториях, выходящих из зоны гравитационного маневра.

Оптико-механическая аналогия связывает траектории механической системы с траекториями движения света в анизотропной оптической среде [32,33]. Поэтому можно ввести в рассмотрение индикатрису, как поверхность всех возможных скоростей выхода КА из “точки” отражения [34-36]. С помощью индикатрисы можно локализовать все динамически возможные траектории выхода в виде пучка между волновыми фронтами Гюйгенса. Возможна также аналогия для обыкновенного и необыкновенного лучей, возникающих при двойном лучепреломлении в кристалле [33].



**Рис. 7.** Двойное лучепреломление в анизотропных кристаллах

При этом отрицательная кривизна отражающей поверхности приводит к возникновению экспоненциальной неустойчивости [32] пучка, что обеспечивает широкий диапазон выбора траекторий КА на выходе из гравитационного манёвра. Попутно, естественно, возникает проблема обеспечения робастности траекторий КА, проходящих через большое количество отражений – гравитационных манёвров. Авторами был применен аналог метода виртуальных манёвров [34-36], использовавшегося ими ранее для динамического анализа систем с квазисингулярностями подобного типа (Рис.8, слева).



**Рис. 8.** Графики высот квазисингулярных траекторий при спуске КА в атмосферу Земли ( $H$  – по оси ординат) и миссии «JUICE» к Ганимеду при использовании гравитационных манёвров

С этой целью была численно промоделирована структура распространения вариативного пучка фазовых траекторий, при условии наложения на него требований «отражений» при пролёте спутника и «*переотражений*», когда осуществляется поиск траекторий КА, повторно вернувшихся к спутнику после последующего отражения от другого спутника.

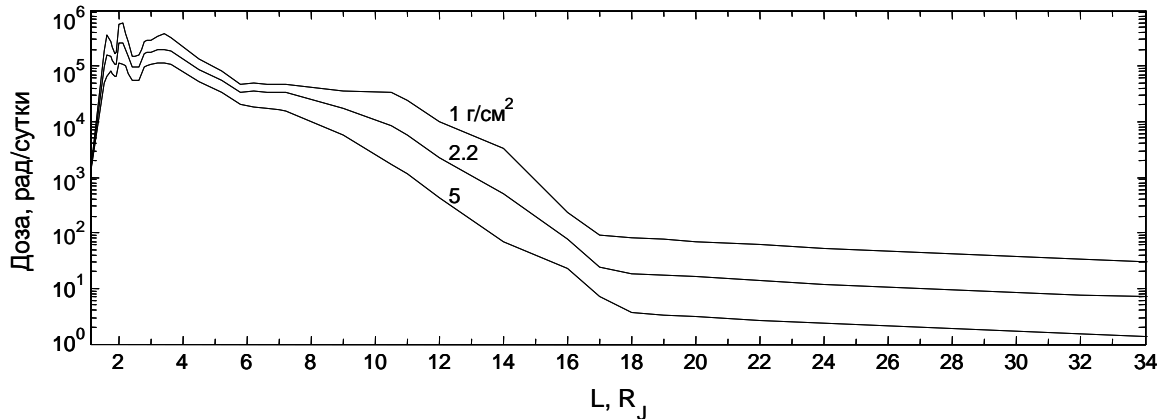
Выбор конкретного гравитационного маневра из множества указанных синтезированных маневров отражений и переотражений может быть осуществлен согласно заранее насчитанной «лоции» перспективных маршрутов – так называемому Банку Виртуальных Маневров – БВМ [34-36]. Современные машинные мощности проведения расчетов, которыми обладает, в частности, и БЦ ИПМ им. М.В.Келдыша, позволяют работать как по методикам использования БВМ в виде статистически насчитанного многомерного массива, так и интерактивно. При этом индикатриса  $\hat{l}$  гравитационного маневра, дающая для каждой точки среды гиперповерхность скоростей локальной выходной скорости (в нашем случае поверхность скоростей выхода КА из точки гравитационного маневра) по-прежнему делает эту точку “точкой роста” пучка виртуальных траекторий.

Указанное обстоятельство позволяет проводить фокусирование виртуальных пучков и их «высев» на избранных, более перспективных сегментах отражения в уточняющем режиме с целью формирования более эффективного манёвра. Более того, становится возможным формирование гравитационных манёвров, последующих за планируемыми, с помощью **метода перенаправления отражённых пучков**. Значительную эффективность здесь показала применяемая авторами методика И.М. Соболя [37], дающая хорошую равномерность плотности распределения траекторий в пучках. Отметим, что автоматическое использование переборных методов класса метода Монте-Карло без учета специфики вариативной локализации пучковых «точек-сегментов роста» не может при современных вычислительных мощностях выявлять конкретные схемы «косых» гравитационных манёвров в реальных условиях системы Юпитера, необходимо использование «лоции». Более того, фиксация указанных точек роста, привязка их к конкретной области планетарной системы, приводит к утере реального движения КА при попытке использовать наблюдательные эфемериды небесных тел вместо кеплеровых траекторий. Траектории разваливаются при малых вариациях параметров. Метод склеенных конических сечений [9, 18, 19] в этом смысле является характерным примером, поскольку область гравитационного манёвра заменяет точкой отражения. Дрейф точек роста, возникающий при использовании полной модели движения, обуславливает, с одной стороны, робастность маршрута КА, с другой стороны – усложняет синтез многокомпонентного гравитационного маневрирования.

## Результаты расчётов

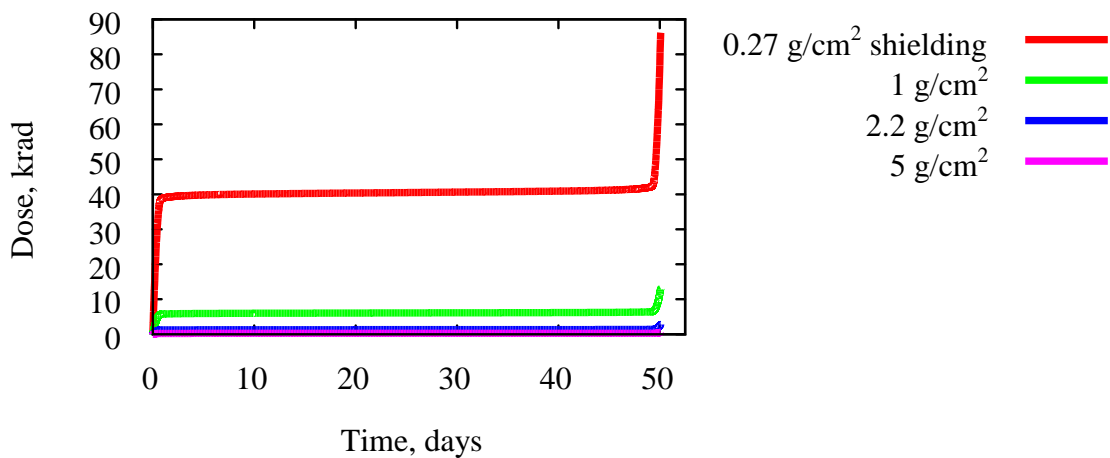
### *Радиационная обстановка в системе Юпитера*

Уровень радиации в юпитерианской системе чрезвычайно высок (рис. 9) и, как указывалось выше, представляет серьёзную проблему, требующую учёта при проектировании сценариев полёта к спутникам Юпитера.



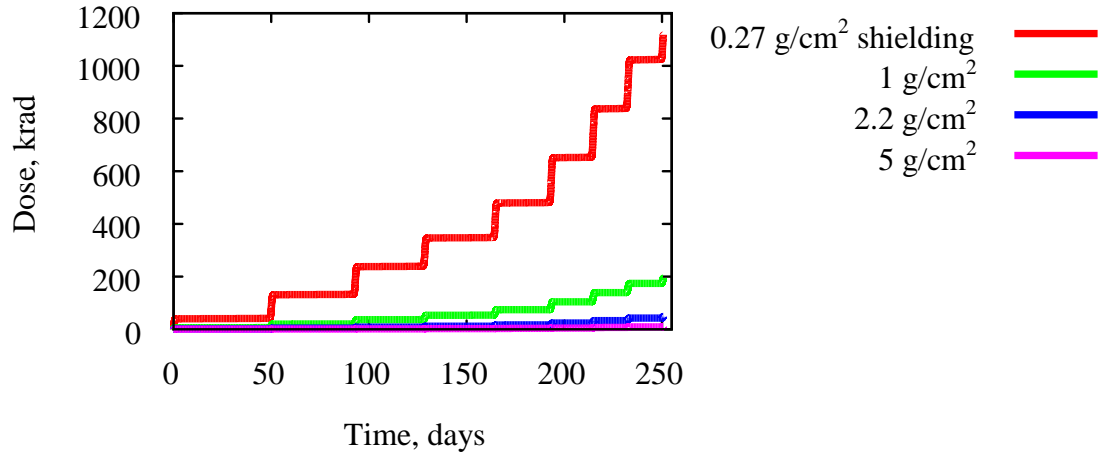
**Рис. 9.** *Уровень радиации в окрестностях планеты Юпитер [38]. По оси абсцисс – расстояние до центра Юпитера в его радиусах*

Учёт представленной зависимости, полученный на основе приборных измерений космических миссий NASA, был проведён с помощью программного комплекса поиска цепочек гравитационных манёвров, разработанного авторами. В результате открылась возможность оценить суммарную получаемую КА радиационную дозу «на лету», интерактивно. На рис. 10 представлен типовой график рассчитанной радиационной дозы, получаемой КА на витке в зависимости от расстояния до центра системы. Расчёт выполнен авторами с использованием модели [38].



**Рис. 10.** *Динамика накопления радиации в окрестности Юпитера на одном витке. По оси абсцисс – время в днях*

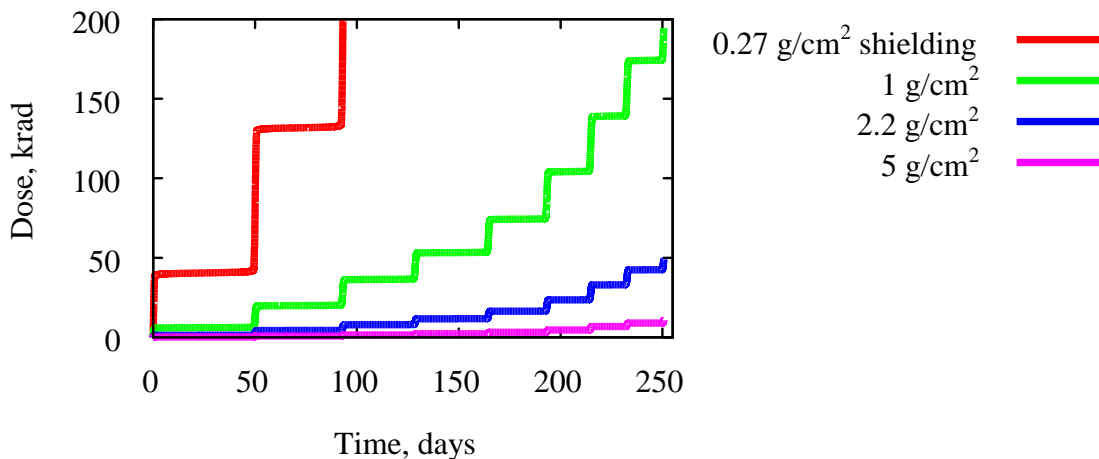
Из рис. 10 следует, что на эллиптической орбите наибольшую дозу космический корабль получает в перигеуме практически квазисингулярно, поскольку большую часть витка по свойству интеграла площадей он проводит вне этой зоны.



**Рис. 11.** Динамика накопления радиации в дебюте миссии к спутникам Юпитера. По оси абсцисс – время в днях

На рис.11 представлена численно проинтегрированная функция накопления радиации для стандартной «умеренно радиационной» цепочки гравитационных манёвров на первой фазе тура, построенной авторами.

В увеличенном масштабе динамика накопления радиации представлена на рис. 12.



**Рис. 12.** Динамика накопления радиации в дебюте миссии к спутникам Юпитера. Увеличение масштаба

Резюмируя, можно сказать, что суммарная доза радиации, получаемая в течение всей миссии около планеты Юпитер, может достигать очень больших величин, обуславливаемых не столько общей длительностью миссии, сколько количеством и высотой наиболее низких перигеумов тура.

Учитывая представленные выше условия повышенной радиационной опасности системы Юпитера, при уровне суммарной дозы радиации в

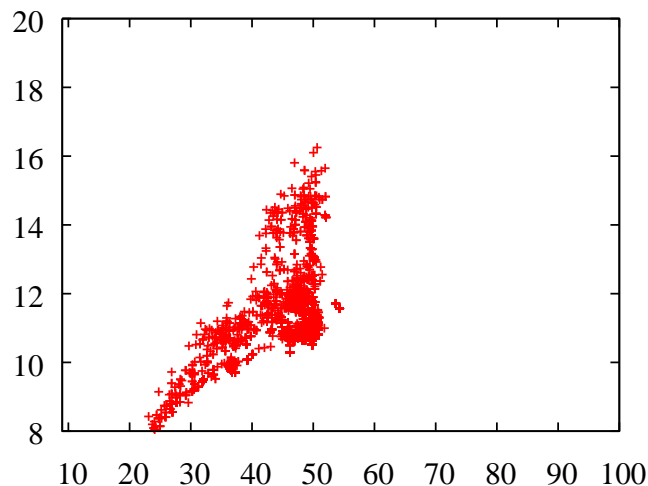
пределах 150-250 Krad для защиты 10 mm Al практически реализуемы сценарии проведения гравитационных манёвров только около двух спутников Юпитера: *Ганимед* и *Каллисто*.

### *Каскадное маневрирование*

Термин «каскады траекторий» употребляется, как правило, в работах, посвященных переборным алгоритмам поиска предельных возможностей кусочно-кеплеровых траекторий (на основе метода склеенных конических сечений), использующих разгонные гравитационные манёвры и стартующих от Земли [18,19].

В настоящей работе термин «каскад траекторий» подразумевает проведённый массовый расчёт реальных траекторий КА в системе Юпитера с применением как разгонных, так и редуцированных гравитационных манёвров на базе программного комплекса ESTK БЦ ИПМ им. М.В. Келдыша по уточнённой модели движения с использованием эфемерид NAIF JPL NASA [11-13].

На рис. 13,14 представлены результаты типового массового расчёта для синтеза возможных сценариев миссии в системе Юпитера для указанных выше начальных условий. Каждая точка на диаграмме соответствует просчитанному по полной модели динамически реализуемому гравитационному манёвру (резонансному либо «косому») и требует машинозатрат порядка нескольких часов. Каждая такая точка, между тем, может служить *точкой роста* для новых ответвлений синтезируемой цепочки.

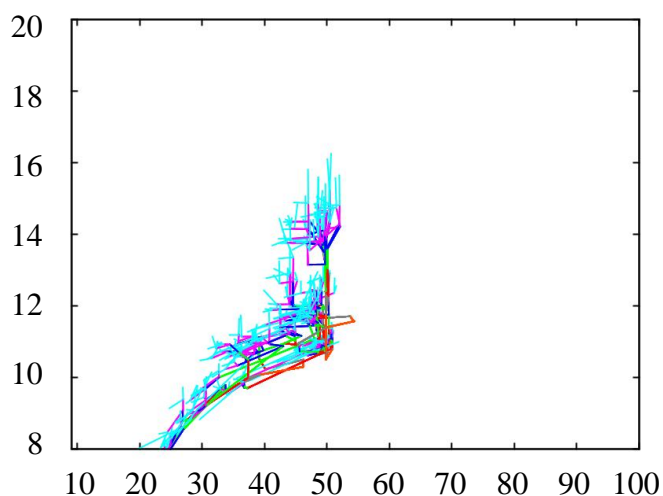


**Рис. 13.** *Динамика роста области достижимости КА на диаграмме Тиссерана-Пуанкаре*

Автоматизация расчёта позволила эффективно выявлять градиенты текущего построения цепочек, состоящих из нескольких тысяч точек, образующих на диаграмме достаточно плотные и компактные образования – «фронты».

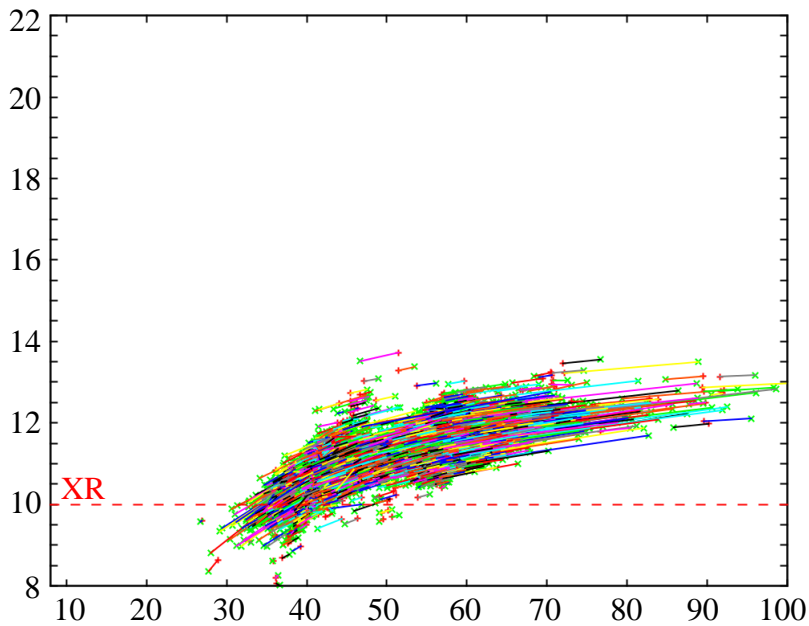


Необходимость поднятия «фронта» – пучка моделируемых динамических манёвров – от XR-зоны и ограничение продолжительности каждого манёвра приводят к требованиям синтеза «распространения» фронта по диаграмме к точке орбитальных параметров Ганимеда ( $15 R_J$ ,  $15 R_J$ ), т.е. влево-вверх (рис. 13, 14). Пока асимптотическая скорость КА не будет редуцирована до заданного порога, фронт нельзя перемещать левее значения  $26 R_J$ , поскольку тем самым отсекается возможность совершения гравитационных манёвров около спутника «J4»-Каллисто – и миссия обречена на вырожденное маневрирование около «J3»-Ганимеда. Напомним тот факт, что возможные манёвры около Ио и Европы также проходят в XR-зоне, т.е. вне рамок рассматриваемых пределов радиационной защиты КА предстоящей миссии.



**Рис. 14.** Треки роста области достижимости КА на диаграмме Тиссерана с «предисторией»

Указанные построения не исключают попадания части распространяющегося фронта в «фазовые ловушки» («люки»), откуда продолжение синтеза цепочек возможно только с большими затратами на коррекцию орбиты. С целью преодоления этой проблемы авторами строятся методики синтеза траекторий второго уровня, предполагающие наложение на проведение гравитационного маневра около спутника условий попадания после него на «косой» маневр с другим спутником такой, что второй маневр вновь переотразит КА на встречу с первым спутником (рис.15).



**Рис. 15.** Усложнённый синтез фронта точек роста при требовании переотражений

Таким образом, будут обеспечены необходимые условия редукции асимптотической скорости КА относительно первого спутника. В формальной записи ( $R$  – резонансный манёвр,  $K$  – косой манёвр отражения  $K_1^2$  либо переотражения  $K_2^1$ ) заказ на синтез цепочки будет иметь вид

$$R_1^1 - \dots - R_1^n - K_1^2 - K_2^1 - R_1^{n+1} - \dots \quad (22)$$

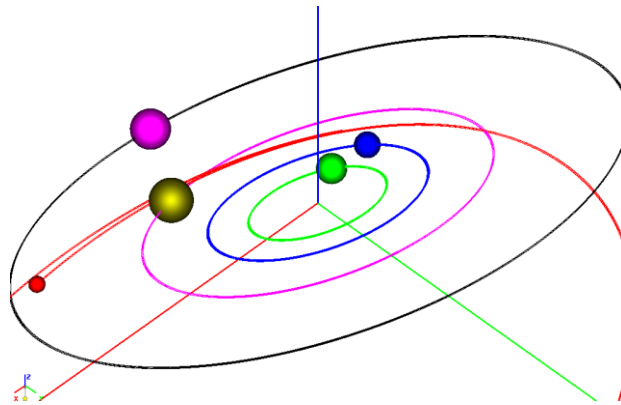
Модифицированная методика второго уровня допускает проведение до указанного манёвра переотражения нескольких «резонансных» гравитационных манёвров около второго спутника-партнёра с целью сокращения энергетических затрат на проведение дополнительных манёвров. Таким образом заказ на синтез цепочки будет иметь вид

$$R_1^1 - \dots - R_1^n - K_1^2 - R_2^1 - \dots - R_2^k - K_2^1 - R_1^{n+1} - \dots \quad (23)$$

### **Визуализированный комплекс проектирования**

С целью визуализации процесса синтеза цепочки и получения более полной картины баллистической обстановки при проведении маневрирования авторами был спроектирован и разработан визуализированный комплекс проектирования (ВКП). На экран монитора интерактивно выводятся в йовицентрической системе J2000 сама планета Юпитер, орбиты ее спутников Ио, Европа, Ганимед, Каллисто, полученные по эфемеридам NAIF JPL NASA, интегрируемая траектория космического корабля (рис.16,17). Предусмотрен также вывод текущего времени в формате UTC, затрат характеристической скорости, текущей дозы накопленной радиации. В любой момент времени можно остановить и сохранить процесс синтеза или направить его в другое русло с помощью заказа новой последовательности партнёров, а также выставки новой точки роста.

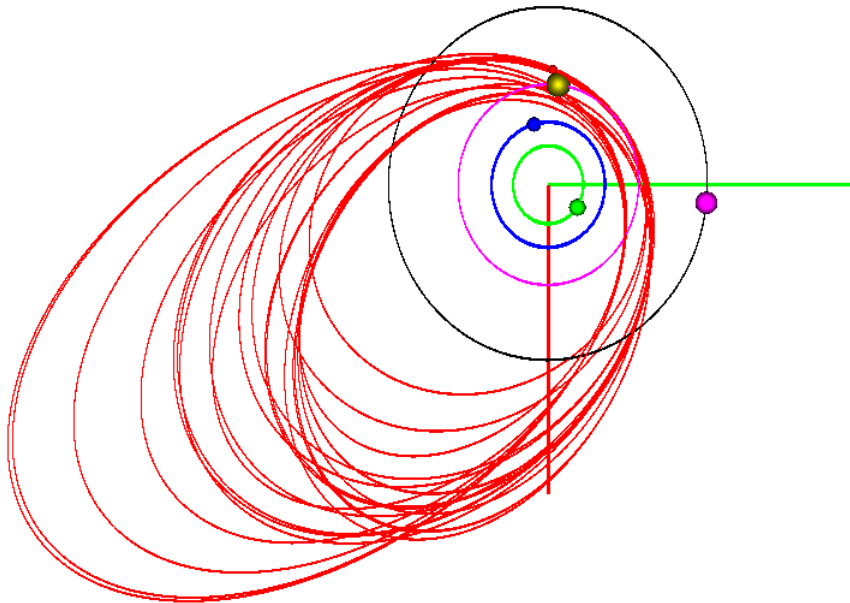
Визуализация рассчитанных данных была выполнена с использованием средств анимации программного комплекса «Универсальный механизм» [39]:



**Рис. 16.** Фрагмент интерактивного сеанса проектирования миссии к Юпитеру

задействована возможность создания анимации движения тел при задании зависимости их координат от времени в виде функций, которые программируются пользователем.

Orbit: 27.16



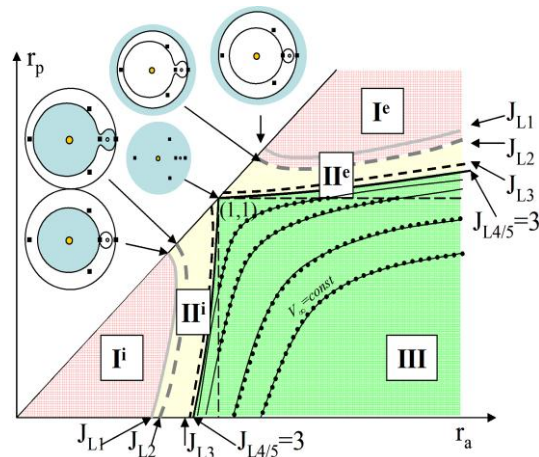
z y

**Рис. 17.** Типовой фрагмент заключительной фазы маневрирования КА перед посадкой на Ганимед

### Третья фаза. Эндшпиль

Сценарии выхода на околоспутниковую орбиту и посадки на неё могут существенно различаться. На орбитах ниже орбиты спутника “J4” -Каллисто гравитационные манёвры с этим партнёром становятся невозможными. Одновременно и гравитационные манёвры с Ганимедом теряют свою эффективность. Миссия ESA «JUICE» предполагает применение на этой

стадии техники «высотных» гравитационных манёвров, использующих тонкие эффекты в поведении решений ограниченных задач трёх тел для этой фазы. Фактически речь идет о лавировании корабля в окрестности лагранжевых точек либрации [5, 21] (рис.18). Формально это выражается в пролётах спутника-партнёра на больших, порядка 10-50 тыс. км высотах, выше его сферы действия.



**Рис. 18.** Геометрия малозатратных «высотных» гравитационных манёвров [21]

Гравитационные манёвры указанного типа выявляются и с помощью визуального комплекса проектирования, разработанного авторами, и также могут быть применены для синтеза малозатратного околоюпитерианского эндшпиля.

Однако в текущей модификации, прорабатываемой авторами [7, 8], учитываются особенности миссии Роскосмоса «Лаплас-П», включающей, в отличие от миссии «JUICE» ESA, дополнительный этап посадки на спутник Юпитера. На этапе эндшпиля затраты характеристической скорости «размениваются» на его продолжительность. Примером длительного, но малобюджетного эндшпиля является один из вариантов миссии «JUICE». Однако, с целью сокращения общей длительности миссии и повышения точности приведения к месту посадки на спутник, может быть применён и вариант выхода на орбиту искусственного спутника Ганимеда после серии гравитационных манёвров с использованием GOI (Ganymede Orbit Insertion) при величине тормозного импульса порядка 0.6-0.85 км/с. Далее проводится фазирование КА с Ганимедом и выполняется тормозной импульс схода с орбиты. Миссия переходит в стадию посадки на спутник Юпитера.

## Заключение

1. Конструирование миссий к системе Юпитера сталкивается с рядом сложностей, которые возрастают при наложении ограничений на расход ресурса, суммарную дозу полученной радиации и длительность проведения тура. Тем не менее разнообразие возможных гравитационных взаимодействий в системе Юпитера с одной стороны усложняет точный баллистический анализ миссии, а с другой стороны позволяет адаптировать алгоритмы построения сценариев под интересы конкретных космических миссий. В частности, можно осуществить посадку на один из спутников Юпитера при разумных затратах ресурсов и времени (время околопланетного тура – 2 года, суммарная радиационная доза- 250 Krad при защите 10 mm Al).

2. На эллиптических орбитах КА около Юпитера основная доза радиации на одном витке приобретает квазисингулярно, в окрестности перигея.

## Литература

1. Левантовский В.И. Ракетой к Луне. М., Гос. изд. физ.-мат. литературы, 1960.
2. Minovitch M.A. The Determination and Characteristics of Ballistic Interplanetary Trajectories under the Influence of Multiple Planetary Attractions // Jet Propulsion Lab., Pasadena, Calif., Tech. Rept. 32-464, Oct. 31, 1963.
3. Minovitch M.A. Gravity Thrust Jupiter Orbiter Trajectories Generated by Encountering the Galilean Satellites // J. Spacecraft and Rockets, Vol 9, 109, 751–756, 1972.
4. Boutonnet A., Schoenmaekers J. Mission Analysis for the JUICE Mission // AAS 12-207 AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, Charleston, SC, Feb 2012.
5. JUICE: Consolidated Report on Mission Analysis (CReMA). Arnaud Boutonnet, Johannes Schoenmaekers Reference WP-578 Issue 1. Date of Issue 29/05/2012
6. Boutonnet A., Schoenmaekers J., Garcia D. JGO: Consolidated Report on Mission Analysis (CReMA) // Tech. Rep. July, ESA, ESOC, Darmstadt, Germany, 2010.
7. Golubev Yu.F., Grushevskii A.V., Koryanov V.V., Tuchin A.G. A Method of Orbit Designing Using Gravity Assist Maneuvers to the Landing on The Jupiter's moon Ganymede // Third Moscow Solar System Symposium, Moscow, 2012. URL:<http://ms2012.cosmos.ru/presentations>.
8. Golubev Yu.F., Grushevskii A.V., Koryanov V.V., Tuchin A.G. A Method of Orbits Designing Using Gravity Assist Maneuvers To The Landing on the Jovian's Moons // International Colloquium and Workshop Ganymede Lander: scientific goals and experiments, Moscow, March 4-8, 2013. URL: <http://glcw2013.cosmos.ru/presentations> .

9. Barrabéz E., Gómez G., Rodríguez-Canabal J. Notes for the gravitational assisted trajectories. // Advanced topics in astrodynamics. Summer course. Barcelona, July 2004. URL: [www.ieec.fcr.es/astro04/notes/gravity.pdf](http://www.ieec.fcr.es/astro04/notes/gravity.pdf).
10. Левантовский В.И. Механика космического полета в элементарном изложении.– М., Наука, 1980.
11. Сайт NAIF (Navigation and Ancillary Information Facility) URL: <http://naif.jpl.nasa.gov/naif/index.html> (дата обращения 08.06.2013).
12. Эфемериды галилеевых спутников Юпитера. URL: [ftp://naif.jpl.nasa.gov/pub/naif/generic\\_kernels/spk/satellites/jup230.bsp](ftp://naif.jpl.nasa.gov/pub/naif/generic_kernels/spk/satellites/jup230.bsp) (дата обращения 08.06.2013).
13. Yoder C.F. Astrometric and Geodetic Properties of Earth and the Solar Systems. URL:<http://www.agu.org/books/rf/v001//RF001p0001.pdf> (дата обращения 08.09.2010).
14. Science from the Europa Clipper Mission Concept: Exploring the Habitability of Europa. D. Senske, L. Prockter, R. Pappalardo, M. Mellon, W. Patterson, S. Vance, B. Cooke, and the Europa Study Team // International Colloquium and Workshop Ganymede Lander: scientific goals and experiments, Moscow, March 4-8, 2013. URL: <http://glcw2013.cosmos.ru/presentations>.
15. Оптимизация схемы сближения с Ганимедом с использованием последовательности гравитационных манёвров. НТО по НИР. Инв. № 5-006-12 // ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. М.: 2009. 58 с.
16. Проработка предложений по схеме полёта к Юпитеру и проведению работ по баллистической поддержке миссии к Юпитеру и Европе на участке перелёта Земля – Юпитер. НТО по НИР «Лаплас-ИПМ». Инв. № 5-012-09 // ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. М.: 2009. 58 с.
17. Woolley R. Endgame strategies for planetary Moon Orbiters // A thesis has been approved for the Department of Aerospace Engineering Sciences, 2010.
18. Овчинников М.Ю., Трофимов С.П., Ширококов М.Г. Метод виртуальных траекторий для проектирования межпланетных миссий с гравитационными манёврами // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2012. № 9. 26 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2012-9>
19. Myatt D.R., Vecerra V.M., Nasuto S.J., and Bishop J.M. Advanced Global Optimization for Mission Analysis and Design. Final Report. Ariadna id: 03/4101. Contract Number: 18138/04/NL/MV, 2004. Available: <http://www.esa.int/gsp/ACT/doc/ACT-RPT-ARIADNA-03-4101-Rd.pdf>.
20. Campagnola S., Russell R.P. Endgame Problem. Part 1: V-Infinity Leveraging Technique and Leveraging Graph // Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 33, No. 2, 2010, pp. 463–475, doi:10.2514/1.44258.
21. Campagnola S., Russell R.P. Endgame Problem. Part 2: Multi-Body Technique and TP Graph // Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 33, No. 2, 2010, pp. 476–486, doi:10.2514/1.44290.



22. Strange N.J., Russell R., Buffington B., Mapping the  $V^\infty$  Globe // AIAA/AAS Space Flight Mechanics Meeting, AAS Paper 07-277, 2007.
23. Campagnola S., Skerritt P., Russell R.P. Flybys in the planar, circular, restricted, three-body problem // AAS Paper 11-425, 2011.
24. Campagnola S., Boutonnet A., Schoenmaekers J., Grebov D.J., Petropoulos A.E., Russell R.P. Tisserand-Leveraging Transfers // AAS Paper 12-185, 2012.
25. Пуанкаре А. Избранные труды в трех томах, т. 1. Новые методы небесной механики. – М.: Наука, 1971.
26. Себехей В. Теория орбит. Ограниченная задача трёх тел. – М.: Наука, 1982.
27. Tisserand F.F. *Traité de Mécanique Céleste* // Vol. 4, pp. 203–205. Gauthier-Villars et fils, Paris, 1896.
28. Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. М., Наука, 1968.
29. Uphoff C., Roberts P.H., Friedman L.D. Orbit Design Concepts for Jupiter Orbiter Missions // *Journal of Spacecraft*, vol. 13, 1976, No. 6, pp. 348-355.
30. Labunsky A.V., Papkov O.V., Sukhanov K.G. Multiple Gravity Assist Interplanetary Trajectories // *Earth Space Institute Book Series*, Gordon and Breach Publishers, London, 1998. pp. 33–68.
31. Strange N.J., Longuski J.M. Graphical Method for Gravity-Assist Trajectory Design // *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 39, No. 1, 2002, pp. 9–16, doi:10.2514/2.3800.
32. Арнольд В.И. Математические методы классической механики. – М.: Наука, 1974.
33. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976.
34. Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Хайруллин Р.З. О структуре области достижимости при спуске КА. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 1993, № 78.
35. Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В., Хайруллин Р.З. О структуре области достижимости при спуске КА. // *Космические исследования*, 1996, т.34, № 2, С. 180-189
36. Грушевский А.В. Построение областей достижимости неупругих анизотропных бильярдов. // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, №76, 2007. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2007-76>
37. Соболев И.М. Метод Монте-Карло. М., Наука, 1978.
38. Podzolko M.V., Getslev I.V. Radiation Conditions of Mission to Jupiter's Moon Ganymede // *International Colloquium and Workshop Ganymede Lander: scientific goals and experiments*, Moscow, March 4-8, 2013.
39. Универсальный механизм (UM). Моделирование динамики механических систем. URL: <http://www.umlab.ru> (дата обращения 08.09.2010).

## Приложения

### *Специфика космических миссий к системе Юпитера*

Трансфер Земля – система Юпитера может быть осуществлен различными способами, в том числе и с использованием гравитационных маневров [2,9]. Один из наиболее эффективных вариантов – маршрут VEEGA (Venus-Earth-Earth-Venus Gravity Assist) [5]. В частности, такой сценарий собирается использовать миссия ESA JUICE, планирующая полёт к Юпитеру с целью выхода на орбиту искусственного спутника Ганимеда. Перелёт должен занять в среднем шесть лет. Для навигации во время перелёта планируется использовать доплеровские измерения радиальной скорости и измерения Delta-DOR. В течение двух месяцев до достижения Юпитера планируется выполнение с борта КА оптических наблюдений Юпитера и его спутников и передача результатов этих наблюдений на Землю в составе телеметрической информации. В результате обработки полученных измерений на Земле должны быть уточнены эфемериды Юпитера и его спутников. Перед манёвром торможения для выхода на орбиту вокруг Юпитера планируется проведение гравитационного манёвра у Ганимеда на высоте 1000 км (хотя запланированная точность оптической навигации позволит рассмотреть в будущем уменьшение высоты до 500 км). В ходе этого манёвра обеспечивается торможение КА, которое может быть оценено как 200 м/с характеристической скорости. Экономия топлива за счёт выполнения этого гравитационного манёвра позволяет увеличить возможную сухую массу аппарата на 160 кг.

Оставшийся тур гравитационных манёвров, оканчивающихся выходом на орбиту вокруг Ганимеда, должен занять в среднем 1.5 – 3 года (в зависимости от схемы манёвров). Главные ограничения по серии манёвров – они не должны занять времени больше, чем 33 месяца, и доза радиации не должна превысить 260 Krad при использовании защитного корпуса из алюминия толщиной 10 мм.

Проект предусматривает завершение миссии на орбите вокруг Ганимеда. Из-за гравитационного влияния на КА, финальным положением будет, так или иначе, падение на Ганимед.

### *Технические особенности реализации космической миссии с посадкой на Ганимед*

Типовой вариант схемы манёвров занимает 30 месяцев и позволяет сэкономить около 3 км/с характеристической скорости. Вариант ESA «JUICE» [5] предполагает проведение всего двух манёвров у Европы, шести у Ганимеда и девяти у Каллисто.

В разработке миссии Роскосмоса «Лаплас-П» используются маневры только у Ганимеда и Каллисто. Начальные пролёты были выбраны таким образом, чтобы быстро уменьшить период орбиты КА и, соответственно, время всей миссии. Однако при таких пролётах уменьшалось расстояние до перицентра, и тем самым увеличивалась доза радиации.



Основываясь на опыте проекта «Галилео», понадобится минимум два прохождения около каждого спутника для получения достаточного количества наземных радиотехнических измерений, необходимых для уточнения эфемерид. Два и более прохождения необходимы для уточнения эксцентриситета. Во время манёвров около Ганимеда оптическая навигация будет спланирована таким образом, чтобы одновременно полученные наземные траекторные измерения позволили уточнить эфемериды Ганимеда на основе совместной обработки измерений. Оценки показали, что без оптической навигации затраты характеристической скорости возрастут на 100–200 м/с за счёт того, что высота пролёта спутников должна быть увеличена в два раза. Отказ от оптических измерений также увеличит время экспедиции и количество полученной КА радиации. Возникает необходимость использования маневров подъема перийовия.

Орбита у самого Ганимеда должна быть достаточно низкой (100–200 км), практически круговой, с высоким наклоном. Для того чтобы удовлетворить требованиям по освещённости и остальным ограничениям, наклонение должно выбираться порядка 95–100 градусов. Если не проводить коррекции орбиты, то её эксцентриситет вырастет из-за гравитационного влияния Юпитера, что повлечёт за собой столкновение с Ганимедом минимум за месяц. Поэтому эти орбиты должны быть постоянно контролируемы.

Тем не менее, следует отметить возможность выбора орбитальных параметров, обеспечивающих минимальную эволюцию орбиты искусственного спутника. Условия для такого выбора зависят от конкретного строения гравитационных полей, о котором невозможно точно знать заранее.

Гравитационное поле будет определено с помощью запросных доплеровских измерений радиальной скорости на околокруговой орбите с эксцентриситетом менее 0.01 и высотой около 200 км в течение приблизительно 33 дней после выхода на орбиту Ганимеда. Основой для построения гравитационных полей будут измерения, полученные КА «Галилео» и JUICE. Ввиду гравитационных возмущений на КА, большая полуось и наклонение будут иметь периодические колебания порядка нескольких километров и градусов, соответственно. Для поддержания нужных параметров орбит будут требоваться частые коррекции. Остаётся открытым вопрос выбора схемы и частоты проведения коррекций, а также величины прикладываемых импульсов. Однако более частые коррекции (которые по предварительным расчётам позволят получить выигрыш в характеристической скорости) сильно ухудшают возможность реконструкции орбит и построения модели гравитационного поля.

Предварительные расчёты показали, что потребуется проведение коррекций не чаще, чем один раз в неделю.