



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 54 за 2015 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Иванов Д.С., Маштаков Я.В.,
Овчинников М.Ю.,
Решетников А.А., Ролдугин Д.С.,
Стучилин А.И., Ткачев С.С.

Определение точки падения
тела в поле тяжести Земли
по измерениям отдельных
параметров его движения

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Определение точки падения тела в поле тяжести Земли по измерениям отдельных параметров его движения / Д.С.Иванов [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2015. № 54. 32 с.
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-54>

О р д е н а Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Р о с с и й с к о й а к а д е м и и н а у к

Д.С. Иванов, Я.В. Маштаков,
М.Ю. Овчинников, А.А. Решетников,
Д.С. Ролдугин, А.И. Стучилин, С.С. Ткачев

Определение точки падения тела
в поле тяжести Земли
по измерениям отдельных
параметров его движения

Москва — 2015

**Иванов Д.С., Маштаков Я.В., Овчинников М.Ю., Решетников А.А.,
Ролдугин Д.С., Стучилин А.И., Ткачев С.С.**

Определение точки падения тела в поле тяжести Земли по измерениям отдельных параметров его движения

Разрабатывается алгоритм расчета места падения материальной точки, движущейся в поле тяжести Земли, по результатам последовательных измерений параметров ее движения радиолокационной станцией: радиальной дальности, радиальной скорости, угла места, угла азимута. Предложена методика оценки ошибок расчета точки падения, позволяющая построить в режиме реального времени расчет эллипса рассеяния на поверхности Земли. Алгоритм разработан на основе нелинейного фильтра Калмана, который позволяет с помощью моделей движения и измерений восстановить полный вектор состояния объекта при неполной косвенной измерительной информации.

Ключевые слова: определение движения, фильтр Калмана, радиолокационная станция

**Ivanov D.S., Mashtakov Ya.V., Ovchinnikov M.Yu., Reshetnikov A.A.,
Roldugin D.S., Stuchilin A.I., Tkachev S.S.**

Falling Point Estimation of a Body in Earth Gravitational Field by Using Measurements of Several Motion Parameters

An algorithm of falling point determination of a body in the Earth gravitational field is developed. Algorithm uses radar measurements: radial distance, radial velocity, elevation and azimuth angles. A technique for falling point error estimation is proposed. It allows to depict a scatter ellipsoid on the Earth surface. The algorithm based on augmented Kalman filter which calculates full state vector estimation using motion equations and measurements model.

Key words: motion determination, Kalman filter, radar

Работа выполнена совместно ЗАО НИЦ “Резонанс” и ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 15-31-20058_мол_а_вед.

1. Введение

В настоящей работе решается задача автономного сопровождения тел, движущихся по баллистическим траекториям в режиме реального времени, и прогнозирования места их падения по данным радиолокационных измерений. Непосредственно измеряемыми величинами являются *дальность, радиальная скорость, азимут и угол места*. Точность измерения первых двух величин существенно больше, чем вторых двух. Также во время идентификации движения тел в режиме реального времени необходимо определять активные участки траектории – этапы управляемого движения. Предполагается, что измеряемые с помощью радиолокационной станции (РЛС) величины поступают с заданным периодом, однако возможно внезапное исчезновение измерений на некоторых отрезках времени вследствие, например, попадания наблюдаемого объекта в область невидимости. При возобновлении измерений необходимо определить, принадлежат ли вновь поступающие измерения ранее наблюдаемому объекту или они соответствуют новому объекту (либо на отрезке времени без измерений был совершен маневр).

Задача осложняется неизвестностью отдельных слабо поддающихся определению параметров движущегося объекта (масса, размеры, коэффициент аэродинамического сопротивления), которые влияют на аэродинамическое торможение. Наибольшее влияние на траекторию движения атмосфера оказывает на высотах меньше 50 км. Значительную часть этого интервала высот в начале движения объект находится на активном участке траектории, во время которого сложно определить не только баллистический коэффициент (который зависит от параметров объекта), но и текущие радиус-вектор и скорость. А на высотах больше 50 км аэродинамическое сопротивление дает малый вклад в общее ускорение тела и им можно пренебречь. Однако для прогнозирования точки падения баллистический коэффициент необходимо знать. Поэтому представляется разумным использовать априорную информацию о возможно наблюдаемых баллистических объектах и проводить расчет точки падения с использованием заранее приблизительно известных типичных значениях параметров объекта. Как показывает численный эксперимент, отличие баллистического коэффициента от реального значения даже в несколько раз приводит на начальном пассивном участке к ошибке интегрирования порядка километра, которая уменьшается при приближении объекта к точке падения.

Для решения задачи определения текущего фазового состояния баллистического объекта в режиме реального времени используется алгоритм на основе фильтра Калмана, который позволяет на основе модели движения и модели измерений восстановить полный вектор состояния объекта при неполной косвенной измерительной информации. Этот алгоритм требует относительно мало вычислительных ресурсов (если сравнивать с потребляемыми методом наименьших квадратов ресурсами) за счет итерационной обработки текущих векторов измерений в режиме реального времени, однако требует несколько

итераций для сходимости получаемых оценок. На каждом шаге алгоритма по ковариационным матрицам известно, с какой точностью определен вектор состояния. Поэтому для прогноза точки падения наблюдаемого объекта достаточно проинтегрировать уравнения движения с начальными условиями, выдаваемыми фильтром Калмана, а для вычисления ошибок точки падения необходимо проинтегрировать ковариационную матрицу ошибок, которая задает эллипс рассеяния на поверхности Земли. Для определения активного участка траектории используется вычисляемый с помощью фильтра Калмана вектор прогноза измерения. Разность прогноза измерения и реального измерения должна быть нормально распределенной случайной величиной с нулевым математическим ожиданием. Однако во время активного участка вследствие того, что в модель движения, используемую фильтром Калмана, не входит неизвестное управляющее воздействие, математическое ожидание разности прогноза измерения и реального измерения значительно отличается от нуля, и по этому отличию можно идентифицировать активный участок траектории.

Настоящая работа состоит из четырех разделов. Первый раздел – введение, второй раздел содержит описание используемых моделей и систем координат, в третьем приведено описание разработанных алгоритмов определения текущего движения баллистического объекта и вычисления точки падения, в четвертом приводятся примеры работы алгоритмов. В заключении даны выводы о работоспособности алгоритма.

2. Модель движения материальной точки в поле тяжести Земли с учетом атмосферы

Рассматривается задача движения материальной точки в поле тяжести Земли, угловое движение объекта не учитывается и не рассматривается.

2.1 Системы координат

В работе используются следующие системы координат:

$OXYZ$ – инерциальная система координат (J2000), начало координат находится в центре масс Земли, ось OX направлена на точку весеннего равноденствия, ось OZ перпендикулярна плоскости экватора, OY дополняет систему до правой ортогональной.

$Oxyz$ – гринвичская система координат, ось Ox направлена на гринвичский меридиан и лежит в плоскости экватора, ось Oz – перпендикулярно плоскости экватора, ось Oy дополняет систему до правой ортогональной.

$O_s\xi\eta\zeta$ – топоцентрическая система координат, начало координат находится в точке S (это может быть положение либо точки старта, либо станции), ось $O_s\zeta$ направлена в зенит, $O_s\xi$ – на юг, третья ось дополняет систему до правой ортогональной.

Положение станции и положение точки старта задаются географическими широтой φ и долготой λ , которые пересчитываются в $Oxyz$ согласно [1]. Пе-

переход из системы $Oxyz$ в $OXYZ$ происходит с помощью матрицы поворота A вокруг оси OZ :

$$A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{R}_{OXYZ} = A \mathbf{R}_{Oxyz}. \quad (2.1)$$

Здесь

$$\theta = 280.46061837 + 86400 \frac{180}{\pi} \Omega_E (JD - 2451545.0) \text{ град},$$

где Ω_E – угловая скорость вращения Земли, JD – юлианское время, соответствующее текущему моменту.

Переход из топоцентрической к инерциальной производится с помощью преобразования

$$\mathbf{R}_{OXYZ} = A_1 A_2 \mathbf{R}_{O_s xyz} + \mathbf{r}_s, \quad (2.2)$$

где

$$A_1 = \begin{pmatrix} \cos(\theta + \lambda) & -\sin(\theta + \lambda) & 0 \\ \sin(\theta + \lambda) & \cos(\theta + \lambda) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} \sin \varphi & 0 & -\cos \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \end{pmatrix},$$

$\mathbf{r}_s$ – положение начала координат.

Начальная скорость объекта задается модулем вектора и двумя углами (угол места el и азимут az) относительно системы $O_s \xi \eta \zeta$. При этом az отмеряется от направления на север по часовой стрелке (если смотреть с положительного направления $O_s \zeta$), а el – от горизонта. В этом случае вектор начальной скорости в системе $O_s \xi \eta \zeta$ имеет вид

$$\mathbf{V} = V \begin{pmatrix} \cos(\pi - az) \cos el \\ \sin(\pi - az) \cos el \\ \sin el \end{pmatrix}.$$

2.2. Модель движения в поле тяжести Земли

Движение объекта в поле тяжести Земли описывается уравнением

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r}, \quad (2.3)$$

где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор объекта в системе $OXYZ$. В (2.3) поле тяжести аппроксимируется центральным ньютоновым полем. Это обусловлено небольшим (порядка десятков минут) временем движения, за которое возмущения, вызванные отличием гравитационного поля Земли от центрального, не оказывают существенного влияния на движение объекта.

В качестве других сил, действующих на объект, рассматриваются сила аэродинамического сопротивления и реактивная сила. В этом случае уравнение (2.3) переписывается в виде

$$\dot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} + \mathbf{f}_{атм} + \mathbf{f}_m. \quad (2.4)$$

Удельная сила сопротивления атмосферы представима в виде

$$\mathbf{f}_{атм} = -\frac{1}{2} \frac{C_x S \rho}{m} \mathbf{v} \mathbf{v}. \quad (2.5)$$

Здесь C_x – коэффициент лобового сопротивления, S – площадь поперечного сечения, ρ – плотность атмосферы в точке, где находится объект, m – масса объекта, $\mathbf{v}$ – скорость объекта. Плотность атмосферы в формуле (2.5) рассчитывается согласно ГОСТ Р 4401-81 [2].

При расчете удельной реактивной силы предполагается, что масса объекта не меняется при совершении маневров, сила направлена вдоль скорости, а ее величина постоянна во время всего маневра,

$$\mathbf{f}_m = f_m \frac{\mathbf{v}}{v},$$

где f_m – удельная тяга, которая равна нулю, когда маневра нет, и отлична от нуля, когда производится маневр.

Модель (2.4) используется для получения исходных данных в модели измерений. Для этого система (2.4) переписывается в виде

$$\dot{\mathbf{v}} = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} - \frac{1}{2} \frac{C_x S \rho(\mathbf{r})}{m} \mathbf{v} \mathbf{v} + f_m \frac{\mathbf{v}}{v}, \quad (2.6)$$

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}.$$

Система (2.6) интегрируется численно с помощью метода Рунге-Кутты 4-го порядка с постоянным шагом [3].

2.3 Модель измерений РЛС

Численное интегрирование уравнения (2.6) позволяет получить значения вектора скорости $\mathbf{v}$ и радиус-вектора $\mathbf{r}$ объекта в инерциальной системе координат в нужные моменты времени. Эти значения используются для имитации измерений.

Согласно условию задачи в вектор измеряемых параметров входят радиальные дальность R и скорость V , азимут az и угол места el^* . Модель измерений должна обеспечивать пересчет $\mathbf{r}$, $\mathbf{V}$ объекта, а также положения станции на поверхности Земли в измеряемые параметры. Положение станции на поверхности Земли задается географическими широтой ϕ_s и долготой λ_s

* Введенные здесь обозначения для азимута az и угла места измерения совпадают с ранее введенными в разделе 2.1 обозначениями для задания вектора скорости объекта. Это сделано по причине идентичности формул пересчета. Это не приводит к неоднозначности понимания, так как из контекста всегда видно, к чему относятся используемые обозначения.

места. Ее положение в инерциальной системе $\mathbf{r}_s$ вычисляется согласно формулам из раздела 2.1. Далее происходит переход к системе $O_s \xi \eta \zeta$ с помощью преобразования, обратного (2.2),

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}_2^T \mathbf{A}_1^T (\mathbf{r} - \mathbf{r}_s).$$

Величина $\mathbf{R}$ связана с величинами R, az, el соотношениями

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} -R \cos az \cos el \\ R \sin az \cos el \\ R \sin el \end{pmatrix}.$$

Тогда измеряемые параметры R, az, el представимы в виде

$$R = |\mathbf{R}|, \quad az = -\arctg \frac{R_2}{R_1}, \quad el = \arcsin \frac{R_3}{R}.$$

При этом исключается ситуация, когда $R = 0$ (это означает совпадение радиус-векторов объекта и РЛС). Ситуация, когда $R_1 = R_2 = 0$, также исключается (объект находится над РЛС). При определении угла места учитываются неравенства

$$-\frac{\pi}{2} \leq el \leq \frac{\pi}{2}.$$

Радиальная скорость определяется из соотношения

$$V = \left(\mathbf{v}_{отн}, \frac{\mathbf{R}}{R} \right),$$

где $\mathbf{v}_{отн}$ – скорость объекта относительно станции, которая определяется из соотношения

$$\mathbf{v}_{отн} = \mathbf{v} - \mathbf{v}_s - \boldsymbol{\omega}_E \times \mathbf{R}.$$

Здесь $\mathbf{v}_s = \boldsymbol{\omega}_E \times \mathbf{r}_s$ – абсолютная скорость станции. В этом случае

$$V = \left(\mathbf{v} - \mathbf{v}_s, \frac{\mathbf{R}}{R} \right).$$

В итоге вектор измеряемых параметров имеет вид

$$R = |\mathbf{R}|,$$

$$az = -\arctg \frac{R_2}{R_1},$$

$$el = \arcsin \frac{R_3}{R}, \tag{2.7}$$

$$V = \left(\mathbf{v} - \mathbf{v}_s, \frac{\mathbf{R}}{R} \right).$$

Далее к результатам вычислений, реализуемых по формулам (2.7), добавляются ошибки измерений и ограничения на измерения. В частности, если $el < 0$, то предполагается, что измерений нет, и все измеряемые величины полагаются равными нулю, так как объект находится за горизонтом.

3. Алгоритм определения движения и точки падения материальной точки по результатам последовательных измерений параметров ее движения

В качестве алгоритма определения текущих параметров движения материального объекта, движущегося в поле тяжести Земли, выбран фильтр Калмана [4], который позволяет на основе измерений РЛС и модели движения объекта получить наилучшую по среднеквадратичному критерию оценку вектора состояния – вектора текущего положения и вектора скорости. Наиболее точным из семейства алгоритмов на основе фильтра Калмана является нелинейный фильтр (в англоязычной литературе – Unscented Kalman Filter), в котором оценка текущего состояния и ковариационная матрица ошибок вычисляются на основе нелинейных уравнений динамики и нелинейной модели измерений [5]. Так как движение материального объекта в атмосфере по действием гравитационного поля Земли описывается нелинейными уравнениями движения (2.6), а модель измерений РЛС (2.7) также нелинейная, то было принято решение использовать именно нелинейный фильтр Калмана.

3.1 Описание нелинейного фильтра Калмана

Приведем краткое описание работы нелинейного фильтра Калмана. Пусть требуется оценить n -мерный вектор состояния $\mathbf{x}$ по поступающим с некоторой частотой измерениям величин $\mathbf{z}$ (m -мерный вектор). Пусть модель движения и модель измерений являются нелинейными дискретными функциями от времени и вектора состояния [6]

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{w}(t), \\ \mathbf{z}(t) &= \mathbf{h}(\mathbf{x}, t) + \boldsymbol{\psi}(t),\end{aligned}\tag{3.1}$$

где $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$ и $\mathbf{h}(\mathbf{x}, t)$ – некоторые нелинейные вектор-функции, $\mathbf{w}(t)$ – вектор ошибок модели движения, имеющей нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием $M(\mathbf{w}(t)) = 0$ и ненулевой дисперсией $M(\mathbf{w}(t)\mathbf{w}(t)^T) = Q(t)$, $\boldsymbol{\psi}(t)$ – вектор ошибок измерений, имеющих нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием $M(\boldsymbol{\psi}(t)) = 0$ и ненулевой дисперсией $M(\boldsymbol{\psi}(t)\boldsymbol{\psi}(t)^T) = \Psi(t)$. Матрицы Q и Ψ называются ковариационными матрицами ошибок модели движения и модели измерений (или шумом модели и шумом измерений) соответственно.

Так как измерения поступают дискретно в некоторые моменты времени t_k , то и оценку вектора состояния можно сделать только для этих моментов времени, то есть $\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}(t_k)$. Дискретный фильтр Калмана работает по системе прогноз-коррекция (рис. 3.1) [7], [8]. Пусть на некотором k -ом шаге известны оценка $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ и ковариационная матрица ошибки P_k^+ . Требуется найти оценку вектора состояния $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^+$. Для этого на этапе прогноза путем интегрирования модели движения вычисляется априорная оценка $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-$, а на этапе коррекции с помощью

обработки вектора измерений $\mathbf{z}_{k+1}$ вычисляется апостериорная оценка $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^+$. Ковариационная матрица ошибок вектора состояния P_{k+1}^- прогнозируется с помощью интегрирования так называемых σ -точек эллипсоида ошибок, и после получения измерения вычисляется апостериорная матрица P_{k+1}^+ .

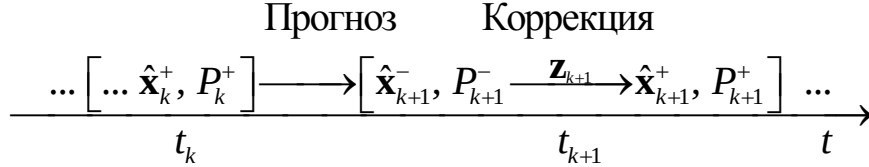


Рис. 3.1. Принцип работы фильтра Калмана

Идея нелинейного фильтра Калмана основана на использовании специально выбранных σ -точек вокруг текущей оценки с использованием ковариационной матрицы ошибок P_k^+ . Затем эти точки интегрируются с использованием нелинейных уравнений движения (3.1) для получения оценки $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-$ и матрицы ковариации P_{k+1}^- . Набор $2n+1$ σ -точек можно записать в виде матрицы χ_k^+ следующим образом:

$$\chi_k^+ = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_k^+ & \hat{\mathbf{x}}_k^+ + \gamma \left(\sqrt{P_k^+ + Q_k} \right)_j & \hat{\mathbf{x}}_k^+ - \gamma \left(\sqrt{P_k^+ + Q_k} \right)_j \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

Здесь $\left(\sqrt{P_k^+ + Q_k} \right)_j$ – j -й столбец матрицы квадратных корней, $j=1,2,\dots,n$,

$\gamma = \sqrt{n+\lambda}$, λ – масштабирующий параметр, который вычисляется по формуле $\lambda = \alpha^2 n - n$. Параметр α определяет разброс σ -точек относительно математического ожидания $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ и обычно задается небольшим положительным числом $10^{-4} \leq \alpha \leq 10^{-1}$. Каждая σ -точка интегрируется согласно нелинейному уравнению движения (3.1), которое можно представить в дискретном виде

$$\chi_{k+1}^- = \Phi(\chi_k^+, k),$$

где Φ – функция, являющаяся результатом интегрирования уравнения движения (3.1). Прогноз вектора состояния и ковариационной матрицы вычисляется следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- &= \sum_0^{2n} W_i^m \chi_{k+1}^-(i), \\ P_{k+1}^- &= \sum_0^{2n} W_i^c \left(\chi_{k+1}^-(i) - \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- \right) \left(\chi_{k+1}^-(i) - \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- \right)^T + Q_k. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Здесь весовые коэффициенты W_i^m и W_i^c определяются следующим образом:

$$W_0^m = \frac{\lambda}{n+\lambda}, W_0^c = W_0^m + 3 - \alpha^2, W_i^c = W_i^m = \frac{1}{2(n+\lambda)}. \quad (3.4)$$

Прогноз измерений выполняется также на основе σ -точек. Для каждой точки вычисляется прогнозируемое значение измерения

$$Z_{k+1}(i) = \mathbf{h}(\chi_{k+1}^-, k).$$

Прогноз измерения $\hat{\mathbf{z}}_{k+1}$ и ковариационная матрица ошибок прогноза измерений P_{k+1}^{zz} вычисляются по формулам

$$\hat{\mathbf{z}}_{k+1} = \sum_0^{2n} W_i^m Z_{k+1}(i),$$

$$P_{k+1}^{zz} = \sum_0^{2n} W_i^c (Z_{k+1}(i) - \hat{\mathbf{z}}_{k+1}^-) (Z_{k+1}(i) - \hat{\mathbf{z}}_{k+1}^-)^T.$$

Весовая матрица фильтра Калмана вычисляется так:

$$K_{k+1} = P_{k+1}^{xz} P_{k+1}^{vv-1}.$$

Здесь

$$P_{k+1}^{vv} = P_{k+1}^{zz} + R_{k+1},$$

$$P_{k+1}^{xz} = \sum_0^{2n} W_i^c (\chi_{k+1}^-(i) - \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-) (Z_{k+1}(i) - \hat{\mathbf{z}}_{k+1}^-)^T.$$

Наконец, апостериорная оценка вектора состояния $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^+$ и ковариационная матрица P_{k+1}^+ рассчитываются по следующим формулам:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^+ = \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^- + K_{k+1} (\mathbf{z}_{k+1} - \hat{\mathbf{z}}_{k+1}^-),$$

$$P_{k+1}^+ = P_{k+1}^- - K_{k+1} P_{k+1}^{vv} K_{k+1}^T.$$

3.2 Алгоритм определения текущего фазового состояния

Для определения текущего фазового состояния примем за вектор состояния радиус-вектор $\mathbf{r}$ и вектор скорости $\mathbf{v}$ в инерциальной системе координат $OXYZ$

$$\mathbf{x} = [\mathbf{r}^T \ \mathbf{v}^T]^T.$$

Запишем модель изменения вектора состояния в виде (3.1), используя уравнения (2.7),

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{r}} \\ \dot{\mathbf{v}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} + \mathbf{f}_{амм} \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Вектор измерений состоит из радиальной дальности R , радиальной скорости V , угла места el и угла азимута az :

$$\mathbf{z} = [R \ V \ el \ az]^T.$$

Модель измерений РЛС представлена в разделе 2.3. Ошибки измерений РЛС предполагаются нормально распределенными с заданными в таблице 3.1 среднеквадратическими отклонениями.

Таблица 3.1. Ошибки измерений РЛС

Измеряемая величина	R	V	el	az
Среднеквадратическое отклонение σ	300 м	1,5 м/с	1,5 град	1,5 град

Таким образом, с помощью данных таблицы 3.1 можно задать матрицу ошибок измерений Ψ , предполагая отсутствие корреляции между разнотипными измерениями, то есть

$$\Psi = \text{diag}(\sigma_R^2, \sigma_V^2, \sigma_{el}^2, \sigma_{az}^2).$$

Для инициализации алгоритма оценки текущего движения по измерениям необходимо задать оценку вектора состояния в начальный момент времени $\mathbf{x}_0 = [\mathbf{r}_0^T \ \mathbf{v}_0^T]^T$, матрицу ошибок вектора состояния в начальный момент времени P_0 , а также матрицу ошибок модели движения Q .

Для грубого задания радиус-вектора $\mathbf{r}_0$ в инерциальной системе координат было решено использовать зашумленные измерения радиальной дальности R_0 , угла места el_0 и угла азимута az_0 в начальный момент времени. Для этого необходимо воспользоваться формулой (2.2). Для оценки вектора скорости $\mathbf{v}_0$ предполагается, что в начальный момент времени скорость равна нулю, то есть $\mathbf{v}_0 = 0$.

Матрица ошибок P_0 в начальный момент времени задается следующими значениями:

$$P_0 = \text{diag}(\sigma_{r_0}^2, \sigma_{r_0}^2, \sigma_{r_0}^2, \sigma_{v_0}^2, \sigma_{v_0}^2, \sigma_{v_0}^2), \quad (3.6)$$

где σ_{r_0} и σ_{v_0} – среднеквадратические ошибки задания начального значения для радиус-вектора и скорости соответственно, задаваемые значениями $\sigma_{r_0} = 10 \text{ км}$ и $\sigma_{v_0} = 1 \text{ км/с}$. При задании матрицы ошибок модели движения Q предполагается, что ошибки модели постоянные и некоррелированные. Ошибки модели движения могут быть вызваны ветром в атмосфере, который является трудно прогнозируемым фактором. Предполагается, что величина возмущения от ветра является нормально распределенной величиной со среднеквадратическим отклонением 30 м/с. Таким образом, матрица Q имеет диагональный вид

$$Q = \text{diag}((\Delta t \sigma_q)^2, (\Delta t \sigma_q)^2, (\Delta t \sigma_q)^2, \sigma_q^2, \sigma_q^2, \sigma_q^2),$$

где $\sigma_q = 1 \text{ м/с}$, Δt – время между двумя последовательными оценками вектора состояния.

3.3 Идентификация активного участка траектории

Рассмотрим имеющиеся возможности для идентификации активного участка траектории движения объекта.

3.3.1 Использование полной энергии

При движении в верхних слоях атмосферы возмущающее ускорение достаточно мало, и им можно пренебречь. Тогда на пассивном участке траектории движения материального объекта должны сохраняться полная энергия и интеграл площадей. Удельная полная энергия E рассчитывается следующим образом:

$$E = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r}, \quad (3.7)$$

где $v = |\mathbf{v}|$, $r = |\mathbf{r}|$, μ – гравитационный параметр.

В ограниченной задаче двух тел в центральном ньютоновом поле $E = \text{const}$. Однако вследствие малых возмущений со стороны атмосферы на больших (> 50 км) высотах полная энергия и интеграл энергии могут слабо изменяться в некоторых пределах. На активном участке траектории – при разгоне или маневре – величина E будет меняться значительно.

Предлагается следующий алгоритм идентификации активного участка траектории с использованием полной энергии. Пусть в некоторый момент времени $t_0 = t_k$ начинает работать алгоритм определения текущего состояния. Для начала работы фильтра Калмана необходимо задать начальное приближение вектора состояния $\mathbf{x}_0 = [\mathbf{r}_0^T \ \mathbf{v}_0^T]^T$ и матрицу ошибок вектора состояния в начальный момент времени P_0 , как это описано в разделе 3.2. После получения оценок текущего вектора состояния $\hat{\mathbf{x}}_k = [\hat{\mathbf{r}}_k^T \ \hat{\mathbf{v}}_k^T]^T$ с помощью фильтра Калмана, описанного в разделе 3.1, вычисляется оценка полной энергии $\hat{E}_k$ по формуле (3.7). Для идентификации активного участка траектории на начальном этапе работы алгоритма используется N_1 итераций фильтра Калмана. Если в процессе работы фильтра Калмана после выполнения N_1 итераций будет справедливо неравенство

$$\hat{E}(t_k) - \hat{E}(t_L) < \Delta E, \quad (3.8)$$

то считается, что наблюдается пассивный участок движения. Здесь t_k – текущее время, $t_L = t_k - t_{N_1}$, ΔE – некоторая величина допустимого отклонения оценки полной энергии, которая во время работы фильтра Калмана на начальном этапе задается величиной $\Delta E = D_1$. Предполагается, что маневры приводят либо к увеличению полной энергии, либо к повороту плоскости траектории. Если же условие (3.8) не выполняется, то предполагается, что оценки фильтра Калмана не сходятся вследствие действия разгонного ускорения, а значит, наблюдаемый участок траектории – активный. В этом случае заново производится инициализация фильтра Калмана, то есть задаются начальное приближение вектора состояния $\mathbf{x}_0 = [\mathbf{r}_0^T \ \mathbf{v}_0^T]^T$ и матрица ошибок вектора состояния в начальный момент времени P_0 .

После сходимости оценок фильтра Калмана флуктуация величины полной энергии $\hat{E}_k$ становится значительно меньше величины $\Delta E = D_1$, поэтому после прохождения $N_2 > N_1$ итераций разумно задать $\Delta E = D_2$, где $D_2 \ll D_1$, а в условии (3.8) использовать время $t_L = t_0 + t_{N_{cx}}$, где $N_{cx} < N_2$ – количество итераций, за которое оценки фильтра сходятся. Уменьшение величины допустимого отклонения полной энергии $\Delta E = D_2$ приводит к большей чувствительности алгоритма к слабым маневрам на пассивном участке траектории.

3.3.2 Использование прогноза измерений

Как показало математическое моделирование, использование полной энергии для определения активного участка траектории требует большой работы по настройке параметров алгоритма, описанного выше в разделе 3.3.1. Кроме того, параметры могут меняться в зависимости от моделируемой траектории. Поэтому было принято решение разработать алгоритм идентификации активного участка траектории с использованием прогноза измерения, вычисляемого в фильтре Калмана.

Вектор прогноза измерения строится с использованием модели измерений (2.7) по прогнозу текущего вектора состояния $\hat{\mathbf{x}}_k^- = [\hat{\mathbf{r}}_k^{-T} \ \hat{\mathbf{v}}_k^{-T}]^T$, который является результатом интегрирования модели движения (3.5), не содержащей неизвестное для наблюдателя управляющее ускорение. По этой причине полученный вектор измерения становится *смещенным* относительно полученного вектора измерения. Если наблюдается пассивный участок траектории, то разница между прогнозом измерения и полученным измерением должна быть нормально распределенной случайной величиной с нулевым математическим ожиданием. При наблюдении активного участка траектории математическое ожидание значительно отличается от нуля. Для вычисления математического ожидания можно ограничиться вычислением среднего значения заданного числа измерений N , которое должно быть меньше заданной величины Δ при наблюдении пассивного участка.

Предлагается следующий алгоритм идентификации активного участка траектории с использованием прогноза измерений. Пусть в некоторый момент времени $t_0 = t_k$ начинает работать алгоритм определения текущего состояния. Для начала работы фильтра Калмана необходимо задать начальное приближение вектора состояния $\mathbf{x}_0 = [\mathbf{r}_0^T \ \mathbf{v}_0^T]^T$ и матрицу ошибок вектора состояния в начальный момент времени P_0 , как описано в разделе 3.2. В начальный момент времени считается, что наблюдается пассивный участок траектории, а переменная-индикатор $Activ = 0$. Для сходимости фильтра Калмана требуется L начальных итераций. После получения априорных оценок текущего вектора состояния $\hat{\mathbf{x}}_k^- = [\hat{\mathbf{r}}_k^{-T} \ \hat{\mathbf{v}}_k^{-T}]^T$ с помощью фильтра Калмана, описанного в разделе 3.1, вычисляется разность прогнозируемого вектора измерения $\hat{\mathbf{z}}_k(\hat{\mathbf{x}}_k^-)$, полученного

с помощью модели (2.7), с текущими измерениями $\mathbf{z}_k$. При этом достаточно рассмотреть только одну компоненту вектора измерения. Так как наиболее точным измерением является радиальная скорость, то далее будем рассматривать только ее. Будем считать, что наблюдается пассивный участок траектории, если сумма разницы прогноза измерений с измерениями за N итераций не превышает по модулю заданную величину Δ , которая близка к нулю. То есть должно выполняться следующее неравенство:

$$\left| \sum_{i=k-N}^k (\hat{\mathbf{z}}_i(\hat{\mathbf{x}}_i^-) - \mathbf{z}_i) \right| < \Delta. \quad (3.9)$$

Если условие (3.9) не выполнено, то наблюдается активный участок траектории и переменная-индикатор $Activ=1$. После того, как условие (3.9) начало выполняться на некоторой итерации, считается, что математическое ожидание разности прогноза измерений и полученных измерений близко к нулю и наблюдаемый участок – пассивный. В начале пассивного участка траектории необходимо инициализировать фильтр Калмана и изменить значение переменной индикатора $Activ=0$.

3.4 Вычисление точки падения на пассивном участке траектории

Для вычисления оценки точки падения материального объекта и эллипса ошибок на поверхности Земли с помощью фильтра Калмана используется интегрирование σ -точек вокруг текущей оценки с использованием ковариационной матрицы ошибок P_k . Вычисление точки падения проводится только на пассивном участке траектории.

Пусть в некоторый момент времени вычислена оценка текущего вектора состояния $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ и матрицы ковариации P_k^+ . Набор $2n+1$ σ -точек записывается в виде матрицы χ_k следующим образом:

$$\chi_k = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_k^+ & \hat{\mathbf{x}}_k^+ + \gamma(\sqrt{P_k^+})_j & \hat{\mathbf{x}}_k^+ - \gamma(\sqrt{P_k^+})_j \end{bmatrix}.$$

Здесь $(\sqrt{P_k^+})_j$ – j -й столбец матрицы квадратных корней, $j=1,2,...,n$, остальные величины имеют такое же значение, как и в (3.2). Каждая σ -точка интегрируется согласно нелинейному уравнению движения (3.5), которое можно представить в дискретном виде

$$\chi_{end} = \Phi(\chi_k^+, k).$$

Интегрирование прекращается при пересечении радиус-вектора траектории (из первого столбца матрицы χ_{end}) с поверхностью Земли – высота над поверхностью эллипсоида равна нулю. В случае если был совершен маневр, но условие (3.8) еще не выполнено, возможна некорректная оценка вектора состояния, при получении которой высота объекта превысит допустимое значение 250 км. Поэтому интегрирование также прекращается, если высота в какой-то момент

времени $h > 250$ км. При достижении нулевой высоты полета вычисляется оценка точки падения и эллипс ошибок по формулам

$$\hat{\mathbf{x}}_{end} = \sum_0^{2n} W_i^m \chi_{end}(i),$$

$$P_{end} = \sum_0^{2n} W_i^c (\chi_{end}(i) - \hat{\mathbf{x}}_{end})(\chi_{end}(i) - \hat{\mathbf{x}}_{end})^T,$$

где χ_{end} – значение проинтегрированных σ -точек в момент падения на поверхность Земли, $\hat{\mathbf{x}}_{end}$ – оценка вектора состояния на момент падения, P_{end} – ковариационная матрица ошибок вектора $\hat{\mathbf{x}}_{end} = [\hat{\mathbf{r}}_{end}^T \hat{\mathbf{v}}_{end}^T]^T$, весовые коэффициенты W_i^m и W_i^c определяются согласно формуле (3.4). Радиус вектор $\hat{\mathbf{r}}_{end}^T$ в инерциальной системе координат совместно с временем падения t_{end} позволяют рассчитать точку падения в гринвичской системе координат по формулам (2.1).

Для вычисления оценки точности расчета точки падения необходимо взять из матрицы ошибок P_{end} верхний левый блок размером 3×3 , который соответствует ошибке оценки радиус-вектора $P_{r_{end}}$. Ковариационная матрица ошибок $P_{r_{end}}$ представляет собой положительно определенную квадратичную форму, которая геометрически описывается трехмерным эллипсоидом. Для получения эллипса ошибок на поверхности Земли берется сечение трехмерного эллипсоида плоскостью, нормаль которой соответствует нормали к поверхности Земли в рассчитанной точке падения. Для получения гарантированной оценки точности точки падения берется *утроенный* в размерах эллипсоид ошибок. После сходимости фильтра Калмана на пассивном участке траектории с вероятностью больше 90% реальная точка падения будет лежать в пределах эллипса ошибок.

3.5 Работа алгоритма при разрывах в измерениях

В случае если в измерениях есть временные разрывы, измерения поступают нерегулярно, то алгоритм оценки текущего состояния работает следующим образом. Пусть в некоторый момент времени t_k получены оценка вектора состояния $\hat{\mathbf{x}}_k^+$ и ковариационная матрица P_k^+ . В следующий такт времени t_{k+1} измерений не поступило. В этом случае по формулам (3.3) вычисляется только априорная оценка $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-$, P_{k+1}^- , которая является результатом интегрирования уравнений движения. Так как измерений нет, апостериорная оценка $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^+$, P_{k+1}^+ просто равна априорной, то есть

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^+ = \hat{\mathbf{x}}_{k+1}^-, \quad P_{k+1}^+ = P_{k+1}^-.$$

Если и на следующем шаге времени t_{k+2} снова нет измерений, то также вычисляется только априорная оценка. Если после N итераций на момент времени t_5 снова появляются измерения, необходимо выяснить, принадлежат ли они “ста-

рой” траектории, определенной до разрыва в измерениях. Для этого необходимо сравнить $\hat{\mathbf{r}}_s$ с грубой оценкой радиус-вектора $\hat{\mathbf{R}}_s$, полученной по измерениям дальности, угла азимута и наклона с помощью формулы (2.2). Если модуль разницы $\Delta \mathbf{r} = |\hat{\mathbf{r}}_s - \hat{\mathbf{R}}_s|$ лежит в пределах утроенного эллипсоида ошибок, задаваемого матрицей $P_s^+ + P_0^{r_0}$, где матрица $P_0^{r_0}$ – матрица ошибок определения вектора $\hat{\mathbf{R}}_s$, вычисляемая согласно формуле (3.6), то вновь определенная траектория принадлежит ранее наблюдаемому объекту. Если $\Delta \mathbf{r}$ лежит вне эллипсоида, то либо измерения поступают от другого объекта, либо во время отсутствия измерений был совершен маневр. В обоих случаях необходимо заново инициализировать фильтр Калмана – задать вектор состояния $\mathbf{x}_0 = [\mathbf{r}_0^T \mathbf{v}_0^T]^T$ и матрицу ошибок вектора состояния в начальный момент времени P_0 . Если $\Delta \mathbf{r}$ остается внутри эллипсоида, то оценка $\hat{\mathbf{x}}_s$ и матрица ошибок P_s^+ используются для вычисления оценки вектора состояния в следующий момент времени t_{s+1} с помощью фильтра Калмана, описанного в разделе 3.1.

4. Моделирование работы алгоритма

Рассмотрим в качестве примера работу алгоритма определения движения в режиме реального времени и алгоритма расчета точки падения на поверхность Земли

Зададим в качестве точки старта точку с высотой $h = 10$ км (будем считать, что в этот момент времени объект обнаружен РЛС). В этот момент времени модуль скорости $v_0 = 1.3$ км/с и направлен с углами азимута $az = 90^\circ$ и места $el = 40^\circ$. Масса объекта $m = 1$ т, площадь поперечного сечения $S = 1$ м, а коэффициент аэродинамического сопротивления $C_x = 0.75$. Зададим величину ускорения объекта $f_m = 0.1$ км/с². Пусть с момента начала движения в течение 30 секунд действует сила, разгоняющая объект, то есть объект будет находиться на активном участке траектории[†].

Зададим положение РЛС в некоторой точке с высотой $h = 0$ км на расстоянии от точки старта около 1000 км.

Пусть раз в 10 итераций фильтра Калмана производится расчет точки падения объекта и эллипса рассеяния на поверхности Земли.

После запуска программы сначала рассчитывается траектория движения объекта в ИСК. На рис. 4.1 представлены места положения точки старта, точки падения и положения РЛС на условной карте поверхности Земли. Красной линией обозначен активный участок траектории, а зеленой – пассивный. На рис.

[†] Выбрана гипотетическая схема разгона (по ускорению и длительности активного участка) с тем, чтобы, с одной стороны, объект двигался все-таки значительное расстояние, а с другой – разгон заканчивался за разумное время.

4.2 представлены компоненты радиус-вектора моделируемого движения объекта до падения на Землю, а на рис. 4.3 – компоненты вектора скорости, также в ИСК. В конце траектории заметное уменьшение скорости обусловлено сопротивлением в плотных слоях атмосферы на низких высотах.

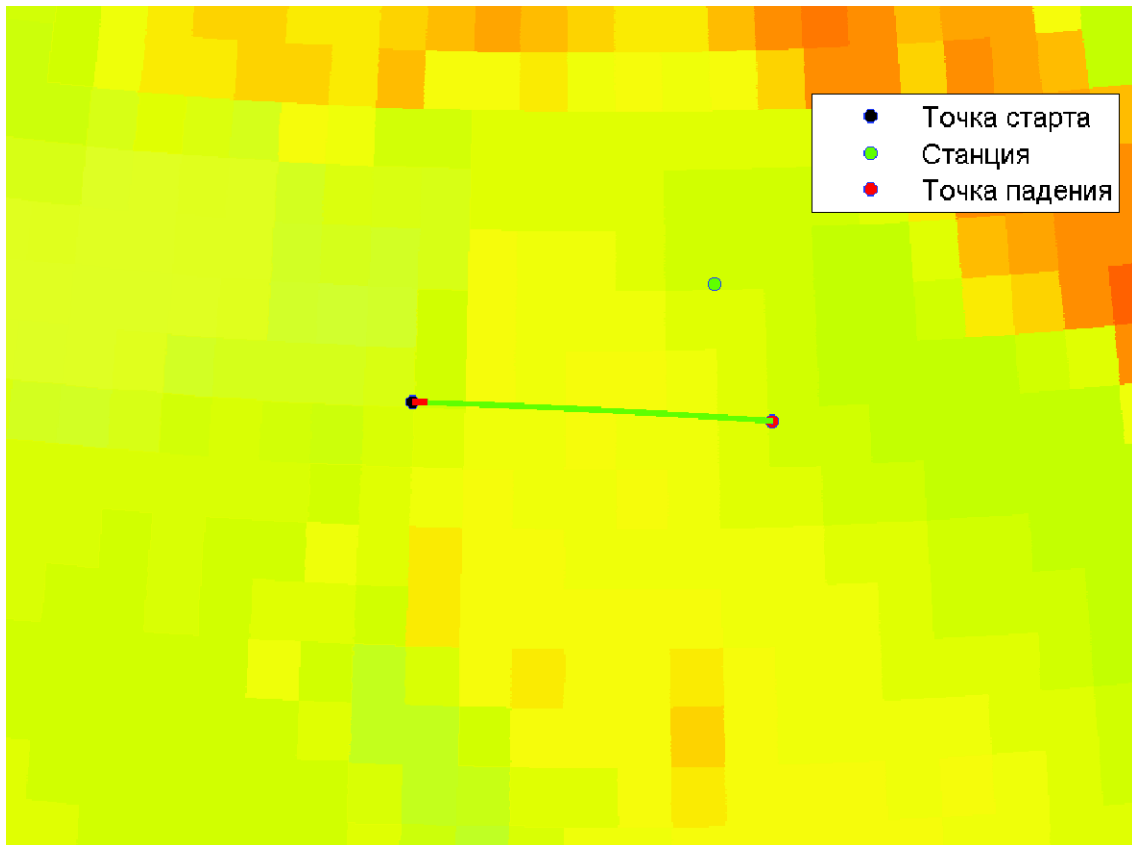


Рис. 4.1. Взаимное положение точки старта, падения и положения РЛС

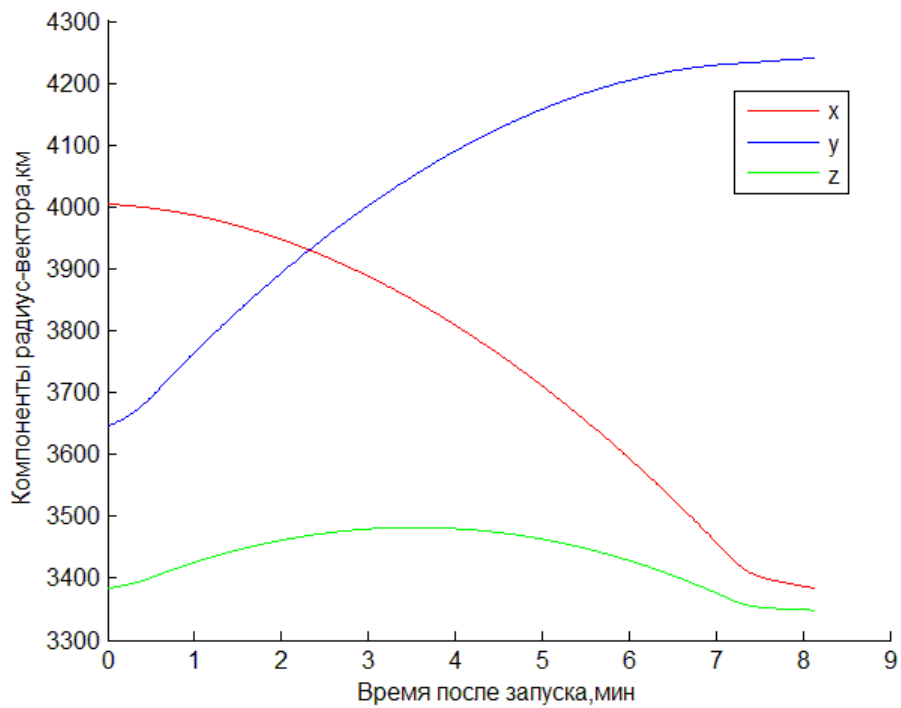


Рис. 4.2. Компоненты радиус-вектора в ИСК

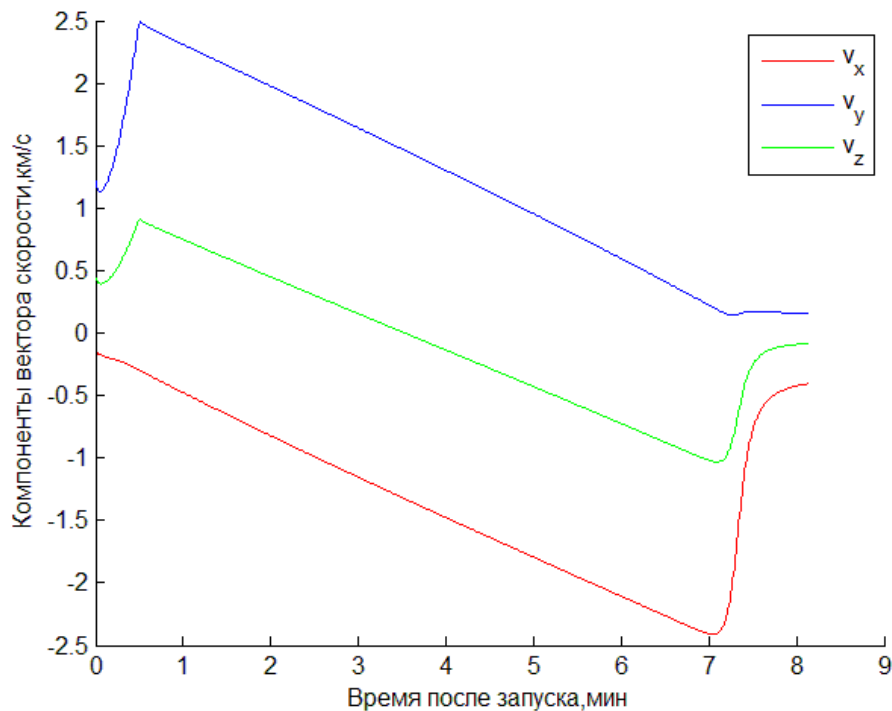


Рис. 4.3. Компоненты вектора скорости в ИСК

На рис. 4.4 представлен график высоты движущегося объекта над поверхностью Земли. Видно, что максимальная высота составила порядка 200 км. На рис. 4.5 изображена зависимость плотности атмосферы от времени полета.

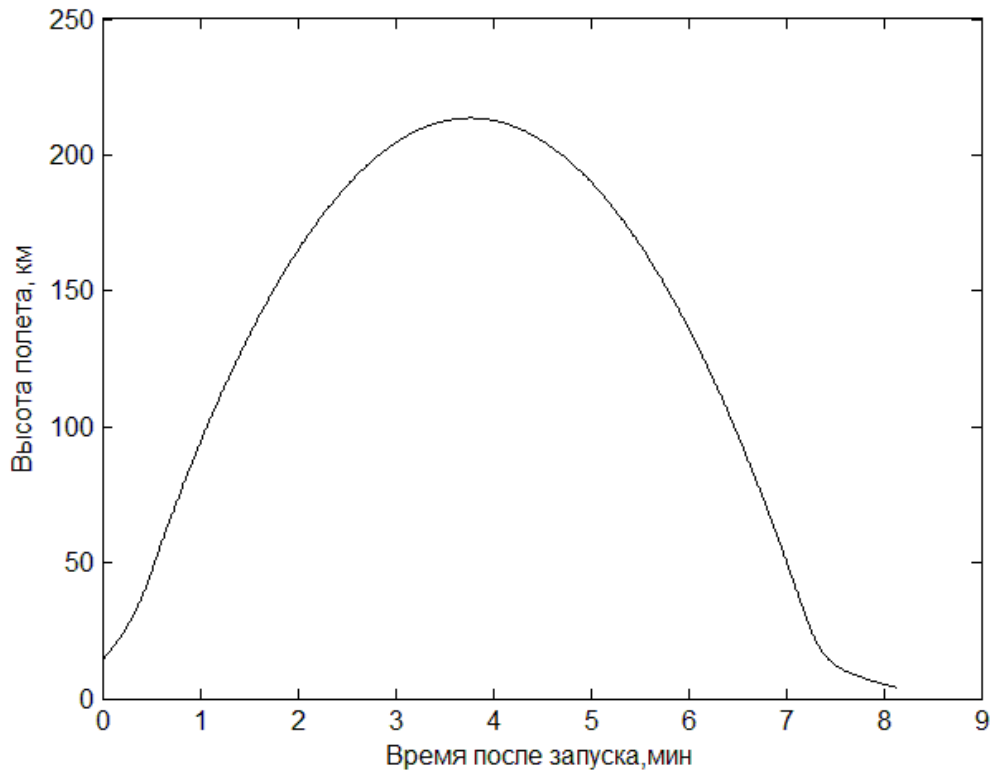


Рис. 4.4 Высота полета объекта

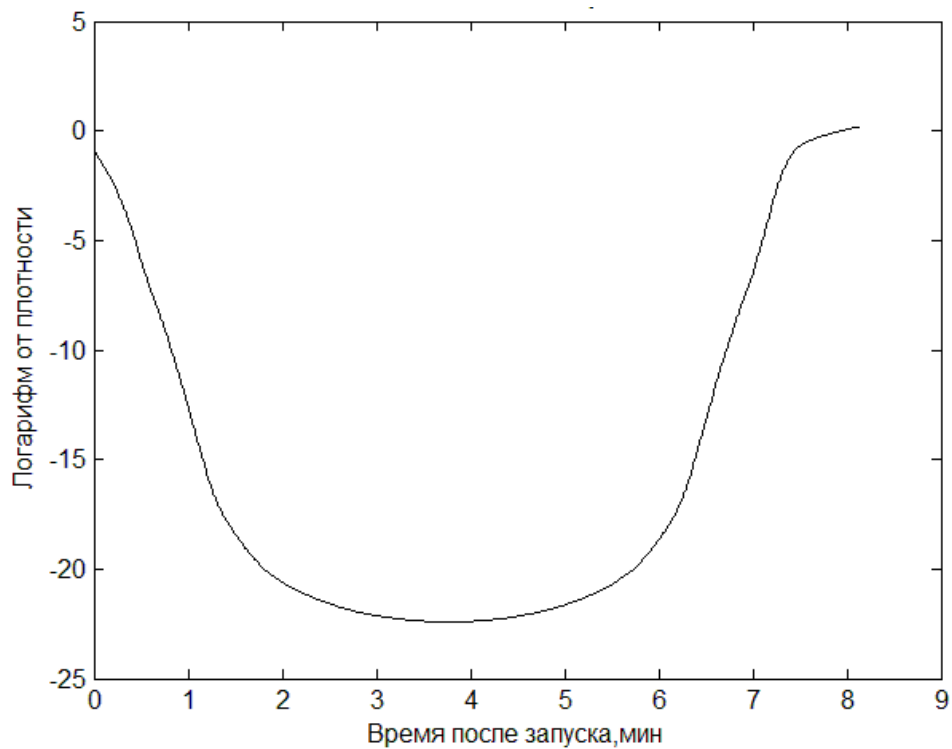


Рис. 4.5 Логарифм от плотности атмосферы

Согласно модели измерений (2.7) рассчитываются и зашумляются измерения РЛС. На рис. 4.6-4.9 представлены измерения дальности, радиальной скорости, углов азимута и наклона соответственно.

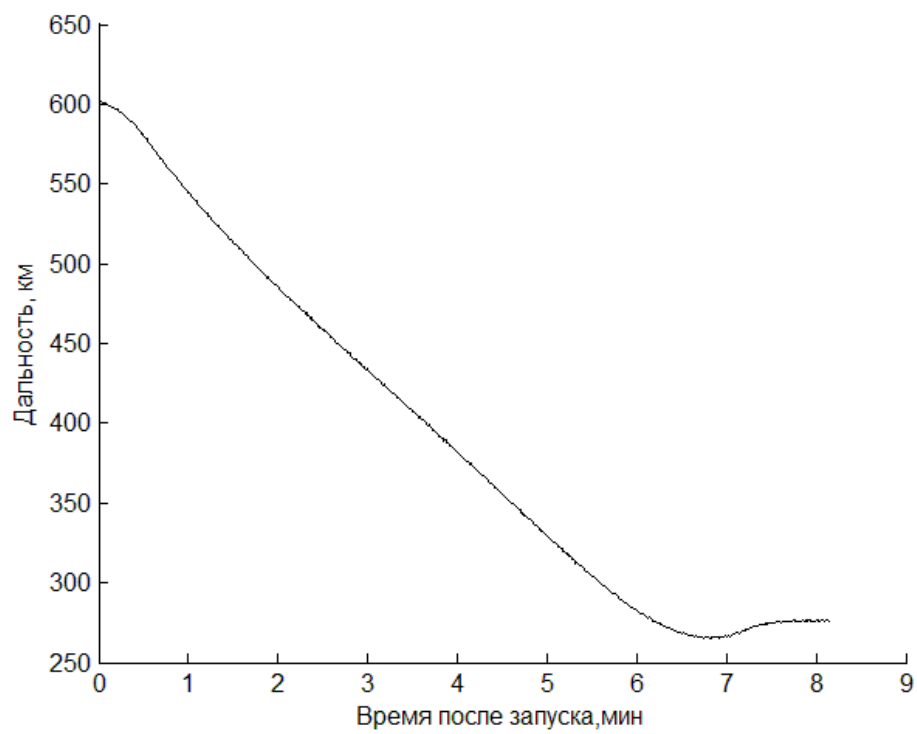


Рис. 4.6. Измерения дальности

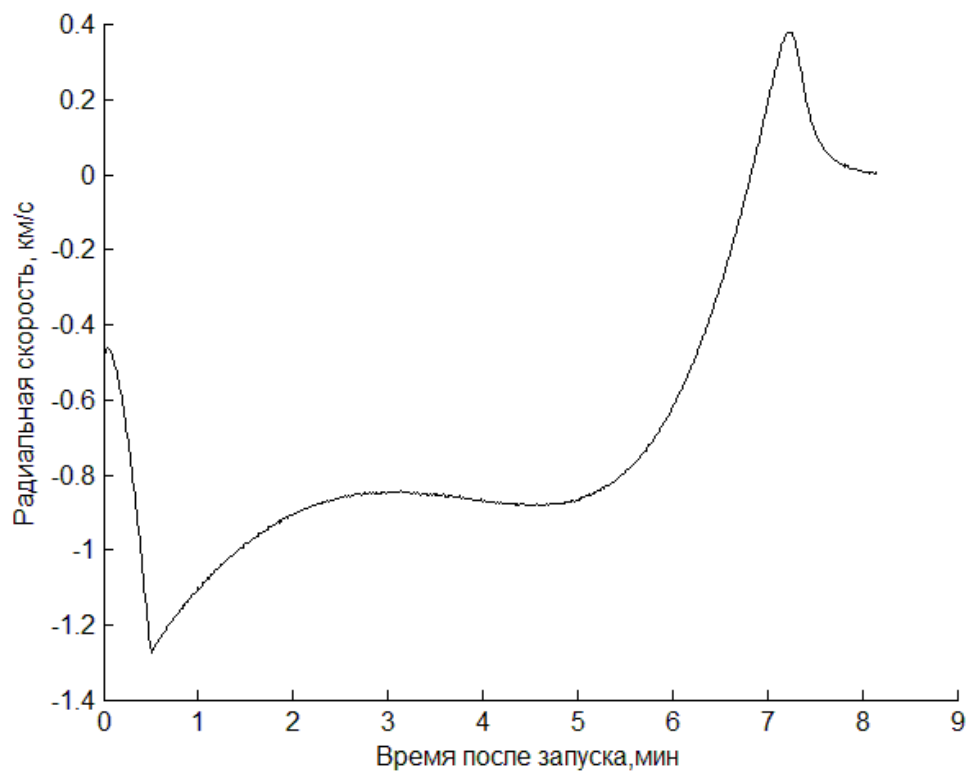


Рис.4.7. Измерения радиальной скорости

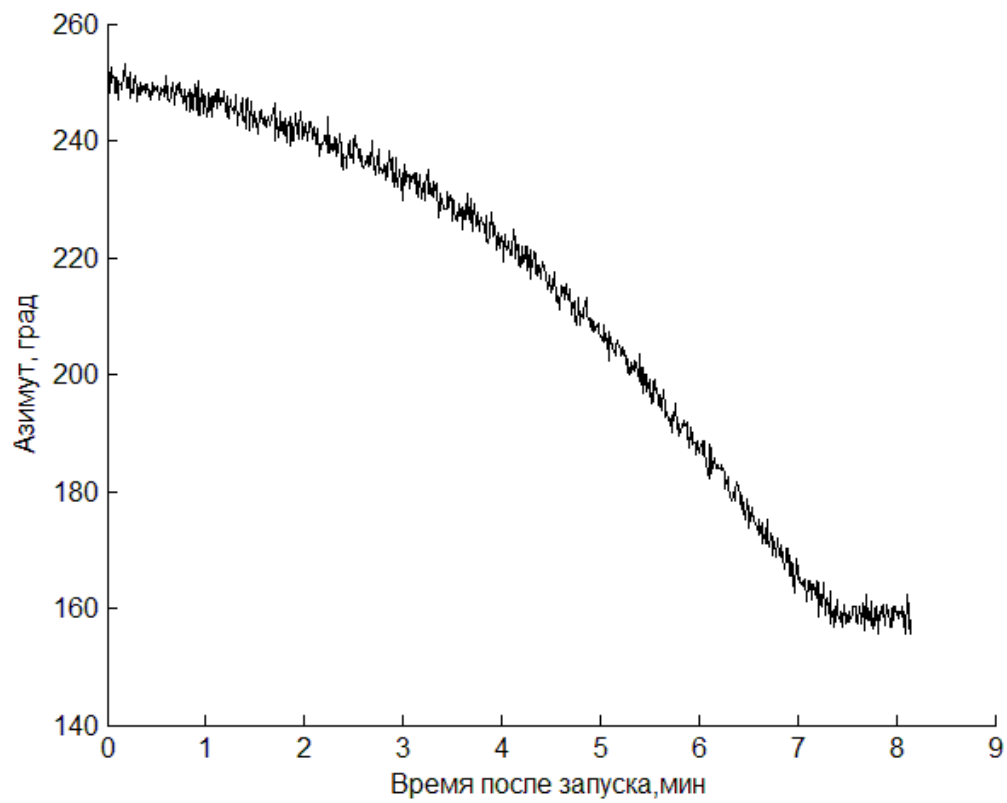


Рис. 4.8. Измерения угла азимута

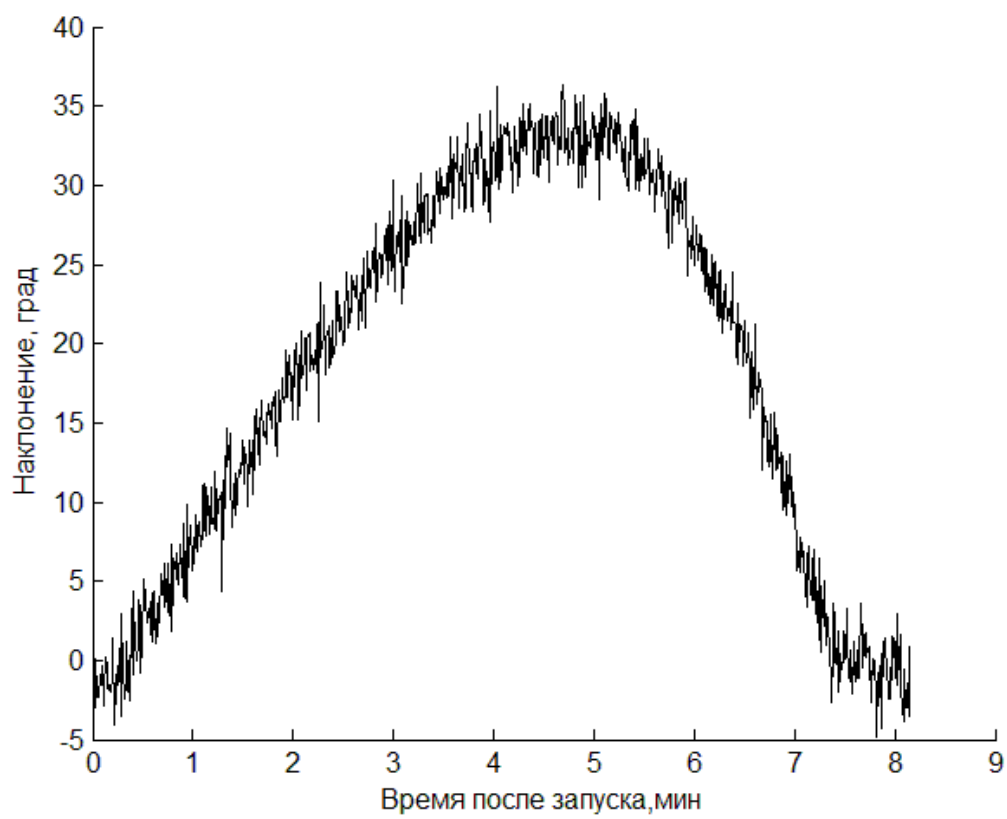


Рис.4.9. Измерения угла наклонения

На рис. 4.10 и 4.11 представлены ошибки оценки текущих радиус-вектора и вектора скорости, полученных с помощью фильтра Калмана. Тонкими линиями обозначены реальные ошибки, жирными – прогнозируемые с помощью ковариационной матрицы. На рис. 4.12 представлен также график ошибки оценки текущего вектора скорости, но с другим масштабом, чтобы проследить изменение реальной ошибки вектора скорости. Из рисунков видно, что после окончания активного участка траектории (30 секунд с начала движения) фильтр Калмана был инициализирован снова. Для сходимости оценок фильтра Калмана понадобилось чуть меньше 30 секунд (или около 50 итераций). После сходимости точность оценки текущего радиус-вектора составляет около 2 км, а точность определения текущего вектора скорости – около 50 м/с (это максимальные отклонения). Ошибки, вычисленные на основе ковариационной матрицы ошибок, значительно больше, так как взяты утроенные среднеквадратические отклонения – реальные ошибки измерения в 97% случаях не должны превышать эти значения. Поэтому жирные линии – это предельные возможные ошибки, которые могут возникать, но очень редко. Увеличение ошибок в конце траектории полета вызвано входом объекта в плотные слои атмосферы (высота <50 км).

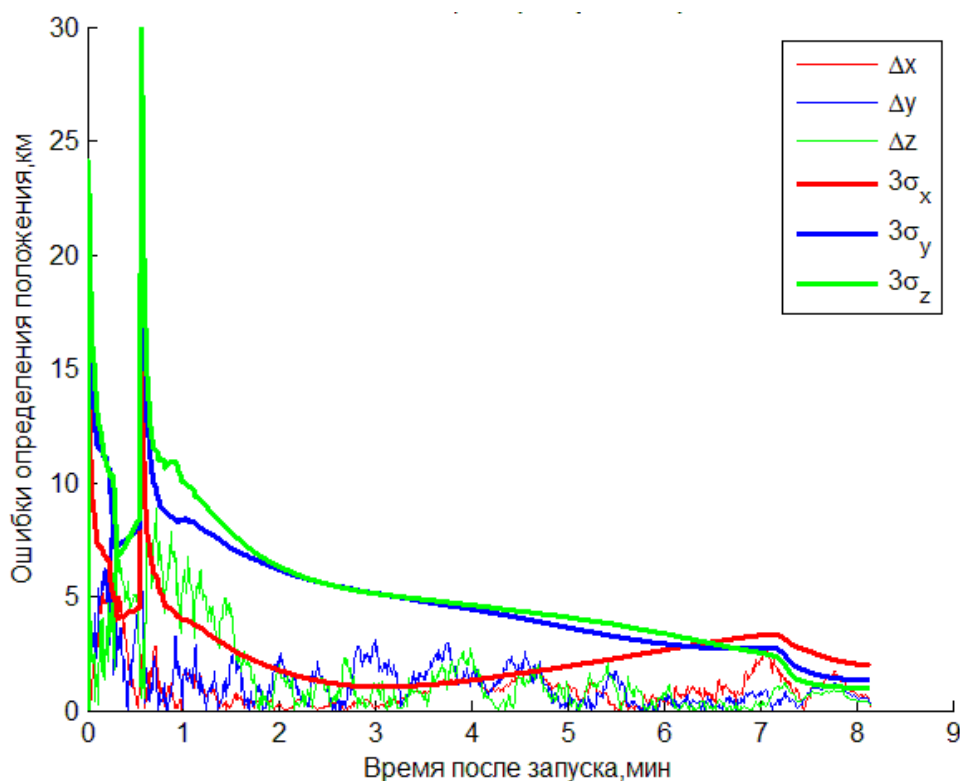


Рис. 4.10. Ошибки оценки радиус-вектора

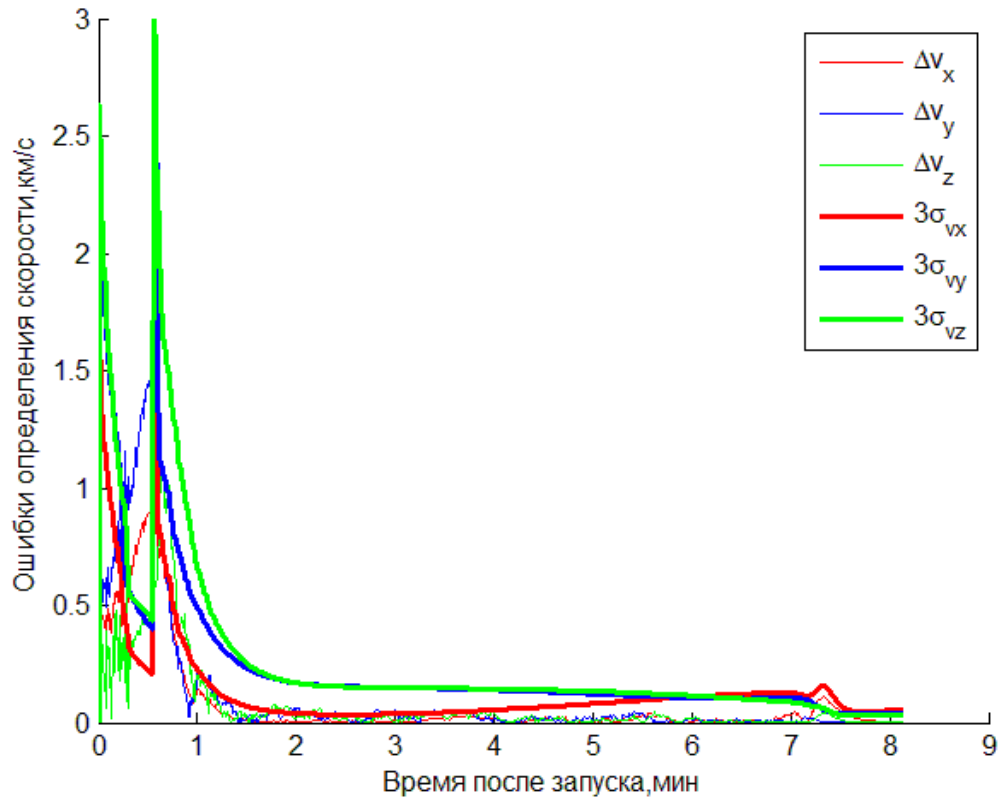


Рис. 4.11. Ошибки оценки вектора скорости

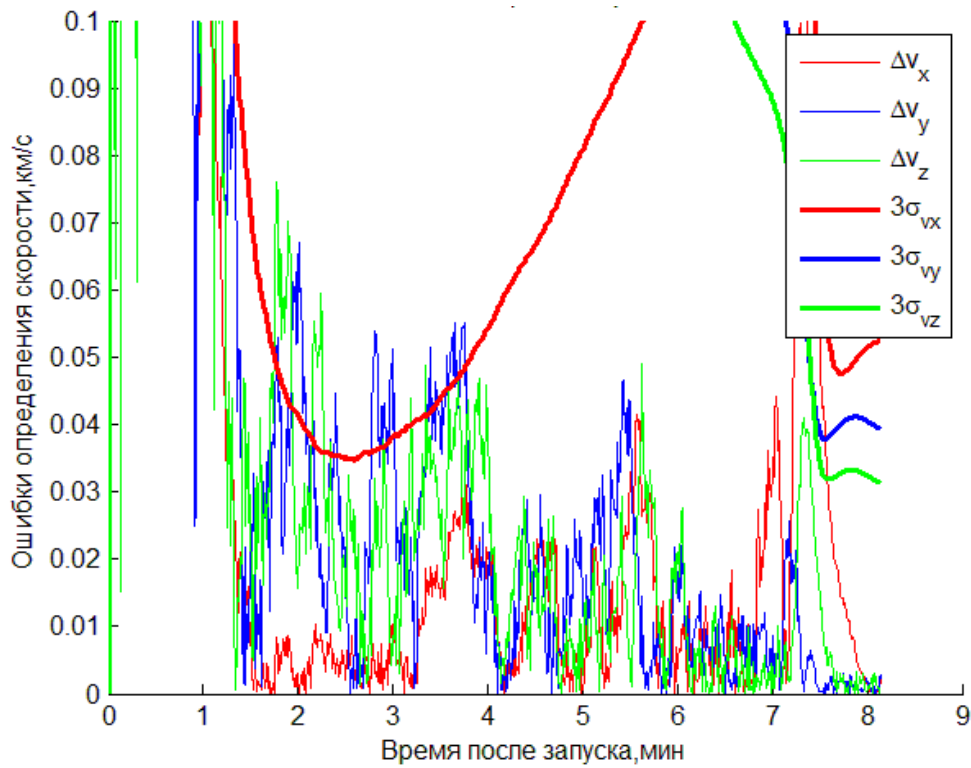


Рис. 4.12. Ошибки оценки вектора скорости (увеличенный масштаб)

Рассмотрим, как работает алгоритм идентификации активного участка траектории с использованием прогноза измерения (см. раздел 3.3). На рис. 4.13

представлен график разности прогноза измерений радиальной скорости и реальных измерений скорости. По графику достаточно отчетливо видно, что на активном участке траектории – первые 30 секунд – разность значительно отличается от нуля. И, как только начался пассивный участок, прогноз измерений достаточно быстро сошелся к реальным измерениям. На рис. 4.14 изображен график с оценкой активного участка траектории. Первые десять итераций необходимы для набора измерений, чтобы можно было вычислить сумму разностей прогноза измерений и самих измерений, которая предполагается равной математическому ожиданию (см (3.9)). Во время этих 10 итераций изначально предполагалось, что наблюдается пассивный участок траектории. Однако затем прошла проверка условия (3.9), которая выявила, что наблюдаемый участок – активный. После окончания активного участка алгоритм показал, что текущий участок пассивный спустя несколько итераций, что заняло 2-3 секунды, после чего была произведена инициализация фильтра Калмана. Таким образом, алгоритм оценки активного участка на основе прогноза вектора измерения работает удовлетворительно.

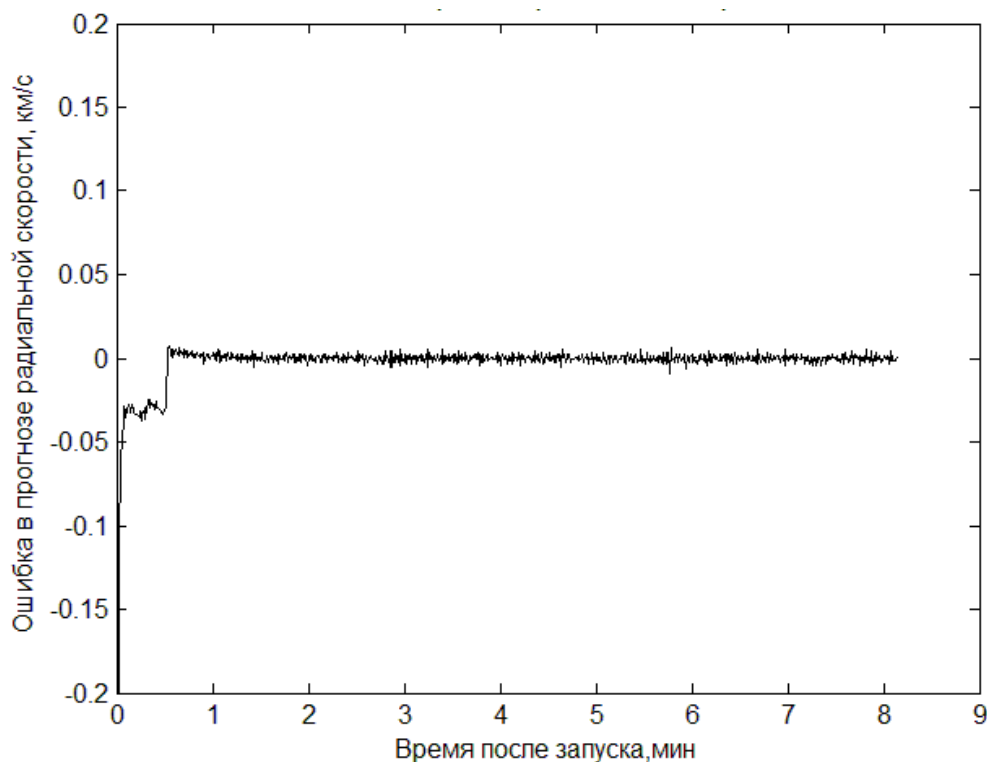


Рис. 4.13. Разница прогноза измерения радиальной скорости и измерения радиальной скорости

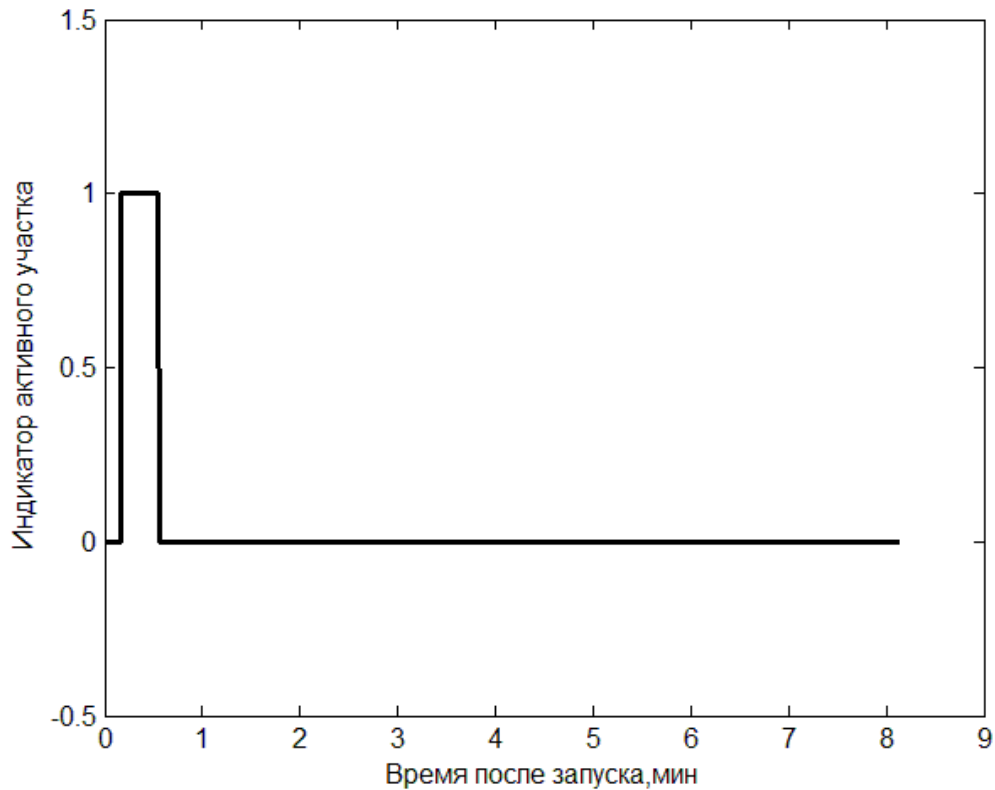


Рис. 4.14. Оценка активного участка траектории

Теперь рассмотрим на рис. 4.15, как изменяется полная энергия объекта с использованием оценок фильтра Калмана. Из рисунка видно, что с использованием полной энергии можно также оценить активный участок. Однако представляется достаточно сложным подобрать параметры алгоритма, описанного в разделе 3.3.1, для оперативной оценки активного участка для различных видов траекторий. Полная энергия сходится за время порядка минуты, тогда как активный участок закончился за первые 30 секунд. Поэтому более предпочтительным является алгоритм оценки активного участка с использованием прогноза измерения, чем алгоритм с использованием полной энергии.

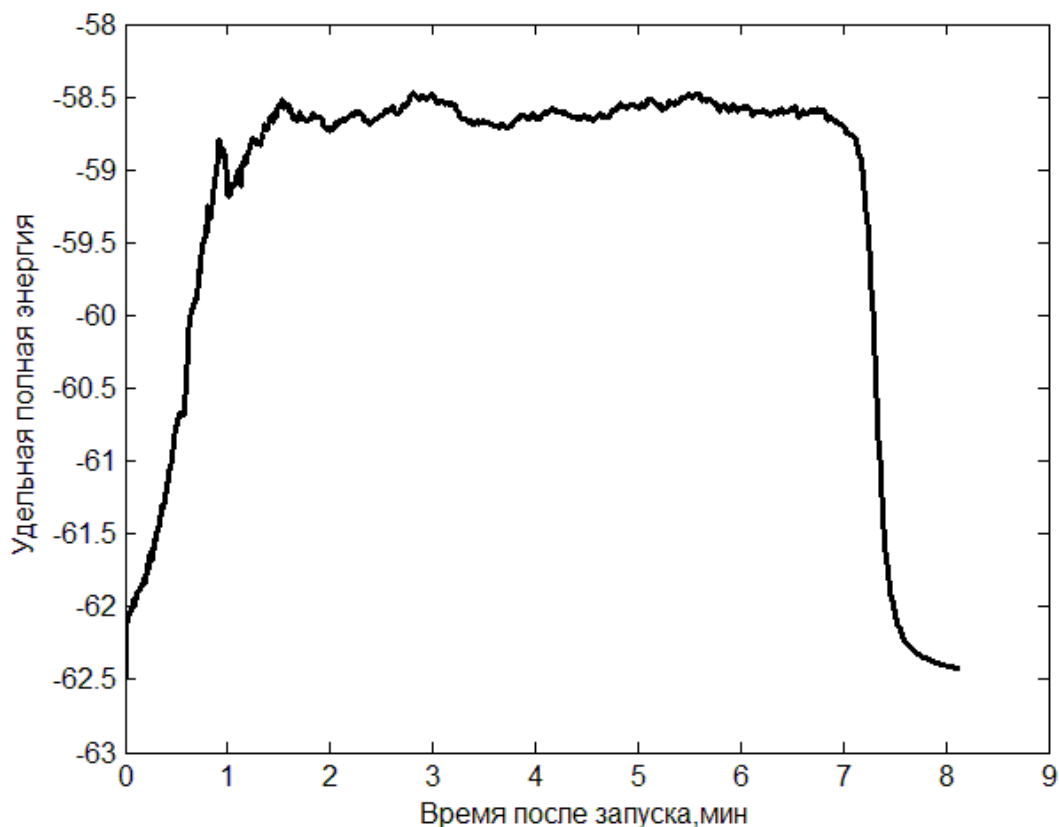


Рис. 4.15. Оценка полной энергии

Каждые 10 итераций по оценкам фильтра Калмана производился расчет точки падения и эллипса рассеяния. Результаты вычислений отображаются на условной карте местности. На рис. 4.16 представлен пример эволюции оценок точки падения и эллипса рассеяния для различных моментов времени в виде последовательных изображений условной карты местности. В начальный момент времени алгоритм оценки активного участка “считает”, что движение свободное – отображается прогнозируемая точка падения с большой ошибкой и предполагаемый эллипс рассеяния. Далее алгоритм определяет, что наблюдаемая траектория активная, и прогноз точки падения и эллипс рассеяния не отображается. Спустя 33 секунды активный участок заканчивается, алгоритм это идентифицирует, проводится инициализация фильтра Калмана и по оценкам вычисляется точка падения и эллипс рассеяния. Однако оценки фильтра еще не сошлись, поэтому реальная точка падения даже не попадает в эллипс рассеяния. Спустя 45 секунд после старта реальная точка падения начинает попадать в достаточно большой эллипс рассеяния. Постепенно прогноз точки падения начинает приближаться к реальному значению, эллипс рассеяния – сжиматься, а ошибки – уменьшаться. В процессе моделирования может получиться, что реальная точка падения окажется вне эллипса рассеяния, особенно в процессе сходимости фильтра Калмана (около 30 секунд), однако позже это должно происходить крайне редко.

На рис. 4.17 представлен график ошибки оценки для точки падения объекта в ИСК, а на 4.18 – тот же график, но в другом масштабе. Тонкими линиями обозначены реальные ошибки оценки точки падения покомпонентно, а жирными – утроенные среднеквадратические отклонения, полученные из ковариационной матрицы ошибки. Из рисунков видно, что после сходимости фильтра ошибка оценки точки падения составляет порядка 20 км и уменьшается по мере приближения объекта к точке падения. Жирные линии ограничивают возможные значения ошибок и значительно больше реальных.

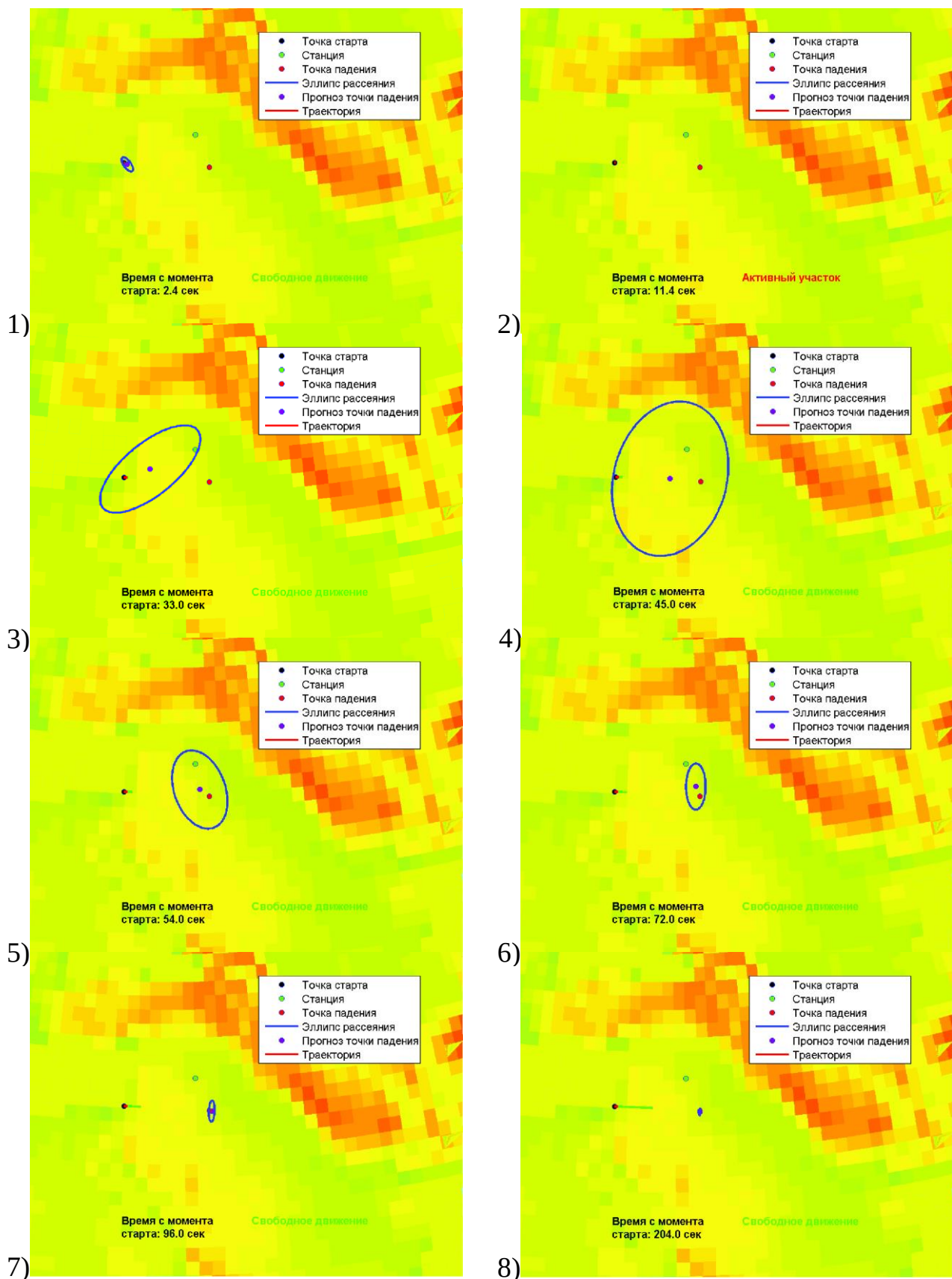


Рис. 4.16. Эволюция эллипса рассеяния

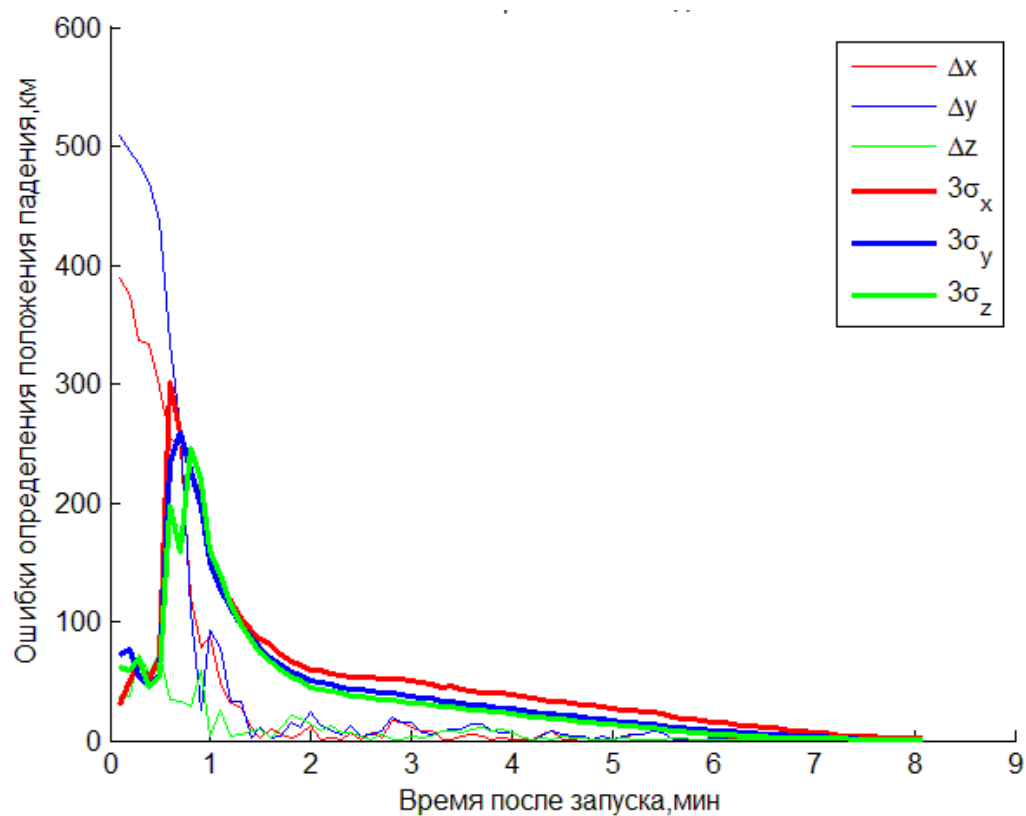


Рис. 4.17. Ошибки оценки точки падения

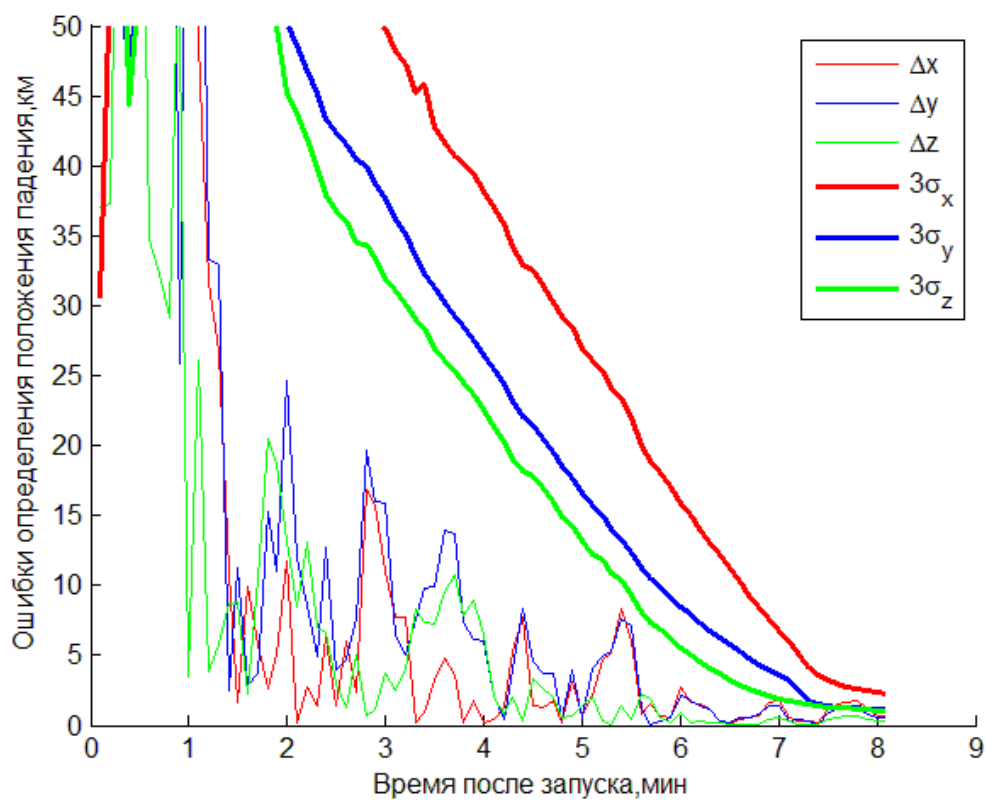


Рис. 4.18. Ошибки оценки точки падения (увеличенный масштаб)

Заключение

Разработан алгоритм определения движения баллистического объекта по измерениям РЛС в поле притяжения и в атмосфере Земли, а также алгоритмы идентификации активного участка траектории с использованием оценки полной энергии и с использованием прогноза измерения. Предложен метод для вычисления прогноза точки падения баллистического объекта на поверхность Земли, а также метод вычисления эллипса рассеяния на основе оценок текущего состояния. С помощью численного моделирования работы алгоритмов с использованием специально разработанного имитационного программного обеспечения были продемонстрированы их работоспособность, быстроедействие и исследованы достижимые точности определения текущего положения и оценки точки падения.

Проведенные численные исследования выявили, что алгоритм идентификации активного участка траектории с использованием прогноза измерения работает более устойчиво, чем алгоритм с использованием полной энергии. Идентификация активного участка на начальном этапе разгона объекта требует около десяти итераций для набора статистики, а далее для определения конца активного участка и определения начала маневра требуется около пяти итераций, что составляет около 3 секунд полетного времени. После начала пассивного участка оценки фильтра Калмана сходятся за 50 итераций (около 30 секунд), а точность оценки текущего радиус-вектора после сходимости составляет около 2-3 км и уменьшается по мере приближения к точке падения. Ошибки прогноза точки падения после сходимости фильтра Калмана составляют до 10-20 км, зависят от дальности полета объекта и слабо зависят от расположения РЛС. Эти ошибки также заметно уменьшаются по мере приближения объекта к точке падения.

Список литературы

1. ГОСТ Р 51794-2008. Глобальные навигационные спутниковые системы. Системы координат. Методы преобразований координат определяемых точек. - Введ. 2009-08-31. М.: Стандартиформ, 2009. - 24 с.
2. ГОСТ 4401-81. Атмосфера стандартная. Параметры. - Введ. 1982-07-01. - М.: ИПК Изд-во стандартов, 2004. - 180 с.
3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: , 2001.: Бином. - 240 с.
4. Kalman R.E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems // Trans. ASME, Ser. D, J. Basic Eng. 1960. Т. 82. Р. 35–45.
5. Leeghim H., Choi Y., Jaroux B. A. Uncorrelated unscented filtering for spacecraft attitude determination // Acta Astronaut. 2010. Т. 67. № 1-2. Р. 135–144.
6. Иванов Д.С., Карпенко С.О., Овчинников М.Ю. Алгоритм оценки параметров ориентации малого космического аппарата с использованием фильтра Калмана // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2009. № 48. 32 с.
7. Зотов Л.В. Теория фильтрации и обработка временных рядов. Курс лекций. М.: Физический факультет МГУ, 2010. - 200 с.
8. Козовков Н.Т., Салычев О.С. Инерциальная навигация и оптимальная фильтрация. М.: Машиностроение, 1982. - 216 с.

Содержание

1. Введение	3
2. Модель движения материальной точки в поле тяжести Земли с учетом атмосферы	4
2.1 Системы координат	4
2.2. Модель движения в поле тяжести Земли	5
2.3 Модель измерений РЛС	6
3. Алгоритм определения движения и точки падения материальной точки по результатам последовательных измерений параметров ее движения	8
3.1 Описание нелинейного фильтра Калмана	8
3.2 Алгоритм определения текущего фазового состояния	10
3.3 Идентификация активного участка траектории	11
3.3.1 Использование полной энергии	12
3.3.2 Использование прогноза измерений	13
3.4 Вычисление точки падения на пассивном участке траектории	14
3.5 Работа алгоритма при разрывах в измерениях	15
4. Моделирование работы алгоритма	16
Заключение	30
Список литературы	31