



Гайдамака Ю.В., Зарипова Э.Р.,
Орлов Ю. Н.

Анализ зависимости
параметров модели сервера
протокола установления
сессий с групповым
поступлением сообщений от
распределения длины
группы сообщений

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Гайдамака Ю.В., Зарипова Э.Р., Орлов Ю. Н. Анализ зависимости параметров модели сервера протокола установления сессий с групповым поступлением сообщений от распределения длины группы сообщений // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2015. № 27. 16 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-27>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

Ю.В. Гайдамака, Э.Р. Зарипова, Ю.Н. Орлов

**Анализ зависимости параметров модели
сервера протокола установления сессий
с групповым поступлением сообщений
от распределения длины
группы сообщений**

Москва — 2015

Гайдамака Ю.В., Зарипова Э.Р., Орлов Ю.Н.

Анализ зависимости параметров модели сервера протокола установления сессий с групповым поступлением сообщений от распределения длины группы сообщений

Исследована модель сервера протокола установления сессий в виде системы массового обслуживания с групповым поступлением заявок и прогулками прибора в периоды простоя, для которой получены выражения для расчета средней длины очереди и среднего времени ожидания начала обслуживания при изменении нагрузки на систему. Исследовано влияние функции распределения длины группы заявок на эти характеристики, показана статистическая зависимость результатов, полученных при расчете вероятностно-временных характеристик, от распределения длины группы заявок.

Ключевые слова: система массового обслуживания, прогулка прибора, групповое поступление заявок, временной ряд, идентификация выборки, функция распределения, норма, длина выборки

Gaidamaka Yu.V., Zaripova E.R., Orlov Yu.N.

Analysis of the impact the batch size distribution on parameters of the SIP-server queueing model with batch arrivals

In this paper the model of SIP (Session Initiation Protocol) server as queueing system with batch arrivals of requests and working vacations is investigated, the formulas for average queue length and average waiting time depending on the system load are proposed. The impact of the batch size distribution on these characteristics is obtained and analyzed.

Key words: queueing system, vacation, batch arrivals, time series, sample identification, distribution function, norm, sample length

Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов №№ 15-07-03051, 15-07-03608, 14-01-00145, 15-01-07944

Содержание

Введение	3
1. Модель сервера в виде СМО с групповым поступлением заявок и прогулкой прибора	5
2. Используемые распределения длины группы заявок	7
3. Статистическая взаимосвязь между параметрами модели сервера	11
4. Чувствительность параметров модели к виду распределения	14
Выводы	15
Литература	16

Введение

Для успешного внедрения и поддержки широкого набора услуг в современных мультисервисных сетях связи используется подсистема передачи мультимедийных сообщений на базе протоколов Интернет (англ. IP-based Multimedia Subsystem, IMS), отвечающая за установление и поддержание сессии, а также за предоставление пользователям различных мультимедийных услуг, в том числе услуг в режиме реального времени. При идентификации пользователя в сети, а также в процессе предоставления услуги узлы сети связи обмениваются между собой сигнальной информацией. В сетях на базе подсистемы IMS в качестве основного сигнального протокола используется протокол установления сессий (англ. Session Initiation Protocol, SIP). Разнообразие телекоммуникационных услуг, предоставляемых пользователям в мультисервисных сетях связи, влечет необходимость исследований структуры пользовательского и обслуживающего его сигнального трафика для оценки качества предоставляемых услуг (англ. Quality of Service, QoS).

Статистические данные [1, 2] по структуре сигнального трафика позволили выделить некоторые особенности, которые необходимо учитывать при расчете и проектировании сетей, в частности, сетей серверов протокола установления сессий. Замечено, что в сигнальном трафике, генерируемом в социальных сетях, большую долю занимают так называемые сообщения присутствия (англ. Presence Notify), которые уведомляют об изменении статуса присутствия абонента в сети. Сообщения присутствия рассылаются группе подписчиков абонента, находящихся online, извещая каждого подписчика об изменении статуса абонента, например, о появлении абонента в сети. По оценке компании British Telecom, для сети из двух миллионов человек трафик, образованный уведомлениями об изменении статуса присутствия, занимает до 82,44 % от общего объема сигнального трафика, в то время как сообщения установления сессии занимают только 8,7 % [1]. Исследование сигнального трафика сообщений присутствия и их обслуживания серверами в сетях связи остается актуальным в настоящее время.

Процесс обслуживания сервером сообщений присутствия можно исследовать с помощью математической модели в виде однолинейной системы массового обслуживания (СМО) с групповым входящим потоком, где поступающая группа заявок соответствует сообщениям группы подписчиков, получающих уведомление об изменении статуса абонента. Решение других задач, которыми сервер занимается помимо обслуживания сигнального трафика сообщений присутствия, реализуется в модели в виде прогулки прибора. Интересующими исследователя вероятностно-временными характеристиками СМО являются длина очереди и время ожидания начала обслуживания, поскольку международными стандартизирующими организациями определены ограничения на соответствующие характеристики сервера протокола

установления сессий – размер буферной памяти сервера, а также на время жизни сигнального сообщения.

В исследованных ранее СМО с групповым входящим потоком заявок и прогулками прибора на периодах простоя получены производящие функции числа заявок в системе [3], числа заявок в очереди [2]. В работах [2, 4, 5, 6] получены формулы средней длины очереди и среднего времени ожидания начала обслуживания, в [6] приведена формула дисперсии длины очереди для произвольной функции распределения времени обслуживания заявок и прогулки прибора. В ряде работ [2, 7-11] для анализа СМО с групповым входящим потоком исследования проведены лишь для геометрической функции распределения длины группы заявок. Работа [6] компенсирует недостаток работ [2, 7-11] введением дополнительных функций распределения длины группы заявок: в ней приведен детальный анализ характеристик длины очереди и среднего времени ожидания начала обслуживания для пяти функций распределения длины группы заявок – сдвинутого геометрического распределения (Фарри), дискретного равномерного, логарифмического, детерминированного и для закона Ципфа. Данные функции распределения выбраны как подходящие по физическому смыслу для анализа длины группы заявок, где случайная величина длины группы заявок может принимать целые положительные значения.

Теоретический анализ перечисленных задач может быть проведен в рамках некоторых простейших предположений о функциях распределения случайных величин. Насколько важны различия между теоретическими и реальными распределениями, можно понять в результате численных экспериментов, но и в них используются некоторые априорные суждения о типе распределений. Подчеркнем, что на практике исследователю доступны лишь выборочные функции распределения, которые, во-первых, не являются стационарными, и, во-вторых, их отклонение в той или иной норме от удобных аппроксимирующих функций типа логарифмического или геометрического распределений не меньше, чем их уровень стационарности. Следовательно, теоретические оценки, например, средней длины очереди при определенных предположениях относительно функции распределения длины группы заявок не могут дать полную информацию об изучаемом параметре данной СМО. В нестационарных условиях потока заявок статистический анализ следует дополнить анализом чувствительности, показывающим, насколько меняется значение расчетного параметра СМО при вариации функции распределения. Цель настоящей работы состоит в том, чтобы по результатам численных экспериментов определить чувствительность таких параметров однолинейной СМО, как средняя длина очереди и среднее время ожидания начала обслуживания, к непараметрической вариации функции распределения длины группы заявок.

Отметим, что в работе [12] была изучена точность идентификации выборочных распределений в зависимости от близости эталонных генеральных совокупностей в различных нормах. В настоящей работе исследуется другой

аспект влияния выбора нормы: если окажется, что чувствительность вышеуказанных параметров к выбору распределения зависит главным образом от расстояния между распределениями, то в какой норме аппроксимация этой чувствительности наилучшая? Предваряя результаты исследования, укажем, что наилучшей оказалась та же норма, что и в [12], а именно, норма L1 между интегральными функциями распределения. Следовательно, изучение свойств этой нормы применительно к ФР практически важно и требует самостоятельного исследования.

1. Модель сервера в виде СМО с групповым поступлением заявок и прогулкой прибора

Рассмотрим однолинейную систему массового обслуживания с групповым входящим потоком, накопителем бесконечной емкости и прогулками прибора на периодах простоя, которая по классификации Башарина-Кендалла соответствует СМО типа $M^{[X]} | G | 1 | \infty$.

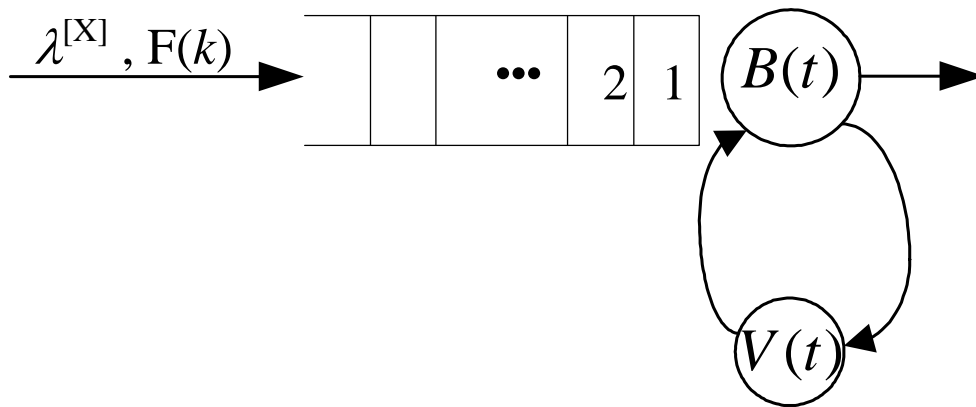


Рис. 1. Схема СМО с групповым поступлением заявок и с прогулками прибора

На систему поступает Пуассоновский входящий поток групп заявок заданной интенсивности λ . Время обслуживания заявки есть случайная величина с функцией распределения (ФР) $B(t)$, имеющая среднее значение b . Если в момент освобождения сервера очередь пуста, прибор уходит на прогулку, длительность которой есть случайная величина с распределением $V(t)$. Наконец, длина группы заявок есть случайная величина с ФР $F(k)$, где k – неотрицательный целочисленный параметр; соответствующие вероятности обозначим $f(k)$.

Для этой системы будем исследовать среднюю длины очереди заявок и среднее время ожидания начала обслуживания заявкой в зависимости от нагрузки, поступающей на систему. В данном случае нагрузка сервера определяется по формуле

$$x = l\lambda b, \quad (1)$$

где величина λ – среднее число групп заявок, поступающее в единицу времени, величина b – среднее время обслуживания одной заявки, величина l – средняя длина группы заявок.

Основной модельной характеристикой сервера является производящая функция $P(z)$ числа заявок в очереди. Напомним, что если задана дискретная случайная величина ξ , так, что $\text{Prob}(\xi = k) = p(k)$, то производящей функцией распределения этой величины называется ряд

$$P(z) = \sum_{k=0}^{\infty} p(k)z^k, \quad (2)$$

сходящийся в круге $|z| \leq 1$. Распределение вероятностей однозначно определяется производящей функцией:

$$p(k) = \frac{1}{k!} \frac{d^k}{dz^k} P(z) \Big|_{z=0}. \quad (3)$$

В [2] получена производящая функция случайной величины числа заявок в очереди однолинейного сервера с прогулками прибора. Она имеет вид:

$$P(z) = \frac{1-x}{\lambda v} \cdot \frac{1-z}{1-L(z)} \cdot \frac{1-\varphi(\lambda, z)}{\beta(\lambda, z) - z}, \quad (4)$$

где нагрузка x определена в (1), $L(z)$ есть производящая функция случайной длины групп заявок, имеющей ФР $F(k)$ случайной величины длины группы заявок

$$L(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)z^k, \quad (5)$$

а остальные функции в (4) определены равенствами (6)-(8):

$$v = \int_0^{\infty} t dV(t), \quad (6)$$

$$\phi(\lambda, z) = \int_0^{\infty} \exp(-\lambda t(1-L(z))) dV(t), \quad (7)$$

$$\beta(\lambda, z) = \int_0^{\infty} \exp(-\lambda t(1-L(z))) dB(t). \quad (8)$$

Как следует из (4), вероятность определенного числа заявок в очереди явно зависит от производящей функции $L(z)$ распределения $F(k)$. Зависимость от других случайных величин входит в (4) через функционалы (7)-(8), которые могут быть численно определены в рамках естественных предположений относительно вида распределений $V(t)$ и $B(t)$. В теоретических расчетах эти распределения часто считают экспоненциальными. Если же в анализе используются только несколько первых моментов этих распределений, то формулы могут быть записаны в терминах этих параметров без уточнения вида самих распределений.

Таким образом, ключевым распределением, влияющим на производящую функцию $P(z)$, является $F(k)$. Далее исследуется влияние распределения $F(k)$ на среднюю длину очереди, а также на среднее время ожидания начала обслуживания заявки.

Согласно [6], средняя длина очереди определяется через производящую функцию (4) и может быть представлена в виде

$$N = \lim_{z \rightarrow 1} P'(z) = \frac{v^{(2)}x}{2vb} + \frac{x^2 b^{(2)}}{2(1-x)b^2} + \frac{(l^{(2)} - l)x}{2l(1-x)}, \quad (9)$$

где верхние индексы моментов распределений указывают порядок моментов (индекс для первого порядка для краткости обозначений опущен). Используемые обозначения моментов в формуле (9) определены ниже в виде (10)-(13).

$$b = \int_0^{\infty} t dB(t), \quad (10)$$

$$v^{(2)} = \int_0^{\infty} t^2 dV(t), \quad (11)$$

$$b^{(2)} = \int_0^{\infty} t^2 dB(t), \quad (12)$$

$$l^{(2)} = \sum_{k=1}^{\infty} k^2 f(k). \quad (13)$$

Среднее время ожидания начала обслуживания заявки определяется формулой Литтла (14).

$$\tau = \frac{N}{\lambda^{(1)}} = \frac{Nb}{x} = \frac{v^{(2)}}{2v} + \frac{xb^{(2)}}{2b(1-x)} + \frac{(l^{(2)} - l)b}{2l(1-x)}. \quad (14)$$

Заметим, что формулы (9) и (14) позволяют провести расчет средней длины очереди и среднего времени ожидания начала обслуживания при пуассоновском входящем потоке групп заявок для произвольных ФР времени обслуживания и прогулки, а также для любой ФР длины группы заявок.

2. Используемые распределения длины группы заявок

Для расчетов параметров модели сервера рассматривались следующие распределения длины группы заявок (k есть целочисленная длина) с ограничением максимальной длины $k_{\max} = 8$: логарифмическое, геометрическое, равномерное, а также распределение Ципфа со степенным показателем 1. Заметим, что на практике наблюдаются эмпирические распределения длины группы заявок, монотонно убывающие с увеличением длины, причем выпуклость плотности распределения положительная. Равномерное распределение рассматривается как удобный теоретический

пример, с которым можно сравнивать результаты, получаемые для других распределений.

С учетом перенормировки на максимальную длину рассматриваемые в работе распределения вероятностей даются следующими формулами:

1. логарифмическое распределение

$$f_1(k) = \frac{1}{Z_1} \frac{(0,85)^k}{k}, \quad Z_1 = \sum_{k=1}^8 \frac{(0,85)^k}{k}; \quad (15)$$

2. геометрическое распределение

$$f_2(k) = \frac{1}{Z_2} (0,67)^k, \quad Z_2 = \sum_{k=1}^8 (0,67)^k; \quad (16)$$

3. распределение Ципфа

$$f_3(k) = \frac{1}{Z_3 k}, \quad Z_3 = \sum_{k=1}^8 1/k; \quad (17)$$

4. равномерное распределение

$$f_4(k) = 1/8. \quad (18)$$

Соответствующие функции распределения определяются как

$$F_i(n) = \sum_{k=1}^n f_i(k). \quad (19)$$

Расстояние между двумя распределениями, которые индексируются нижними индексами i и j , обозначим ρ_{ij}^s , где верхний индекс отвечает виду нормы. Рассматриваются следующие виды расстояний.

Норма С:

$$\rho_{ij}^{C,f} = \max_k |f_i(k) - f_j(k)|; \quad \rho_{ij}^{C,F} = \max_k |F_i(k) - F_j(k)|. \quad (20)$$

Норма L1:

$$\rho_{ij}^{L1,f} = \sum_{k=1}^8 |f_i(k) - f_j(k)|; \quad \rho_{ij}^{L1,F} = \sum_{k=1}^8 |F_i(k) - F_j(k)|. \quad (21)$$

Расстояние Хеллингера:

$$\rho_{ij}^{He} = \sum_{k=1}^8 \left(\sqrt{f_i(k)} - \sqrt{f_j(k)} \right)^2. \quad (22)$$

Квазирасстояние Кульбака-Лейблера:

$$\rho_{ij}^{KL} = \sum_{k=1}^8 f_i(k) \ln(f_i(k)/f_j(k)). \quad (23)$$

Расстояние, вычисляемое по общей площади гистограмм, которые представляют данные распределения:

$$\rho_{ij}^S = 1 - \sum_{k=1}^8 \min(f_i(k), f_j(k)). \quad (24)$$

Заметим, что расстояние (23) хотя и несимметрично, но неотрицательно. Поскольку же $\ln(1+x) \leq x$, то расстояние Кульбака-Лейблера не меньше, чем расстояние Хеллингера, ибо $\ln(f/g) = 2\ln(1 + (\sqrt{f/g} - 1)) \leq 2(\sqrt{f/g} - 1)$. Отсюда сразу следует, что $\rho^{KL} \geq \rho^{He}$. Справедливы также оценки $\rho^{L1,f} \geq \rho^{He}$ и $\rho^{L1,f} \geq \rho^{C,F}$.

На рис. 2 соответствующие модельные распределения вероятностей приведены для удобства восприятия в виде графиков непрерывных плотностей, а на рис. 3 показаны их функции распределения. В целом три распределения из четырех близки между собой и имеют сходный тип поведения, поэтому можно предположить, что отличия, получаемые в вычислительных экспериментах с их использованием, в большей части обусловлены расстоянием между распределениями. Если эта гипотеза найдет статистическое подтверждение, то в качестве опорного можно было бы взять равномерное распределение, а параметры модели сервера с реальным потоком заявок определять по отклонению эмпирического распределения от опорного. Разумеется, строгий расчет должен опираться на вид конкретного распределения длин групп заявок, но в условиях, когда таковой не известен, следует иметь представление об априорной величине ошибки в расчетных значениях параметров сервера, которая будет проистекать из несоответствия между теоретическим и фактическим распределениями.

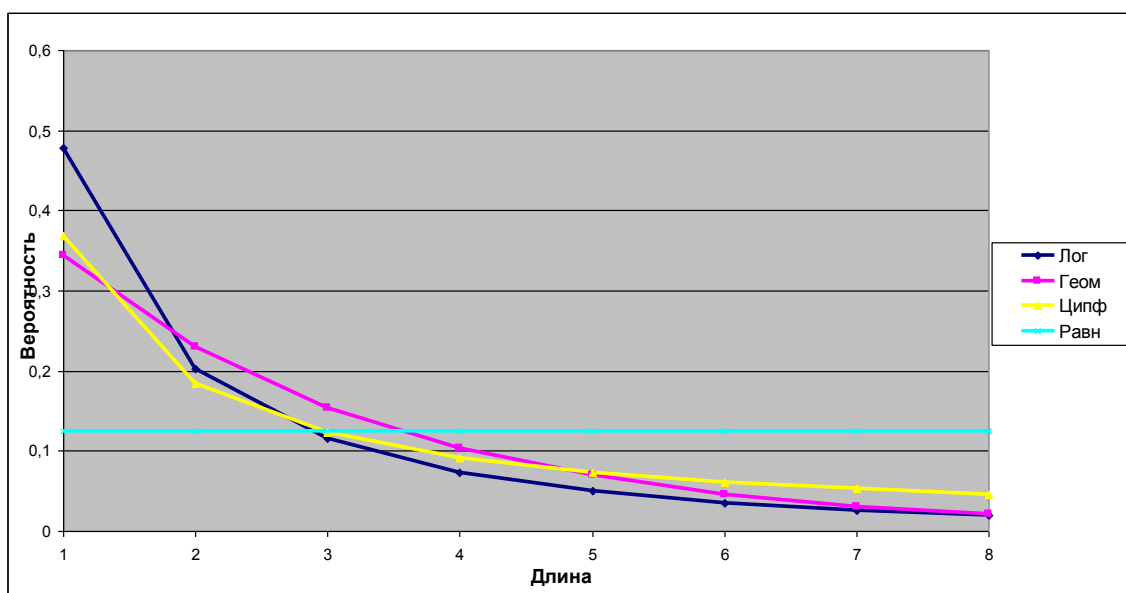


Рис. 2. Плотности изучаемых распределений длины группы заявок

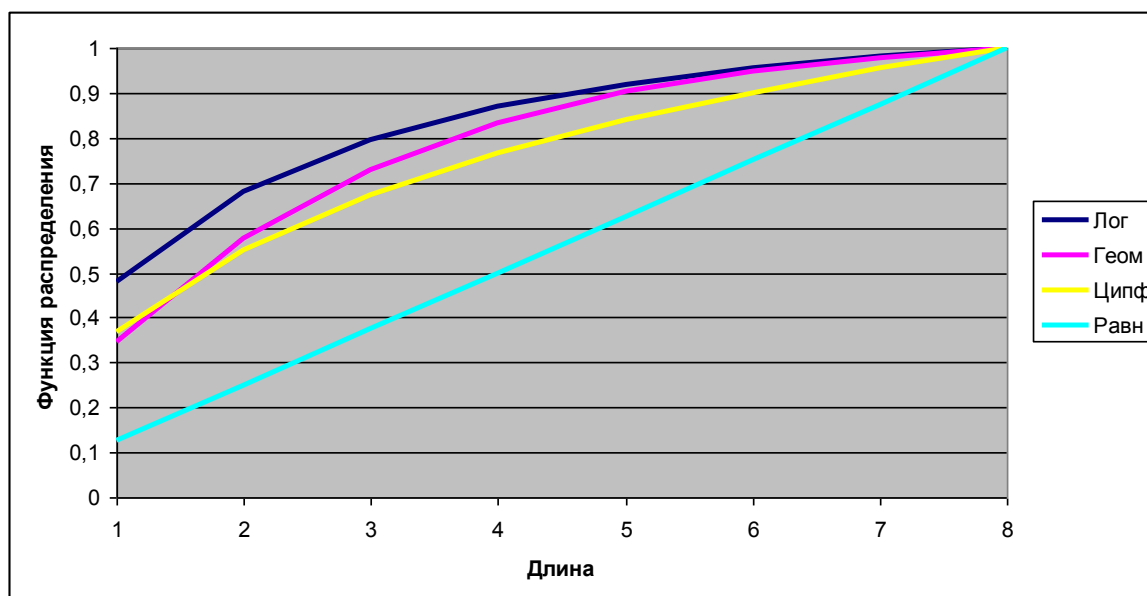


Рис. 3. Функции распределения длины группы заявок

В табл. 1 приведены расстояния между используемыми распределениями.

Табл. 1. Расстояния между распределениями в зависимости от нормы

Пара	L1-f	L1-F	C-f	C-F	KL	He	S
1, 2	0,27	0,37	0,13	0,13	0,04	0,02	0,134
1, 3	0,26	0,62	0,11	0,13	0,05	0,03	0,129
1, 4	0,86	2,18	0,35	0,43	0,52	0,26	0,431
2, 3	0,18	0,30	0,05	0,07	0,03	0,01	0,090
2, 4	0,71	1,81	0,22	0,35	0,33	0,18	0,354
3, 4	0,60	1,56	0,24	0,30	0,26	0,13	0,302

Следует заметить, что для выбранных распределений корреляция между соответствующими расстояниями в разных нормах весьма высокая, поскольку распределения имеют схожее поведение (вогнутость вниз, медленное убывание с ростом аргумента). Так как нормы L1-f, L1-F, C-F и S дают корреляцию расстояний выше 0,99, достаточно рассмотреть какую-нибудь одну из них, например, S. Расстояния в нормах KL и He также коррелируют между собой на 0,99, но с другими нормами у них корреляция несколько хуже – от 0,96 до 0,98. Особняком стоит норма C-f, которая коррелирует с остальными на уровне 0,93-0,95. Таким образом, для анализа зависимости эффекта чувствительности (если таковой обнаружится) достаточно рассмотреть три нормы: S, He и C-f.

3. Статистическая взаимосвязь между параметрами модели сервера

Ранее в работах [2, 6] были получены численные результаты для некоторых функционалов в модели сервера с групповым потоком заявок для разных распределений длины группы заявок. К изучаемым функционалам относятся зависимость средней длины очереди, а также среднего времени ожидания начала обслуживания от интенсивности предложенной нагрузки.

Средняя длина очереди определяется через производящую функцию (4) и может быть представлена в виде (9), среднее время ожидания начала обслуживания заявки определяется формулой (14).

Возникает вопрос: насколько полученные в [2, 6] результаты зависят от функции распределения длины группы заявок, которая на практике обычно неизвестна? Может быть, наблюдаемые различия на графиках расчетных функционалов обусловлены интегральными характеристиками (типа расстояния между распределениями в некоторой норме)? Если эта гипотеза будет иметь статистическое подтверждение, то полученные в работах [2, 6] результаты окажутся более универсальными. Из (9), (14) следует, что зависимость величин N и τ от вида распределения $F(k)$ не линейна, что затрудняет аналитическое решение задачи об определении коэффициента чувствительности.

Типовые функционалы, численно определяемые для разных распределений длины группы заявок в рамках рассматриваемой модели группового потока, представлены на рис. 4 и 5.

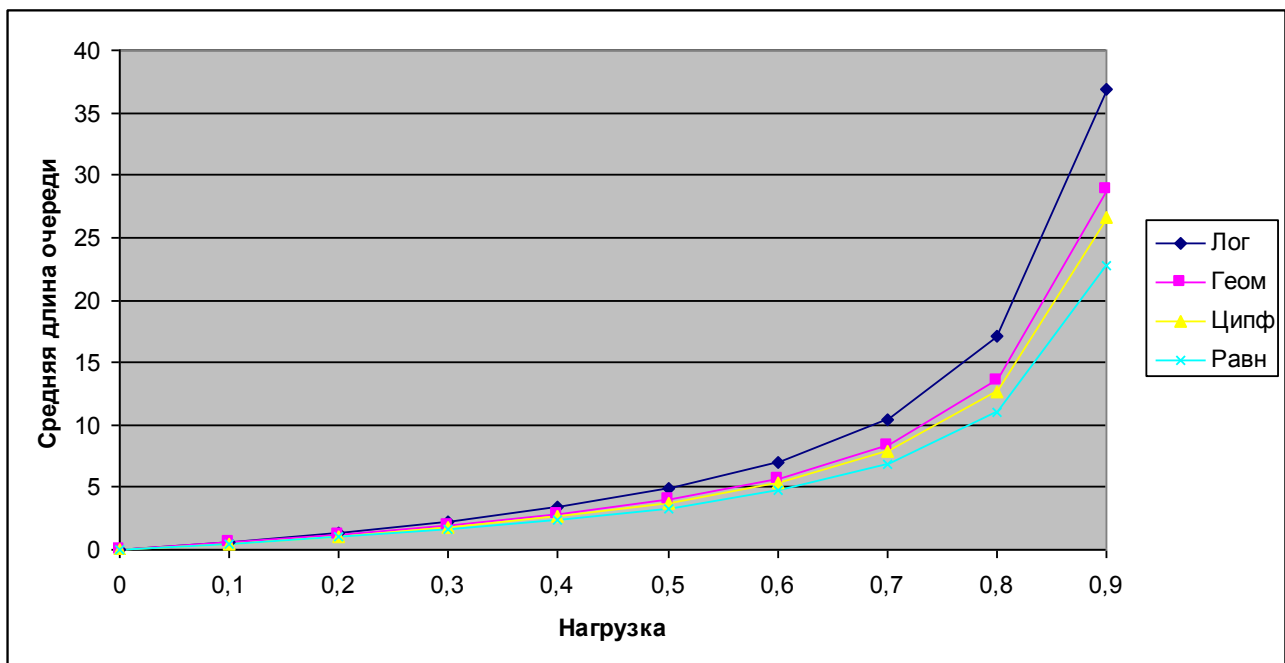


Рис. 4. Средняя длина очереди

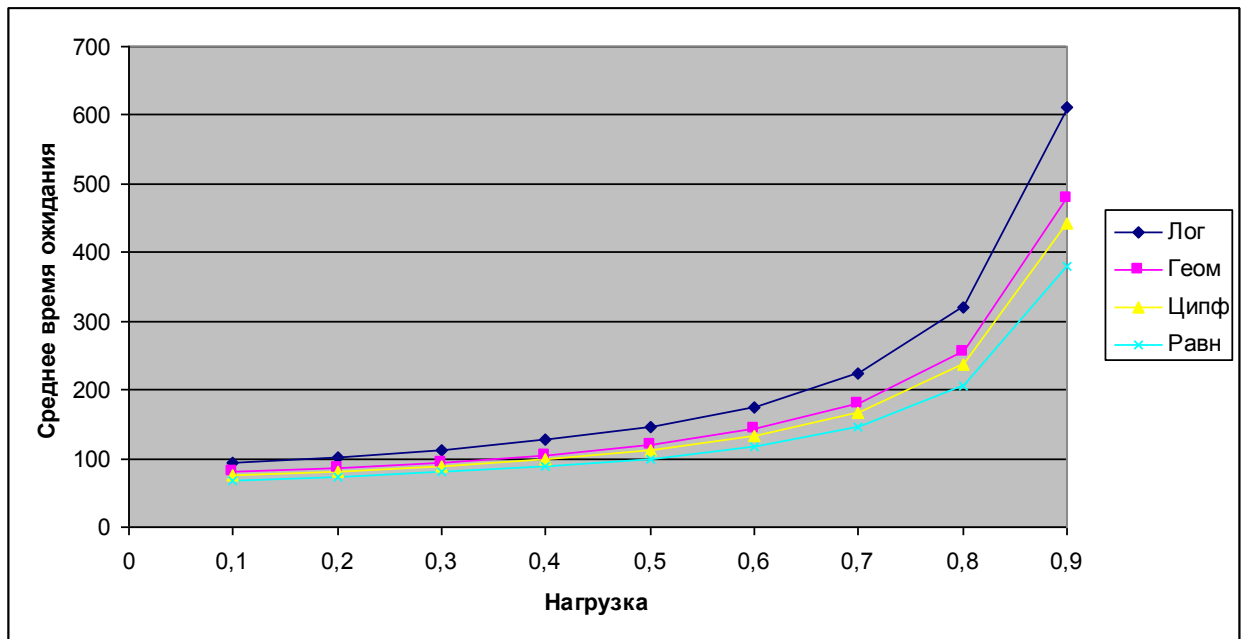


Рис. 5. Среднее время ожидания начала обслуживания

Рассмотрим модуль разности значений численного эксперимента по определению одного и того же функционала $H(x)$, зависящего от некоторого модельного параметра x (в данном случае от нагрузки), но для разных распределений. Обозначим

$$h_{ij}(x) = |H_i(x) - H_j(x)|. \quad (25)$$

Цель исследования состоит в том, чтобы определить, есть ли достоверная статистическая связь между $h_{ij}(x)$ и ρ_{ij}^S . В частности, в качестве H_i можно рассмотреть величину N из (14), полученную при использовании i -го распределения $F_i(x)$ для вычисления производящей функции. Эти величины представлены на рис. 4. Соответствующую вариацию, определяемую формулой (25), будем обозначать $h_{ij}^l(x)$. Аналогично вариацию времени ожидания при изменении функции распределения обозначим $h_{ij}^t(x)$.

Прежде всего отметим, что между величинами $h_{ij}^l(x)$ и $h_{ij}^t(x)$ при фиксированном значении нагрузки x существует линейная регрессионная связь с детерминацией, близкой к 1. Пример такой связи для значения нагрузки $x=0,6$ приведен на рис. 6. Существенно, что между самими величинами H_i , т.е. между средней длиной очереди и средним временем ожидания, вычисленными в зависимости от величины нагрузки для i -го распределения $F_i(x)$, регрессионная связь гораздо менее выражена, нелинейна и имеет детерминацию на уровне 0,7-0,8, в зависимости от распределения.

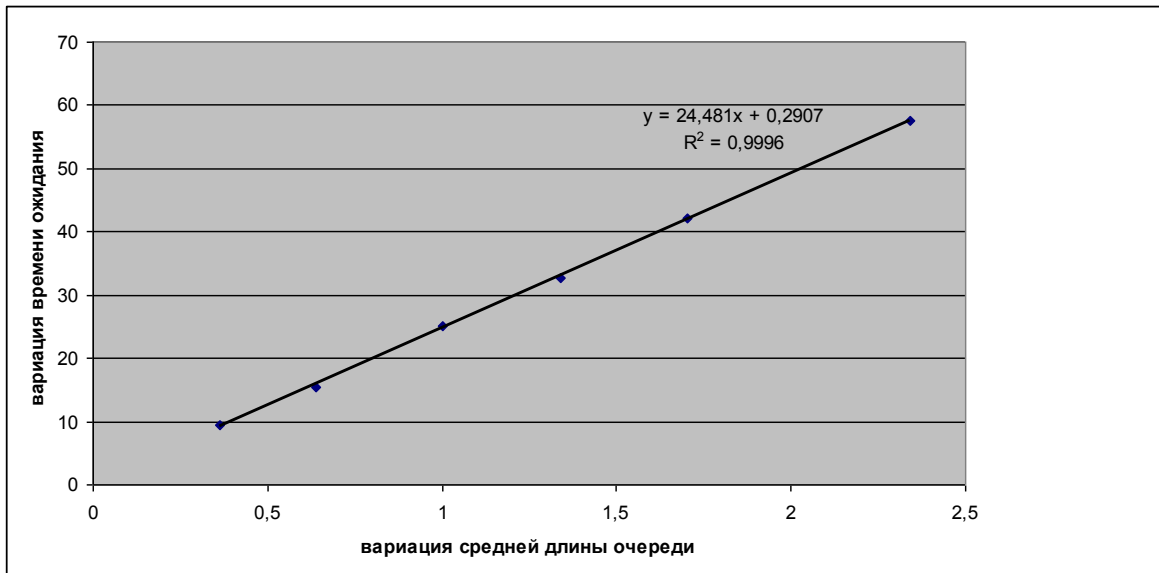


Рис. 6. Регрессия вариации времени ожидания на вариацию средней длины очереди при изменении распределения длины группы заявок для значения нагрузки $x = 0,6$

Коэффициенты регрессии зависят от x , причем наиболее достоверный скейлинг этой зависимости нелинейный. Именно, при $x \in [0,1; 0,9]$ имеем:

$$h_{ij}^t(x) = C(x)h_{ij}^l(x) + E(x), \quad C(x) = \frac{14,734}{x}, \quad E(x) = 0,1e^{2x}. \quad (26)$$

Детерминация множителя $C(x)$ при $h_{ij}^l(x)$ в (26) равна 1 (рис. 7), а детерминация свободного члена $E(x)$ равна 0,88 (рис. 8). Коэффициент $C(x)$ отвечает аналитическому представлению о связи этих двух величин, которая следует из (14). Коэффициент $E(x)$ отражает неопределенность, получаемую в результате численных расчетов при варьировании вида распределения длины группы заявок.

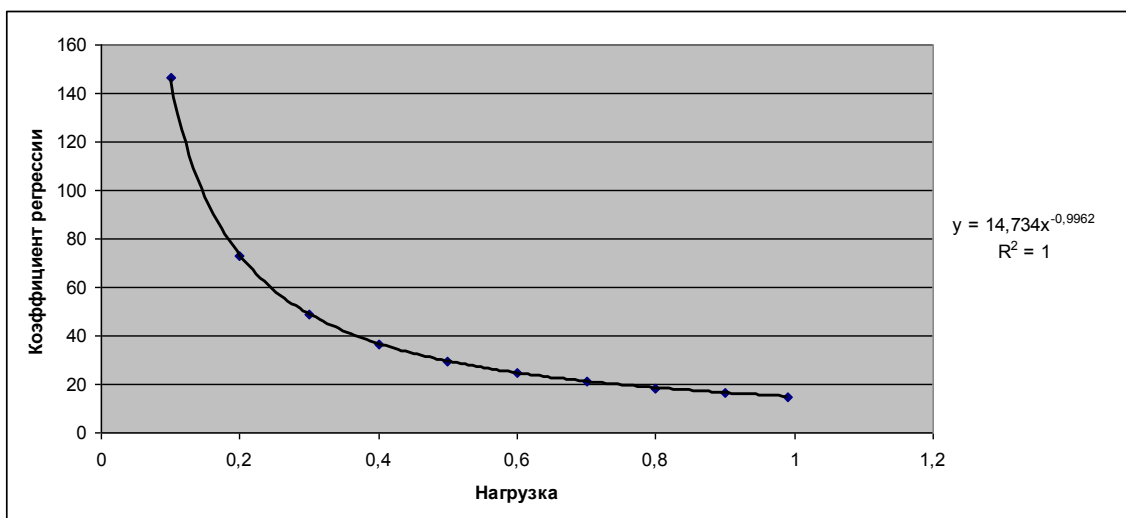


Рис. 7. Регрессионная аппроксимация коэффициента $C(x)$ в (26)

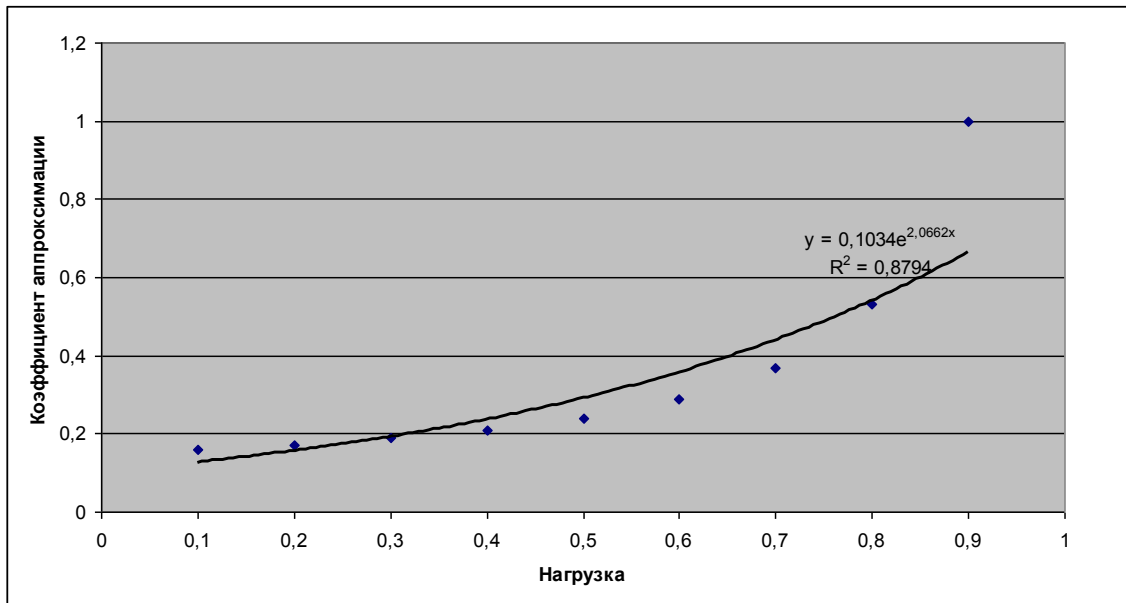


Рис. 8. Регрессионная аппроксимация коэффициента $E(x)$ в (26)

Наличие не только аналитической, но и статистической связи между расчетными результатами, получаемыми для разных видов распределений, показывает, что достаточно провести анализ чувствительности для одной из величин, например, для средней длины очереди (рис. 4).

4. Чувствительность параметров модели к виду распределения

Анализ статистической связи между $h_{ij}^l(x)$ и ρ_{ij}^S показал, что без пар расстояний 1-2 и 1-3 для остальных четырех пар расстояний достоверность скейлинговой аппроксимации весьма высока. Наиболее достоверной является следующая аппроксимация:

$$h_{ij}^l(x) = \frac{A(x)}{(1 - \rho_{ij}^S)^{\alpha(x)}}. \quad (27)$$

При этом степенной показатель практически не зависит от x и с детерминацией 0,91 равен постоянному числу: $\alpha = 3,8$. Что касается зависимости $A(x)$, то для нее неожиданно имеет место линейная регрессионная связь с коэффициентом $E(x)$ из (26) с детерминацией 1 (рис. 9):

$$A(x) = 1,5267E(x) - 0,2252. \quad (28)$$

Для других норм (Хеллингера и нормы С для плотностей функций распределения) аппроксимация изучаемой связи вида (27) имеет достоверность на уровне 0,85, так что для нашей задачи оптимальным является выбор критериального параметра чувствительности в виде расстояния между распределениями в норме (21) или, как показал предыдущий анализ, в норме, определяемой в (24).

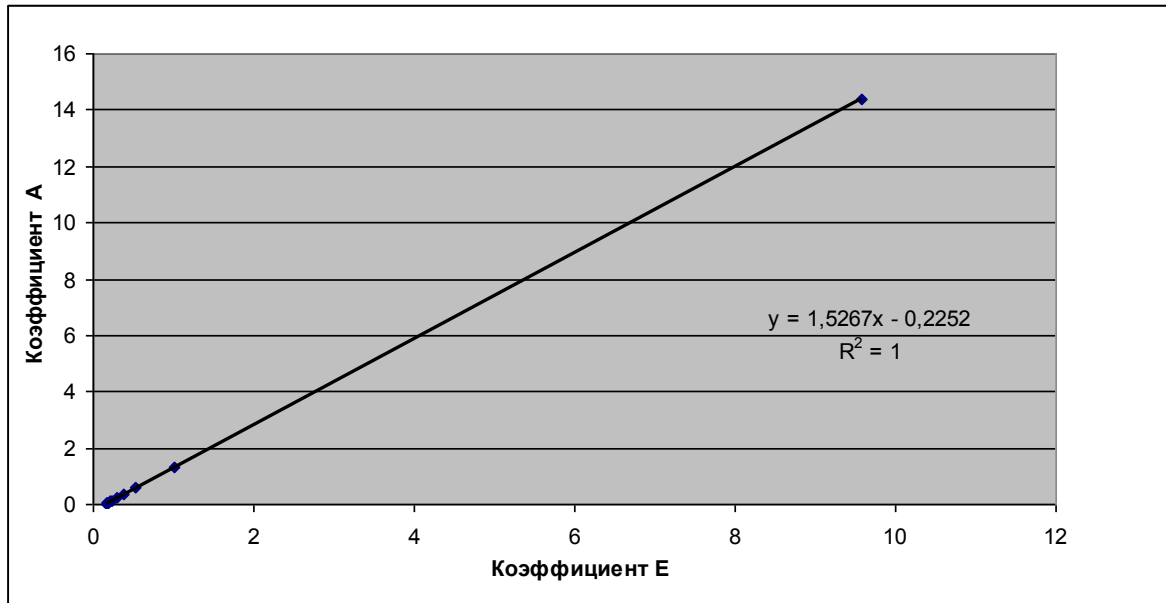


Рис. 9. Регрессионная связь коэффициентов $A(x)$ и $E(x)$

Статистически найденная связь между коэффициентами $A(x)$ и $E(x)$, которые при каждом значении нагрузки x образуют одну и ту же линейную комбинацию, показывает, что мера вариации функции распределения длины группы заявок является в рассматриваемом случае ключевым фактором, ответственным за отличия численно определяемой средней длины очереди для разных распределений. Это означает, что базовый расчет параметров модели СМО может быть сделан для некоторого удобного в теоретическом плане распределения, например, равномерного, а возможные отличия от получаемых численных результатов для реальных распределений могут быть достаточно точно оценены по задаваемой априори мере вариации ФР.

Выводы

В работе статистически установлена зависимость средней длины очереди и среднего времени ожидания начала обслуживания от вариации функции распределения длины группы заявок для случая пуассоновского входящего потока групп заявок. Представляет интерес решение аналогичной задачи для других видов входящих потоков. Отметим, что поскольку аналитические результаты для исследованных характеристик при произвольном распределении интервалов между поступлениями заявок в систему неизвестны даже для случая ординарного входящего потока, то задачу следует решать средствами имитационного моделирования. Также хотелось бы проверить, остается ли вариация функции распределения длины группы заявок ключевым фактором для других распределений длины группы заявок, в особенности, для распределений, характерных для реальной технической системы – сервера протокола установления сессий.

Литература

1. Abhayawardhana V.S., Babbage R. A Traffic Model for the IP Multimedia Subsystem (IMS). // Proceedings of 65th Vehicular Technology Conference. - 2007. – P. 783-787.
2. Самуйлов К.Е., Сопин Э.С. К анализу системы $M[X]|G|1|r$ с прогулками прибора // Вестник РУДН. Серия: Математика. Информатика. Физика. – 2011. - №1. – С. 91-97.
3. Choudhury G. Analysis of the $M[X]|G|1$ queuing system with vacation times. // Sankhya, The Indian Journal of Statistics. Series B. – 2002. – P. 37-49.
4. Yu. Gaidamaka, A. Pechinkin, R. Razumchik, K. Samouylov, E. Sopin Analysis of $M|G|1|R$ queue with batch arrivals and two hysteretic overload control policies // International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 2014, Vol. 24, No. 3, P. 519–534.
5. Зарипова Э.Р., Болотова Г.О. Анализ характеристик модели с групповым поступлением заявок и прогулками прибора. // Материалы всероссийской конференции «Информационно-телекоммуникационные технологии и математическое моделирование высокотехнологичных систем». М.: РУДН. - 2014. - С. 88-90.
6. Диссертация Зариповой Эльвиры Ринатовны «Методы анализа показателей эффективности телекоммуникационной сети серверов протокола установления сессий» по специальности 05.13.17 – Теоретические основы информатики. URL: http://dissovet.rudn.ru/web-local/prev/rj/index.php?id=2&mod=dis&dis_id=394
7. Дудин С.А. Система обслуживания с фазовым процессом поступления запросов в составе сессий // Вестник БГУ. - Сер. 1 – 2010. - № 1. – С. 128-133.
8. Titi O. A batch arrival queue providing a class of truncated geometric distribution for modeling distribution of animal populations // Kragujevac J. Math. 2002. – No. 24. – P. 193–205.
9. Boukir L., Bouallouche-Medjkoune L. and Aissani D. Strong stability of the batch arrival queueing systems // Stochastic Analysis and Applications. – 2010. - № 28. – P. 8–25.
10. Pang G., Whitt W. Infinite-server queues with batch arrivals and dependent service times // Probability in the Engineering and Informational Sciences, 2012, № 26, P. 197–220.
11. Старовойтов А.Н. Система массового обслуживания с групповым поступлением, групповым обслуживанием, выходом прибора из строя и восстановлением // Проблемы физики, математики и техники. – 2012 – № 4 (13). С. 66-69.
12. Власюк А.А., Орлов Ю.Н. Точность идентификации выборочных распределений временных рядов в зависимости от типа распределения, нормы и длины выборки // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 17, 2015. – 25 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-17>