ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 30 за 2015 г.

Осипов В.П., Судаков В.А.

Комбинированный метод поддержки принятия многокритериальных решений

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Осипов В.П., Судаков В.А. Комбинированный метод поддержки принятия многокритериальных решений // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2015. № 30. 21 с. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-30

Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В. Келдыша
Российской академии наук

В.П. Осипов, В.А. Судаков

Комбинированный метод поддержки принятия многокритериальных решений

Москва — 2015

Осипов В.П., Судаков В.А.

Комбинированный метод поддержки принятия многокритериальных решений

Предложен оригинальный метод выявления предпочтений лица, принимающего решения. Метод заключается в разбиении пространства критериев на области и определении отношения предпочтения между ними с использованием качественных методов теории принятия решений. В случае, если несколько недоминируемых альтернатив попадают в одну область, рекомендовано воспользоваться количественными методами сопоставления альтернатив внутри заданной области. Функция, с помощью которой вычисляют итоговую оценку альтернатив, названа гибридной функцией предпочтений. Она может быть использована в задачах выбора, ранжирования и оптимизации.

Ключевые слова: многокритериальность, гибридная функция предпочтений, система поддержки принятия решений, отношение доминирования, качественные и количественные методы теории принятия решений

Vladimir Petrovich Osipov, Vladimir Anatolievich Sudakov

Combined method of multicriteria decision support

An original method is proposed for revealing preferences of a decision-making person. The method consists in partition of the criteria space into domains and determination of the preference pattern among them using qualitative judgments. While the alternative-ranking problems are solved, several non-dominated alternatives may fall into the same domain. In this case, it is recommended to the user to take advantage of the quantitative method for comparing the alternatives inside the given domain. A function, using which a final alternative estimate is calculated, is called the hybrid function of preferences. It can be used in the decision support systems in problems on selection, ranking, and optimization.

Key words: multicriteriality, hybrid function of preferences, decision support system, the ratio of dominance, qualitative and quantitative methods of decision theory

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 13-01-00895 А.

Введение

Особенностью ряда практических задач многокритериального выбора на конечном множестве альтернатив является не только значительное количество критериев и ограничений различного типа, но и наличие зависимостей между критериями, которые проявляются при формализации предпочтений лица, принимающего решения (ЛПР). Кроме того, дополнительные трудности возникают при сопоставлении качественных критериев, заданных, например, в лексических шкалах.

Довольно удачное решение методических и алгоритмических проблем, возникающих при формировании функции предпочтений на основе критериев различного типа, было реализовано при разработке модуля UTES в СППР DSS/UTES [1,2]. Была апробирована оригинальная процедура выявления предпочтений ЛПР, в которой не требуется количественных оценок степени предпочтений, что всегда затруднительно, достаточно лишь выполнить попарные сопоставления критериев на двумерных сечениях функции предпочтений.

И такая процедура должна повторяться до тех пор, пока не будут определены предпочтения на всех двумерных сечениях, соответствующих всем возможным комбинациям пар критериев.

Функция предпочтений (ФП) в СППР DSS/UTES была сформирована так, что:

- позволяет учесть зависимости по предпочтениям,
- проста и легко понимается ЛПР,
- позволяет без участия ЛПР ранжировать произвольное множество альтернатив, после того как предпочтения заданы.

Однако методу присущи следующие недостатки:

- трудоемкость формирования ФП,
- неразличимость вариантов внутри ячейки, образованной градациями,
- неопределенность при разбиении шкалы критерия на градации,
- существенное возрастание информационной нагрузки на ЛПР при формировании ФП более чем для 5 критериев.

Для устранения отмеченных недостатков в данной работе предлагается новый подход к построению ФП на основе сочетания качественных и количественных методов [3-6].

Данный подход служит основой рассмотренного далее комбинированного метода поддержки принятия решений, который позволит:

- обеспечить ЛПР инструментарием для формализации качественных суждений о предпочтительности альтернатив в многокритериальных задачах с высокой размерностью. Под качественными понимаются суждения, оцененные в порядковой шкале. ЛПР может сказать, что одно решение лучше другого, и также указать, что некоторый критерий важнее другого, но при этом получить числовые оценки степени превосходства ему затруднительно;

- выявить предпочтения ЛПР во всем критериальном пространстве. Это позволяет дальнейшую оценку конкретных альтернатив проводить в автоматическом режиме, т.е. процесс выбора и ранжирования альтернатив будет происходить быстро и, возможно, без привлечения ЛПР, но с учетом его предпочтений;
- учесть зависимости по предпочтениям между компонентами векторного критерия. В результате можно выделить и устранить ситуации, когда альтернативы с неприемлемыми для ЛПР оценками по одному критерию получают высокую интегральную оценку за счет других критериев;
- обеспечить различимость альтернатив в случае, когда шкалы критериев подвергаются искусственной дискретизации с целью замены непрерывных шкал на бальные оценки.

Формализация задачи и алгоритмы решения

Для математической формализации метода примем следующие обозначения:

i – номер критерия,

$i=1..n$, где n – число критериев.

С целью удобства задания областей, которые будем упорядочивать по предпочтениям, разобьем значения критериев на градации:

t_{ij} – j-я градация i-го критерия.

Число градаций у критериев может быть различным:

$j=1..\ q_i$, где q_i – число градаций i-го критерия.

Для лексических критериев в качестве таких градаций выступают слова (термы). Для числовых критериев градация – это интервал значений. Интервал указывается в виде правой и левой границы.

По каждому критерию предпочтения должны быть монотонны или иметь один экстремум (идеальное значение – например, комфортная температура в помещении). Градации должны быть отсортированы в порядке увеличения предпочтительности:

$$\forall i, j : t_{ij+1} \succ t_{ij} .$$

Полное пространство всех возможных комбинаций значений градаций критериев задается как декартово произведение:

$$A = \{t_{11}, t_{12}, \ldots, t_{1q_1}\} \otimes \{t_{21}, t_{22}, \ldots, t_{2q_2}\} \otimes \ldots \otimes \{t_{n1}, t_{n2}, \ldots, t_{nq_n}\}.$$

Мощность этого множества вычисляется по формуле:

$$Q = |A| = \prod_{i=1}^{n} q_i .$$

В большинстве практических задач значение Q велико, например, для 7 критериев с 5 градациями: $Q=5^7=78125$. Задавать уровни предпочтения для всех элементов A на практике сложно. Поэтому в качестве области, для которой определяется уровень предпочтения, будем рассматривать объединение некоторых элементов множества A.

Определим *множества* M_k, где $k=1..K$. Множества M_k – это подмножества множества A. Само множество M_k представляет собой множество точек критериального пространства в определенной пользователем прямоугольной области. Для каждого M_k по каждому из критериев определяются градации, которые в него входят;

m_{ik} – множество номеров градаций i-го критерия, которые входят в k-е множество M_k.

Рассмотрим произвольную точку пространства критериев: $X=\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$, где x_i – значение i-го критерия, которое обязательно попадает в одну из градаций $\exists j(x_i \in t_{ij})$. Принадлежность X к множеству M_k определяется предикатом:

$$W(X,k) = \mathop{\&}_{i=1}^{n}\left(\bigvee_{j\in m_{ik}}(x_i \in t_{ij})\right).$$

Для каждого уровня предпочтений P определяются входящие в него области с заданным уровнем предпочтений $P(M_k)$. Множество значений P – это целые числа, чем больше число, тем предпочтительнее соответствующий аргумент функции. Над значениями функции $P(\ldots)$ нельзя производить арифметических операций, допустимы только операции сравнения.

На рисунке 1 представлен алгоритм ввода и редактирования множества M_k. Все определенные пользователем множества M_k с различным уровнем предпочтений должны отличаться хотя бы по одному критерию. Для этого после появления новой области или изменения существующей области автоматически проверяется выполнение выражения:

$$\forall k_1, k_2 (P(M_{k_1}) \neq P(M_{k_2})) \rightarrow (\exists i (m_{ik_1} \cap m_{ik_2} = \varnothing)).$$

Если выражение не выполняется, то пользователь должен скорректировать свои назначения предпочтений или границы множеств M_k. Если множества M_k имеют равный уровень предпочтений, то допустимо их пересечение.

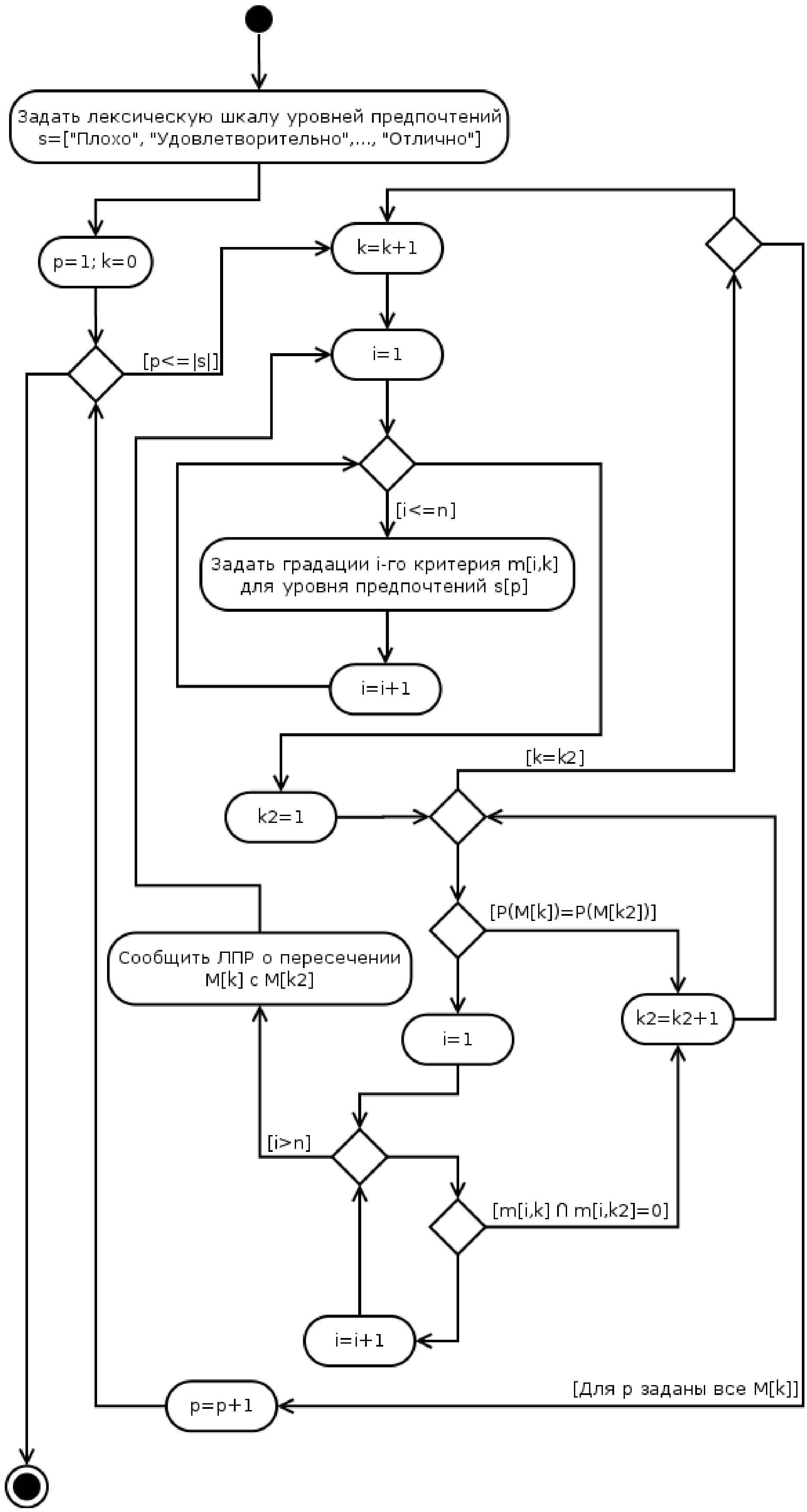

Рис. 1. Алгоритм ввода и редактирования M_k и уровней предпочтений.

Для алгоритма, показанного на рисунке 1, в качестве входа выступают критерии и списки градаций для каждого критерия. Пользователь задает лексическую шкалу уровней предпочтений и для каждого из уровней предпочтений определяет одно или несколько множеств M_k, указывая градации по критериям. После ввода каждого множества проверяется тот факт, что оно не пересекается с остальными. На выходе получается совокупность множеств M_k, заданных через $\{m_{ik}\}$, для каждого из которых определен уровень предпочтений $P(M_k)$. При сообщении о пересечении должна выдаваться подсказка ЛПР: необходимо, чтобы хотя бы по одному из критериев градации не было общих градаций.

Так как объединение всех множеств M_k в общем случае не составляет всего множества A, то необходимо обеспечить возможность определения уровня предпочтений для любой комбинации значений градаций, которые не попали ни в одно из M_k. Назовем такие комбинации градаций ***ячейками*** и обозначим их как

$$T_l = \{t_{1g_{1l}}, t_{2g_{2l}}, ..., t_{ng_{nl}}\},$$

где g_{il} – номер градации i-го критерия для l-й ячейки, $l=1..L$.

Необходимо найти все комбинации градаций, которые не попадают ни в одно из множеств M_k. Условие непопадания во все множества M_k запишется как

$$\forall l \forall k \exists i (g_{il} \notin m_{ik}).$$

На рисунке 2 показан алгоритм поиска таких комбинаций градаций. В нем анализируются все комбинации градаций. Для этого используется вспомогательный массив s ={s[i] – номер градации i-го критерия}. Входом для алгоритма являются $\{m_{ik}\}$, на выходе формируются T_l. Алгоритм работает по методу прямого полного перебора всех комбинаций градаций по всем критериям (текущая комбинация хранится в s). Каждая текущая комбинация проверяется на принадлежность всем M_k, если для всех M_k принадлежность не найдена, то s добавляется в $\{T_l\}$.

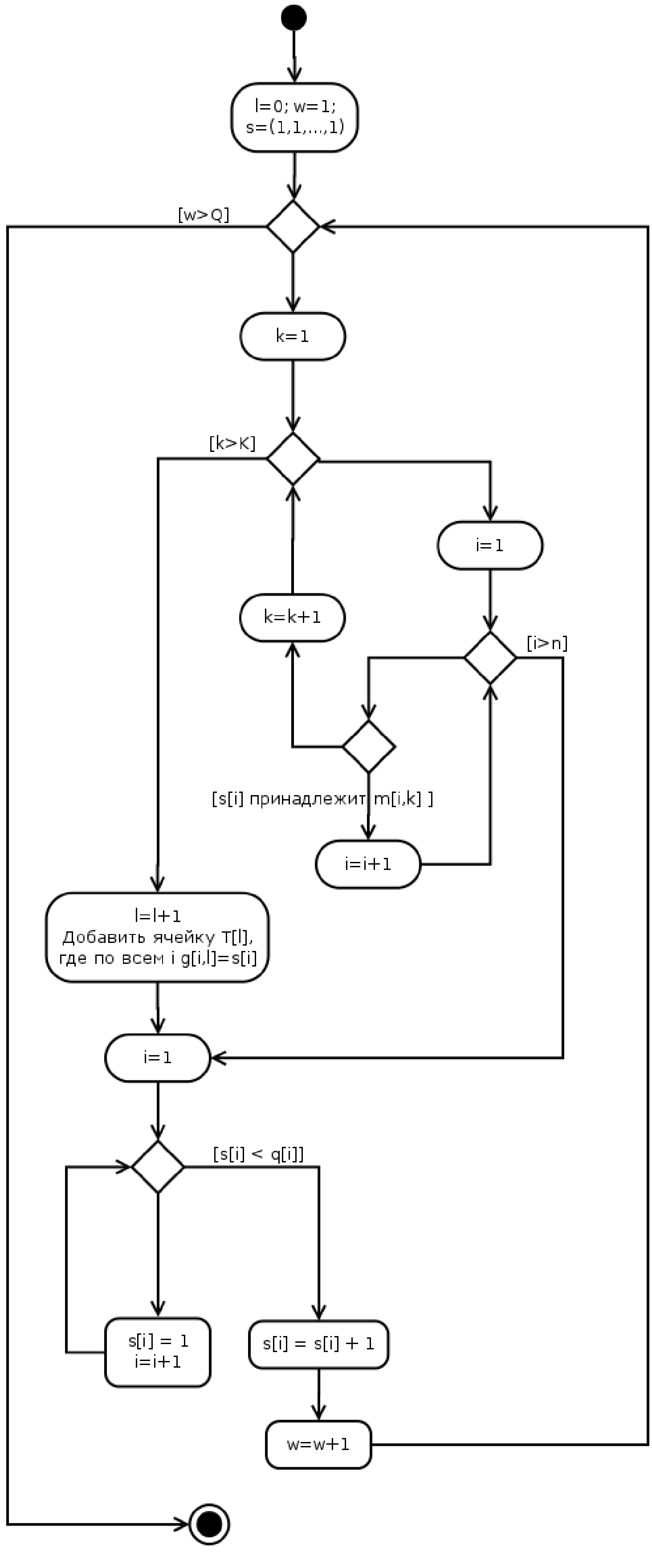

Рис. 2. Алгоритм определения ячеек T_l.

Определим общее количество таких ячеек L. Для этого нужно вычесть из общего количества комбинаций градаций значений критериев Q число комбинаций, которые уже покрыты всеми множествами M_k. Если M_k не пересекаются, то количество комбинаций, которые они покрывают, можно сложить:

$$L = Q - \sum_{k=1}^{K} \prod_{i=1}^{n} |m_{ik}|.$$

Учитывая, что градации отсортированы в порядке увеличения предпочтительности, применим к ячейкам T_l и множествам M_k условие оптимальности по Парето. В результате возникают отношения предпочтения одних ячеек над другими:

$$(\forall i(g_{il_1} \geq g_{il_2}) \,\&\, \exists i(g_{il_1} > g_{il_2})) \rightarrow T_{l_1} \succ T_{l_2},$$

а также отношения предпочтения ячеек над множествами:

$$\forall i(g_{il} \geq \max_{j \in m_{ik}} j) \,\&\, \exists i(g_{il} > \max_{j \in m_{ik}} j) \rightarrow T_l \succ M_k$$

и отношения предпочтения множеств над ячейками:

$$\forall i(\max_{j \in m_{ik}} j \geq g_{il}) \,\&\, \exists i(\max_{j \in m_{ik}} j > g_{il}) \rightarrow M_k \succ T_l.$$

Кроме того, существует отношение доминирования между всеми множествами M_k. Оно определяется уровнями предпочтений, заданными пользователем:

$$\forall k_1 \forall k_2 (P(M_{k_1}) > P(M_{k_2}) \rightarrow M_{k_1} \succ M_{k_2}).$$

Для некоторых ячеек можно определить предпочтения между ячейками методом качественного учета важностей В.В. Подиновского [5], если выполняются следующие условия:

1. для критериев установлено отношение предпочтения, например, критерий i важнее критерия i+1, при этом не утверждается, насколько важнее;
2. критерии являются однородными, то есть для них используется одна и та же шкала, например, пятибалльная шкала экспертных оценок от 1 до 5.

Между ячейками, которые получаются друг из друга перестановкой номеров градаций по двум критериям в случае их однородности, получается отношение предпочтения по правилу В.В. Подиновского:

$$\begin{aligned} &\exists i_1 \exists i_2 (i_1 < i_2) \,\&\, (\forall i(i \neq i_1 \,\&\, i \neq i_2) \rightarrow (g_{il_1} = g_{il_2})) \,\&\, (g_{i_1l_1} > g_{i_1l_2}) \,\&\\ &\&\, (g_{i_2l_1} < g_{i_2l_2}) \,\&\, (g_{i_1l_1} = g_{i_2l_2}) \,\&\, (g_{i_2l_1} = g_{i_1l_2}) \rightarrow T_{l_1} \succ T_{l_2} \end{aligned}.$$

Это правило говорит о том, что в случае, если одна ячейка получается из другой перестановкой значений двух критериев, то из этих двух ячеек предпочтительней та, где большее значение указано у более важного критерия. Упорядочивание критериев по важности осуществляется пользователем.

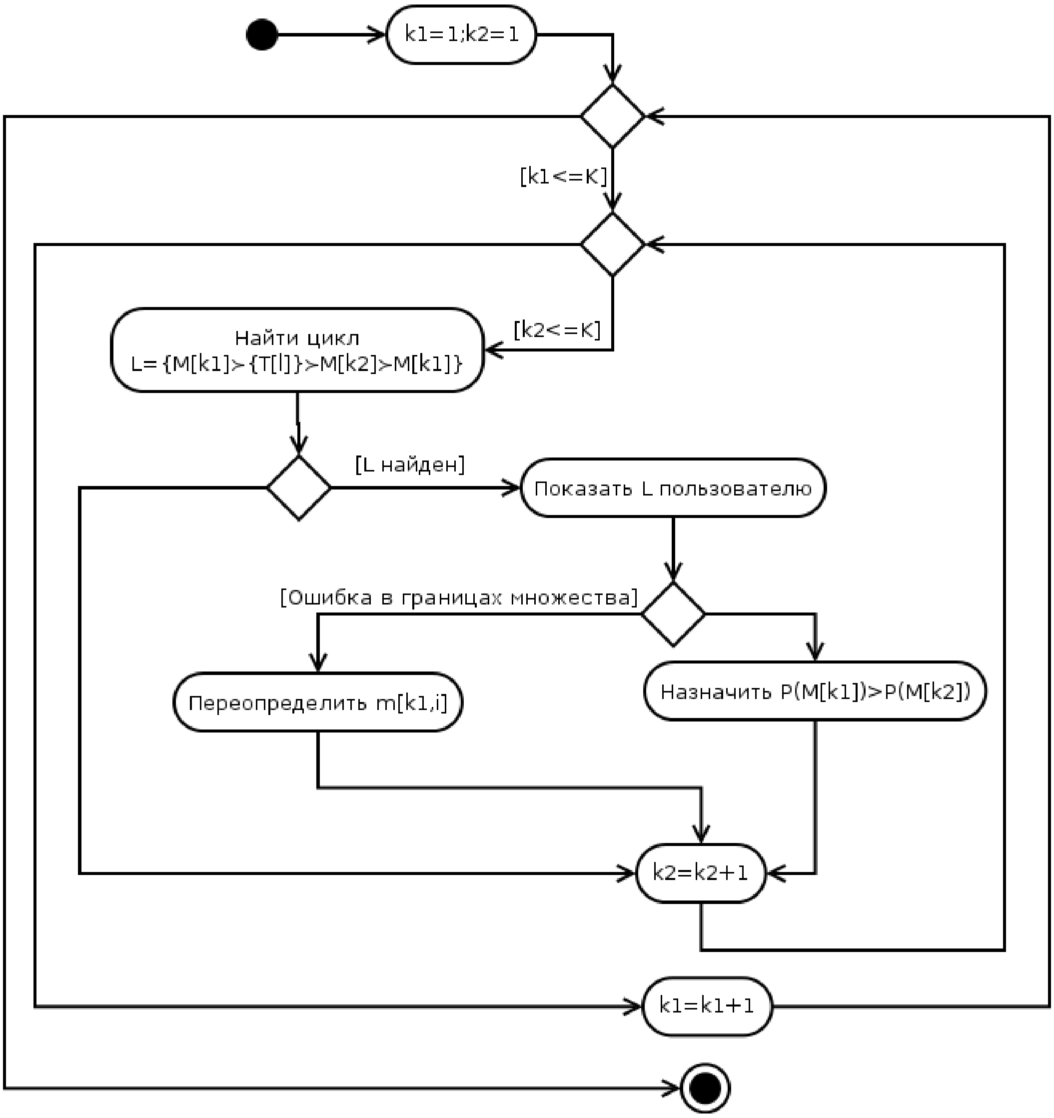

Рис. 3. Алгоритм корректировки предпочтений в случае циклов.

Применяя указанные правила доминирования ко всем ячейкам и множествам, можно построить ориентированный граф доминирования ячеек T_l и множеств M_k. Вершины этого графа будут соответствовать ячейкам и множествам, а направленные дуги будут говорить об отношении доминирования. Граф нужно проверить на наличие циклов. И, если таковые будут найдены, то следует указать на это ЛПР. Цикл в графе говорит о наличии нетранзитивности в суждениях ЛПР. На рисунке 3 показан алгоритм корректировки предпочтений в случае циклов. Необходимо для каждого цикла определить множества $M_{k,}$, которые в него входят, и сообщить пользователю, что необходимо ввести корректировки уровней предпочтений или изменить сами множества, например, назначить M[k2] уровень предпочтений меньше, чем уровень предпочтений M[k1]. В практических задачах возникновение цикла – редкое явление.

После того как будет установлено отсутствие циклов, следует использовать алгоритм анализа графа, который академик Ларичев назвал «разборка» графа. В этом алгоритме определяются значения уровней предпочтений для M_k и T_l:

1) $p=L+K$ – это максимальный уровень предпочтений, который возможен в случае, если все M_k и T_l различимы по предпочтительности;
2) определить множество недоминируемых вершин M_k и T_l;
3) присвоить им уровень предпочтений p;
4) исключить из графа недоминируемые вершины;
5) если граф пуст, то завершение алгоритма;
6) $p = p - 1$;
7) переход на шаг 2.

После применения данного алгоритма некоторые вершины попадут на один уровень предпочтений. Если все вершины будут различимы, то в конце работы алгоритма переменная р будет равна нулю. Если все вершины неразличимы, то р будет равна $L+K$. Определим Z – синтетический показатель уровня неразличимости на полном множестве:

$$Z = \frac{p}{L+K} \cdot 100\% .$$

Следует заметить, что чем детальней пользователь задаст свои предпочтения, тем меньше будет это число. Если пользователя не устраивает результат работы метода (например, не устраивают ранги альтернатив полученные в результате ранжирования альтернатив указанным методом), то следует указать пользователю на необходимость понижения значения Z. Понизить значение Z можно путем ввода новых множеств M_k.

Обычно ячейка или множество включают более одного возможного значения критерия. Для возможности сопоставления различных векторов пространства критериев, входящих в одно множество или в одну ячейку, необходимо добиться изменения итоговой оценки альтернативы при изменении критерия в рамках одного уровня предпочтений. Для этого предлагается вычислять итоговое значение предпочтений по формуле:

$$Y(X) = p(X) + D(X), \quad \text{где}$$

$p(X)$ – целочисленный уровень предпочтений соответствующей области M_k или ячейки T_l, в которую попало значение X, определенный вышеописанным алгоритмом разбора графа;

$D(X)$ – оценка, полученная количественным методом свертки векторного критерия, вычисленная в рамках той области (множества или ячейки), куда попало значение вектора X, и нормированная в пределах от 0 до 1.

Функция $Y(X)$, вычисляющая итоговое значение предпочтений, является *гибридной функцией предпочтений* (ГФП).

Итоговая оценка альтернативы, полученная указанным методом, состоит из целой части, отражающей качественные суждения пользователя, и дробной части, отражающей применение количественных методов с целью повышения чувствительности и возможности оптимизации на непрерывном множестве.

На рисунке 4 показан общий алгоритм комбинированного метода формирования функции предпочтений. Метод, с одной стороны, позволяет существенно упростить процедуру построения функции предпочтений, задавая ее подробно не на всем критериальном пространстве, а с другой стороны, дает возможность использовать преимущества количественных методов свертки векторных критериев, требующих, как правило, меньшего объема информации при их использовании.

В работе [1] описан результат построения ГФП в задаче оценки значимости космических экспериментов, планируемых на борту МКС. Предпочтения задавались для 6 критериев. ГФП была задана за 1 час. Циклов не возникло (сходимость за одну итерацию). Для сравнения: в DSS/UTES нельзя задать функцию предпочтений на таком критериальном пространстве и пришлось прибегнуть к агрегированию показателей, при этом задание предпочтений заняло около 4 часов.

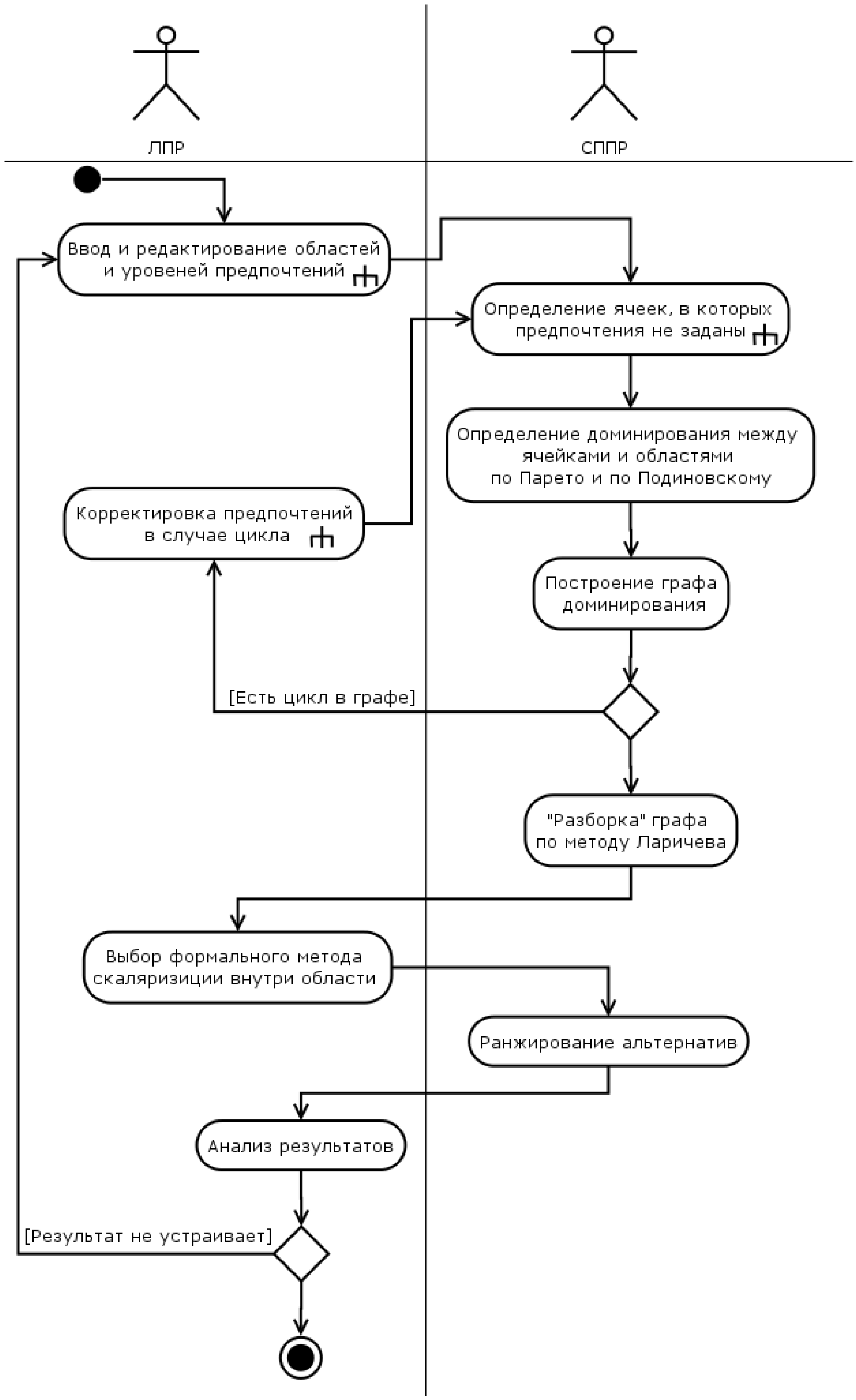

Рис. 4. Алгоритм формирования гибридной функции предпочтений.

Метод рациональной дискретизации шкал критериев

Рассмотрим процедуру построения многоуровневого дерева критериев. При этом подходе показатели объединяются в группы, и каждая из них характеризуется своим показателем называемым *обобщенным.* Формирование групп должно происходить с участием или под контролем ЛПР. Для каждого обобщенного показателя задается правило его вычисления (решающее правило). В качестве решающего правила может выступать формальный метод свертки или процедура свертки по предпочтениям, в результате которой вычисляется «промежуточная ФП». Процедуру объединения показателей в группы назовем агрегированием. Оно выполняется по смысловому признаку, т.е. агрегированные показатели несут обобщенную информацию о каком-либо аспекте решаемой задачи, детально определяемом показателями, вошедшими в его состав. В результате агрегирования происходит переход к векторному критерию меньшей размерности. Процедура агрегирования может повторяться многократно. В итоге можно получить дерево показателей, в корне которого находится один обобщенный показатель [2].

Дерево агрегирования во многом напоминает иерархию из метода анализа иерархий. Отличие заключается в том, что для свертки показателей, которые могут быть как числовыми, так и лексическими, в первую очередь используется свертка по предпочтениям. При необходимости используется не только взвешенная сумма, но и другие методы свертки.

При агрегировании показателей, мы получаем высокую размерность шкал обобщенных показателей. Назначение предпочтений на таких шкалах затруднительно, поэтому в работе предложена процедура дискретизации шкал обобщенных показателей. Она содержит две подзадачи. Первая – выбор числа градаций, и вторая – разбиение шкалы на градации. Шкалу, полученную в результате такой процедуры, назовем «загрубленной». При решении первой подзадачи пользователь, на основе содержательных соображений, сам назначает требуемую точность оценки. Для решении второй подзадачи предлагаются три способа.

1. Разбиение на равные интервалы. В информационном плане, как будет показано далее, этот метод не всегда целесообразен.
2. Предоставление пользователю возможности самому формировать интервалы разбиения на основе содержательного анализа. Неудобство заключается в том, что пользователю системы придется тратить достаточно много времени на разбиение и согласование шкал.
3. Разбиение шкалы обобщенного показателя на основе минимизации информационных потерь или максимизации энтропии показателя.

Очевидно, что дискретизация шкал приводит к потерям информации. Наиболее полная информация о векторном критерии содержится на уровне исходных показателей. Потери возрастают при движении от листвы к корню дерева агрегирования. Оценить потери информации, возникающие в процессе агрегирования показателей, можно с помощью определения энтропии [7].

Как известно, количество информации измеряется разностью энтропий до и после получения сообщения. В нашем случае энтропия показателя после получения сообщения равна нулю, и количество информации в сообщении определяется энтропией показателя до его получения. Поэтому осуществлять разбиение шкалы обобщенного показателя на градации желательно так, чтобы энтропия (информативность) показателя была максимальной. А это приводит к идее разбиения на такие интервалы, в которых сообщения появлялись бы с одинаковыми вероятностями. Такой подход известен и применялся для оцифровки непрерывных шкал измерений приборов.

В рассматриваемой задаче имеется исходная порядковая шкала уровней предпочтений с большим количеством градаций, и из нее нужно получить шкалу предпочтений с меньшим количеством градаций с минимальными информационными потерями. Это приводит к оптимизационной задаче, которая решается для каждого обобщенного показателя независимо от уровня агрегирования.

Ее формальная постановка имеет вид:

$$\max_{u_1,\dots u_{m^*}} I^* = -\sum_{r=1}^{m^*} \Big(\sum_{k=\sum_{l=1}^{r-1} u_l+1}^{\sum_{l=1}^{r} u_l} p_k \Big) \log_2 \Big(\sum_{k=\sum_{l=1}^{r-1} u_l+1}^{\sum_{l=1}^{r} u_l} p_k \Big),$$

при ограничениях:

$$\sum_{r=1}^{m^*} u_r = m,$$

$u_r > 0$, r=1..m^*, где

I – энтропия (информативность),

u_r – оптимизационные переменные, которые показывают, сколько градаций исходной шкалы включается в r-ю градацию «загрубленной» шкалы,

p_k – вероятность k-го состояния в исходной шкале (ниже приведены соображения по получению этих величин),

m^* – число градаций в «загрубленной» шкале (может варьироваться, некоторые соображения по выбору этого числа приведены ниже),

m – число градаций в исходной шкале (задается ЛПР),

r=1..m^* – номер градации в «загрубленной» шкале,

k=1..m – номер градации в исходной шкале,

$\sum_{l=1}^{r-1} u_l + 1$ – индекс первой градации исходной шкалы, включенной в r-ю градацию «загрубленной» шкалы,

$\sum_{l=1}^{r} u_l$ – индекс последней градации исходной шкалы, включенной в r-ю градацию «загрубленной» шкалы.

«Узким местом» такой постановки задачи является необходимость знания p_k. К сожалению, нет удовлетворяющего практическим требованиям, простого способа получения вероятностного распределения значений векторного критерия. Тем не менее, некоторое приближенное представление об этом распределении можно получить. В процессе эксплуатации СППР оценки p_k могут быть вычислены на основе статистических наблюдений:

$p_k = m/n$, где m – число альтернатив, у которых значение показателя попадало в k-ю градацию, n – общее число оцениваемых альтернатив.

Если система только начинает функционировать, то можно обратиться к субъективным оценкам вероятностей, основанным на опросе экспертов с применением, например, метода эталонных лотерей.

Поставленная оптимизационная задача относится к классу задач дискретного динамического программирования. Для ее решения необходимо составить функцию состояния (функцию Беллмана) $\Lambda_r(\xi)$. Она представляет собой максимальную энтропию r первых градаций «загрубленной» шкалы, вычисленных при условии, что ξ градаций исходной шкалы объединяются в r первых градаций «загрубленной» шкалы:

$$\Lambda_r(\xi) = \max_{u_1,\ldots u_r}\Big(-\sum_{j=1}^{r}\Big(\sum_{k=\sum_{l=1}^{j-1}u_l+1}^{\sum_{l=1}^{j}u_l} p_k\Big)\log_2\Big(\sum_{k=\sum_{l=1}^{j-1}u_l+1}^{\sum_{l=1}^{j}u_l} p_k\Big)\Big),$$

$$\sum_{j=1}^{r} u_j \le \xi \quad ,$$

$$r \le \xi,\ \xi = 1,2,\ldots,\mathrm{m}.$$

Для вычисления функции Беллмана можно ввести рекуррентное соотношение:

$$\Lambda_1(\xi) = \max_{1\le u_1\le\xi} -\Big(\sum_{k=1}^{u_1} p_k\Big)\log_2\Big(\sum_{k=1}^{u_1} p_k\Big);$$

$$\Lambda_2(\xi) = \max_{1\le u_2\le\xi}\Big\{-\Big(\sum_{k=\xi-u_2+1}^{\xi} p_k\Big)\log_2\Big(\sum_{k=\xi-u_2+1}^{\xi} p_k\Big) + \Lambda_1(\xi-u_2)\Big\};$$

$$\ldots$$

$$\Lambda_r(\xi) = \max_{1\le u_r\le\xi}\Big\{-\Big(\sum_{k=\xi-u_r+1}^{\xi} p_k\Big)\log_2\Big(\sum_{k=\xi-u_r+1}^{\xi} p_k\Big) + \Lambda_{r-1}(\xi-u_r)\Big\}.$$

Значение функции Беллмана для всей шкалы, т.е. при $\xi = m$ и $r = m^*$, даст оптимальное значение целевой функции:

$$\Lambda_{m^*}(m)=\max_{1\le u_{m^*}\le m}\{-(\sum_{k=m-u_{m^*}+1}^{m}p_k)\log_2(\sum_{k=m-u_{m^*}+1}^{m}p_k)+\Lambda_{m-1}(m-u_{m^*})\}=$$

$$=\max_{u_r}(-\sum_{r=1}^{m^*}(\sum_{k=\sum_{l=1}^{r-1}u_l+1}^{\sum_{l=1}^{r}u_l}p_k)\log_2(\sum_{k=\sum_{l=1}^{r-1}u_l+1}^{\sum_{l=1}^{r}u_l}p_k)).$$

При апробации метода проведен расчет выигрыша от оптимального разбиения на примере задачи оценки прикладного эффекта космического эксперимента (КЭ) планируемого для проведения на российском сегменте МКС. Прикладной эффект КЭ – востребованность (хотя бы потенциальная) эксперимента министерствами, ведомствами, частными организациями и т.п. Прикладной эффект определяется на основе 8 показателей:

- эффект в целях безопасности;
- эффект для космической деятельности;
- доступность информации по КЭ для потенциального заказчика;
- КЭ соответствует приоритетным направлениям ФКП (или других целевых программ);
- наличие заинтересованного заказчика;
- социальный эффект;
- экологический эффект;
- экономический эффект.

Каждый из этих показателей оценивается по трехбалльной шкале. Шкала предпочтений прикладного эффекта от КЭ изначально составляла 256 градаций. Необходимо было получить «загрубленную» шкалу из 16 градаций. Для определения p_k использовались данные по оценкам прикладного эффекта по 93 космическим экспериментам. На рисунке 5 показана гистограмма плотности вероятности в исходной шкале.

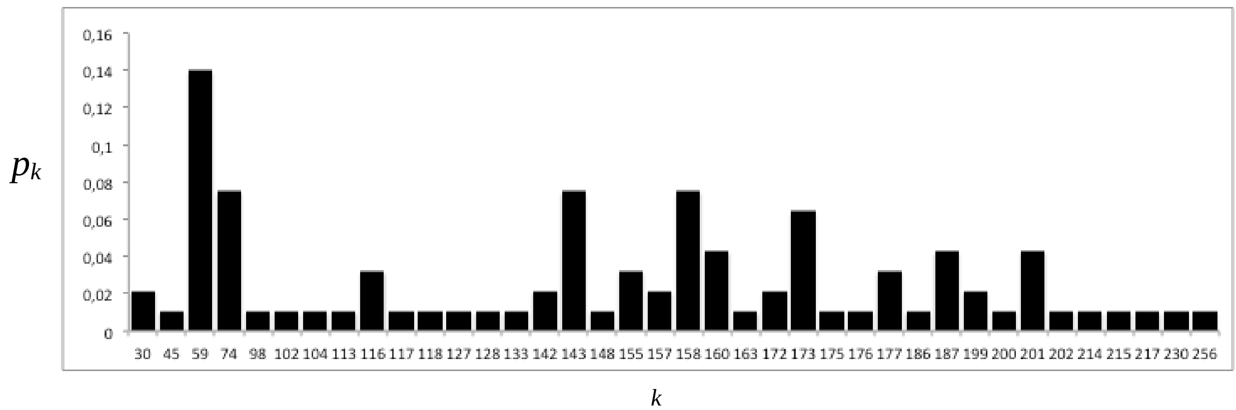

Рис. 5. Гистограмма исходной шкалы критерия «Прикладной эффект КЭ».

Для случая равномерного «загрубления» (u_r =16) энтропия составила 3,3991. Энтропия «загрубленной» шкалы составила 3,9058.

На рисунке 6 показана гистограмма, полученная в результате применения процедуры дискретизации.

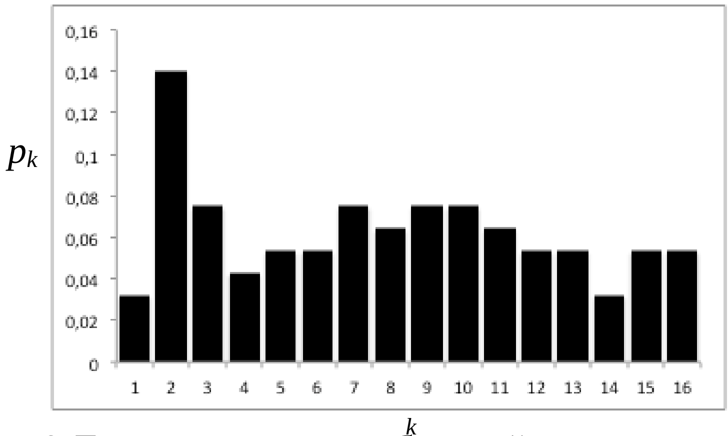

Рис. 6. Гистограмма «загрубленной» шкалы критерия «Прикладной эффект КЭ».

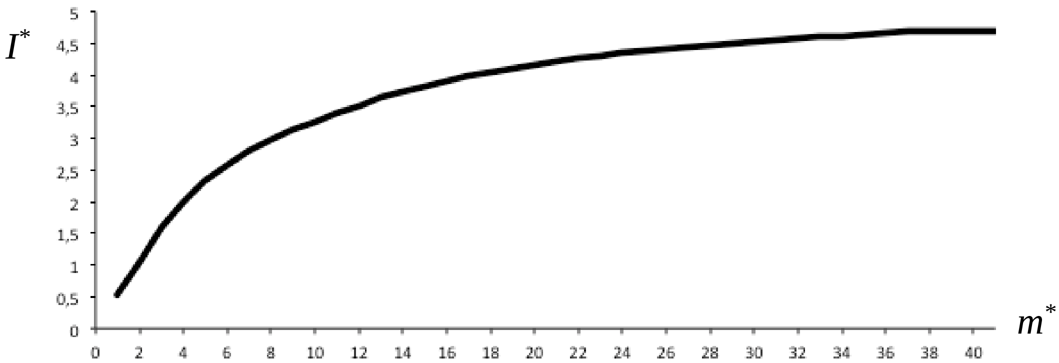

Рис. 7. Зависимость энтропии I^* от числа градаций m^* .

На рисунке 7 показана зависимость энтропии I^* от числа градаций m^*. По нему видно, что в данном примере нецелесообразно использовать больше 36 градаций, так как энтропия перестает существенно возрастать. Однако при большом числе градаций строить функцию предпочтений затруднительно, т.к. требуется задать предпочтения для большого количества областей. Разбиение на 16 градаций позволяет достичь 83% от максимума, что является хорошим компромиссом между информационными потерями и сокращением шкалы в 16 раз от исходной. Для 16 градаций информационные потери при равномерном разбиении шкалы критерия составляют 28%, в то время как потери в оптимизированной шкале составили 17%.

Программная реализация метода

Программная реализация комбинированного метода и процедуры дискретизации шкал осуществлена на языке Ruby, который обладает простым и лаконичным синтаксисом. К достоинствам Ruby следует отнести наличие транслятора в открытых исходных кодах и возможность свободно их модифицировать. Таким образом обеспечивается независимость от зарубежных производителей системного программного обеспечения. Входные и выходные данные формируются в открытом формате JSON, что облегчает взаимодействие с другими информационными системами. В настоящее время проводятся работы по интеграции программной реализации комбинированного метода на новый портал веб-сервисов поддержки принятия решений www.ws-dss.com.

Существует программная реализация комбинированного метода на C# и SQL, которую предполагается встроить в унифицированную СППР «Космос», размещенную на сайте dss.keldysh.ru. При создании СППР успешно использовался опыт разработки ряда корпоративных информационных систем [8]. Программное обеспечение СППР «Космос» также успешно эксплуатируется на интернет-портале комплексного научно-технического совета ЦНИИмаш [1, 9-10].

Заключение

1. Предложенный комбинированный метод построения гибридной функции предпочтений содержит алгоритмы ввода и редактирования системы ценностей ЛПР для высокоразмерного критерия, позволяет учитывать зависимости по предпочтениям.

2. Разработан алгоритм поиска ячеек пространства критериев с целью определения предпочтений на полном множестве альтернатив. Предложен набор правил определения отношения доминирования между областями критериального пространства. Разработан алгоритм анализа графа для определения уровней предпочтений отдельных точек критериального пространства.

3. Комбинированный метод является инвариантным по отношению к предметной области, позволяет решать широкий круг задач, связанных с многокритериальной оценкой по высокоразмерному критерию, включающему в свой состав как качественные, так и количественные компоненты.

4. Построение многоуровневого дерева агрегирования в случае большой размерности векторного критерия приводит к информационным потерям. Разработан метод минимизации информационных потерь при дискретизации шкал обобщенных показателей. Задача рационального разбиения шкалы обобщенного показателя поставлена и решена как задача динамического программирования.

5. Применение метода дискретизации шкал обобщенных показателей в задаче оценки прикладного эффекта космического эксперимента (КЭ), планируемого для проведения на российском сегменте МКС, позволило снизить информационные потери с 28% до 17%.

Библиографический список

1. Судаков В.А. Методология унифицированной разработки систем поддержки принятия решений для многокритериальных высокоразмерных задач ракетно-космической отрасли: автореферат дис. ... доктора технических наук : 05.13.01 / Судаков Владимир Анатольевич. — М., 2014. 45 с.
2. Бомас В.В., Судаков В.А. Поддержка субъективных решений в многокритериальных задачах. – М.: Изд-во МАИ, 2011. 173 с.
3. Ескин В.И., Судаков В.А. Гибридный метод формирования функций предпочтений в компьютеризированных системах поддержки принятий решений // Вестник Московского авиационного института. 2013. Т. 20. № 3, с. 166-172.
4. Лотов А.В., Поспелова И.И. Многокритериальные задачи принятия решений (учебное пособие) - М.: МАКС Пресс, 2008. 197 с.
5. Подиновский В.В. Введение в теорию важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений. – М.: Физматлит, 2007. 64 с.
6. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных странах: Учебник. – М.: Логос, 2000. 296 с.
7. Судаков В.А., Хахулин Г.Ф. Процедура дискретизации шкал критериев и ее применение для оценки прикладного эффекта космических экспериментов. // Вестник компьютерных и информационных технологий. – 2015. – № 1. – С. 6-9.
8. Судаков В.А. Автоматизация процесса управления разработкой корпоративной информационной системы // Вестник Московского авиационного института. 2010. Т. 17. № 1. С. 149-153.
9. Осипов В.П., Сивакова Т.В., Судаков В.А. Предпосылки унификации программных средств поддержки принятия решений // Программные продукты и системы, 2013, №3, С. 147-150.
10. Осипов В.П., Судаков В.А., Хахулин Г.Ф. Информационные технологии формирования этапной программы научно-прикладных исследований на российском сегменте Международной космической станции. // Вестник компьютерных и информационных технологий, 2012, №12, С. 24-28.

Оглавление