ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 82 за 2013 г.

Страховская Л.Г.

Роль гравитации в формировании околозвездного газового диска

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Страховская Л.Г. Роль гравитации в формировании околозвездного газового диска // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2013. № 82. 24 с. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-82

О р д е н а   Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В. Келдыша
Р о с с и й с к о й   а к а д е м и и   н а у к

Л.Г. Страховская

Роль гравитации в формировании околозвездного газового диска

Москва — 2013

Страховская Л.Г.

Роль гравитации в формировании околозвездного газового диска

Исследуется эволюция газового облака, вращающегося вокруг гравитирующего центра. Изучается зависимость конфигурации газового диска от начального распределения плотности, вращательной скорости и самогравитации. Влияние самогравитации приводит к более интенсивному сжатию облака, росту плотности и фрагментации. Из-за роста температуры фрагментация прекращается, плотность постепенно снижается, формируется типичная конфигурация астрофизического диска. Она не является устойчивой, газ медленно рассеивается.

Ключевые слова: газовый диск, самогравитация, фрагментация

Ludmila Glebovna Strakhovskaya

Role of gravity in the formation of the circumstellar gas disk

Evolution of the gas cloud, rotating around the gravitating center, is investigated. The dependence of the configuration of gas disk on the initial distribution of density, rotational speed and self-gravitation is studied. The influence of self-gravitation leads to the more intensive compression of cloud, an increase of the density and fragmentation. Because of an increase the temperature the fragmentation is stopped, density gradually is reduced and the typical configuration of quasi-stationary astrophysical disk is formed. It is not steady, gas is diffused slowly.

Key words: gas disk, self-gravitation, fragmentation

Работа выполнена при поддержке Программы фундаментальных исследований Президиума РАН № 22 «Фундаментальные проблемы исследований и освоения Солнечной системы» и проекта № 12-01-00071 РФФИ

Оглавление

Введение

Проблема эволюции протопланетного облака является актуальной для многих задач современной теоретической астрофизики. Существующие модели образования Солнечной системы исходят из идеи о коллапсе газопылевого облака с образованием Солнца и протопланетного диска [1,2].

Настоящая работа является продолжением [3], которая опирается на работу [4]. Рассматривается система, состоящая из гравитирующего центра и вращающегося вокруг него газового облака без учета пылевых частиц, масса которых по последним данным не превышает нескольких процентов от массы облака. Гравитирующий центр представляет собой компактный объект, в качестве которого могут выступать нейтронные звезды, черные дыры, новые звезды, белые карлики и протозвезды.

Численная модель диска описывается 3D нестационарными уравнениями газовой динамики в переменных Эйлера в цилиндрической системе координат и уравнением Пуассона для гравитационного потенциала диска. Область расчета находится между двумя коаксиальными цилиндрами, малой высоты по сравнению с внешним радиусом. Суммарная удельная сила, действующая на элементарный объем газа в диске, состоит из силы упругости, центробежной силы, силы гравитации центрального объекта и силы гравитации самого диска. В данной работе исследовалось влияние сил гравитации на формирование конфигурации диска и дальнейшей его эволюции.

В [3] рассматривались и тестировались, в основном, аналитические равновесные решения системы уравнений газовой динамики, известные для политропного газа в случае отсутствия самогравитации. Было показано, что в используемой постановке задачи эти решения не являются устойчивыми.

В данной работе использовались различные неравновесные начальные распределения плотности и вращательной скорости. В процессе эволюции газовое облако сжималось, наблюдалась фрагментация, но росли температура и давление, вследствие чего падала плотность, фрагменты сливались, и формировалась типичная цилиндрически симметричная квазистационарная конфигурация диска. Во всех случаях вращательная скорость становилась близкой к кеплеровской. Образовывалась более плотная область (субдиск) в центральном сечении диска.

Под влиянием самогравитации процесс сжатия шел интенсивнее, значения плотности были более высокими. Диск становился более устойчивым и плотным в малой окрестности центрального сечения (z=0).

Существует большое число публикаций по этой теме. Обзор более ранних работ сделан в [5]. Из последних работ в нашей стране назовем расчет трехмерной динамики газа в гравитационном поле на многопроцессорных ЭВМ [6]. Проблема перераспределения углового момента исследуется в [7], расчеты неосесимметричной динамики газового диска представлены в [8].

1. Постановка задачи

Модель эволюции диска описывается 3D нестационарными уравнениями газовой динамики в переменных Эйлера в цилиндрических координатах r, φ, z с началом координат в гравитирующем центре:

$$\frac{\partial(r\rho)}{\partial t} + \frac{\partial(r\rho u)}{\partial r} + \frac{\partial(r\rho v)}{r\partial\varphi} + \frac{\partial(r\rho w)}{\partial z} = 0 \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial(r\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial\left(r\rho u^2 + rp\right)}{\partial r} + \frac{\partial(r\rho uv)}{r\partial\varphi} + \frac{\partial(r\rho uw)}{\partial z} = p + \rho v^2 + r\rho\left(\frac{\partial\Phi}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{G\cdot M_s}{R}\right)\right) \tag{1.2}$$

$$\frac{\partial(r\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(r\rho vu)}{\partial r} + \frac{\partial\left(r\rho v^2 + rp\right)}{r\partial\varphi} + \frac{\partial(r\rho vw)}{\partial z} = -\rho uv + \rho\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} \tag{1.3}$$

$$\frac{\partial(r\rho w)}{\partial t} + \frac{\partial(r\rho wu)}{\partial r} + \frac{\partial(r\rho wv)}{r\partial\varphi} + \frac{\partial\left(r\rho w^2 + rp\right)}{\partial z} = r\rho\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{G\cdot M_s}{R}\right)\right) \tag{1.4}$$

$$\frac{\partial re}{\partial t} + \frac{\partial(r(e+p)u)}{\partial r} + \frac{\partial(r(e+p)v)}{r\partial\varphi} + \frac{\partial(r(e+p)w)}{\partial z} = r\rho\mathbf{V}\cdot\left(\nabla\Phi + \nabla\left(\frac{G\cdot M_s}{R}\right)\right) \tag{1.5}$$

Здесь r – радиус, φ – полярный угол, z – ось вращения, ρ – плотность газа, p – давление, ε – внутренняя энергия единицы массы газа. $e = \rho(\varepsilon + \frac{\mathbf{v}^2}{2})$ – полная энергия (сумма внутренней и кинетической) единицы объема газа, $\mathbf{v} = (u, v, w)$ – вектор скорости, $\mathbf{v}^2 = u^2 + v^2 + w^2$. Φ – гравитационный потенциал диска, G – постоянная гравитации, M_s – масса центрального гравитирующего объекта, $\Phi_s = G\cdot M_s / R$ – соответствующий гравитационный потенциал, а $R = \sqrt{r^2 + z^2}$. Для замыкания системы используется уравнение состояния идеального газа

$$p = (\gamma\text{-}1)\rho\varepsilon\ . \tag{1.6}$$

Гравитационный потенциал диска удовлетворяет уравнению Пуассона, которое в цилиндрических координатах имеет вид:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\phi^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = -4\pi G\rho \tag{1.7}$$

Система (1.1–1.5) представляет дивергентную форму уравнений газовой динамики в цилиндрических координатах в поле собственного тяготения диска Φ и поле тяготения центрального объекта Φ_s. Она предпочтительнее формы, используемой в [3], так как в разностном виде обеспечивает точное выполнение закона сохранения массы.

Область расчета Ω находится между двумя коаксиальными цилиндрами $r_1 < r < r_2$ малой высоты h по сравнению с внешним радиусом r_2: $h \approx 10^{-1} r_2$, $r_1 \approx 10^{-2} r_2$, $z = 0$ – плоскость симметрии, h – полувысота диска.

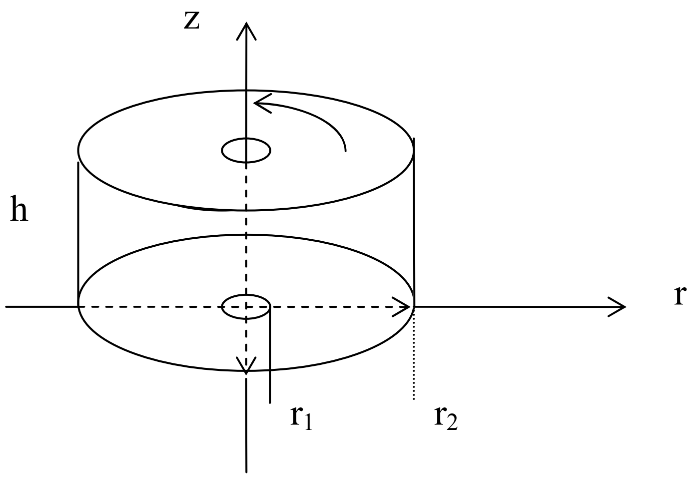


Рис. 1. Расчетная область Ω

Система уравнений (1.1–1.5) дополняется граничными условиями первого или второго рода.

Для гравитационного потенциала при z=0 ставится условие симметрии: $\partial\Phi / \partial z = 0$, на остальной поверхности значение Φ в каждой точке P вычисляется через интеграл Пуассона, который дает точное решение уравнения (1.7),

$$\Phi(P) = \frac{1}{4\pi} \iiint \frac{\rho(Q)}{\overline{\overline{PQ}}} dV , \quad Q \in \Omega, \quad P \in \partial\Omega . \tag{1.8}$$

Гравитационный потенциал Φ внутри области находится численным решением уравнения (1.7), так как вычисление Φ во всей области по формуле (1.8) очень дорогая операция. Выбор начальных данных обсуждается ниже.

Переход к безразмерным переменным осуществляется для удобства вычислений на ЭВМ. В качестве основных масштабных единиц выберем величины M_s, G, R_0, где R_0 – характерный пространственный размер задачи. Введем безразмерные переменные, помеченные штрихом, согласно формулам:

$$\begin{array}{lll} r = R_0 r', & t = t_0 t', & \mathbf{v} = v_0 \mathbf{v}', \\ \rho = \rho_0 \rho', & p = p_0 p', & e = e_0 e', \\ \Phi = \Phi_0 \Phi', & \omega = \omega_0 \omega', & \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon', \end{array}$$

здесь $\omega = v / r$ – угловая частота вращения. Масштабные единицы выражаются следующим образом:

$$v_0^2 = \frac{GM_s}{R_0}, \qquad t_0^2 = \frac{R_0^3}{GM_s}, \qquad \rho_0 = \frac{M_s}{4\pi R_0^3}, \qquad p_0 = \frac{GM_s^2}{4\pi R_0^4}$$
$$e_0 = \frac{GM_s}{R_0}, \qquad \Phi_0 = \frac{GM_s}{R_0}, \qquad \omega_0^2 = \frac{GM_s}{R_0^3}, \qquad \varepsilon_0 = \frac{GM_s^2}{4\pi R_0^4}.$$

Для солнечной системы, например, выбираются следующие масштабные единицы в системе CGS:

$$v_0 = 5.42 \cdot 10^5, \quad t_0 = 8.34 \cdot 10^8, \quad \rho_0 = 1.7 \cdot 10^{-12}, \quad p_0 = 0.503$$
$$e_0 = 2.94 \cdot 10^{11}, \quad \Phi_0 = 2.94 \cdot 10^{11}, \quad \omega_0 = 1.2 \cdot 10^{-9}, \quad \varepsilon_0 = 0.503,$$

где $M_s = 1.989 \cdot 10^{33}$ *г*, $G = 6.67 \cdot 10^{-8}$ *см*^{3} / *г* $\cdot$ *сек*^{2}, $R_0 = 4.52 \cdot 10^{14}$ *см.*

В безразмерных переменных вид уравнений газовой динамики не меняется, изменяется только выражение для гравитационного потенциала звезды $\Phi_s = \frac{1}{R}$ и правая часть в уравнении Пуассона:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = -\rho .$$

Здесь опущен штрих в обозначении безразмерных переменных, так как в дальнейшем будем использовать только их.

2. Методы решения

Уравнение Пуассона решается многосеточным методом Федоренко (Multigrid) [9], который давно применяется автором для решения краевых эллиптических задач. Используется 2–4 вложенные сетки. Уравнения газовой динамики решаются методом конечных объемов по схеме Годунова. Расчет потоков ведется с использованием программы расчета плоского распада разрыва методом касательных Ньютона, который по скорости сходимости является итерационным процессом второго порядка [10].

В области Ω: $r_1 \le r \le r_2$, $0 \le \varphi \le 2\pi$, $0 \le z \le h$ вводится ортогональная, быть может, неравномерная сетка с шагами h_r, h_φ, h_z. Задается начальное распределение плотности $\rho(r,\varphi,z)$ и вращательной скорости $v(r,\varphi,z)$. Давление рассчитывается по формуле Менделеева-Клапейрона $p = R\rho T/\mu$ или по формуле политропного газа $p = k\rho^\gamma$, то есть надо задать либо температуру T, либо коэффициент k. Задаются начальные $u=0$, $w=0$ и коэффициент $\gamma=1.43$. Вычисляются граничные значения (1.8), решается уравнение Пуассона. Рассчитываются потоки и краевые условия для них:

при $r=r_1$ и $r=r_2$: 1) $u=0$, $\dfrac{\partial}{\partial r}(\rho,v,w,p)=0$, либо

$$2)\ \frac{\partial}{\partial r}(\rho,u,v,w,p)=0; \qquad (1.8)$$

при $z=0$: $w=0$, $\dfrac{\partial}{\partial z}(\rho,u,v,p)=0$ (условие симметрии),

при $z=h$: 3) $w=0$, $\dfrac{\partial}{\partial z}(\rho,u,v,p)=0$, либо

$$4)\ \frac{\partial}{\partial z}(\rho,u,v,w,p)=0.$$

Вычисляются правые части уравнений (1.1–1.5) и рассчитываются значения неизвестных на следующем шаге по времени.

3. Силы, действующие на частицу газа

Рассмотрим силы, действующие на частицу в газовом облаке. Перенесем в системе (1.1–1.5) все силы в правую часть и введем результирующую или невязку (residual) этих сил:

$$Res_r=-\frac{\partial p}{\partial r}+\rho\frac{v^2}{r}+\rho\frac{\partial \Phi}{\partial r}+\rho\frac{\partial}{\partial r}\frac{1}{R}$$

$$Res_\varphi=-\frac{\partial p}{r\partial\varphi}+\rho\frac{\partial \Phi}{r\partial\varphi} \qquad (3.2)$$

$$Res_z=-\frac{\partial p}{\partial z}+\rho\frac{\partial \Phi}{\partial z}+\rho\frac{\partial}{\partial z}\frac{1}{R}.$$

Суммарная сила гравитации в правых частях состоит из суммы силы тяготения центрального объекта $\rho\nabla\Phi_s=\rho\nabla(1/R)$, которая всегда направлена к центру диска, и силы собственного тяготения диска $\rho\nabla\Phi$, под действием которых газовое облако сжимается. Этим силам противодействуют сила упругости $-\nabla p$ и центробежная сила F_c, которая действует в положительном направлении r, они стремятся рассеять газ. Направление силы упругости и силы тяготения диска зависит от градиента плотности. На рис. 2 схематически изображены эти силы для цилиндрически симметричного случая.

Цель работы – исследовать влияние на эволюцию газового облака взаимодействия этих сил, выяснить зависимость конфигурации диска от начального распределения плотности $\rho(r,\varphi,z)$, вращательной скорости $v(r,\varphi,z)$, температуры и особенно от влияния гравитации самого диска. В итоге численно смоделировать гравитационную неустойчивость [1] в облаке и получить устойчивую фрагментацию.

Гравитационная неустойчивость – это развитие возмущений плотности и скорости среды под действием сил тяготения (гравитационных возмущений).

Идея о гравитационной нестабильности однородной среды была высказана Ньютоном в 1692. Разработку теории гравитационной неустойчивости начал Джеймс Джинс в 1902. Он проанализировал линеаризованную систему уравнений газодинамики, описывающую рост малых возмущений плотности с учетом сил гравитации, и показал, что изначально однородная среда с плотностью ρ_0 неустойчива по отношению к малым линейным возмущениям плотности с характерным масштабом возмущений, превышающим критическое значение $\lambda_J \approx c_s\sqrt{\frac{\pi}{G\rho_0}}$, где c_s – скорость звука в среде. Величина λ_J называется длиной волны Джинса, она отделяет область устойчивости от области неустойчивости. В областях, размер которых ниже критического, где преобладают негравитационные силы (силы рассеивания), возмущения плотности релаксируют – это область устойчивости**.** В областях, размер которых выше критического, где преобладают силы гравитации, возмущения усиливаются, образуются области повышенной плотности. Джинсовская длина волны уменьшается и может начаться фрагментация газового облака, если масса облака превышает массу Джинса, массу, заключенную в объеме радиуса λ_J. Это еще один параметр, от которого зависит фрагментация облака: $M_J \sim \rho\lambda_J^3 \sim T^{3/2}\rho^{-1/2}$. Таким образом сжатие и фрагментация газового облака зависит от его размеров, плотности и температуры.

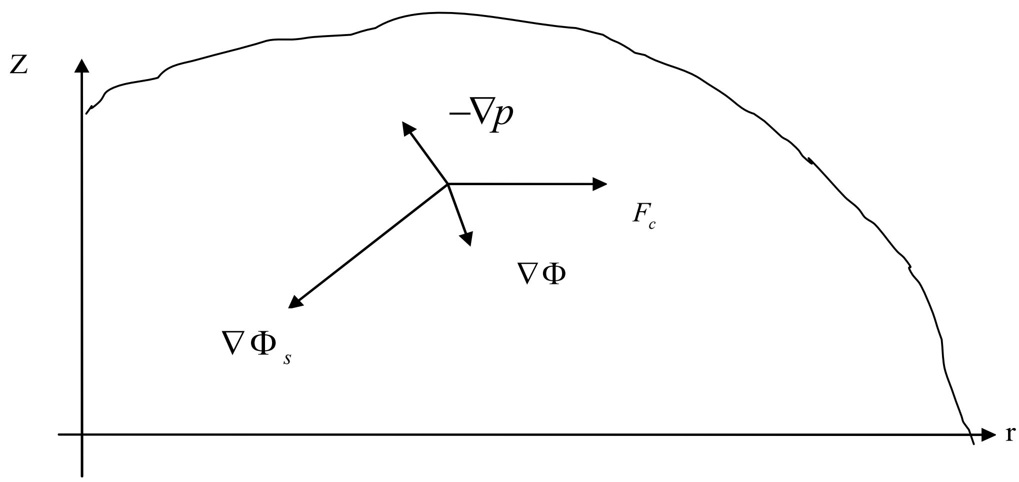


Рис. 2. Силы, действующие на частицу газа в облаке

4. Цилиндрически симметричный случай без самогравитации

Начнем с цилиндрически симметричного случая. Например, модель протопланетных колец предполагает образование кольцевой структуры при фрагментации первоначального протопланетного диска [11]. В приводимом примере не учитывалось влияние самогравитации.

Пример 1. Область Ω: $0.1 \le r \le 1.4,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,\ 0 \le z \le 0.2$, сетка $50 \times 8 \times 16$. Начальная плотность $\rho(r,z) = (0.634 - 7.03r + 4.68r^2)(24z^2 - 1)$, скорость вращения $v = r / R^{3/2}$, давление $p = k\rho^\gamma$, $\gamma = 1.43$, $k = 0.0106$, что соответствует температуре $95^\circ K$. Масса газа $M_d = 0.178$. Время одного оборота ~ 4.

На рис. 3а-3г представлены результаты расчета примера 1, распределение плотности, давления, скорости вращения на разные моменты времени $t = 0;\ 0.58;\ 0.98;\ 1.7;\ 4.94;\ 22.2$. На рис. 3а, 3б показаны линии уровня плотности в сечении $\varphi = const$, начальное максимальное значение плотности равно 2 и находится в центральном сечении $z = 0$ при $r_{25} = 0.75$. По осям указаны номера узловых точек, шаги сетки $h_r = 0.026$, $h_\varphi = 0.78$, $h_z = 0.0125$.

Вращательная скорость выбрана так, что центробежная сила компенсирует силу тяготения звезды в радиальном направлении, так как самогравитация не учитывается, то в радиальном направлении действует только сила упругости $-\dfrac{\partial p}{\partial r}$, которая медленно рассеивают газ в обе стороны от центра $r_{25} = 0.75$.

В направлении z сила тяготения звезды $\rho \dfrac{\partial \Phi_s}{\partial z}$ больше силы упругости $-\dfrac{\partial p}{\partial z}$ и облако начинает сжиматься. К моменту $t = 0.58$ образуется область с высокой плотностью $\rho(r_{13}, z_1) = 6.84$. В соответствии с теорией гравитационной неустойчивости [1] начинается фрагментация облака. К моменту $t = 0.98$ область распадается на две подобласти с максимальными значениями плотности $\rho(r_{11}, z_1) = 4.23$ и $\rho(r_{18}, z_1) = 4.47$. Эти подобласти не являются устойчивыми, растет давление и под действием сил упругости падает плотность, фрагменты сливаются, к моменту $t = 1.7$ (рис. 3б) остается один максимум $\rho(r_{17}, z_1) = 3.94$, к моменту $t = 4.94$ образуется типичная конфигурация астрофизического диска [12], процесс становится квазистационарным.

Отметим, что в окрестности центрального сечения $0.44 < r < 1.06$, $0 < z < 0.05$ образуется область повышенной плотности (субдиск) $2 < \rho < 3$. Давление представлено на рис. 3в, на момент $t = 0.98$ хорошо видно, что локальные минимумы давления соответствуют границам фрагментов диска. Скорость вращения $v(r,z)$ во время расчета почти не менялась (рис. 3г).

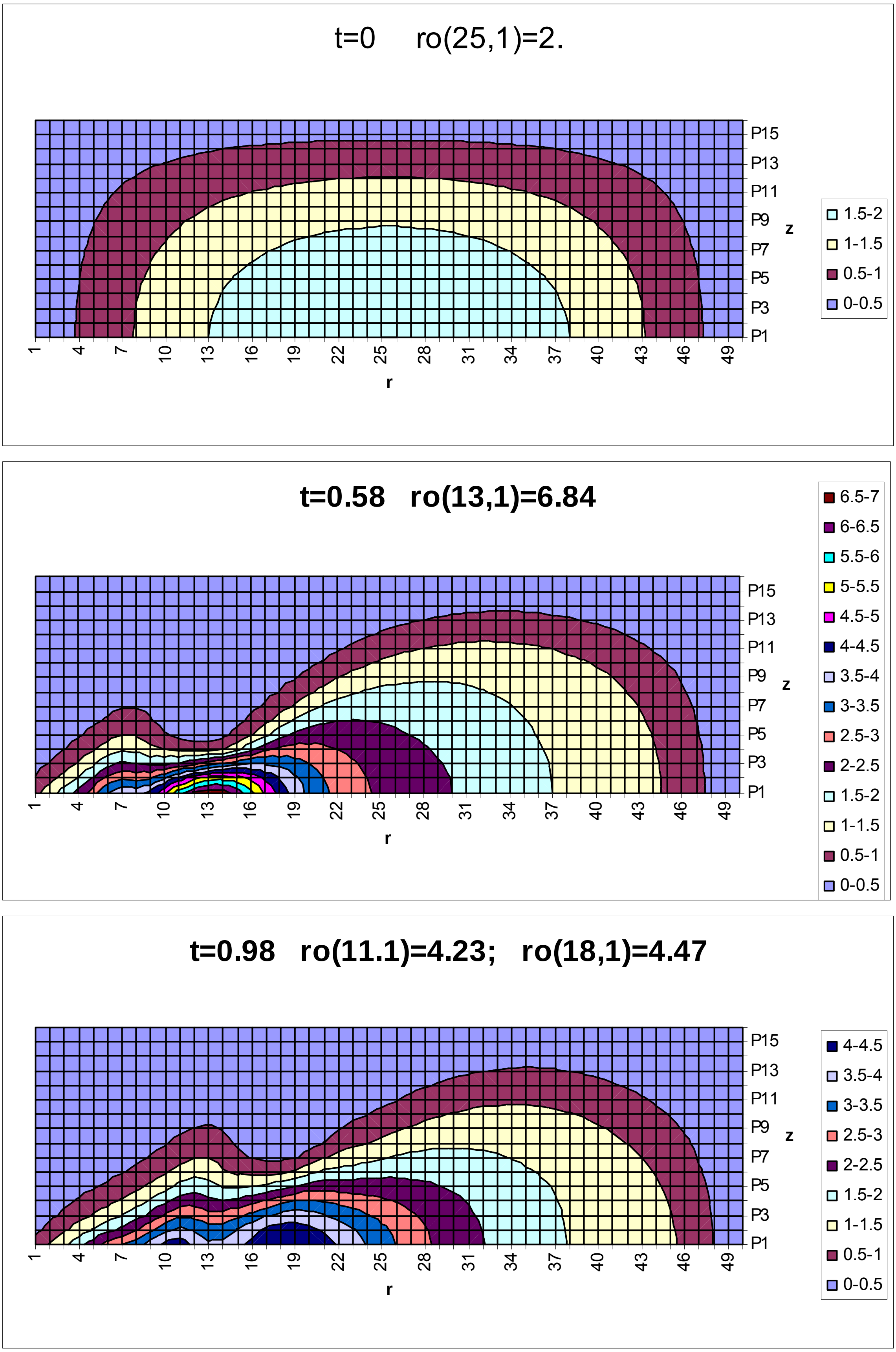
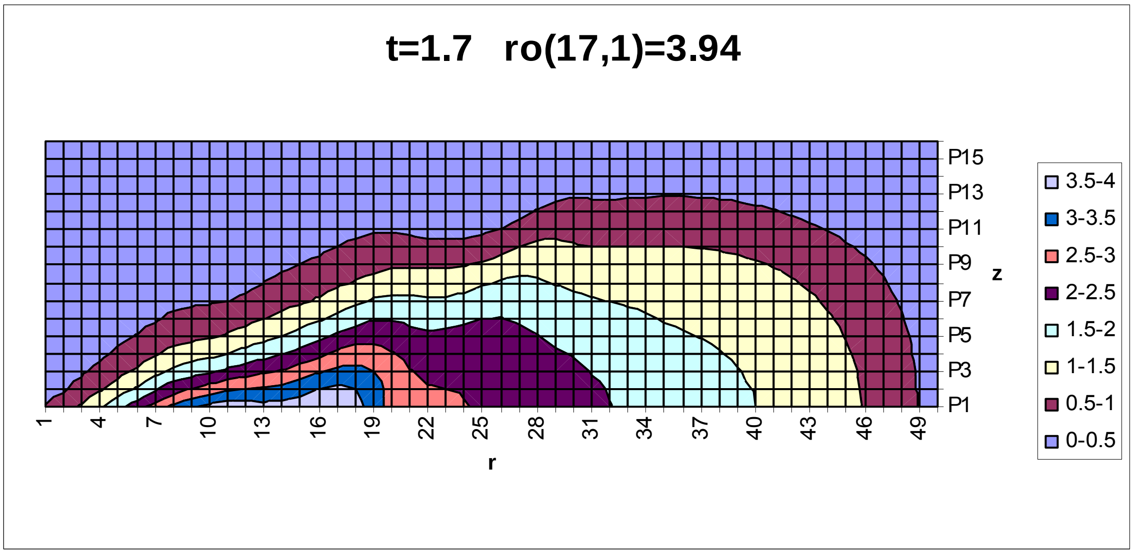
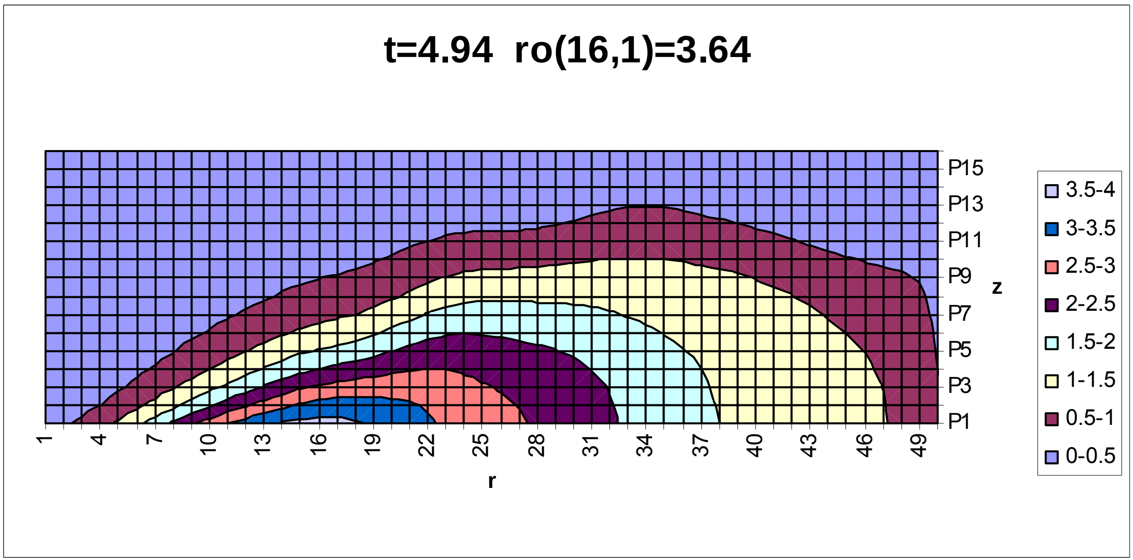


Рис. 3а. Линии уровня плотности $\rho(r,z)$ в сечении φ=*const* примера 1, к моменту $t=0.98$ образовалось два фрагмента, самогравитация не учитывалась





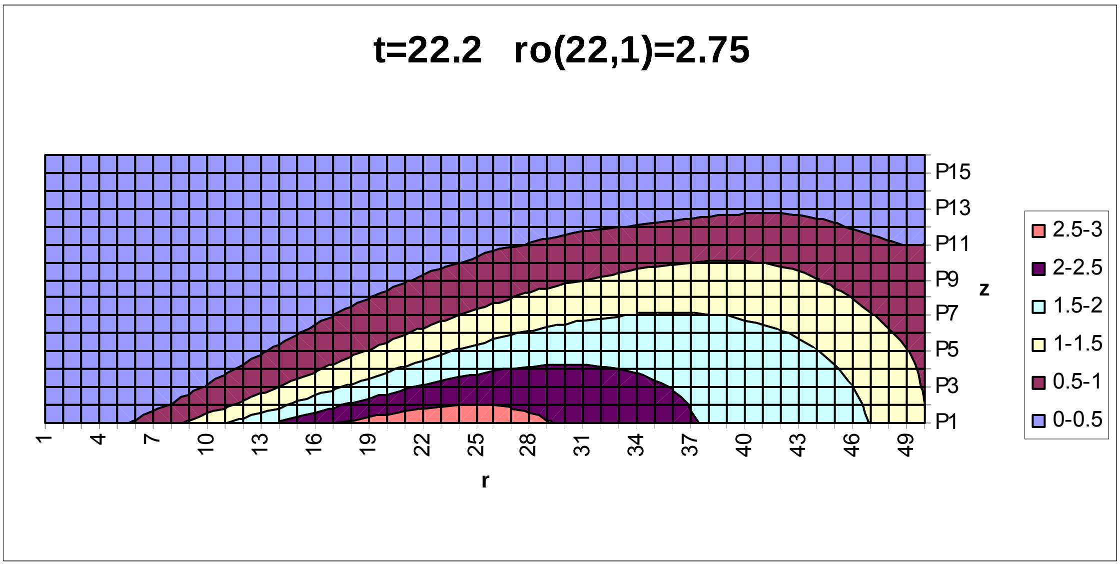
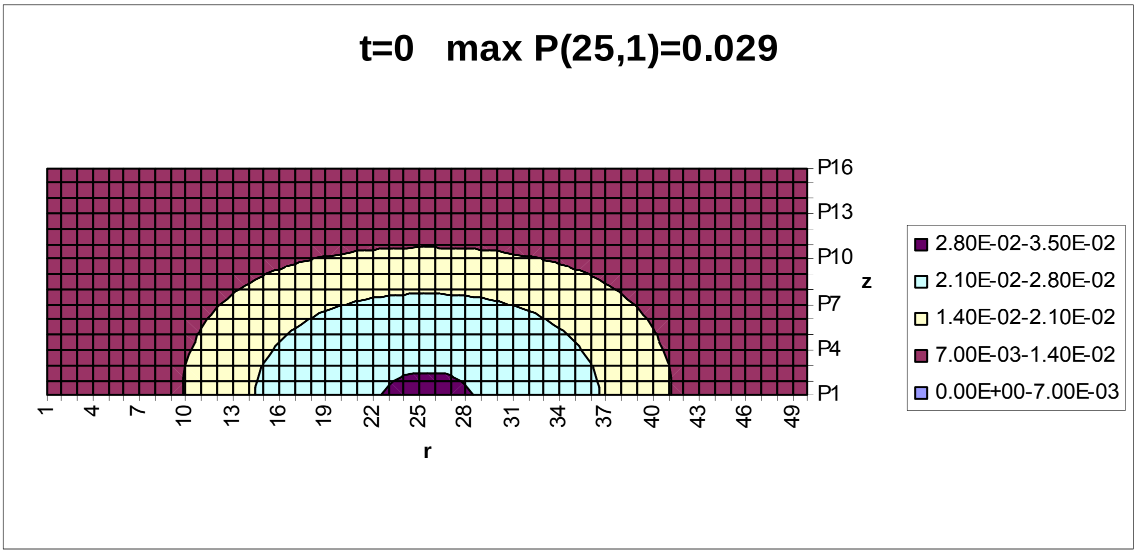
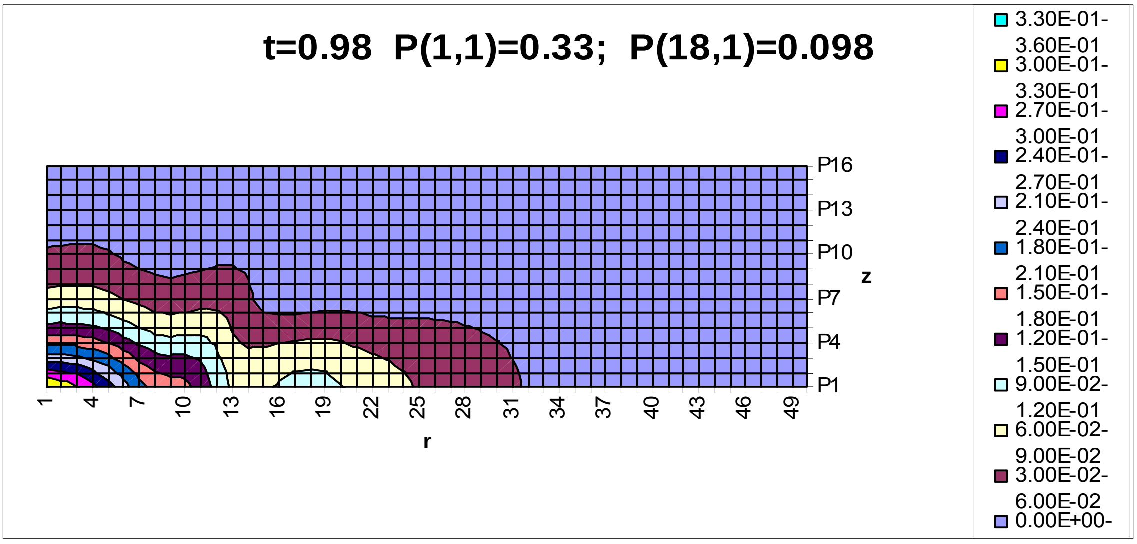


Рис. 3б. Линии уровня плотности $\rho(r,z)$ в сечении $\varphi = const$ примера 1, образуется типичная конфигурация астрофизического диска с субдиском





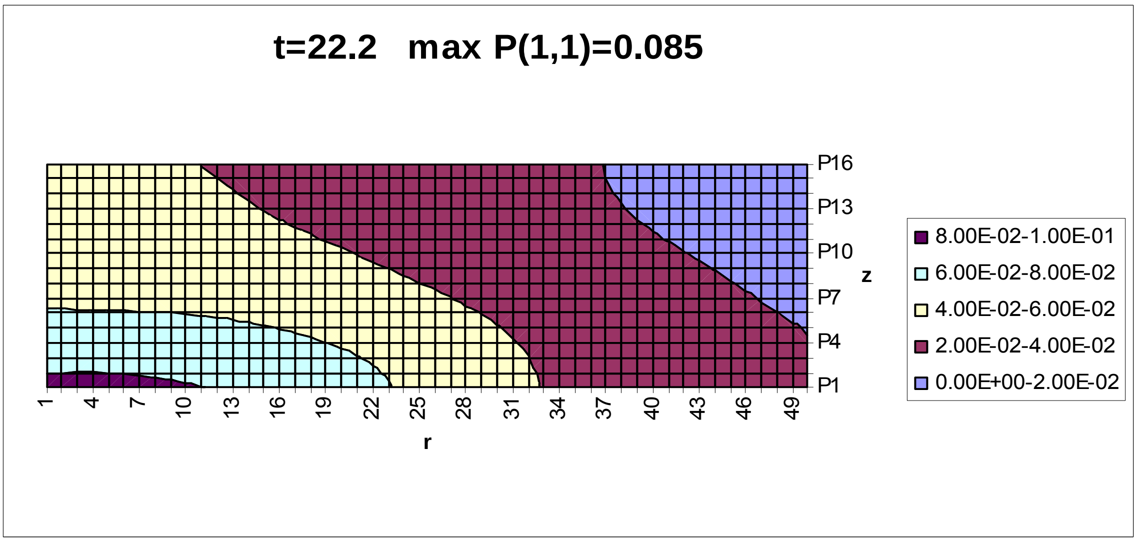
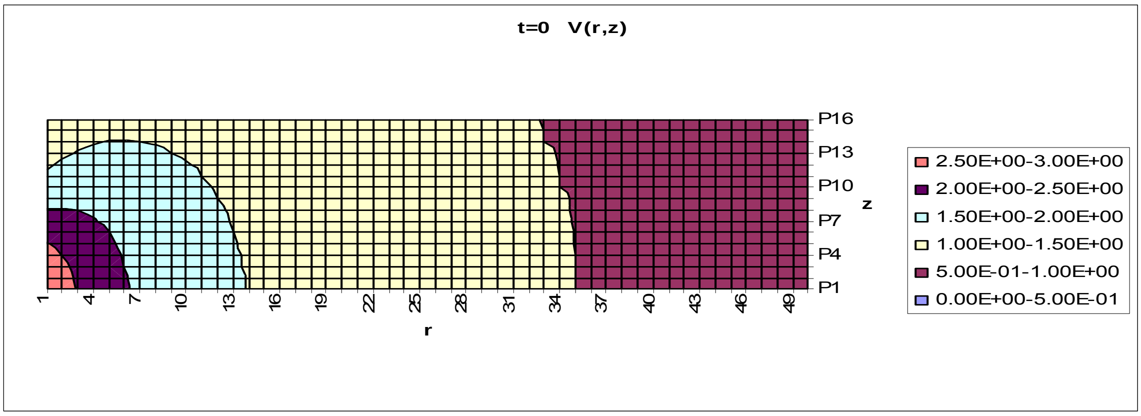


Рис. 3в. Линии уровня давления $p(r,z)$ в сечении $\varphi = const$ примера 1 на времена $t = 0;\ 0.98;\ 22.2$, цилиндрически симметричный случай, не учитывается самогравитация



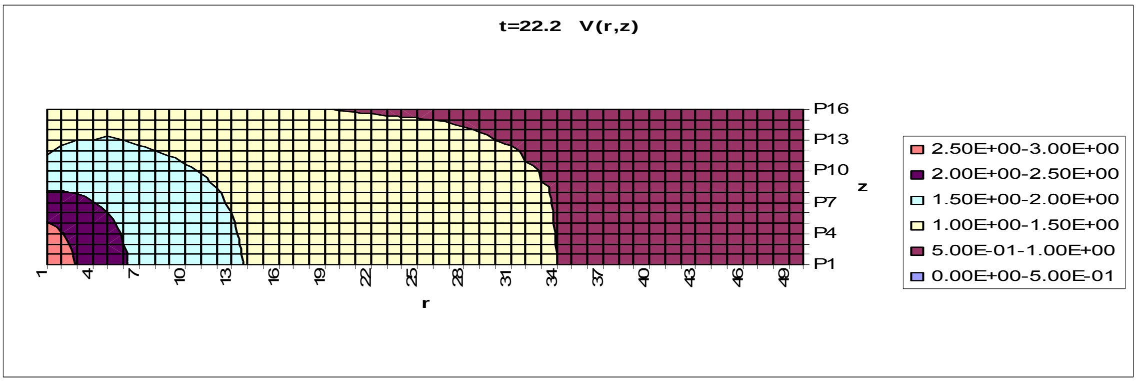


Рис. 3г. Линии уровня скорости вращения $v(r,z)$ в сечении $\varphi=const$, пример 1, времена $t=0;\ 22.2$

5. Влияние самогравитации

Приведем результаты расчета примера 1 с учетом гравитации самого диска.

Пример 2. Начальные данные задаются такими же как в примере 1, но сетка по φ увеличена вдвое $50\times16\times16$. На рис. 4а-4в представлено распределение плотности и давления в сечении $\varphi=const$ на моменты времени $t=0.48;\ 0.58;\ 1.01;\ 1.51;\ 5.01;\ 22.5$, шаги сетки $h_r=0.026,\ h_\varphi=0.39,\ h_z=0.0125$.

Вращательная скорость выбрана так, что центробежная сила компенсирует силу тяготения звезды в радиальном направлении, но самогравитация учитывается, в радиальном направлении действуют силы упругости и тяготения газового облака. Самогравитация облака сдерживает давление газа, и газ не рассеивается по радиусу в положительном направлении как в примере 1.

В направлении z самогравитация $\rho\dfrac{\partial\Phi}{\partial z}$ усиливает влияние силы тяготения звезды $\rho\dfrac{\partial\Phi_s}{\partial z}$, облако начинает сжиматься интенсивнее. К моменту $t=0.48$ образуется область с высокой плотностью $\rho(r_{12},\varphi,z_1)=7.15$. Начинается фрагментация облака, к моменту $t=0.58$ область распадается на две подобласти

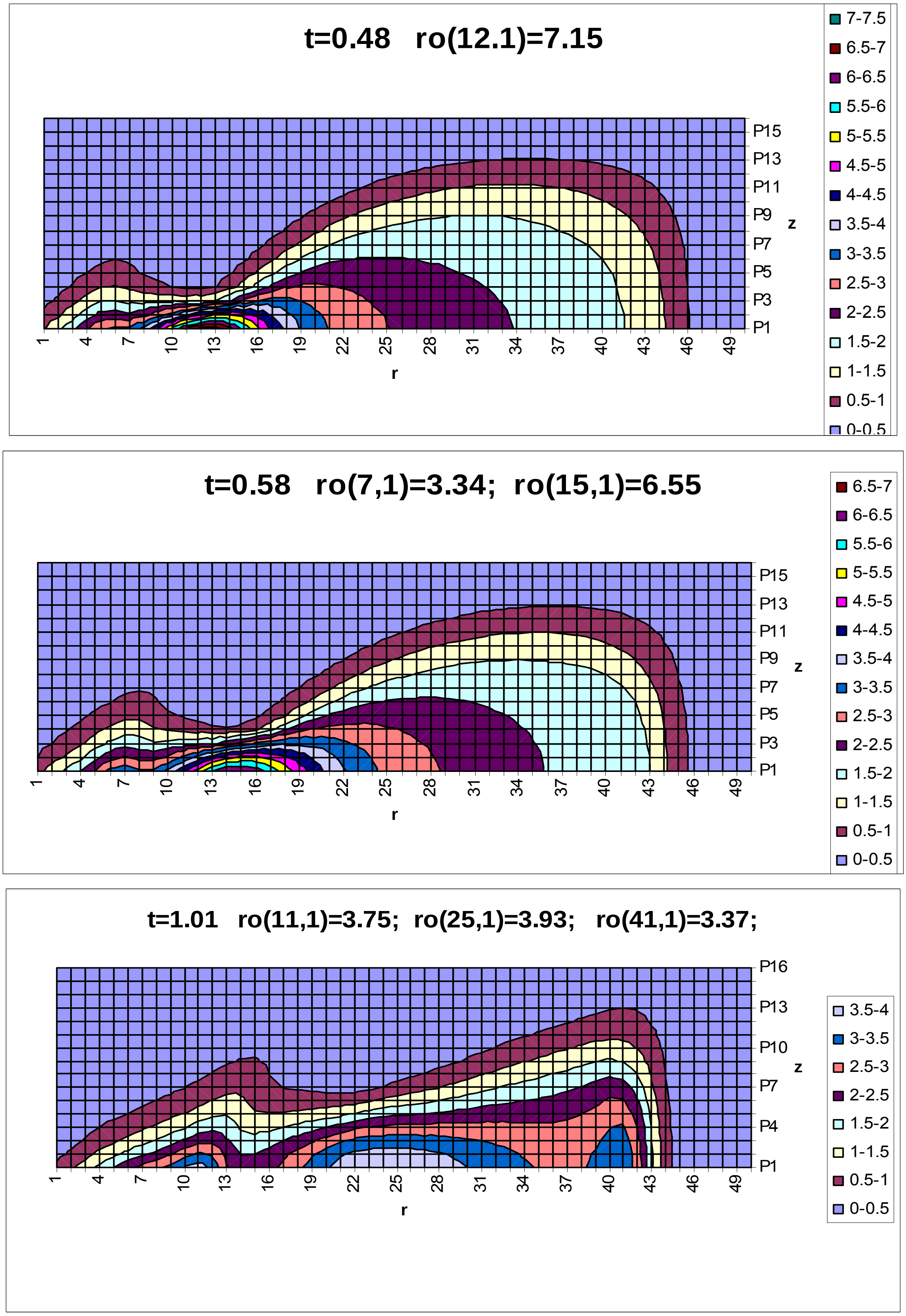
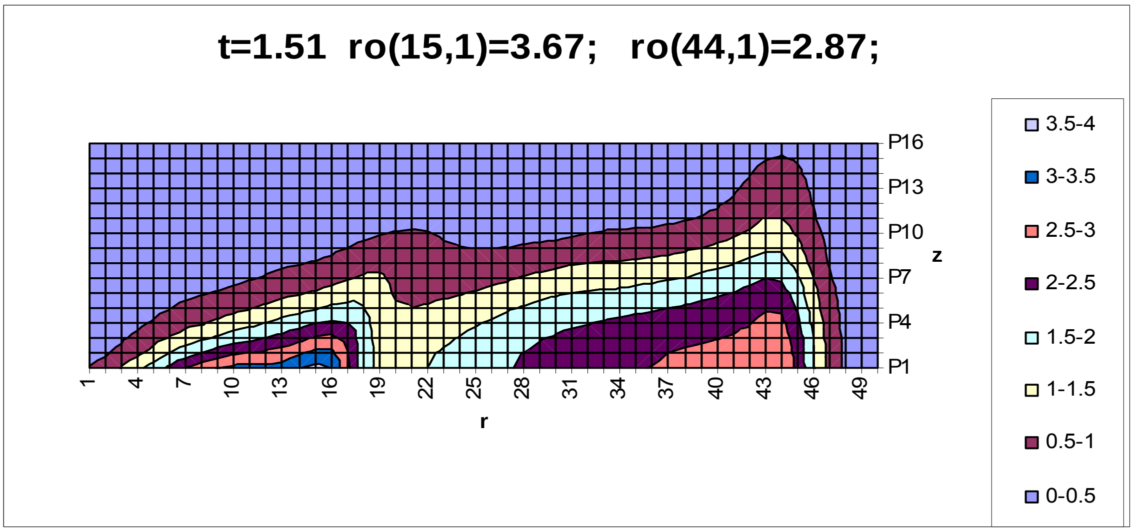
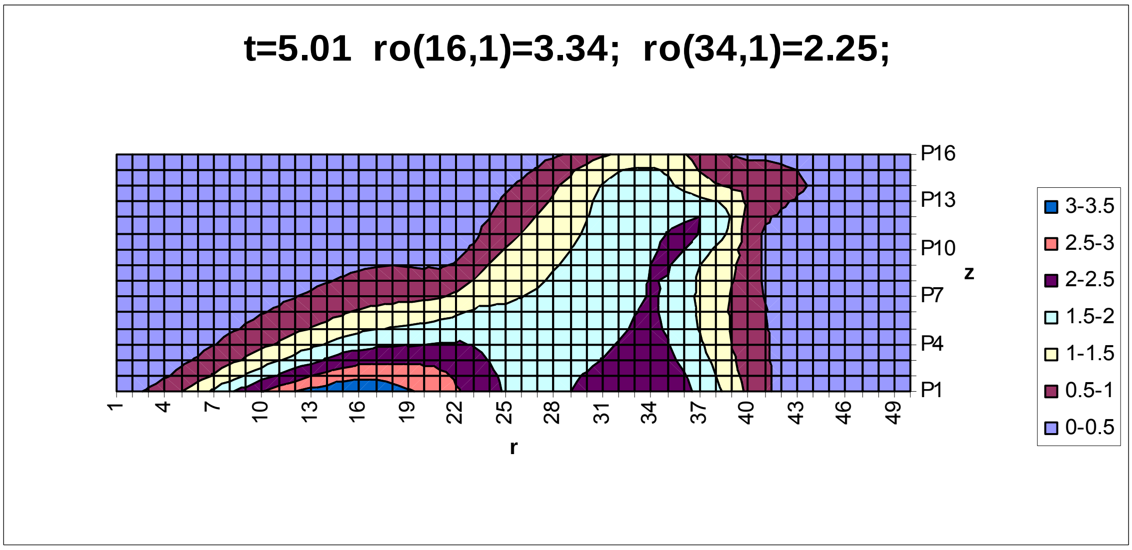


Рис. 4а. Линии уровня плотности $\rho(r,z)$ в сечении $\varphi = const$, ко времени $t = 1.01$ образовалось три фрагмента, пример 2 с самогравитацией





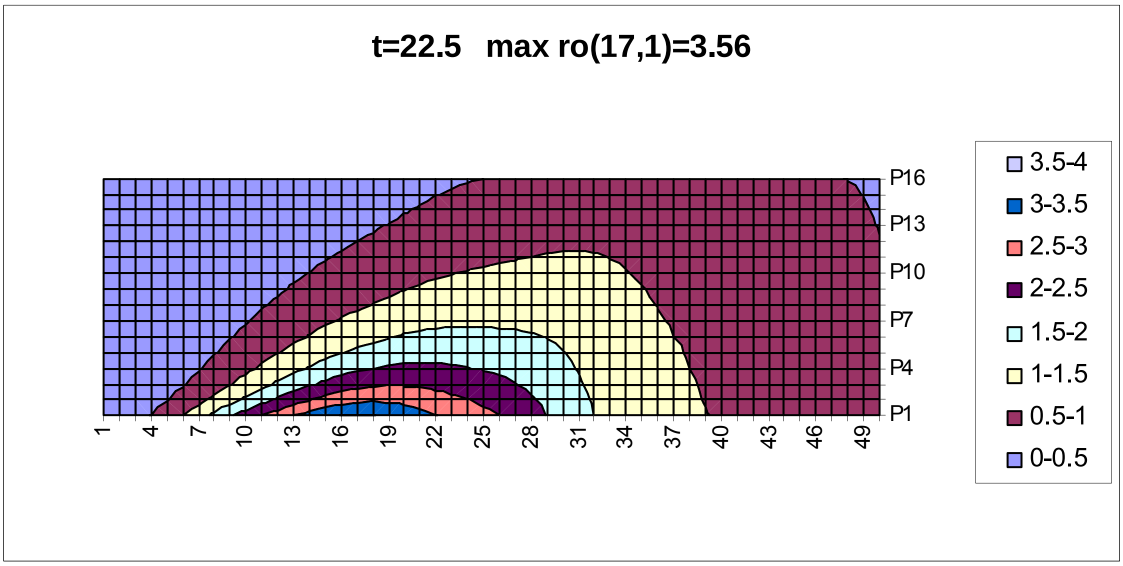


Рис. 4б. Линии уровня плотности $\rho(r,z)$ в сечении $\varphi{=}const$, образовалась типичная конфигурация астрофизического диска с субдиском

с максимальными значениями плотности $\rho(r_7,\varphi,z_1)=3.34$ и $\rho(r_{15},\varphi,z_1)=6.55$. Во второй подобласти значения плотности высокие, и фрагментация продолжается. К моменту $t = 1.01$ образуется три подобласти с максимальными значениями плотности $\rho(r_{11}, \varphi, z_1) = 3.75$, $\rho(r_{25}, \varphi, z_1) = 3.93$, $\rho(r_{41}, \varphi, z_1) = 3.37$, выросли также температура и давление (рис. 4в). Под действием сил упругости плотность начинает падать, дальнейшая фрагментация прекращается, фрагменты сливаются. На момент $t = 1.51$ уже две подобласти с максимальными значениями плотности $\rho(r_{15}, \varphi, z_1) = 3.67$ и $\rho(r_{44}, \varphi, z_1) = 2.87$, на момент $t = 5.01$ четко виден один максимум. В дальнейшем образуется квазистационарная типичная конфигурация астрофизического диска. В окрестности центрального сечения $0.3 < r < 0.85$, $0 < z < 0.05$ образуется субдиск с плотностью $2 < \rho < 3.6$. На рис. 4в видно, что локальные минимумы давления соответствуют границам фрагментов диска.

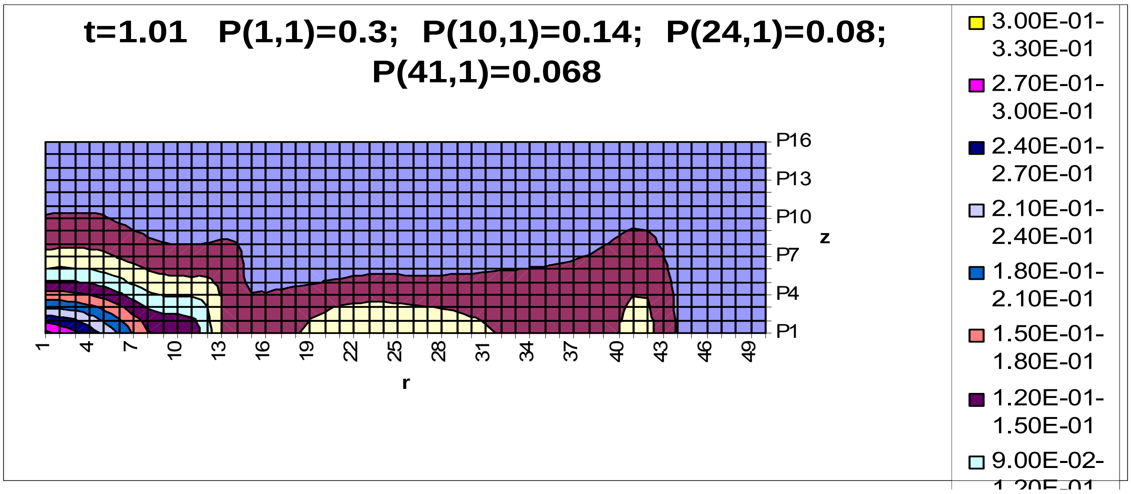


Рис. 4в. Линии уровня давления $p(r,z)$ в сечении φ=*const* из примера 2 на время $t = 1.01$, выделены три фрагмента диска

6. Влияние начального распределения плотности

Приведем пример расчета газового диска с другим начальным распределением плотности, учитывается влияние самогравитации, цилиндрически симметричный случай.

Пример 3. Область Ω: $0.1 \le r \le 1.4$, $0 \le \varphi \le 2\pi$, $0 \le z \le 0.2$, сетка $50 \times 16 \times 16$ шаги сетки $h_r = 0.026$, $h_\varphi = 0.39$, $h_z = 0.0125$.

Начальная плотность $\rho(r,z) = (0.906r^2 - 0.181r + 1.99)(13.3z^2 - 1)$, скорость вращения $v = 0.8r / R^{3/2}$, давление $p = \mathrm{K}\rho$, $\mathrm{K} = 0.0106$, Масса газа $M_d = 0.2035$. На рис. 5а-5в представлены результаты расчета примера 3 на моменты времени: $t = 0$; 0.58; 0.98; 1.5; 5.05.; 20.8. В начальный момент максимальное значение плотности, равное 2, находится в точке $r_1 = 0.1$.

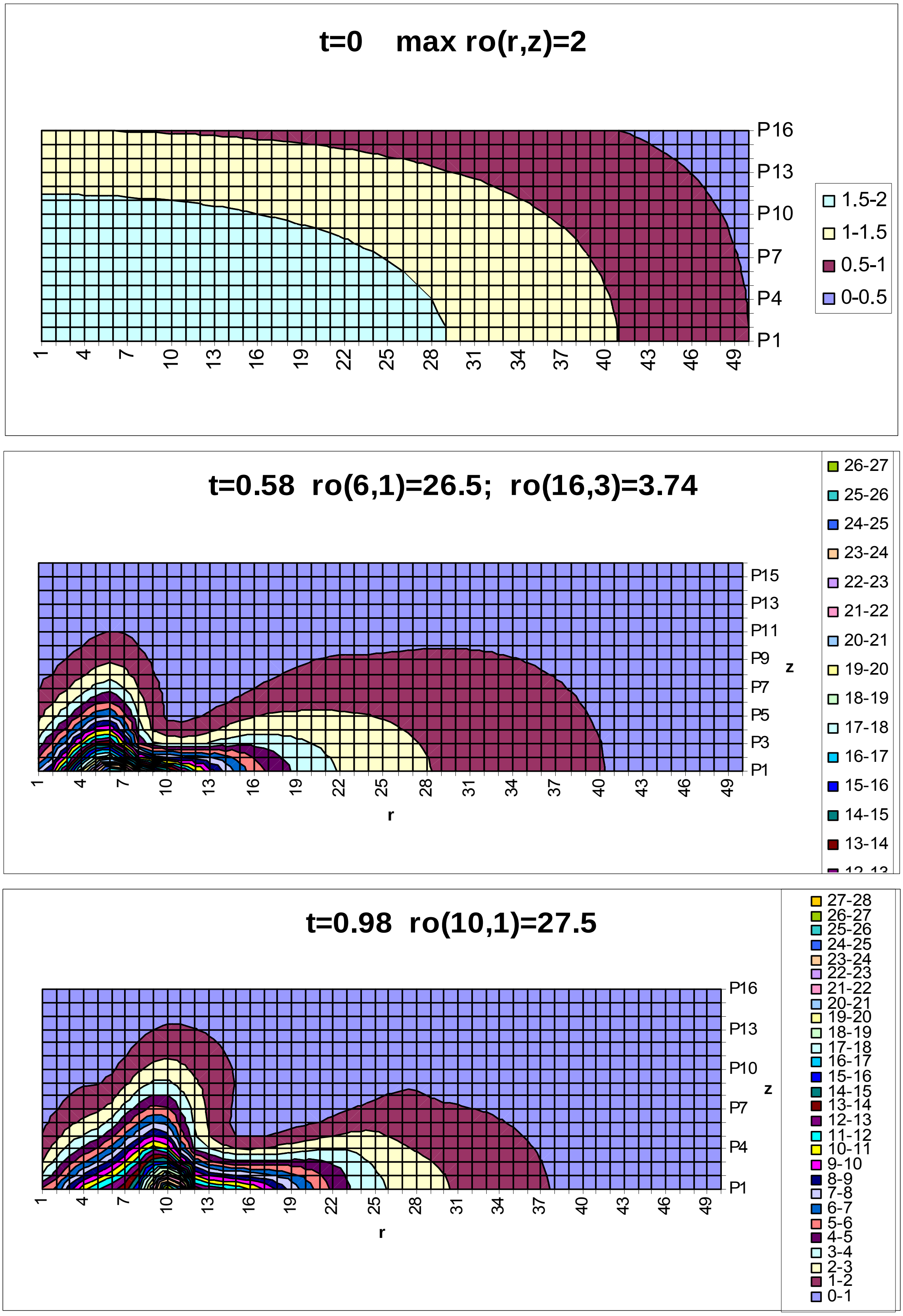


Рис. 5а. Линии уровня плотности $\rho(r,z)$ в сечении $\varphi=const$ примера 3, ко времени $t=0.58$ образовалось два фрагмента, цилиндрически симметричный случай, учитывается самогравитация

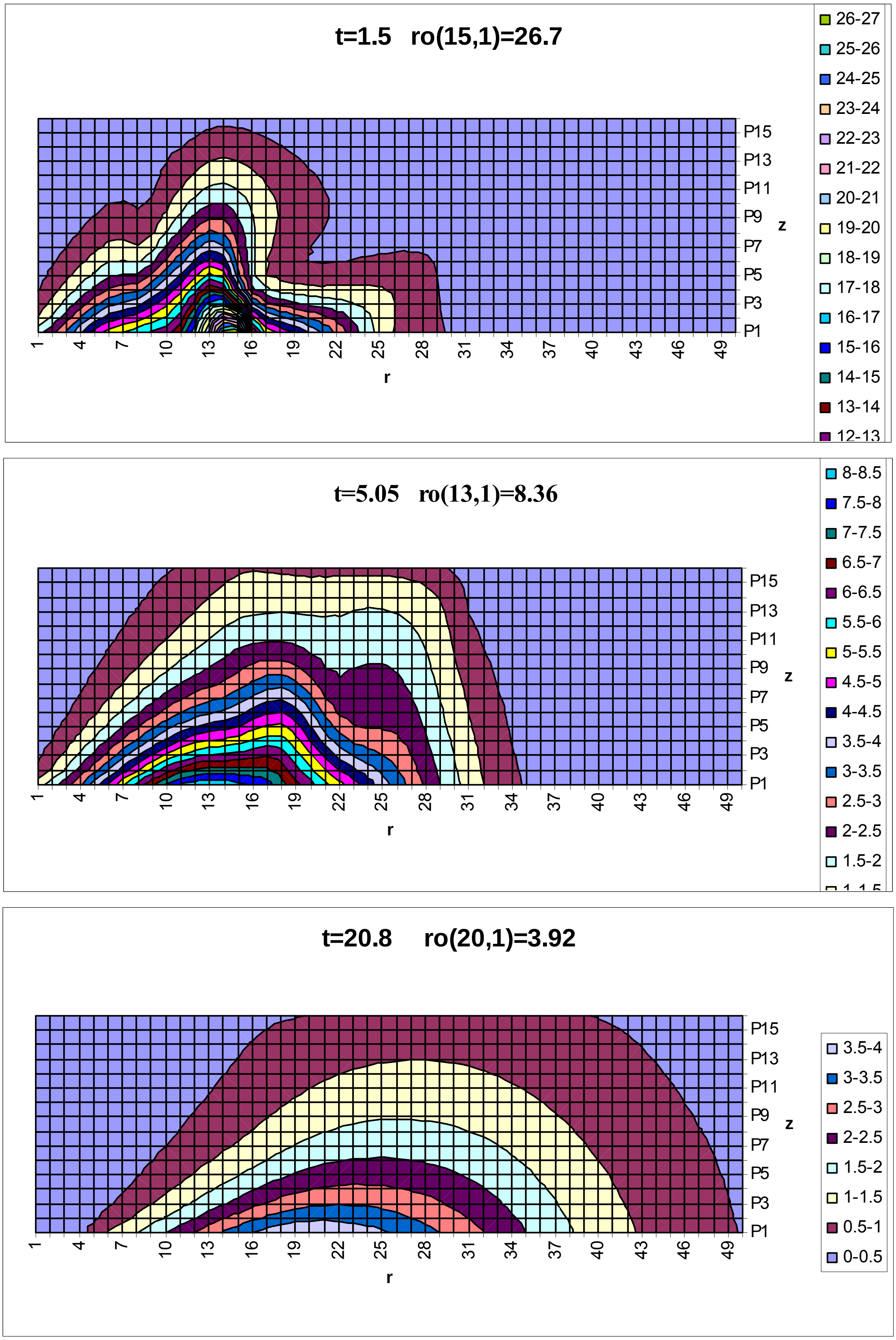


Рис. 5б. Линии уровня плотности $\rho(r,z)$ в сечении $\varphi = const$, пример 3, образовалась типичная конфигурация астрофизического диска с субдиском

Вращательная скорость выбрана так, что центробежная сила не полностью компенсирует силу тяготения звезды в радиальном направлении, самогравитация учитывается, и в радиальном направлении действуют силы упругости, тяготения газового облака и тяготения звезды.

На рис. 5а, 5б представлены линии уровня плотности в сечении $\varphi = const$ на разные моменты времени: $t = 0$; 0.58; 0.98; 1.5; 5.05.; 20.8. В радиальном направлении силы тяготения преобладают над давлением газа, и газ стремительно сжимается по радиусу. В направлении z самогравитация добавляется к силе тяготения звезды, они преобладают над давлением газа, и газ сжимается. К моменту $t = 0.58$ образуется область с очень высокой плотностью $\rho(r_6, \varphi, z_1) = 26.5$, но сжатие продолжается, более сильное в радиальном направлении. К моменту $t = 0.98$ плотность $\rho(r_{10}, \varphi, z_1) = 27.5$, повышаются температура и давление. Фрагментация очень слабая, она видна на рис. 5в, где представлено давление, в центральной области оно выросло по сравнению с начальным давлением почти в 170 раз. Сила упругости начинает преобладать над гравитацией и фрагментация предотвращается. Плотность постепенно падает и образуется квазистационарная типичная конфигурация астрофизического диска.

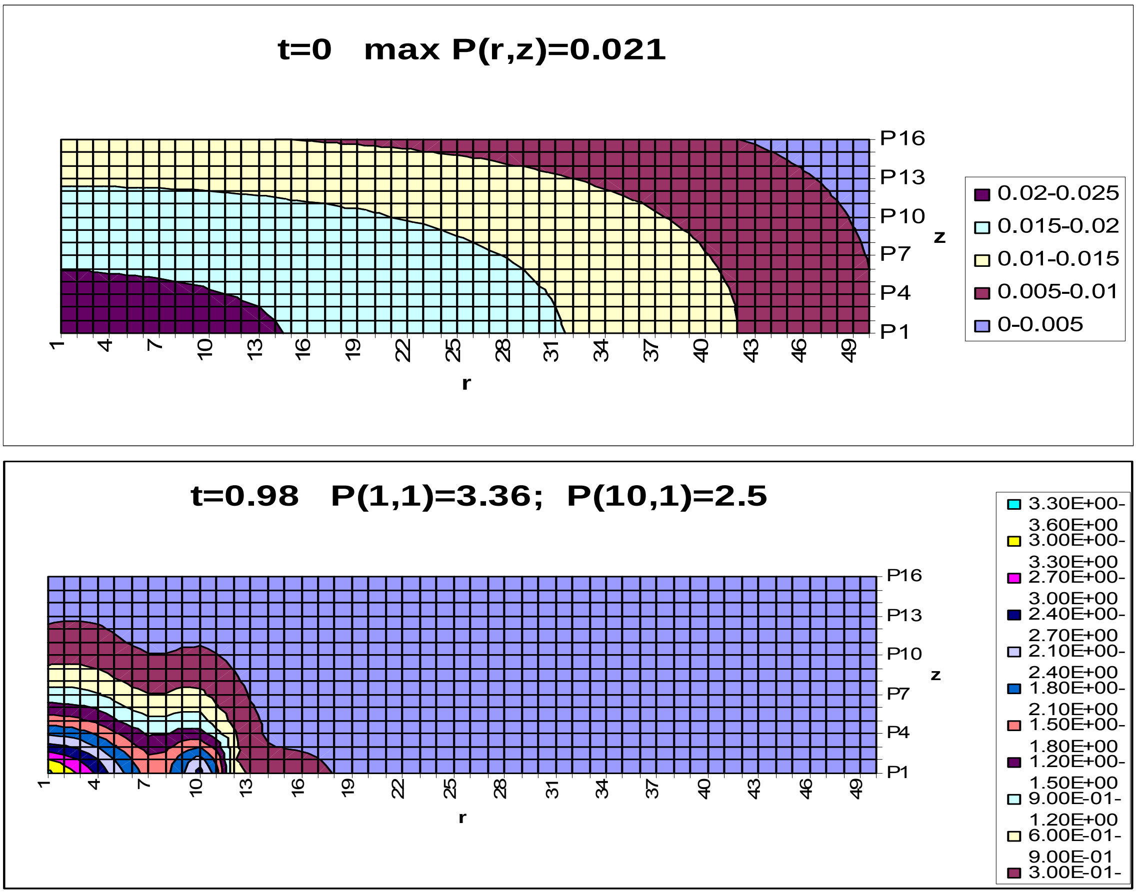


Рис. 5в. Распределение давления $p(r, 0, z, t)$ примера 3 на моменты $t = 0$; 0.98, в центральной области давление выросло почти в 170 раз

7. Расчет трехмерной возмущенной конфигурации

Приведем пример расчета газового диска с цилиндрически несимметричным начальным распределением плотности.

Пример 4. Область Ω: $0.1 \le r \le 1.4$, $0 \le \varphi \le 2\pi$, $0 \le z \le 0.2$, сетка $50 \times 16 \times 16$, шаги сетки $h_r = 0.026$, $h_\varphi = 0.39$, $h_z = 0.0125$. Начальная плотность $\rho(r,\varphi,z) = (0.634 - 7.03r + 4.68r^2)(24z^2 - 1)(0.99 + 0.2\sin(\pi + \frac{\varphi}{2}))$, скорость вращения $v = v_0(0.99 + 0.1\sin(\frac{\varphi}{2}))$, $v_0 = r / R^{3/2}$, давление $p = k\rho^\gamma$, $\gamma = 1.43$, $k = 0.0106$, масса газа $M_d = 0.154$.

На рис. 6а-6в представлены распределения плотности и давления в сечениях $z = 0$ и $\varphi = 0$ на моменты времени: $t = 1.01;\ 1.26;\ 5.05;\ 20.8$. Начальное распределение плотности отличается от распределения плотности примера 1 сомножителем $(0.99 + 0.2\sin(\pi + \frac{\varphi}{2}))$, максимальное значение плотности $\rho(0.75,0,0) = 1.98$, на рис. 6а изображены линии уровня плотности в сечении $z = 0$. Ко времени $t = 1.01$ (рис. 6б) газовое облако претерпело сжатие и по r, и по z, выделилось два фрагмента. На рис. 6а, $t = 1.26$, видно, что произошло сжатие и по φ, но выросло давление (рис. 6в) и фрагментация прекратилась. Газовое облако приобрело форму астрофизического диска, образовался довольно устойчивый субдиск, его плотность и размеры мало изменились со времени $t = 5.05$ до $t = 20.8$ (рис. 6б).

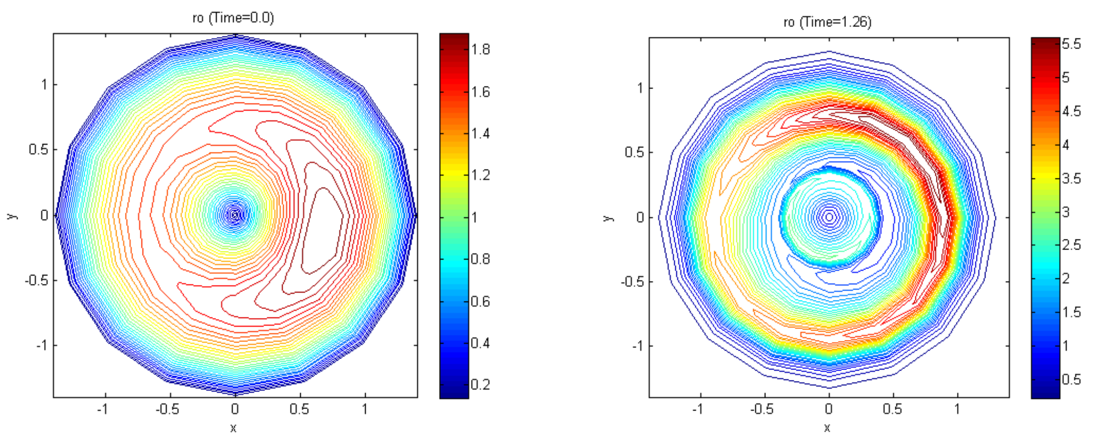


Рис. 6а. Распределение плотности $\rho(r,\varphi,0)$ примера 4 в сечении $z = 0$, при $t = 0;\ 1.26$, цилиндрически несимметричный случай, учитывается самогравитация

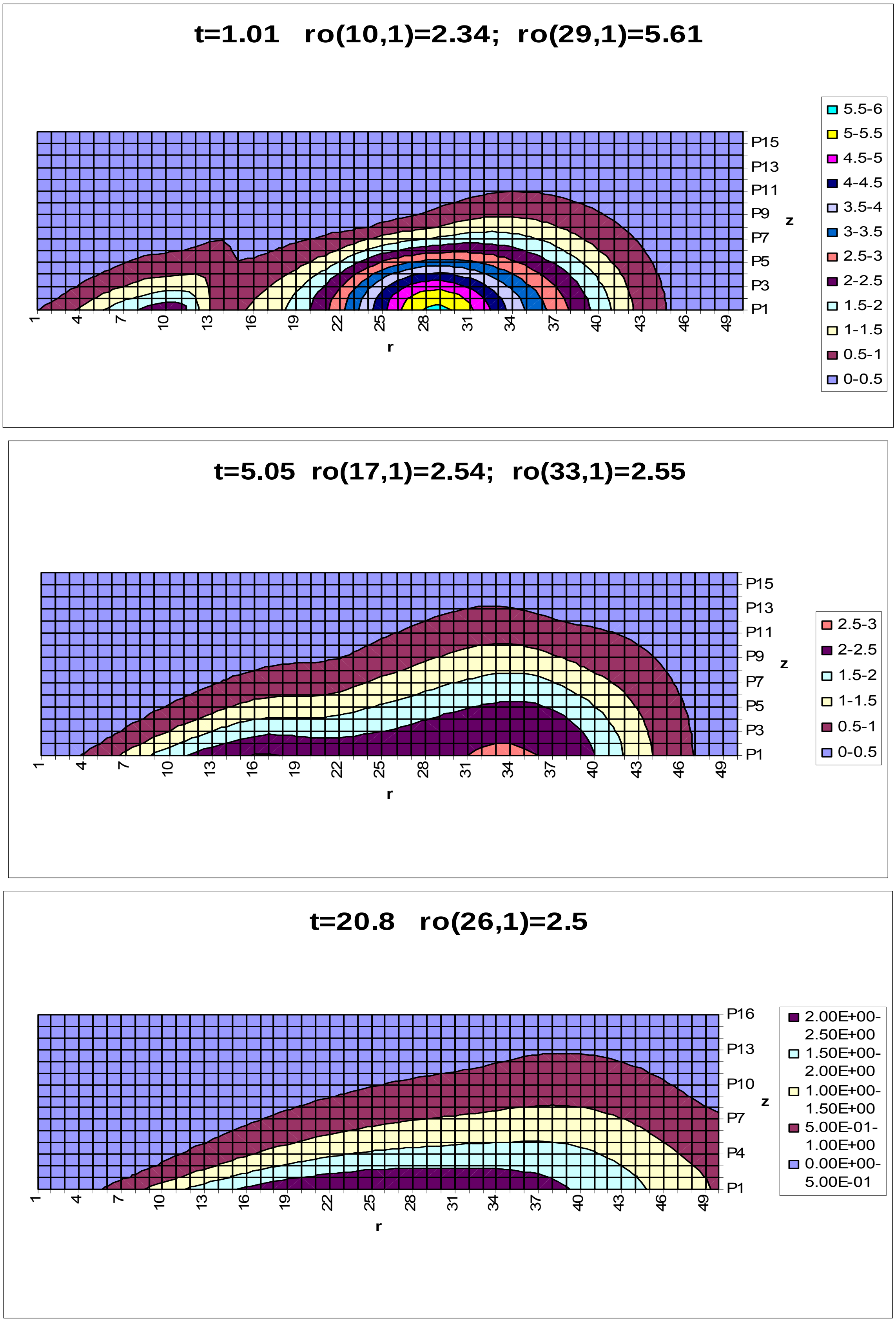


Рис. 6б. Линии уровня плотности $\rho(r,0,z,t)$ примера 4 на разные времена, цилиндрически несимметричный случай, учитывается самогравитация

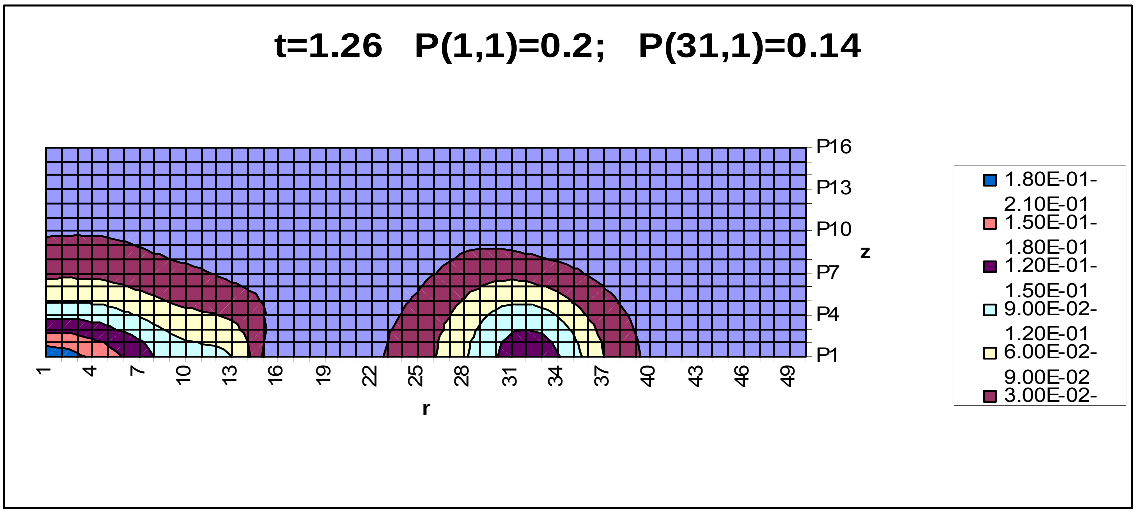
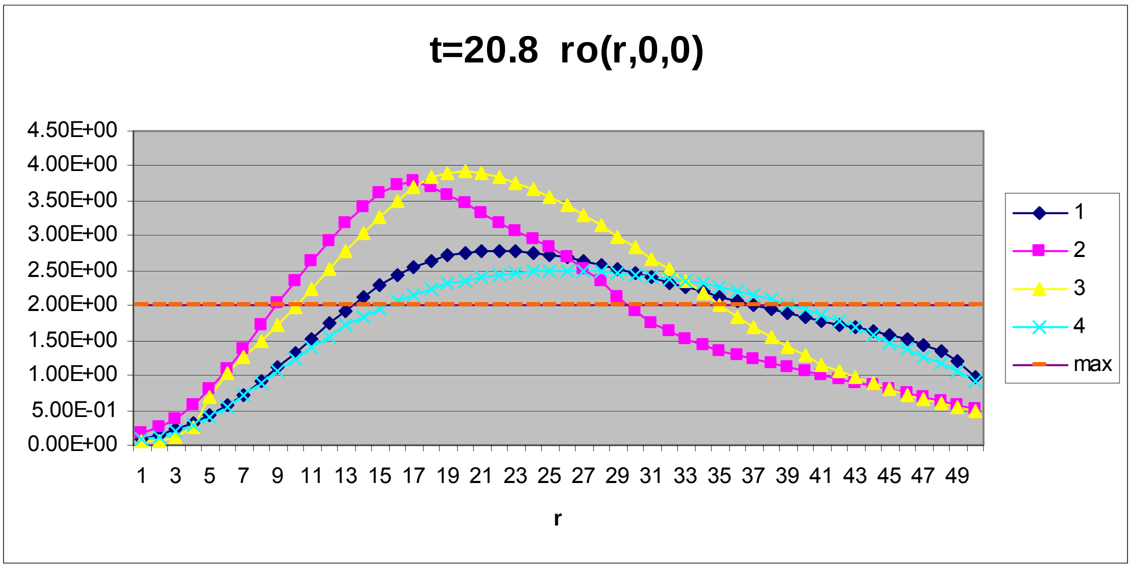
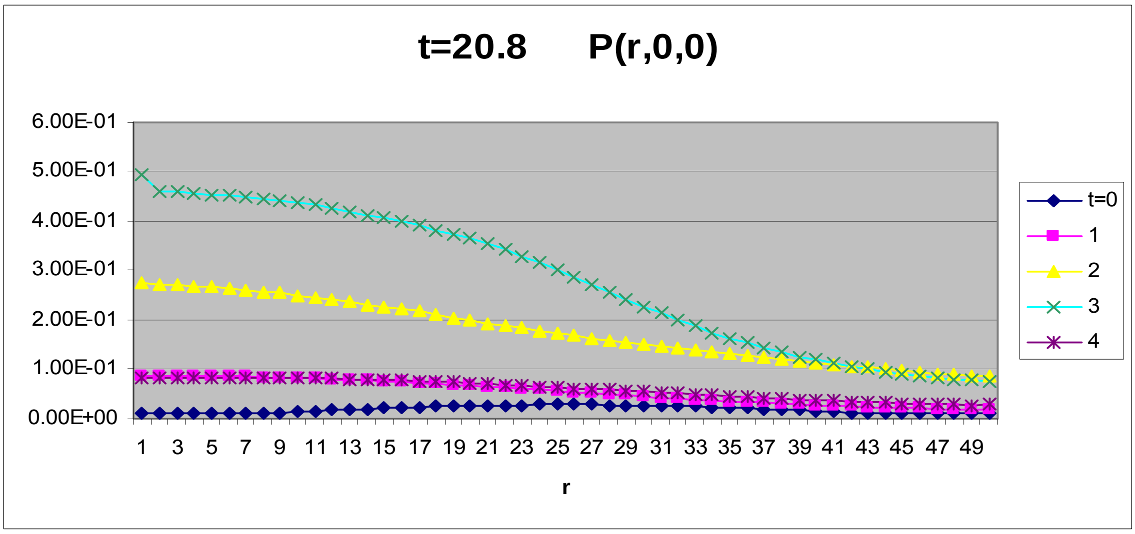


Рис. 6в. Распределение давления $p(r,0,z)$ примера 4 в сечении $\varphi = 0$, $t = 1.26$, цилиндрически несимметричный случай, учитывается самогравитация

Заключение

Построена трехмерная компьютерная модель эволюции газового диска, учитывающая гравитацию центральной звезды и гравитацию самого диска. Проведены расчеты как в цилиндрически симметричном, так и в общем случае. Влияние самогравитации приводит к более интенсивному сжатию облака, росту плотности и кратковременной фрагментации. Из-за роста температуры и давления начинают преобладать негравитационные силы (силы рассеяния), фрагментация прекращается, плотность постепенно снижается и формируется квазистационарная типичная конфигурация астрофизического диска. При разных начальных условиях получаются похожие конфигурации. На рис. 7 представлены распределения плотности, давления и скорости вращения по радиусу в центральном сечении диска $z = 0$ и $\varphi = 0$ для примеров 1,2,3,4 на конец расчета. Во всех случаях вращательная скорость становится близкой к кеплеровской. Образуется более плотная область (субдиск) в центральном сечении диска. Плотность субдиска выше, чем максимальное значение начальной плотности, равное двум.





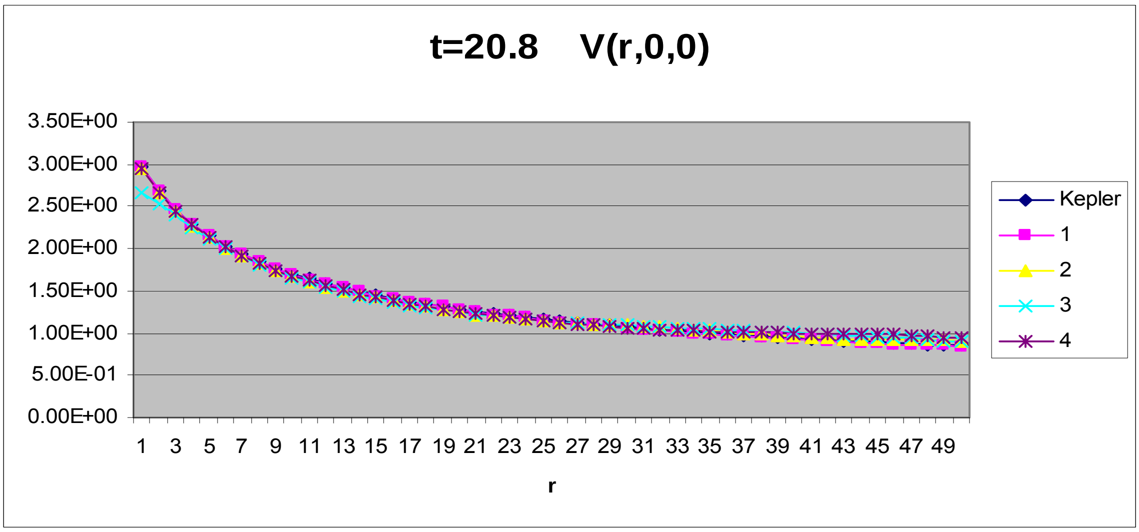


Рис. 7. Распределение плотности, давления и скорости вращения для примеров 1,2,3,4 по радиусу на конечное время расчета

Библиографический список

1. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Строение и эволюция Вселенной. М.: Наука, 1975.

2. Колесниченко А.В., Маров М.Я. Турбулентность и самоорганизация. М.: БИНОМ, 2009.

3. Страховская Л.Г. Модель эволюции самогравитирующего газового диска // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2012. № 80. 24 с.
URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2012-80

4. Некоторые модели описания протопланетного диска Солнца на начальной стадии его эволюции / А.В. Забродин [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2006. № 70. 45 с.
URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2006-70

5. Brush S.G. Theories of the origin of the solar system. 1956-1985. Rev. Mod. Phys. V. 62. P. 43-50.

6. В.А. Вшивков, В.Н. Снытников, Н.В. Снытников. Моделирование трехмерной динамики вещества в гравитационном поле на многопроцессорных ЭВМ. Вычислительные технологии, 2006, Т. 11, N.2, с. 15-27.

7. Луговский А.Ю., Мухин С.И., Попов Ю.П., Чеченкин В.М. Развитие крупномасштабной неустойчивости в аккреционных звездных дисках и ее влияние на перераспределение углового момента. АЖ. 2008. т.85. №8. с. 1-5.

8. Хоперсков А.В., Еремин М.А., Хоперсков С.А., Бутенко М.А., Морозов А.Г. Динамика газового диска в неосесимметричном темном гало. АЖ. 2012, т. 89, № 1, с. 19-31.

9. Р.П. Федоренко. Введение в вычислительную физику. М.: Изд-во МФТИ, 1994.

10. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.М., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976.

11. Фридман А.М., Горькавый Н.Н. Физика планетных колец. – М.: Наука, 1994. С. 282

12. Фридман А.М., Хоперсков А.В. Физика галактических дисков.– М.: Физматлит, 2011, 640 с.