

<u>ИПМ им.М.В.Келдыша РАН</u> • <u>Электронная библиотека</u> <u>Препринты ИПМ</u> • <u>Препринт № 103 за 2015 г.</u>



ISSN 2071-2898 (Print) ISSN 2071-2901 (Online)

#### <u>Галанин М.П.</u>, Крылов М.К., Лотоцкий А.П., <u>Родин А.С.</u>

Экспериментальное и численное исследование влияния начального профиля лайнера на его движение вблизи концевой части области

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Экспериментальное и численное исследование влияния начального профиля лайнера на его движение вблизи концевой части области / М.П.Галанин [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2015. № 103. 31 с. URL: <u>http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-103</u>

### Ордена Ленина ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М.В.Келдыша Российской академии наук

# М.П.Галанин, М.К.Крылов, А.П.Лотоцкий, А.С.Родин

### Экспериментальное и численное исследование влияния начального профиля лайнера на его движение вблизи концевой части области

### Галанин М.П., Крылов М.К., Лотоцкий А.П., Родин А.С.

### Экспериментальное и численное исследование влияния начального профиля лайнера на его движение вблизи концевой части области

Исследовано движение лайнеров под действием электромагнитных сил. Ленточный лайнер с плоским ускорительным витком использован в качестве экспериментальной тестовой модели для исследования концевых деформаций сжимаемого цилиндрического лайнера с продольным импульсным током. Эмпирически подобран профиль поперечного сечения концевых частей ускоряемой ленты, при котором в режиме разгона ленты до 1 км/с сохраняется непрерывность электрической цепи. Построены численная и математическая модели движения цилиндрического лайнера. Проведена серия оптимизационных расчетов для определения начального профиля лайнера, позволяющего ограничить величину максимальных деформаций растяжения лайнера вблизи опоры.

*Ключевые слова:* цилиндрический лайнер, оптимизация формы тела, большие деформации, тензор логарифмической деформации

### Mikhail Pavlovich Galanin, Mikhail Konstantinovich Krylov, Alexey Pavlovich Lotosky, Aleksandr Sergeevich Rodin

### Experimental and numerical investigation of influence of initial liner profile to liner motion near end part of domain

The liner motion by the action electromagnetic forces is investigated. The band liner with plane acceleration coil is used as experimental test model for investigation of end deformations of compressible cylindric liner with longitudinal impulse current. The profile of cross section of liner end parts is empirically selected. This liner profile allows to save electrical circuit continuity when liner band is accelerated up to velocity 1 km/sec. Mathematical and numerical models of cylindric liner motion are proposed. A number of optimization calculations are carried out. Obtained liner profile allows to limit stretching deformation near support.

*Key words:* cylindric liner, optimization of body shape, large deformation, tensor of logarithmic strain

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке контракта по ФЦП № Н 4х 44.90.14.1109 и Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 15-01-03073, № 14-01-31496).

### 1. Введение и постановка задачи

В термоядерных экспериментах с адиабатическим сжатием плазмы открытые торцы цилиндрического лайнера используются для заполнения пространства дейтериевой плазмой. Одновременно по этим торцам от неподвижных кольцевых контактов протекают большие токи, которые в Zпинч конфигурации достигают величины более 10 МА [1]. Цилиндрические оболочки под действием продольного тока должны сжиматься с радиальными 4-6 км/с. герметичность скоростями около сохраняя полную И электропроводность. Указанные условия требуют профилирования толщины стенки лайнера на концах сжимаемой рабочей части оболочки. При этом желательно минимизировать длину концевой части с переходным сечением, поскольку она исключена из основного процесса обжатия плазмы.

Ввиду достаточно широкого диапазона, в котором варьируется энергетика эксперимента по сжатию плазмы, а, соответственно, и начальные условия, величины токов и размеры, желательно иметь достаточно надежный расчетный инструмент для проектирования лайнеров. Программы расчетов для центральной сжимаемой части лайнера разработаны и широко используются [2, 3], но большой интерес представляет моделирование поведения лайнера вблизи концевых частей, где неизбежно возникают неоднородности, которые могут привести к обрыву лайнера и, следовательно, к разрыву электрической цепи.

В данной работе рассмотрены два подхода к решению указанной задачи. В первой части описаны эксперименты с ленточным лайнером, в котором концы лайнера имели изменяемое по площади сечение. Эмпирически подобранный профиль сечения позволил избежать обрывов ленты на полной длине ускорения центральной части. С определенной степенью допущения такой лайнер можно считать элементом образующей сжимаемой цилиндрической оболочки.

Во второй части работы рассмотрены математическая и численная модели установки с цилиндрическим лайнером, в которых полный ток, текущий по проводникам, считается заданным. Построенные модели применены для расчетов движения лайнера вблизи опоры. Главная задача при проведении расчетов заключалась в определении такого начального профиля лайнера, при котором возникающие деформации растяжения не превышали бы предельно допустимого значения, соответствующего разрушению материала.

### 2. Эксперименты с концевыми частями ленточного лайнера

Ускорение пластинчатых лайнеров протекающим током ранее использовалось при создании импульсного усилителя мощности – магнитного компрессора потока (МК), описанного в работах [4, 5]. В этих экспериментах с пластинами, ускоренным навстречу друг другу токами с поперечной плотностью 120-140 кА/см, определены основные закономерности деформации пластин ускоряющим полем.

Для проведения дальнейших экспериментов на тонких ленточных лайнерах при плотностях тока до 400 кА/см в ГНЦ РФ ТРИНИТИ создана установка с малыми по сравнению с МК размерами и простой геометрией ускорителя. Размеры и вид конструкции ускорительного витка показаны на рис. 1.



Рис. 1. Размеры токового витка для размещения лайнера (вид сбоку)

Толщина витка в перпендикулярном направлении к рис. 1 равна 50 мм. Поперечный размер ленточного лайнера с полной длиной 0,28 м варьировался в зависимости от конкретных условий поставленной задачи (характерная величина - 20 мм). Начальное положение лайнера обозначено на рис. 1 штриховой линией, там же указано направление протекания ускоряющего тока. Виток устанавливался вертикально в защитной камере, воздух из которой откачивался до давления 0,1 бар. Камера имела окна для визуального наблюдения и выполнения скоростной теневой киносъемки с подсветкой от импульсной лампы-вспышки.

В процессе движения вблизи концевых участков ускоряемая пластина падала на контактные клиновые поверхности, показанные на рис.1. Наличие данных поверхностей ограничивало величину возникающих деформаций и предотвращало преждевременный обрыв ленты лайнера. Более подробно информация о данной установке, экспериментальных и численных результатах, полученных на первом этапе исследования, изложена в [6].

Цель экспериментов, проводимых на втором этапе исследования, – затормозить движение лайнера у концевых зажимов – подводов тока – так, чтобы предотвратить обрыв ленты при отсутствии контактных клиновых поверхностей. В этом случае ленту можно рассматривать как выделенный вдоль образующей элемент поверхности цилиндрической оболочки, сжимаемой азимутальным полем продольного тока. Затормозить лайнер вблизи концов можно, либо увеличивая погонную массу ленты, либо уменьшая магнитное давление в этой зоне.

### 2.1. О ленточных «свертках» и разрушениях ленты. Эксперименты на клине

В первой серии экспериментов использованы варианты увеличения массы концевых участков лайнера при помощи предварительной свертки ленты в два или три слоя, как показано на рис. 2.



*Рис.* 2. Вариант свертки концевых участков ленты. Величина S1 изменялась от 0,5 S до 1,0 S

В проведенных экспериментах по ускорению показано, что ожидаемый эффект отставания концов от основной части лайнера достигается. Однако неоднородность в сечении лайнера по линии сопряжения профилей различных участков, отмеченной на рис.2, провоцировала концентрацию напряжений в материале. Это приводило к обрыву ленты в процессе дальнейшего движения и загоранию электрической дуги. Кинограмма процесса показана на рис. 3.



Рис. 3. Ускорение лайнера со сверткой концевого участка

Варьировать толщину концов ленты другим способом представлялось неоправданным из-за существенно возроставшей стоимости прецезионной механической обработки заготовки.

### 2.2. Эксперименты на ступенчатом токоподводе

Следующие эксперименты проведены с профилированием ширины ленты на участках лайнера вблизи крепления к токоподводам. Развертки заготовок были близки форме, показанной на рис.2, но без свертки пластины. При этом форма контактного узла для присоединения лайнера была изменена вставкой, показанной на рис.4, которая формировала контактную ступеньку вместо клина.





В процессе экспериментов варьировался профиль концевой части лайнера, обеспечивающий желаемый результат. Для формы профиля, показанной на рис. 5, получена динамическая конфигурация течения концевой области лайнера, обеспечивающая решение поставленной задачи.









Надо отметить, что переход по радиусу с величиной R~L играл существенную роль для динамической картины процесса деформации ленты. На рис.6 представлена кинограмма полного процесса ускорения и движения

лайнера, неразрывность которого сохранялась вплоть до столкновения с плоскостью обратной ветви витка.

Максимальная скорость движения пластины лайнера в этих экспериментах достигала 950 м/с.

По фотографиям можно сравнить протяженность переходной зоны искривления пластины лайнера вдоль оси Z и зоны полного перемещения ленты вдоль оси X. Для цилиндрического лайнера, ориентированного по оси Z, длина соответствующего переходного участка будет составлять величину меньшую, чем начальный радиус исходной оболочки. Кроме того, для цилиндрического лайнера большую роль будет играть, в отличие от данного плоского случая растяжения полосы по оси Z, эффект сжатия элементов оболочки в поперечном направлении по оси Y, что соответствует динамическому уменьшению радиуса цилиндра.

## 3. Математическая модель электродинамических процессов для ускорителя с цилиндрическим лайнером

Рассмотрим электромагнитный ускоритель с цилиндрическим лайнером. В силу цилиндрической симметрии объекта для моделирования движения лайнера справедливо цилиндрически симметричное приближение. Область моделирования, соответствующая половине продольного сечения, со схемой подключения внешних электрических цепей схематично показана на рис. 7.



*Рис.* 7. Половина продольного сечения цилиндрического ускорителя (плоскость rz)

Будем использовать следующие обозначения (рис. 7):  $G = G_1 \cup G_2$  – рассматриваемая область,  $G_1 = \bigcup_{k=1}^2 S_k = \{\mathbf{r} \in G : \sigma > 0\}$  – проводящая подобласть, состоящая из 2 цилиндрических проводников ( $S_1$  - лайнер,  $S_2$ - индуктор),  $G_2 = \{\mathbf{r} \in G : \sigma = 0\}$  – подобласть диэлектрика, состоящая из трех несвязанных друг с другом подобластей  $G_{21}$ ,  $G_{22}$ ,  $G_{23}$  (см. рис. 1).  $\partial G_1$  и  $\partial G_2$  – границы  $G_1$  и  $G_2$  соответственно.

Для описания электромагнитных полей используем систему уравнений Максвелла в МГД-приближении. В безразмерном виде она принимает следующий вид [7]:

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \operatorname{rot}([\mathbf{v} \times \mathbf{H}] - \mathbf{E}),$$
  

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = 4\pi\sigma \mathbf{E} = 4\pi \mathbf{j},$$
  

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = 0.$$
(3.1)

В силу симметрии области, начальных и граничных условий векторы магнитного и электрического полей и вектор скорости имеют следующую структуру:

$$\mathbf{H} = (0, H_{\varphi}, 0)^{T},$$
  

$$\mathbf{E} = (E_{r}, 0, E_{z})^{T},$$
  

$$\mathbf{v} = (v_{r}, 0, v_{z})^{T}.$$
(3.2)

Отметим, что для выбранной структуры электромагнитных полей третье уравнение в (3.1) выполнено автоматически.

Для рассматриваемой расчетной области с учетом приближения (3.2) можно выразить напряженность магнитного поля в диэлектрических подобластях через значения полных токов, которые протекают через проводники, аналогично тому, как это сделано в [7, 8].

На данном этапе моделирования сделаем предположение, что лайнер и индуктор соединены в одну последовательную электрическую цепь (цепь индуктора) и по ним течет заданный полный ток (в одном направлении по индуктору и в противоположном направлении по лайнеру).

Тогда после интегрирования второго уравнения (3.1) можно получить следующие значения напряженности магнитного поля в диэлектрических подобластях:

$$H_{\varphi}(t) = \begin{cases} 0, & \vec{r} \in G_{21} \\ \frac{2I_B}{r}, & \vec{r} \in G_{22} \\ 0, & \vec{r} \in G_{23} \end{cases}$$
(3.3)

Здесь  $I_B$  – полный ускоряющий ток.

Таким образом, на данном этапе моделируется ускорение цилиндрического лайнера без учета его торможения за счет сжатия магнитного поля, присутствующего в реальности в подобласти  $G_{23}$ . Поле (3.3) есть следствие используемого двумерного приближения. В реальности задача трехмерна.

Теперь рассмотрим уравнения для напряженности магнитного поля в проводниках. Используя систему (3.1), можно получить одно векторное уравнение:

$$\operatorname{rot}\frac{1}{4\pi\sigma}\operatorname{rot}\mathbf{H} - \operatorname{rot}[\mathbf{v} \times \mathbf{H}] = -\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}.$$
(3.4)

В качестве граничных условий для лайнера поставим либо условия непрерывности  $H_{\varphi}$  при переходе от диэлектрика к проводнику (от одного проводника к другому проводнику), либо условие равенства нулю нормальной производной  $H_{\varphi}$  на торцах проводника (т.е. равенство нулю радиальной компоненты **E** на торцах):

$$H_{\varphi}|_{\Gamma_{1}} = 0, \quad H_{\varphi}|_{\Gamma_{3}} = \frac{2I_{B}}{r}, \quad \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial z}|_{\Gamma_{2}} = \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial z}|_{\Gamma_{4}} = 0.$$
(3.5)

Поставим нулевое начальное условие:

$$H_{a}(r,z,0) = 0.$$
 (3.6)

## 4. Численная модель электродинамических процессов для ускорителя с цилиндрическим лайнером

Будем использовать следующее обозначение для скалярного произведения

$$(\mathbf{f},\mathbf{g}) = \int_{V} \mathbf{f}^{T} \mathbf{g} \ dV = 2\pi \int_{G} \mathbf{f}^{T} \mathbf{g} \ r dr dz.$$

Поскольку в диэлектрических областях магнитное поле известно, то решаем уравнения только для проводников. Для получения дискретных уравнений для магнитного поля используем метод Галеркина [9]. В лайнере построим четырехугольную конечно-элементную сетку, на которой определим соответствующие базисные функции (в расчетах применялись конечные элементы (КЭ) 1 порядка). После умножения уравнения (3.6) на пробные функции  $\hat{N}_i = (0, \hat{N}_i, 0)^T$  (в данном случае – это базисные функции) получим следующую систему уравнений:

$$\left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \, \hat{\mathbf{N}}_{i}\right) - \left(\operatorname{rot}[\mathbf{v} \times \mathbf{H}], \, \hat{\mathbf{N}}_{i}\right) + \left(\operatorname{rot}\frac{1}{4\pi\sigma}\operatorname{rot}\mathbf{H}, \, \hat{\mathbf{N}}_{i}\right) = 0, \, i = 1, \dots, n_{p} \quad (4.1)$$

где  $n_p$  - количество узлов сетки внутри области и границах  $\Gamma_2$ ,  $\Gamma_4$ .

Если воспользоваться формулами векторного анализа [7] и видом векторных переменных (3.2), то можно получить следующие соотношения:

$$-\left(\operatorname{rot}[\mathbf{v}\times\mathbf{H}], \ \hat{\mathbf{N}}_{i}\right) = \left(\mathbf{H}\operatorname{div}\,\mathbf{v} + \left(\mathbf{v}\cdot\nabla\right)\,\mathbf{H}, \ \hat{\mathbf{N}}_{i}\right) = \left(H_{\varphi}\operatorname{div}\,\mathbf{v} + \mathbf{v}\cdot\operatorname{grad}\,H_{\varphi}, \ \hat{N}_{i}\right), \\ \left(\operatorname{rot}\frac{1}{4\pi\sigma}\operatorname{rot}\,\mathbf{H}, \ \hat{\mathbf{N}}_{i}\right) = \left(\frac{1}{4\pi\sigma}\operatorname{rot}\,\mathbf{H}, \ \operatorname{rot}\,\hat{\mathbf{N}}_{i}\right) + \int_{\partial V} \left[\mathbf{E}\times\hat{\mathbf{N}}_{i}\right]\cdot\mathbf{n}dS, \qquad (4.2)$$

причем в силу поставленных граничных условий и структуры базисных функций интеграл по границе равен нулю для внутренних узлов сетки и узлов, расположенных на торцах лайнера.

Применим формулу полной производной по времени

$$\frac{dH_{\varphi}}{dt} = \frac{\partial H_{\varphi}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \text{grad } H_{\varphi}.$$
(4.3)

Тогда уравнения (4.1) можно записать в следующем виде:

$$\left(\frac{dH_{\varphi}}{dt} + H_{\varphi} \operatorname{div} \mathbf{v}, \hat{N}_{i}\right) + \left(\frac{1}{4\pi\sigma} \operatorname{rot} \mathbf{H}, \operatorname{rot} \hat{\mathbf{N}}_{i}\right) = 0, \ i = 1, \dots, n_{p}.$$
(4.4)

Воспользуемся формулой перехода от текущей конфигурации к начальной (*J* - якобиан соответствующего преобразования координат)

$$\left(\frac{dH_{\varphi}}{dt} + H_{\varphi} \operatorname{div} \mathbf{v}, \hat{N}_{i}\right) = \int_{V} \left(\frac{dH_{\varphi}}{dt} + H_{\varphi} \operatorname{div} \mathbf{v}\right) \hat{N}_{i} dV = \int_{V_{0}} \left(\frac{dH_{\varphi}}{dt} + H_{\varphi} \operatorname{div} \mathbf{v}\right) N_{0i} J dV_{0} = \int_{V_{0}} \frac{d(H_{\varphi}J)}{dt} N_{0i} dV_{0} = \frac{d}{dt} \int_{V_{0}} H_{\varphi} N_{0i} J dV_{0} = \frac{d}{dt} \int_{V} H_{\varphi} N_{i} dV = \frac{d}{dt} \left(H_{\varphi}, N_{i}\right).$$

Тогда (3.4) можно переписать в следующей форме:

$$\frac{d}{dt} \left( H_{\varphi}, N_i \right) + \left( \frac{1}{4\pi\sigma} \operatorname{rot} \mathbf{H}, \operatorname{rot} \hat{\mathbf{N}}_i \right) = 0, \ i = 1, \dots, n_p.$$
(4.5)

Применим для дискретизации по времени стандартную конечноразностную формулу и выберем следующую аппроксимацию напряженности магнитного поля

$$\hat{H}_{\varphi} \rightarrow \hat{H}_{\varphi}^{I} = \sum_{i=1}^{n_{p}} \hat{H}_{i} \hat{N}_{i}.$$

$$(4.6)$$

После соответствующей подстановки получим следующие линейные алгебраические уравнения:

$$\frac{\left(\hat{H}_{\varphi}^{I},\hat{N}_{i}\right)-\left(H_{\varphi}^{I},N_{i}\right)}{\tau}+\left(\frac{1}{4\pi\sigma}\operatorname{rot}\mathbf{H}^{I},\operatorname{rot}\hat{\mathbf{N}}_{i}\right)=0,\ i=1,...,n_{p}.$$
(4.7)

В узлах на границе, в которых поставлены граничные условия первого рода, выполнены следующие равенства:

$$\hat{H}_i = 0$$
 - для узлов, расположенных на  $\Gamma_1$ ,  
 $\hat{H}_i = \frac{2\hat{I}_B}{r}$  - для узлов, расположенных на  $\Gamma_3$ . (4.8)

В узлах сетки, в которых поставлено условие равенства нулю нормальной производной (на торцах проводника), дискретные уравнения по форме совпадают с (4.7).

### 5. Модели и предположения, использованные для описания движения лайнера

Для моделирования движения лайнера использована модель упругопластического тела, учитывающая большие пластические деформации [9, 10]. Считается, что на торцах лайнера перемещение по нормали запрещено, а на поверхности контакта лайнера с опорой ставится условие прилипания.

На боковых поверхностях лайнера выполнено условие свободной границы, лайнер движется под действием объемной силы Лоренца.

Для численной реализации математической модели движения упругопластического тела использован метод конечных элементов (МКЭ) [11-13]. Достаточно подробно численная модель описана в предыдущих работах авторов [14-15].

В расчетах применялись следующие характеристики алюминия: плотность  $\rho = 2540 \text{ кг/м}^3$ , модуль Юнга E = 70.5 ГПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0.31$ . Для моделирования пластических свойств алюминия использована модель упругопластического тела с линейным упрочнением, для которой предел текучести задается формулой [13]

$$\sigma_{\rm y} = \sigma_{0\rm y} + E_{\rm t} \, \varepsilon^{\rm p}, \tag{5.1}$$

где  $\sigma_{0y}$  – начальный предел текучести,  $E_t$  – касательный модуль, который задает наклон кривой деформирования в зоне пластичности,  $\epsilon^p$  - эффективная пластическая деформация.

Поскольку в случае динамического нагружения материала его прочностные характеристики повышаются в сравнении со случаем

стационарного нагружения, то выбраны следующие значения параметров:  $\sigma_{0y} = 60 \text{ M}\Pi a$ ,  $E_t = 400 \text{ M}\Pi a$ .

Ha приведена характерная деформирования, рис. 8 кривая соответствующая формуле (5.1). Подобные кривые обычно строятся для случая одноосного растяжения (сжатия) образца материала и представляют собой зависимость напряжения  $\sigma$  от деформации  $\varepsilon$ . Для случая больших деформаций абсцисс откладывается значение не самой деформации, по оси a логарифмической деформации [13].



*Рис.* 8. Характерный вид кривой деформирования для материала с линейным упрочением

В многомерном случае для получения адекватной информации о деформированном состоянии тела при наличии больших деформаций используют тензор логарифмической деформации (тензор Генки) **Е**<sup>(**H**)</sup>.

Чтобы посчитать значение тензора Генки, нужно сначала выполнить полярное разложение градиента деформации  $\mathbf{F}$  [11, 13] на правый тензор кратностей удлинений **U**и ортогональный тензор ротации (поворота)  $\mathbf{R}$ :

$$\mathbf{F} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{U}. \tag{5.2}$$

Для осесимметричного случая матричное представление градиента деформации имеет вид [16]

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{\partial u_r}{\partial R} & 0 & \frac{\partial u_r}{\partial Z} \\ 0 & 1 + \frac{u_r}{R} & 0 \\ \frac{\partial u_z}{\partial R} & 0 & 1 + \frac{\partial u_z}{\partial Z} \end{pmatrix},$$
(5.3)

где  $u_r$ ,  $u_z$  - радиальные и осевые перемещения в текущий момент времени соответственно; R, Z – координаты рассматриваемой точки в начальный момент времени (в начальной конфигурации).

Для осесимметричного случая поворота по угловой координате не происходит, поэтому можно искать только компоненты тензора ротации  $\mathbf{R}$  в плоскости rz.

Затем нужно найти собственные значения  $\lambda_k$  и собственные векторы **N**<sup>(k)</sup> тензора **U**. Из (5.3) сразу следует, что

$$\lambda_2 = 1 + \frac{u_r}{R},$$
$$\mathbf{N}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0, & 1, & 0 \end{pmatrix}^T$$

Тогда компоненты тензора Генки вычисляются по следующим формулам [11]:

$$E_{ij}^{(H)} = \sum_{k=1}^{3} \ln \lambda_k \ N_i^{(k)} N_j^{(k)} \,.$$
(5.4)

Можно считать, что компоненты тензора Генки относятся к повернутой конфигурации (конфигурации, которая получена из исходной путем исключения поворота рассматриваемой части тела как единого целого), при этом деформацию в плоскости гг определяют компоненты  $E_{11}^{(H)}$ ,  $E_{22}^{(H)}$ ,  $E_{12}^{(H)}$ .

### 6. Результаты расчетов

Главная цель проведенных расчетов заключалась в определении оптимального начального профиля лайнера, то есть такого профиля, для которого возникающие в процессе движения деформации не превышают предельно допустимых величин и не приводят к обрыву лайнера. В данной работе считалось, что опоры, расположенные в концевых частях устройства, имеют форму ступеньки (нет наклонных участков).

Для достижения поставленной цели выбрана форма лайнера, схематично показанная на рис. 8: ближе к опоре толщина лайнера линейно увеличивается от номинального значения  $\Delta R_0$  до величины  $\Delta R_1$ , которая и варьируется в расчетах. Длина участка лайнера с повышенной толщиной  $\Delta Z_1$  равна внешнему (номинальному) радиусу лайнера. На рис. 9 показана торцевая часть устройства, соответствующая координате z=0. Длина расчетной области по z бралась равной удвоенному номинальному радиусу.



Рис. 9. Схема начального профиля лайнера

Проведена серия расчетов со следующими параметрами. Внутренний радиус лайнера  $R_0 = 48.4$  мм, номинальная толщина (без учета утолщения на торцах) лайнера  $\Delta R_0 = 1.6$  мм. Ток, текущий по проводникам, задавался гармоническим  $I_B = I_0 \sin \omega t$  с максимальной амплитудой  $I_0 = 4$  МА и полупериодом, равным 50 мкс.

Характерный шаг по времени – 50 нс, шаг сетки – 0.2 мм.

#### 6.1. Первый вариант

В данном варианте расчетов принималось, что толщина лайнера в нижней части увеличивается в 1.5 раза, т.е.  $\Delta R_1 = 1.5 \Delta R_0$ .

На рис. 10 приведены формы профиля лайнера в различные моменты времени. Цветом показана радиальная скорость, горизонтальной чертой обозначено положение опоры. Здесь и далее скорость нормирована на величину 100 м/с, а координаты лайнера г, z – на величину 10 см.

Во время движения у центральной части лайнера наблюдалась следующая характерная радиальная скорость: в момент времени 40 мкс - 600 м/с, в момент времени 60 мкс - 650 м/с, в момент времени 77 мкс - 1500 м/с.



Как видно из рисунка, в процессе движения лайнера происходит утолщение его центральной части (за счет сжатия вещества в радиальном направлении) и значительное растяжение участка лайнера, примыкающего к опоре. При этом к моменту времени 77 мкс достаточно большой участок лайнера непосредственно вступил в контакт с опорой (оказался растянутым по опоре), затем следует область неоднородности, а начиная с высоты z = 60 мм лайнер уже деформируется однородно. Таким образом, протяженность неоднородного участка приблизительно равна начальному радиусу лайнера (порядка 50 мм). Следует также отметить, что в районе условного начала неоднородной области наблюдается образование волнообразного углубления, которое движется с опережением центральной части.

На рис. 11 показано распределение компонент тензора логарифмической деформации (тензора деформации Генки), относящихся к плоскости гг.



*Рис. 11.* Распределение компонент тензора логарифмической деформации в лайнере при t = 77 мкс

На однородном участке движения лайнера компонента логарифмической деформации  $E_{11}^{(H)}$  совпадает с радиальными деформациями (поскольку на данном участке никакого поворота в плоскости гг тело не совершает). На момент времени 77 мкс максимальные радиальные деформации (деформации сжатия) достигают величины 140 %.



*Рис. 12.* Распределение компонент тензора напряжений в лайнере при t = 77 мкс

Наиболее опасными для лайнера являются деформации растяжения, т.к. разрушение алюминия при растяжении происходит значительно раньше, чем при сжатии (относительно абсолютных величин деформации). Как видно из рис. 11.А, на участке лайнера, растянутом по опоре, деформации растяжения достигают величины 80%. В рамках статического испытания алюминиевого образца на растяжение получены предельные деформации порядка 40%. Таким образом, на данном участке деформации в 2 раза превышают критическое значение. Значит, в указанном месте, скорее всего произойдет обрыв лайнера.

На рис. 12 приведены распределения различных компонент тензора напряжений (в МПа). Из рисунка видно, что на участке лайнера, растянутом по опоре, возникают большие растягивающие радиальные напряжения (порядка 500 МПа). Вблизи угловой точки опоры, а также вблизи границы контактной зоны возникают очень большие сжимающие напряжения (порядка 2 ГПа). Также наблюдается образование зоны с повышенным давлением в районе волнообразного углубления на краю неоднородной области.

#### 6.2. Второй вариант

В данном варианте расчетов принималось, что толщина лайнера в нижней части увеличивается в 2 раза, т.е.  $\Delta R_1 = 2\Delta R_0$ .

На рис. 13 приведены формы профиля лайнера в различные моменты времени. Во время движения у центральной части лайнера наблюдалась следующая характерная радиальная скорость: в момент времени 40 мкс - 600 м/с, в момент времени 60 мкс - 650 м/с, в момент времени 77 мкс - 1500 м/с.

Как видно из рисунка, в процессе движения лайнера происходит утолщение его центральной части (за счет сжатия вещества в радиальном направлении) и растяжение участка лайнера, примыкающего к опоре. При этом к моменту времени 77 мкс непосредственно в контакт с опорой вступил значительно меньший участок лайнера по сравнению с предыдущим расчетом (рис. 10). Прогиб лайнера в области неоднородности стал заметно больше, также увеличился прогиб (углубление) в начале данной области, который движется с опережением центральной части лайнера. Но протяженность неоднородного участка практически не изменилась: начиная с высоты z = 60 мм лайнер, как и раньше, деформируется однородно.



На рис. 14 показано распределение компонент тензора логарифмической деформации (тензора деформации Генки), относящихся к плоскости гг.



*Рис. 14.* Распределение компонент тензора логарифмической деформации в лайнере при t = 77 мкс

Как видно из рис. 14.А, по сравнению с предыдущим вариантом (рис. 11.А) значение максимальных деформаций растяжения, возникающих на участке лайнера, растянутом по опоре, уменьшилось с 80% до 50%.

На рис. 15 приведены распределения различных компонент тензора напряжений (в МПа). Из рисунка видно, что на участке лайнера, растянутом по опоре, возникают большие растягивающие радиальные напряжения (порядка 400 МПа). Вблизи угловой точки опоры, а также вблизи границы контактной зоны возникают очень большие сжимающие напряжения (порядка 2 ГПа). По сравнению с предыдущим вариантом (рис. 12) еще более явно наблюдается образование зоны с повышенным давлением в районе волнообразного углубления на краю неоднородной области (возникающие здесь напряжения превышают значение 1.5 ГПа).



*Puc. 15.* Распределение компонент тензора напряжений в лайнере при t = 77 мкс

В данном варианте расчетов принималось, что толщина лайнера в нижней части увеличивается в 3 раза, т.е.  $\Delta R_1 = 3\Delta R_0$ .

На рис. 16 приведены формы профиля лайнера в различные моменты времени. Во время движения у центральной части лайнера наблюдалась следующая характерная радиальная скорость: в момент времени 40 мкс - 600 м/с, в момент времени 60 мкс - 650 м/с, в момент времени 77 мкс - 1500 м/с.

Как видно из рисунка, в процессе движения лайнера происходит утолщение его центральной части (за счет сжатия вещества в радиальном направлении) и растяжение участка лайнера, примыкающего к опоре. При этом к моменту времени 77 мкс непосредственно в контакт с опорой вступил достаточно маленький участок лайнера по сравнению с предыдущими расчетами (рис. 10, 13). Прогиб лайнера в области неоднородности стал еще более выпуклым и принял колоколообразную форму. Прогиб (углубление) в начале области неоднородности стал двигаться с еще большим опережением центральной части лайнера. Но протяженность неоднородного участка практически не изменилась: начиная с высоты z = 60 мм лайнер, как и раньше, деформируется однородно.





в различные моменты времени

На рис. 17 показано распределение компонент тензора логарифмической деформации (тензора деформации Генки), относящихся к плоскости rz. По сравнению с предыдущими вариантами (рис. 11.A, 14.A) значение максимальных деформаций растяжения, возникающих на участке лайнера, растянутом по опоре, уменьшилось до 40%. При этом подобные деформации образуются в двух зонах: вблизи угловой точки опоры и на внешней поверхности лайнера в месте перехода от движения возле опоры к движению в свободном пространстве. Таким образом, профиль лайнера, использованный в третьем варианте, позволяет избежать разрушения лайнера в концевой области.

На рис. 18 приведены распределения различных компонент тензора напряжений (в МПа). Из рисунка видно, что главным концентратором напряжений в теле является зона возле угловой точки опоры: здесь возникают большие сжимающие напряжения (порядка 2 ГПа). По сравнению с предыдущими вариантами (рис. 12, 15) увеличились напряжения в районе волнообразного углубления на краю неоднородной области (возникающие здесь напряжения составляют величину порядка 2-2.5 ГПа).



*Puc. 17.* Распределение компонент тензора логарифмической деформации в лайнере при t = 77 мкс





*Рис.* 18. Распределение компонент тензора напряжений в лайнере при t = 77 мкс

#### 6.4. Четвертый вариант

Из предыдущих вариантов расчета ясно, что угловая точка на опоре порождает в прилегающей зоне лайнера концентратор напряжений и большие деформации. В данном варианте расчетов принималось, что толщина лайнера в нижней части по-прежнему увеличивается в 3 раза ( $\Delta R_1 = 3\Delta R_0$ ), но в угловой зоне опоры имеется небольшой скос (длиной 2 мм).

Общая картина движения лайнера по сравнению с рис. 16 меняется не очень значительно, почти все изменения сконцентрированы в области, примыкающей к опоре. Приведем результаты двух расчетов (вариант 3 и вариант 4) на момент времени 77 мкс. На рис. 19 показаны распределения радиальных и осевых напряжений, а на рис. 20 показаны распределения компоненты тензора логарифмической деформации  $E_{11}^{(H)}$ .

Из приведенных рисунков видно, что использование опоры со скошенным углом позволяет уменьшить максимальные растягивающие деформации с 40% до 25%, а значение сжимающих напряжений в соответствующей зоне снижается с величины 2 ГПа, до величины 1 ГПа.



*Рис. 19.* Распределение компонент тензора напряжений в лайнере при t = 77 мкс: A, B – вариант 3; Б, Г – вариант 4



### Заключение

В работе исследовано движение цилиндрических лайнеров под действием электромагнитных сил. Поскольку в подобных устройствах лайнер должен сохранять полную герметичность и электропроводность, то возникает задача предотвращения обрыва лайнера вблизи закрепленных концевых участков. Одним из способов решения указанной проблемы является профилирование толщины стенки лайнера на концах сжимаемой рабочей части оболочки.

В первой части работы приведены экспериментальные результаты по нахождению оптимального профиля ленточного лайнера, который можно рассматривать как выделенный вдоль образующей элемент цилиндрической поверхности. Во второй части работы описана математическая и численная модели электромагнитных полей в ускорителе для случая, в котором полный ток является заданной величиной. Приведены расчеты по определению оптимального профиля цилиндрического лайнера, позволяющего получать максимальные деформации растяжения, не превышающие предельно допустимых величин.

И в эксперименте с ленточным лайнером, и в расчетах с цилиндрическим лайнером получено, что протяженность области неоднородности, которая развилась в процессе движения, сопоставима с начальной длиной участка лайнера с переменным сечением.

### Список литературы

[1]. J.H. Degnan, D.I. Amdahl, M. Domonkos et al. Flux and Magnetized Plasma Compression Driven by Shiva Star // Proceeding of International Conference Megagauss 2012 (Maui, HI, USA, 14-19 October 2012). Sarov. 2014. P. 156-164.

[2] С.Ф.Гаранин. Высокие плотности энергии и магнитное обжатие. // Международная конференция «XIV Харитоновские научные чтения». Сборник докладов. Саров: ФГУП «РФЯЦ ВНИИЭФ». 2013. С. 372-379.

[3] А.М.Буйко, С.Ф.Гаранин, В.В.Змушко. Расчеты магнитной имплозии лайнера для эксперимента ALT-3 // Международная конференция «XIV Харитоновские научные чтения». Сборник докладов. Саров: ФГУП «РФЯЦ ВНИИЭФ». 2013. С. 257-264.

[4]. A.P. Lototskiy, U.V. Grabovskiy, V.P. Bakhtin et al. 1 MJ electromagnetic compressor of a strip type with electrical current output into a loading // Proceeding of International Conference Megagauss 2012 (Maui, HI, USA, 14-19 October 2012). Sarov. 2014. P. 125-131.

[5]. Е.В. Грабовский, В.П. Бахтин, А.М. Житлухин, В.Ф. Левашов, А.П. Лотоцкий, Д.А. Топорков, Н.М. Умрихин, Н.М Ефремов, М.К. Крылов, Г.Н. Хомутинников, Ю.Н. Сулимин, М.П. Галанин, А.С. Родин. Исследования работы импульсного магнитного компрессора с электродинамическим разгоном лайнера // ЖТФ. 2014. Т. 54, № 7. С. 126-135.

[6]. Е.В. Грабовский, В.П. Бахтин, А.М. Житлухин, В.Ф. Левашов, А.П. Лотоцкий, Д.А. Топорков, Н.М. Умрихин, Н.М Ефремов, М.К. Крылов, Г.Н. Хомутинников, Ю.Н. Сулимин, Галанин М.П., Родин А.С. Электродинамическое ускорение тонких пластин при высоких плотностях тока // Радиотехника и электроника. 2016 (в печати)

[7]. М.П. Галанин, Ю.П. Попов. Квазистационарные электромагнитные поля в неоднородных средах. Математическое моделирование. М., Наука. Физматлит. 1995. 320 с.

[8]. М.П. Галанин, А.П. Лотоцкий, А.С. Родин. Математическое моделирование электромагнитного ускорения лайнера в различных двумерных приближениях // Препринты им. М.В. Келдыша. 2007. № 4. 32 с. URL: http://keldysh.ru/papers/2007/prep04/prep2007\_04.html.

[9] М.П. Галанин, Е.Б. Савенков. Методы численного анализа математических моделей. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2010. 591 с.

[10]. М.П. Галанин, М.К. Крылов, А.П. Лотоцкий, А.С. Родин. Исследование применимости различных математических и численных моделей для описания ускорения и торможения лайнера в магнитном компрессоре // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2014. № 108. 28 с. URL: http://keldysh.ru/papers/2014/prep2014\_108.pdf.

[11]. С.Н. Коробейников. Нелинейное деформирование твердых тел. Новосибирск: Издательство СО РАН. 2000. 262 с.

[12]. О. Зенкевич. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир. 1975. 540 с.

[13]. M. Kojic, K.-J. Bathe.-J. Inelastic Analysis of Solids and structures. New-York: Springer-Verlag. 2005. 414 p.

[14]. Галанин М.П., Лотоцкий А.П., Родин А.С., Щеглов И.А. Движение лайнера в поперечном сечении магнитного компрессора // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2010. № 2. С. 65-84.

[15]. М.П. Галанин, А.П. Лотоцкий, А.С. Родин. Математическое моделирование движения лайнера в различных сечениях магнитного компрессора // Математическое моделирование. 2010. Т 22, №10. С. 35-55.

[16]. Y. Zhu, X.Y. Luo, R.W. Ogden. Nonlinear axisymmetric deformations of an elastic tube under external pressure // European Journal of Mechanics - A/Solids. 2009. vol. 29, issue 2. pp. 216-229.

### Оглавление

1. Введение и постановка задачи	3
2. Эксперименты с концевыми частями ленточного лайнера	3
2.1. О ленточных «свертках» и разрушениях ленты.	
Эксперименты на клине	5
2.2. Эксперименты на ступенчатом токоподводе	6
3. Математическая модель электродинамических процессов	
для ускорителя с цилиндрическим лайнером	8
4. Численная модель электродинамических процессов	
для ускорителя с цилиндрическим лайнером	10
5. Модели и предположения, использованные для описания движения лайне	ра
-	12
6. Результаты расчетов	14
6.1. Первый вариант	15
6.2. Второй вариант	19
6.3. Третий вариант	23
6.4. Четвертый вариант	26
Заключение	28