



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 80 за 2015 г.



ISSN 2071-2898 (Print)  
ISSN 2071-2901 (Online)

Луцкий А.Е., Меньшов И.С.,  
Северин А.В.

Определение частот  
пульсаций давления в  
каверне, обтекаемой  
потокм газа

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Луцкий А.Е., Меньшов И.С., Северин А.В. Определение частот пульсаций давления в каверне, обтекаемой потокм газа // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2015. № 80. 24 с.  
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-80>

**Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В.Келдыша  
Российской академии наук**

**А.Е.Луцкий, И.С.Меньшов, А.В.Северин**

**Определение частот  
пульсаций давления в каверне,  
обтекаемой потоком газа**

**Москва — 2015**

**Луцкий А.Е, Меньшов И.С., Северин А.В.**

Определение частот пульсаций давления в каверне, обтекаемой потоком газа

Представлены результаты численных расчетов трансзвукового обтекания каверны с переходным типом течения. Выполнен анализ спектра пульсаций давления в каверне. Предложен алгоритм автоматического выделения характерных частот, исключающий элемент субъективности и позволяющий выделить основные частоты с меньшим объемом вычислений, чем при визуальном анализе спектра.

**Ключевые слова:** зоны отрыва, вихревые структуры, волновые возмущения, автоколебательные процессы, аэроакустические нагрузки, спектральный анализ

**Alexander Evgenjevich Lutsky, Igor Stanislavovich Menshov, Alexander Vladimirovich Severin**

Estimation of typical frequencies of pressure pulsations in a flow over a rectangular cavity

The results of the numerical calculations of transonic flow over the cavity with a transitional type of flow are presented. The analysis of the spectrum of the pressure fluctuations in the cavity is done. It is proposed an algorithm for automatic detection of typical frequencies, eliminating the element of subjectivity and allowing to distinguish the basic frequencies with less calculations than by visual analysis of the spectrum.

**Key words:** separation zone, vortex structures, wave perturbations, self-oscillation, aero-acoustic noise, spectral analysis

Работа выполнена при поддержке РФФИ: гранты 14-08-00624, 14-01-00566

## Оглавление

1. Задача об обтекании каверны.....	3
2. Результаты расчетов.....	7
3. Анализ спектра пульсаций давления.....	14
4. Автоматическое выделение характерных частот.....	19
5. Выводы. ....	23
Список литературы.....	23

## 1. Задача об обтекании каверны

Многие нестационарные процессы в аэродинамике имеют характер автоколебаний. Автоколебания – незатухающие колебания, поддерживаемые внешними источниками энергии, в нелинейной диссипативной системе, вид и свойства которых определяются самой системой. Поскольку аэродинамические системы имеют бесконечное число степеней свободы, автоколебания в аэродинамике являются стохастическими. Спектр таких колебаний сплошной, но в нем обычно имеются пики характерных частот.

Обтекание потоком газа каверны является типичным случаем автоколебательного аэродинамического процесса. На примере обтекания каверны удобно изучать автоколебательные процессы, разрабатывать и верифицировать методики их моделирования, определения характерных частот и аэроакустических нагрузок.

В данной работе исследовалось течение в прямоугольной каверне с относительной длиной (в долях глубины), равной 7. Задняя стенка каверны имела небольшой скос (см. рис. 1,  $L=0.9$  м,  $h/H = 0.77$ ,  $\theta=25^\circ$ ,  $B/H = 1.7$ ).

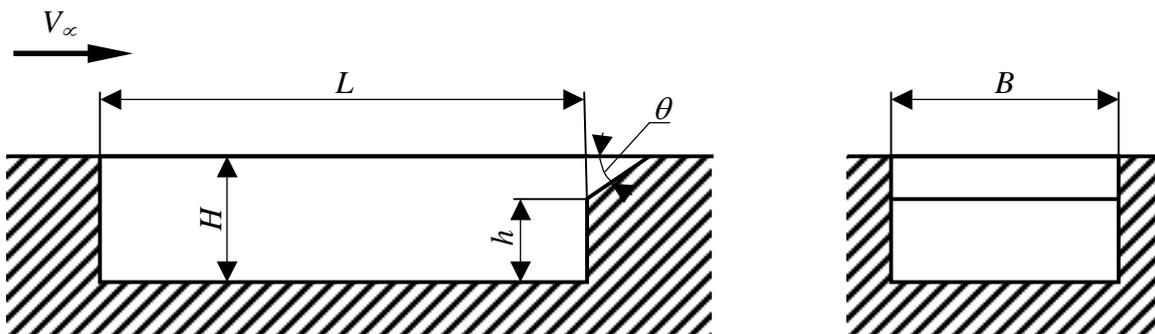


Рис. 1. Схема каверны.

Принято различать открытый и закрытый тип течения в каверне. При открытом типе оторвавшийся с передней кромки каверны сдвиговый слой примыкает к ее задней стенке, при закрытом – в полости возникают два отрыва, за передней и перед задней стенкой. [1] В данной работе исследовалось течение с числом Маха набегающего потока  $M=0.9$ , которое в каверне такой формы является переходным – от открытого к закрытому типу.

Известно, что одним из основных механизмов нестационарных процессов в каверне является потеря устойчивости сдвигового слоя. В общем случае основными необходимыми условиями для возникновения неустойчивости являются нахождение сдвигового слоя в неравномерном поле течения и наличие поперечной возмущающей силы. При этом отмечается следующая последовательность событий: натекание сдвигового слоя на препятствие, генерация областью его присоединения волн давления (волн сжатия – при торможении сверхзвукового потока – и акустических волн), их

распространение вверх по потоку, взаимодействие со сдвиговым слоем в чувствительной зоне, возникновение здесь повышенных пульсаций скорости, усиление этих пульсаций и развитие завихренности при движении возмущенной области вниз по потоку, натекание возбужденного потока на препятствие и т. д. Результатом развития этого процесса является образование в сдвиговом слое волн неустойчивости. [1]

Вследствие установления обратной связи между колебаниями в области взаимодействия сдвигового слоя с препятствием и в его чувствительной зоне возникает упорядоченная в среднем амплитудная и частотная модуляция пульсаций в каверне. Причем сдвиговый слой играет роль фильтра (или резонатора), который отбирает из внешнего поля энергию колебаний, определяемых волновыми возмущениями лишь в малом интервале частот около некой критической частоты, зависящей от длины сдвигового слоя, массы газа в нем, скорости звука и т. д.

Опираясь на эту модель, Росситер предложил полуэмпирическую формулу для расчета числа Струхала автоколебаний в каверне [2]:

$$Sh = \frac{fL}{V_\infty} = \frac{m - \alpha}{M_\infty + 1/k}, \quad (1)$$

где  $L$  – длина каверны;  $V_\infty$  и  $M_\infty$  – скорость и число Маха набегающего потока;  $m$  – частотный номер моды ( $m = 1, 2, 3 \dots$ );  $\alpha$  – эмпирическая константа, учитывающая время между поступлением к передней стенке каверны волнового возмущения и последующим переносом вихря (определяется в долях полного времени процесса на основной частоте);  $k$  – константа, характеризующая отношение конвективной скорости смещения вихрей к скорости набегающего потока. Принималось, что в каверне скорость потока равна нулю, скорость звука соответствует скорости звука в набегающем потоке, а образование вихря происходит непосредственно у передней стенки каверны. Были предложены следующие значения эмпирических констант  $\alpha = 0.25$ ,  $k = 0.57$ .

Результаты расчетов сравнивались со значениями, полученными из формулы Росситера, чтобы определить к какой моде относится выделенная частота.

Учитывая переходный тип течения в рассматриваемой каверне и отсутствие универсальных моделей турбулентности, была предпринята попытка развить подход, который позволил бы применить LES в области течения до самой стенки при допустимых на сегодняшний день размерах счетной ячейки и временном шаге. С этой целью использовалась гибридная модель подсеточной вязкости Смагоринского–Лилли [10], в которой учитывается снижение турбулентной вязкости при приближении к твердой поверхности [3, 4]:

$$\begin{aligned} \mu_\tau &= \rho l_m^2 |\overline{S}| \\ l_m &= \min(C_{LES} \Delta, \kappa y) \end{aligned} \quad (2)$$

Где  $\rho$  – плотность,  $S$  – тензор скоростей деформаций,  $C_{LES}$  – константа Смагоринского,  $\Delta$  – характерный размер ячейки,  $\kappa=0.4$  – константа Кармана,  $y$  – расстояние до ближайшей поверхности тела.

Для более точного моделирования пограничного слоя вне каверны использовалось специальное граничное условие типа пристеночных функций [5,9]. Внутри каверны пристеночные функции были отключены.

Для описания пространственных течений сжимаемой жидкости на сетках большой размерности и произвольной топологии, включающей как регулярные, так и неструктурированные сетки произвольной многогранной формы, использовалась численная методика решения нестационарных трехмерных уравнений Навье-Стокса и Эйлера. Пространственная дискретизация исходных дифференциальных уравнений выполнялась методом конечного объема. Использовались интерполяционные схемы восполнения сеточных функций на неструктурированных произвольных (в том числе некомпактных) сетках для повышения порядка пространственной аппроксимации. Численные потоки определялись методом Годунова по точному решению нелинейной задачи Римана. Для интегрирования уравнений по времени применялась оригинальная гибридная явно-неявная схема, обладающая свойством абсолютной устойчивости при условии минимального вклада диссипативной неявной компоненты и вторым порядком аппроксимации при переходе на явную компоненту. Эта схема позволяла эффективно решать задачи на сетках с сильной пространственной неоднородностью (с большим относительным удлинением в одном из направлений), которые неизбежно возникают при решении задач в рамках уравнений Навье-Стокса.

Для решения системы линейных уравнений использовался итерационный алгоритм LU-SGS (верхне-нижний, симметричный Гаусса-Зейделя) [6].

Для распараллеливания алгоритма на кластере с распределенной памятью была использована библиотека Gridman3D, которая обеспечивает приближенное соблюдение последовательного алгоритма LU-SGS. (Точное – только внутри подобласти, обрабатываемой одним процессором.) [7]

Использовалась гексагональная многоблочная регулярная сетка. Размерность сетки внутри каверны:  $300 \times 56 \times 91$ , то есть число ячеек внутри каверны составляло около 1.5 млн, а размеры одной ячейки –  $3 \times 2.3 \times 2.4$  мм. Во внешних областях были установлены сгущения сетки в направлении каверны до тех же размеров ячеек. В двух метрах выше по потоку граничное условие "стенка" сменялось условием "плоскость симметрии", что соответствует кромке плоской пластины, необходимой для формирования пограничного слоя требуемого вида. Вблизи кромки установлено сгущение в продольном направлении до 3 мм. (Рис. 2.)

В течение всего расчета записывались значения давления на каждом шаге в четырех точках, соответствующих положению датчиков в эксперименте. (Таблица 1.)

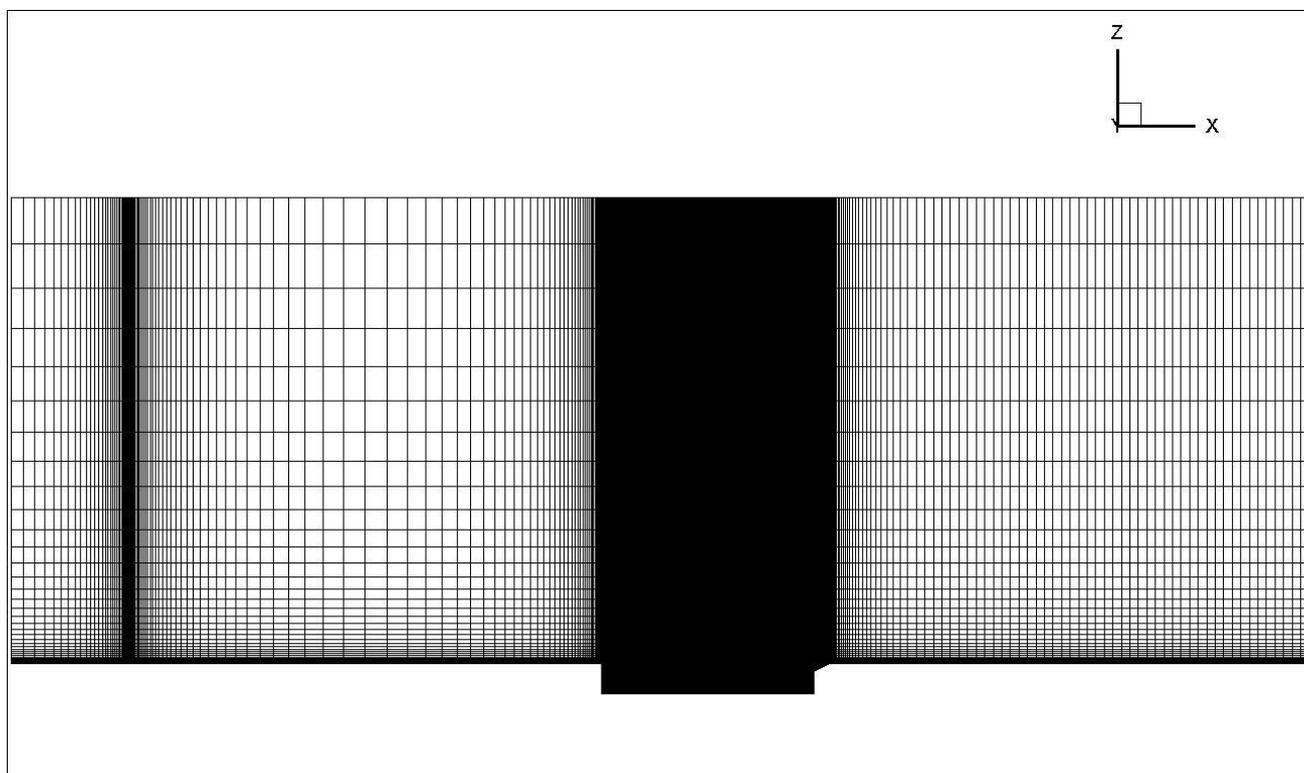


Рис. 2. Расчетная сетка.

Таблица 1. Координаты сенсоров.

номер сенсора	x, мм	y, мм	z, мм
1	50.061	-129	0
2	345.466	-129	0
3	565.554	-129	0
4	902	-30	0

## 2. Результаты расчетов

Выполнено 5 расчетов с разными значениями шага по времени и константы Смагоринского (таблица 2). В колонке «число шагов» указано число шагов после выхода на квазистационарный режим.

Таблица 2. Режимы счета и количество сосчитанных шагов.

номер расчета	$\Delta t$ , с	$C_{LES}$	Число шагов
1	$10^{-5}$	0.17	90000
2	$10^{-6}$	0.17	61000
3	$10^{-6}$	0.1	9500
4	$10^{-6}$	0.135	17500
5	$10^{-5}$	0.15	44000

Полученная картина течения качественно согласуется с данными теории. На рис. 3, 5 видны сдвиговый слой и его периодическая деформация, которая приводит к пульсациям давления, соответствующим основной моде колебаний (рис. 4, 6). Видно, что сдвиговый слой периодически поднимается, проходя над задней кромкой каверны (рис. 3), и опускается, упираясь в скос, что приводит к появлению на нем области повышенного давления (рис. 6).

Уменьшение шага по времени не приводит к качественным изменениям картины течения.

Уменьшение константы Смагоринского до 0.15 и далее резко меняет картину течения. Сдвиговый слой остается и так же двигается относительно задней кромки каверны, но количество его деформаций увеличивается более чем в два раза, вихри внутри каверны становятся мельче, структура их усложняется. (Рис. 7 – 10.)

Качественных отличий между результатами расчета с  $C_{LES}$  0.15, 0.135 и 0.1 не заметно, линейные размеры вихревых структур у них примерно одинаковые. (Рис. 11 – 14.)

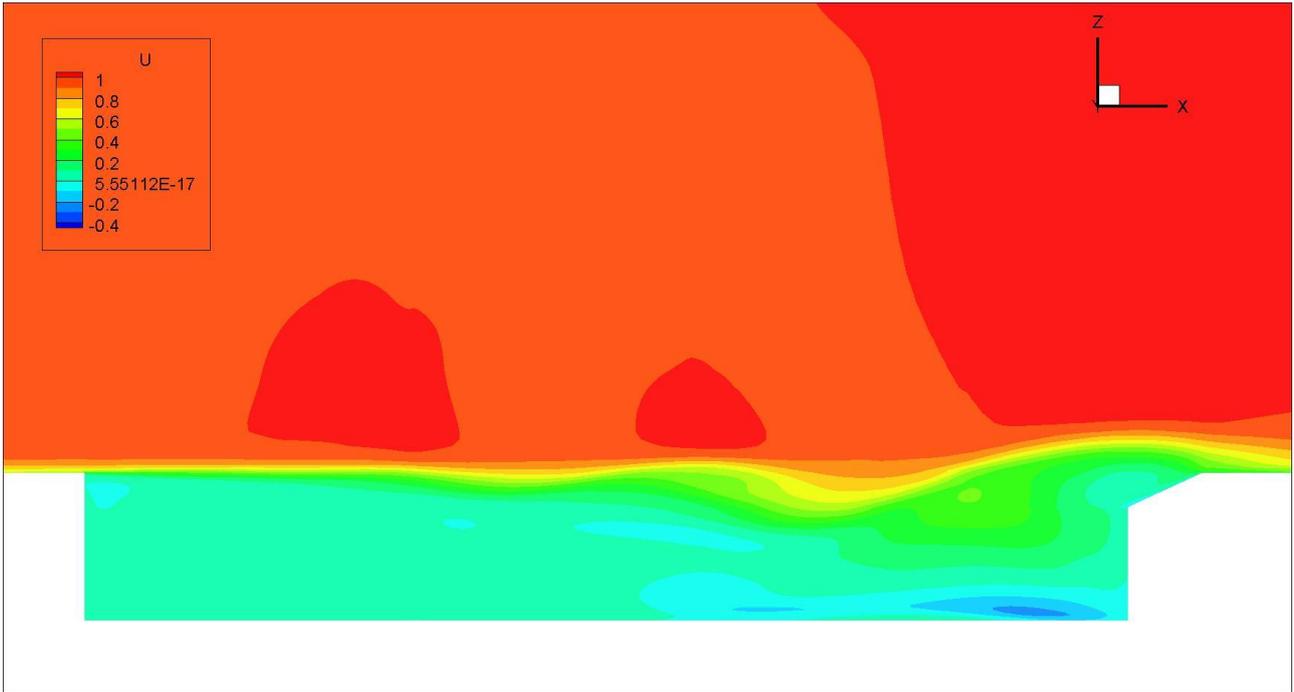


Рис. 3. Скорость в продольном сечении, отнесенная к скорости набегающего потока, расчет 1,  $C_{LES}=0.17 \Delta t=10^{-5}$  с.

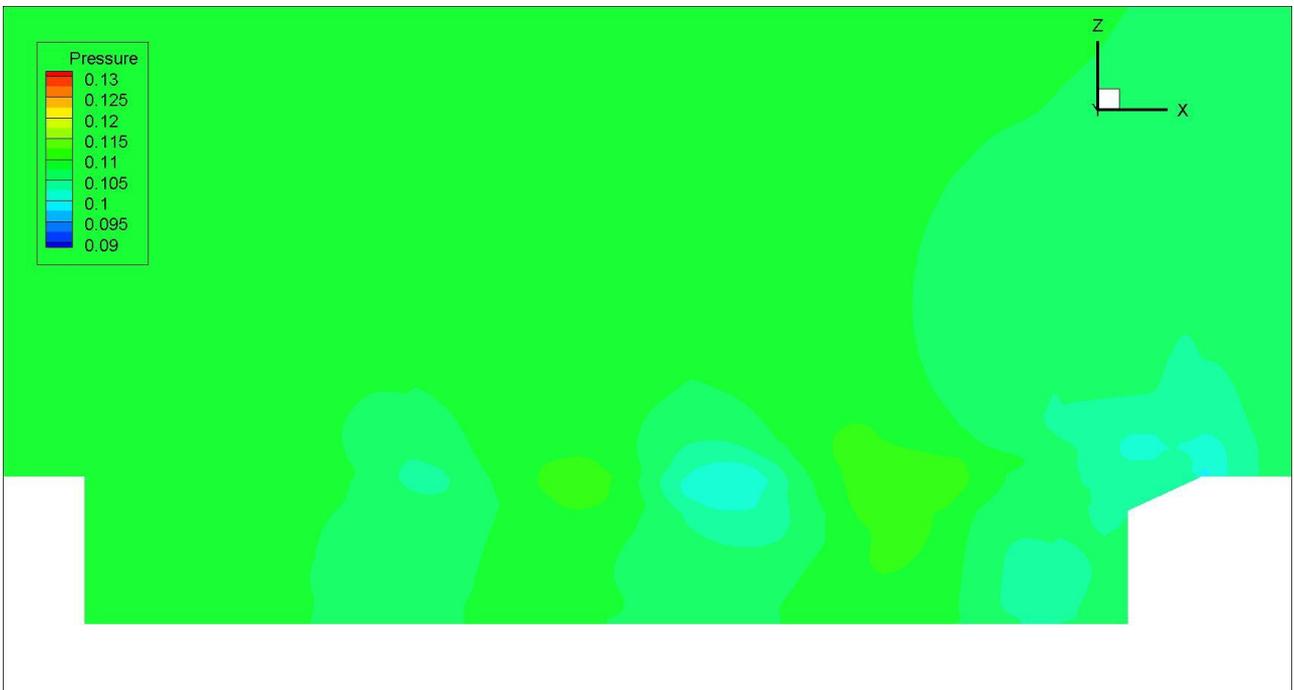


Рис. 4. Давление в продольном сечении, МПа, расчет 1,  $C_{LES}=0.17 \Delta t=10^{-5}$  с.

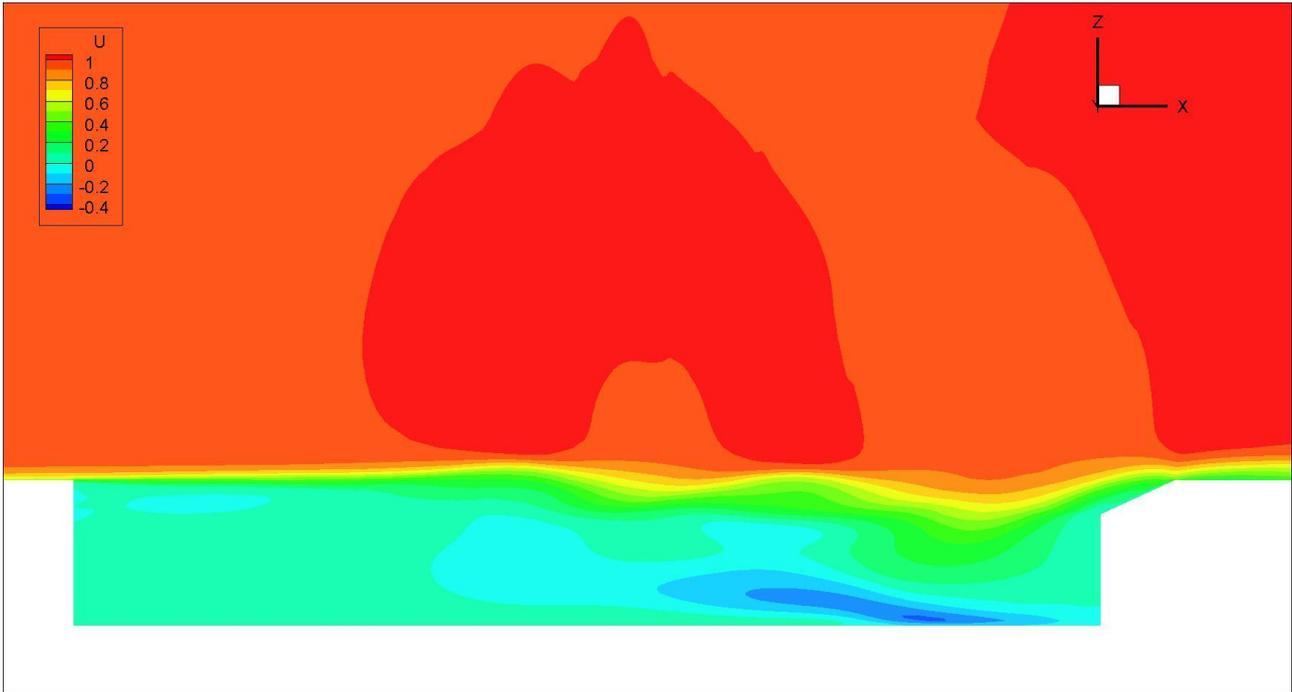


Рис. 5. Скорость в продольном сечении, отнесенная к скорости набегающего потока, расчет 1,  $C_{LES}=0.17$   $\Delta t=10^{-5}$  с.

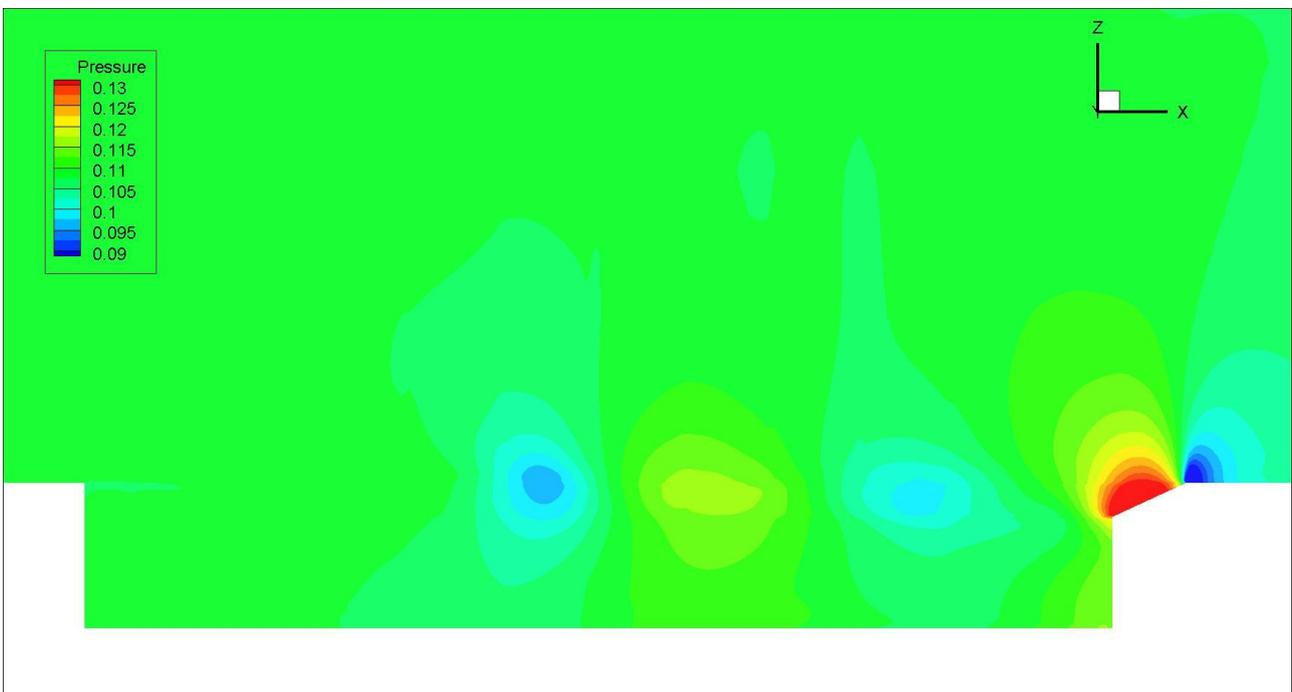


Рис. 6. Давление в продольном сечении, МПа, расчет 1,  $C_{LES}=0.17$   $\Delta t=10^{-5}$  с.

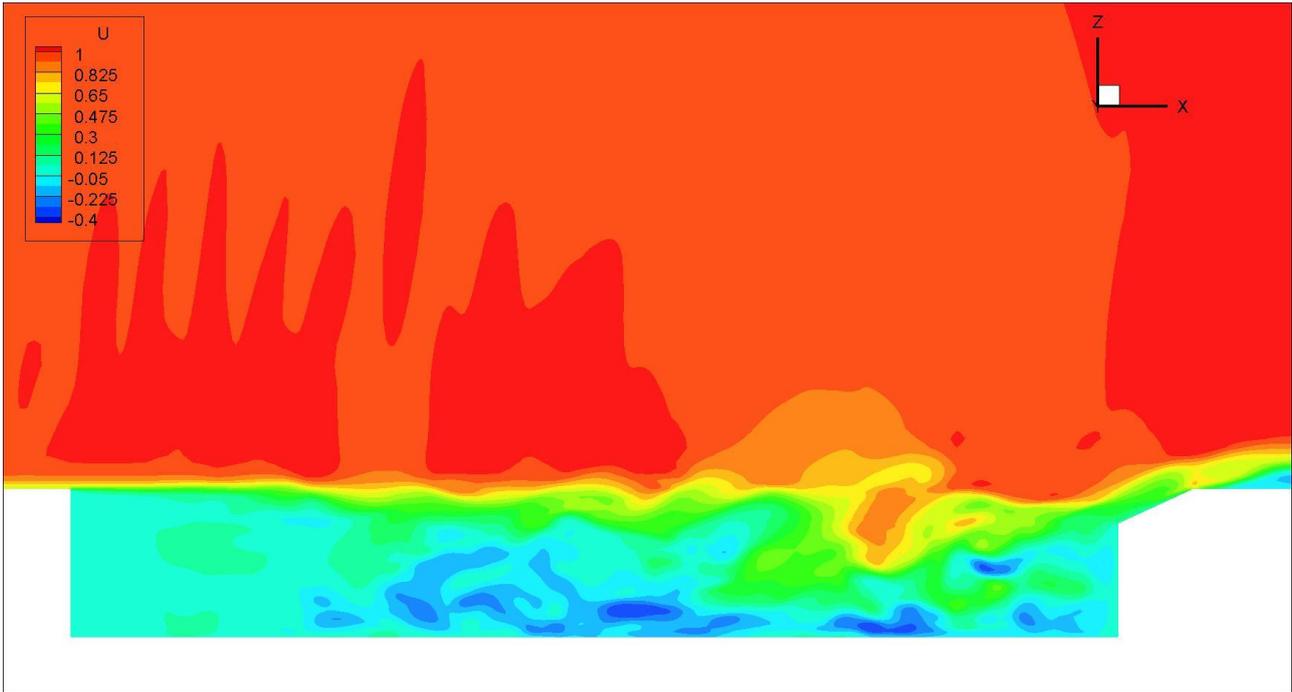


Рис. 7. Скорость в продольном сечении, отнесенная к скорости набегающего потока, расчет 5,  $C_{LES}=0.15$   $\Delta t=10^{-5}$  с.

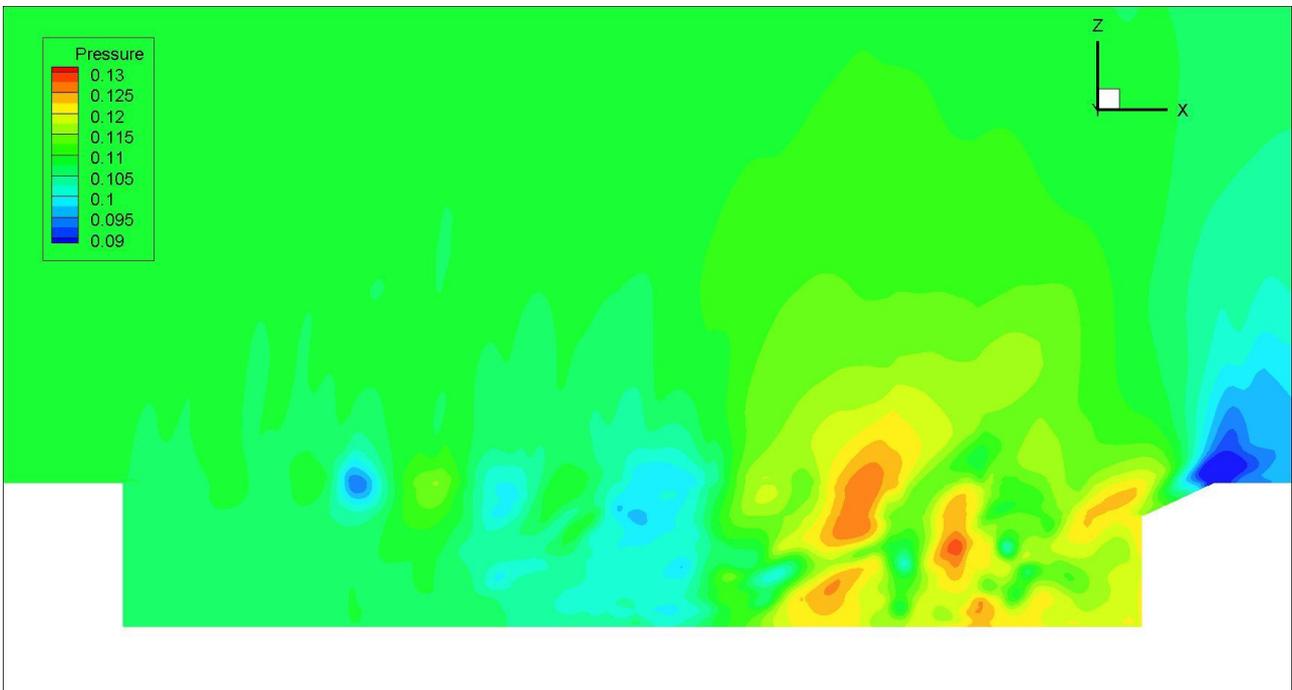


Рис. 8. Давление в продольном сечении, МПа, расчет 5,  $C_{LES}=0.15$   $\Delta t=10^{-5}$  с.

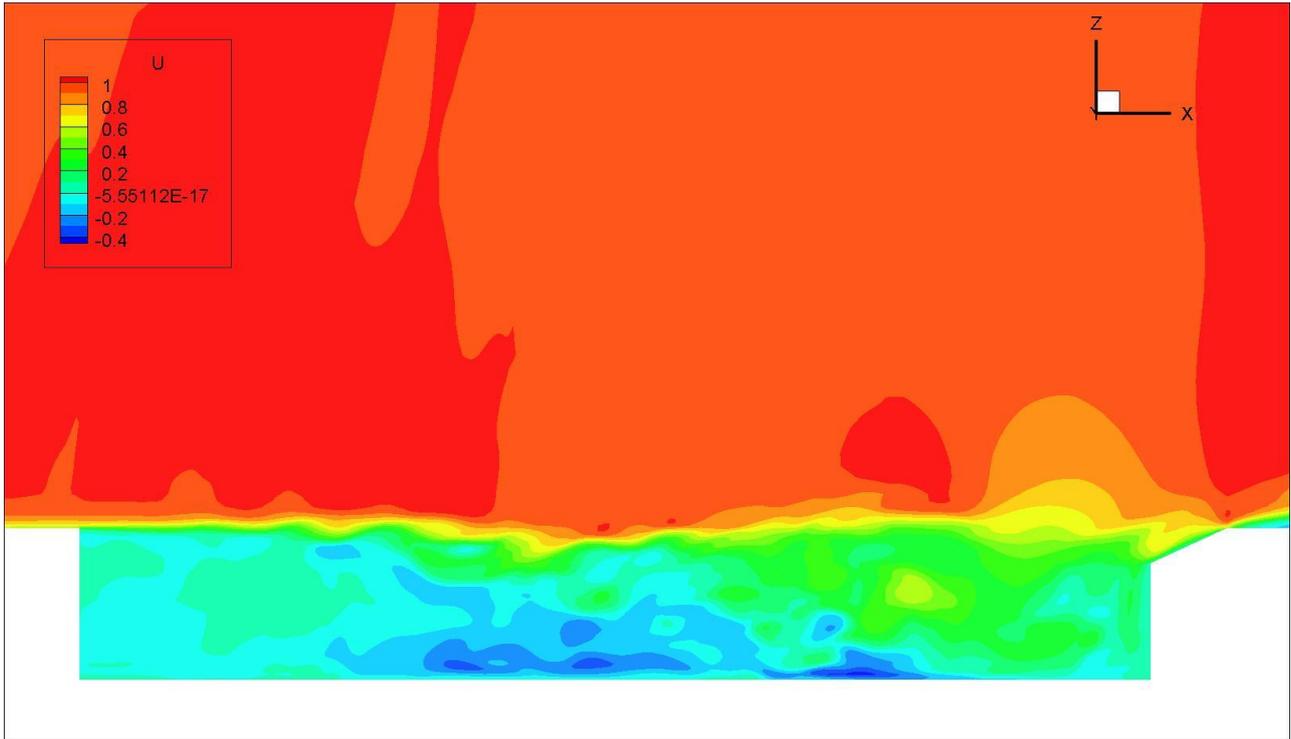


Рис. 9. Скорость в продольном сечении, отнесенная к скорости набегающего потока, расчет 5,  $C_{LES}=0.15$   $\Delta t=10^{-5}$  с.

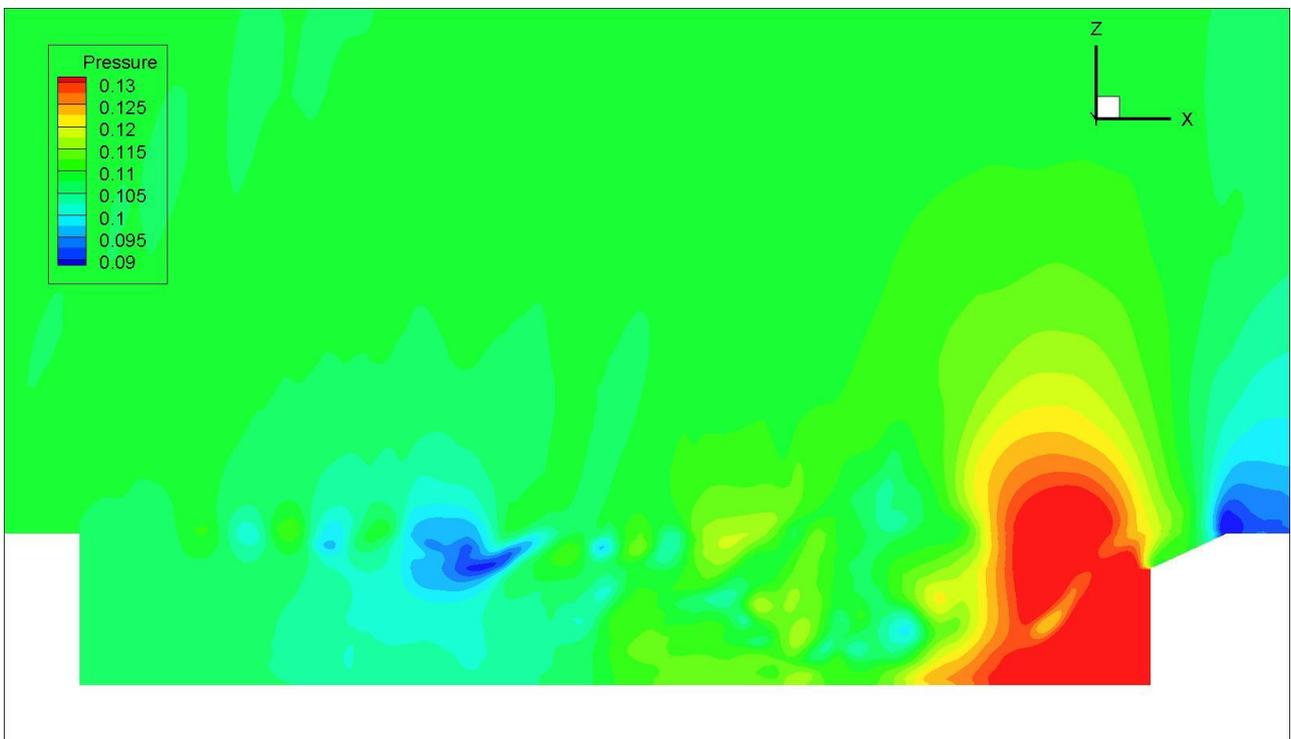


Рис. 10. Давление в продольном сечении, МПа, расчет 5,  $C_{LES}=0.15$   $\Delta t=10^{-5}$  с.

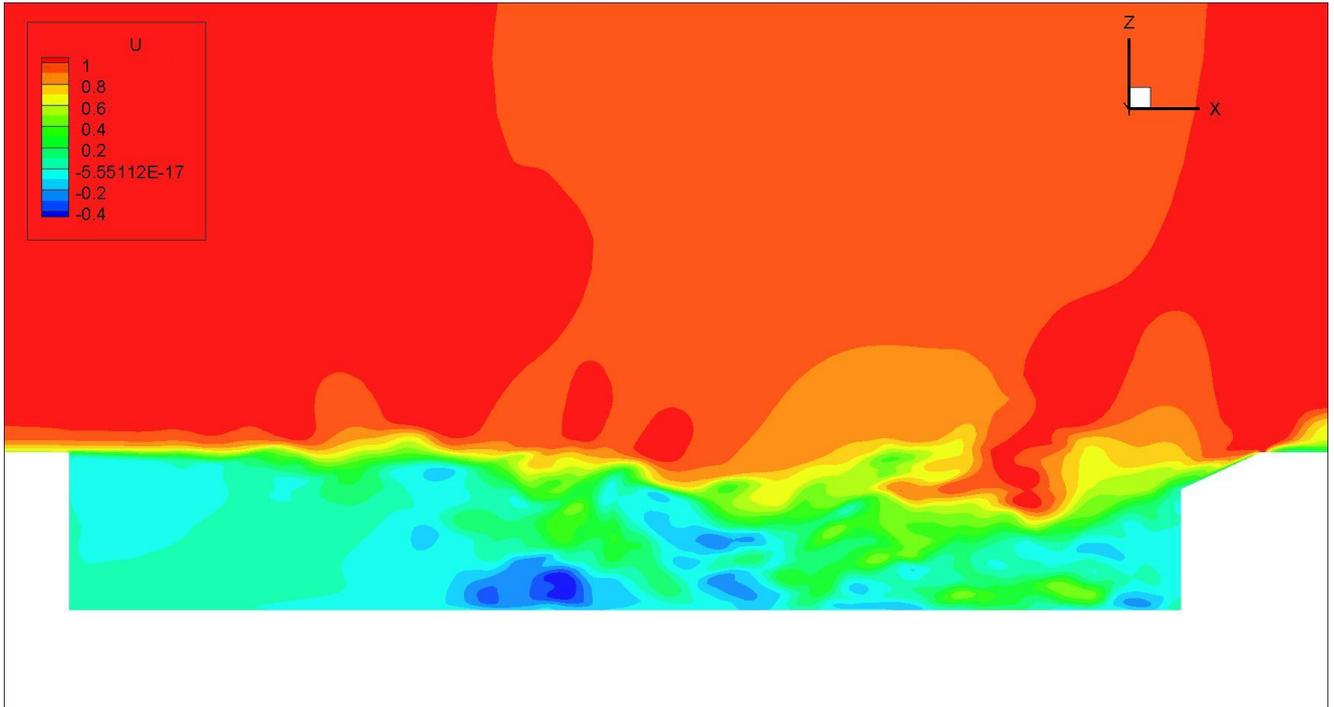


Рис. 11. Скорость в продольном сечении, отнесенная к скорости набегающего потока, расчет 4,  $C_{LES}=0.135$   $\Delta t=10^{-6}$  с.

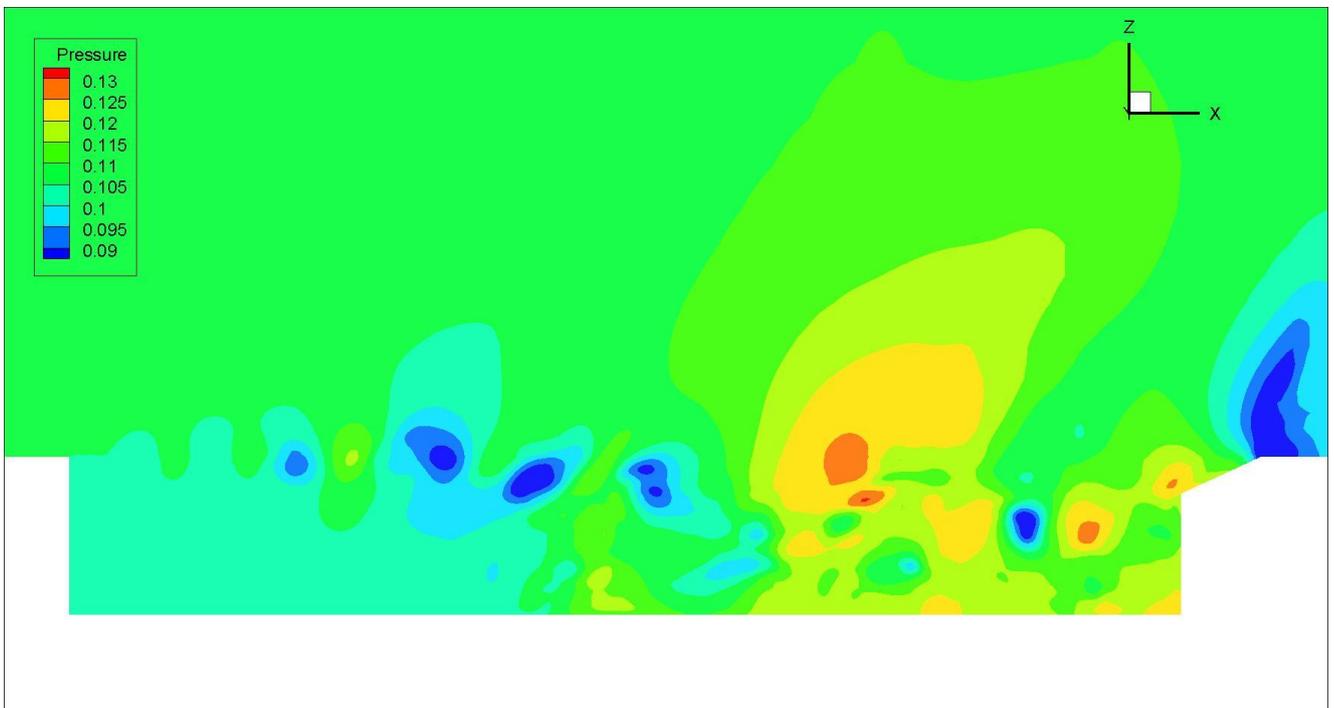


Рис. 12. Давление в продольном сечении, МПа, расчет 4,  $C_{LES}=0.135$   $\Delta t=10^{-6}$  с.

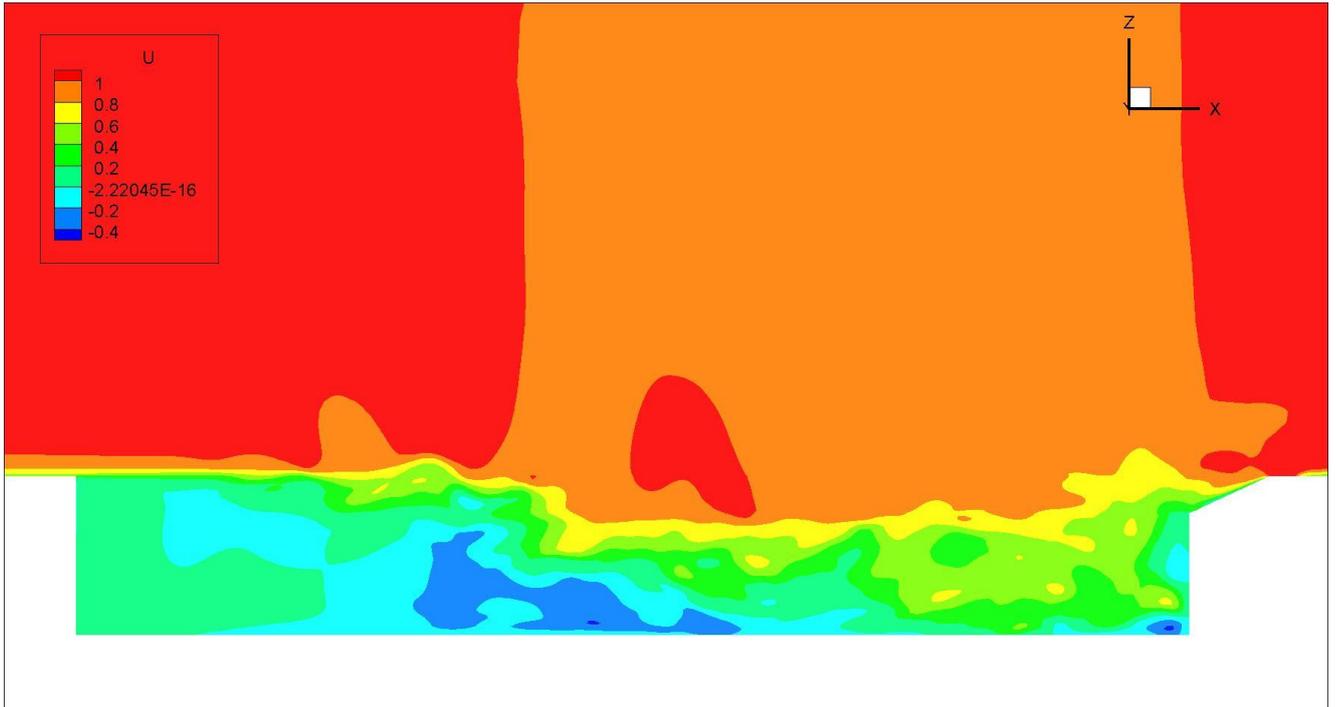


Рис. 13. Скорость в продольном сечении, отнесенная к скорости набегающего потока, расчет 3,  $C_{LES}=0.1$   $\Delta t=10^{-6}$  с.

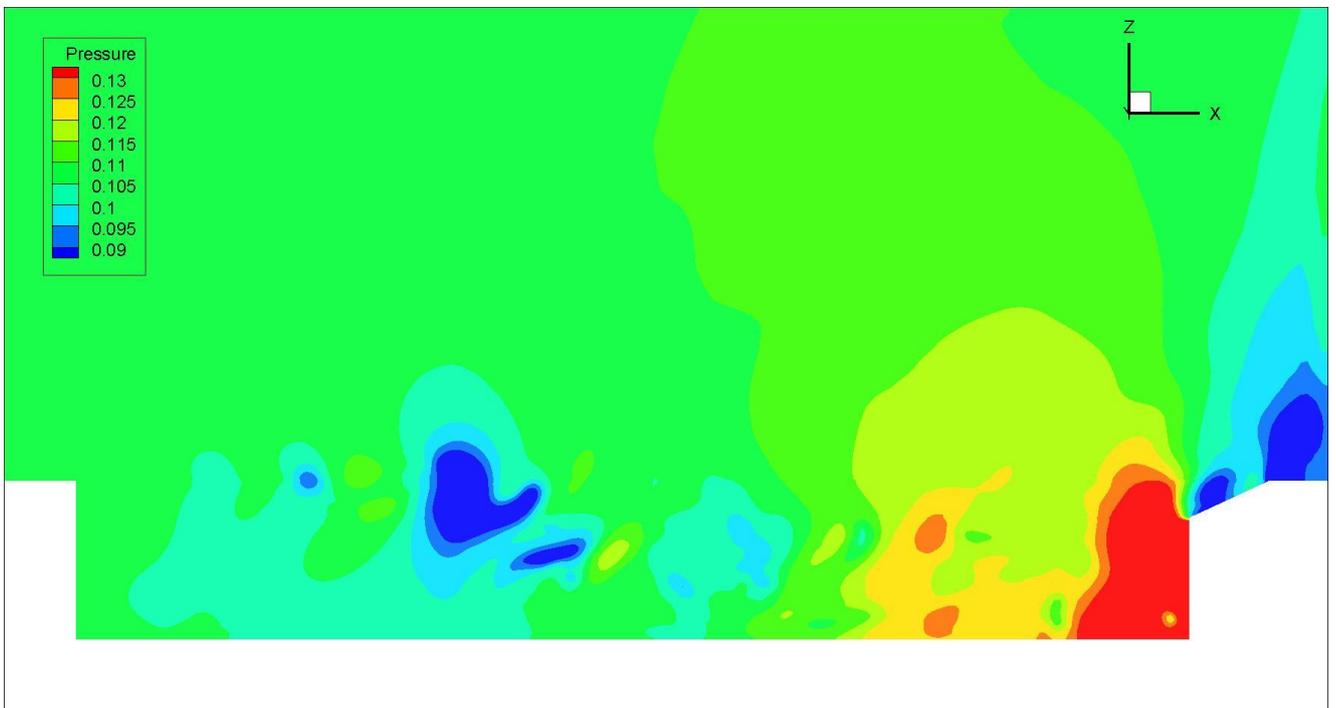


Рис. 14. Давление в продольном сечении, МПа, расчет 3,  $C_{LES}=0.1$   $\Delta t=10^{-6}$  с.

### 3. Анализ спектра пульсаций давления

Записанные в точках сенсоров значения давления использовались для определения интенсивности и характерных частот акустических колебаний. Данные, соответствующие периоду установления, отбрасывались, а данные, соответствующие времени после выхода на квазистационарный режим, обрабатывались путем разложения по Фурье.

Для сравнения с экспериментом и определения аэроакустических нагрузок необходимо перевести полученные амплитуды из единиц давления в принятые в акустике относительные единицы. Звук в акустике обычно сравнивается с опорным значением интенсивности  $I_0=10^{-12}$  Вт/м<sup>2</sup>.

Интенсивность звука:

$$I = \frac{p^2}{2\rho c},$$

где  $p$  – звуковое давление,  $\rho$  – плотность,  $c$  – скорость звука.

Таким образом, относительная интенсивность звука в децибелах будет равна:

$$\begin{aligned} dB &= 10\lg(I/I_0) = 10\lg I + 120. = 20\lg p - 10\lg(2\rho c) + 120. = \\ &= 20\lg A_i^{aver} + 120. - 10\lg(2\rho c) + 120. \approx 20\lg A_i^{aver} + 88. \end{aligned}$$

где  $A_i^{aver}$  – средняя амплитуда давления.

Разрешение полученного спектра обратно пропорционально длительности обработанного интервала, то есть для того, чтобы получить спектр акустических колебаний с точностью до 1 Гц, необходимо обработать пульсации давления за время не менее 1 с. Но и этого времени может оказаться недостаточно, потому что в спектре, полученном разложением по Фурье без какой-либо последующей обработки, пики характерных частот обычно маскируются шумом и не имеют четко выраженной вершины.

Для сглаживания спектра применяют оконное разложение по Фурье с последующим усреднением по нескольким окнам. Простейшим видом оконного преобразования является преобразование с прямоугольным окном. В этом случае просто производится Фурье-преобразование отдельно для нескольких интервалов, которые и называются "окнами". [8]

Кроме прямоугольного, существует множество других типов окон, в которых обрабатываемая функция умножается на специальную весовую функцию, отличную от нуля внутри окна и нулевую при всех остальных значениях аргумента. Прямоугольное окно является частным случаем с весовой функцией  $w=1$  внутри окна.

Окна могут быть перекрывающимися. Сильно перекрывающиеся окна дают близкие результаты, поэтому делать окна перекрывающимися более чем на 90% бессмысленно, но для заметного сглаживания нужно, чтобы окон было как можно больше, поэтому, имея ограничение по общей длительности обрабатываемого интервала, приходится находить оптимальное соотношение между числом окон и их перекрытием.

В данной работе используется окно Бартлетта-Хеннинга, которое обеспечивает относительно хорошее выделение низких частот и в то же время улучшает сглаживание для сильно перекрывающихся окон:

$$w(i) = 0.62 - 0.48 \left| \frac{i}{N} - 0.5 \right| + 0.38 \cos \left( 2\pi \left( \frac{i}{N} - 0.5 \right) \right),$$

где  $i$  – номер точки,  $n$  – число точек в интервале.

На рис. 15 – 17 видно, как спектр очищается от шума и пики становятся все более наглядными по мере увеличения числа окон. На рис. 15 показан результат Фурье-преобразования для одного окна шириной 32768 шагов, на рис. 16 – для 6 окон той же ширины со смещением на 5000 шагов каждое, на рис. 17 – для 11 окон.

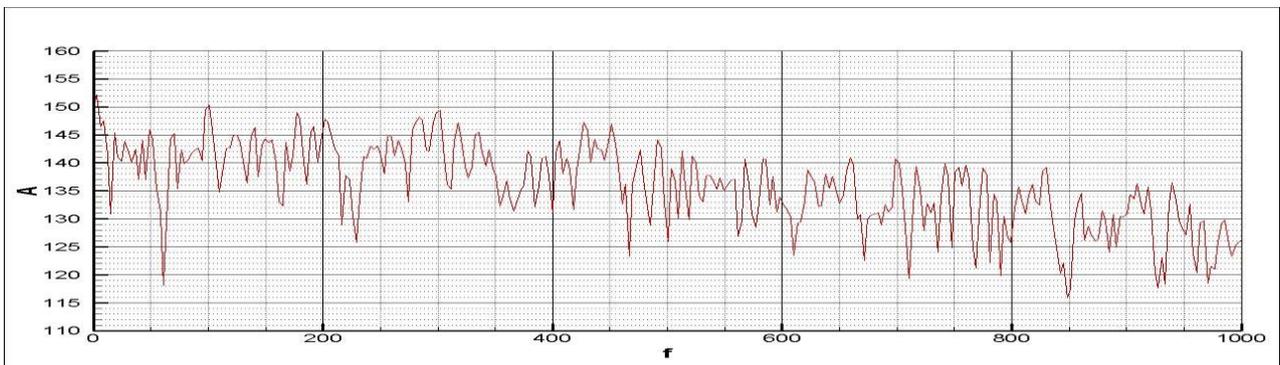


Рис. 15. Спектр, рассчитанный по 32768 шагам.

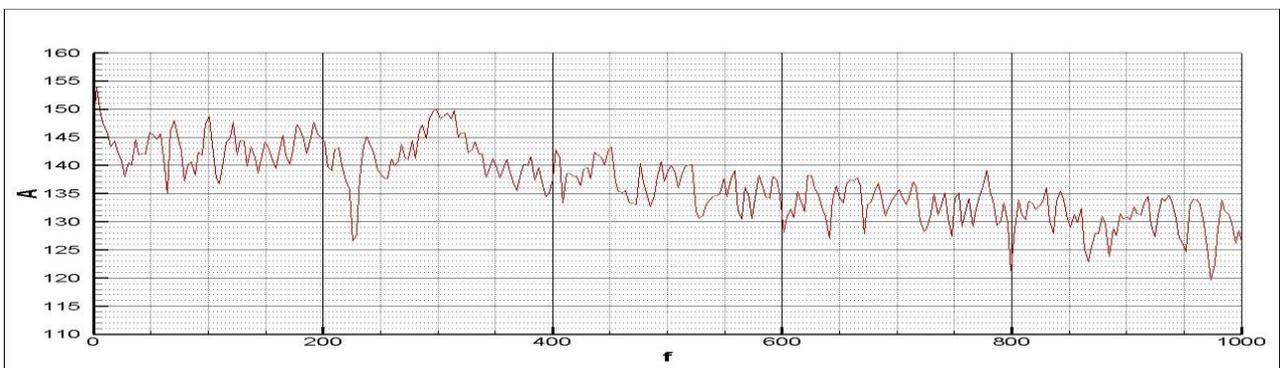


Рис. 16. Спектр, рассчитанный по 57768 шагам.

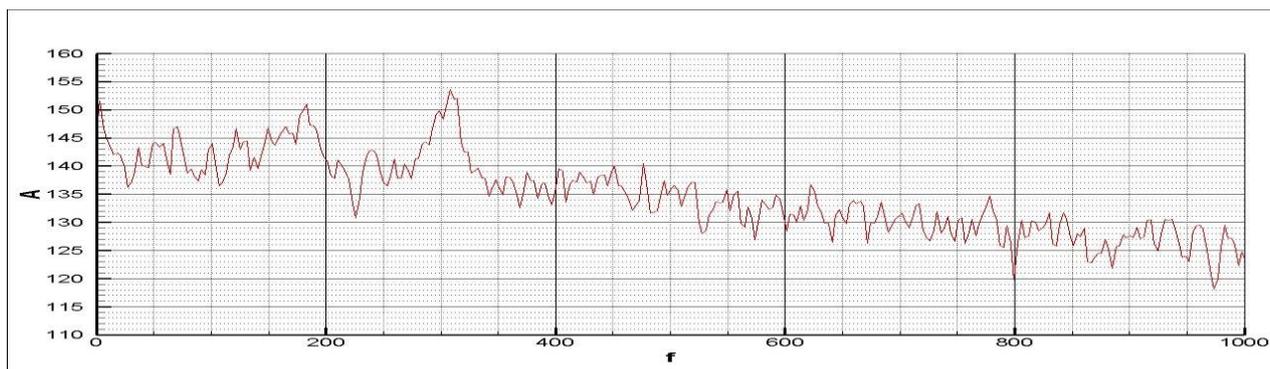


Рис. 17. Спектр, рассчитанный по 82768 шагам.

На рис. 18 и 19 показаны сглаженные описанным методом спектры пульсаций давления для двух сенсоров – 3 и 4 соответственно. (См. таблицу 1.) Сенсор 3 находится на дне каверны примерно посередине, сенсор 4 – вблизи примыкающего к каверне края скоса. Графики результатов расчетов наложены на экспериментальные.

Совпадение расчета с экспериментом неодинаково для разных сенсоров.

Для сенсора на дне каверны расчеты с  $C_{LES} = 0.17$  дают заниженные значения амплитуд на всем интервале частот. Но пики характерных частот в низкочастотном диапазоне совпадают с экспериментом довольно хорошо.

Расчет с  $C_{LES} = 0.15$  дает более близкие, но все еще довольно сильно отклоняющиеся от эксперимента значения амплитуд и приблизительно те же характерные частоты.

Данных, полученных в расчетах с  $C_{LES} 0.135$  и  $0.1$ , достаточно для определения средних амплитуд, но недостаточно для определения характерных частот. Расчет с  $C_{LES} = 0.135$  дает довольно хорошее совпадение амплитуд на всем интервале частот. Расчет с  $C_{LES} = 0.1$  дает завышенные значения амплитуд, которые опускаются до уровня экспериментальных только в локальных минимумах.

Для сенсора на кромке скоса расчет с  $C_{LES} = 0.17$  дает хорошее совпадение в низкочастотном диапазоне до 500 Гц и заниженные амплитуды при более высоких частотах.

Расчет с  $C_{LES} = 0.15$  дает хорошее совпадение с экспериментом на всем интервале частот, хотя в низкочастотном диапазоне амплитуды получаются несколько завышенными.

Расчеты с  $C_{LES} 0.135$  и  $0.1$  дают завышенные значения амплитуд.

Совпадение характерных частот для расчетов с  $C_{LES} 0.17$  и  $0.15$  здесь тоже довольно хорошее.

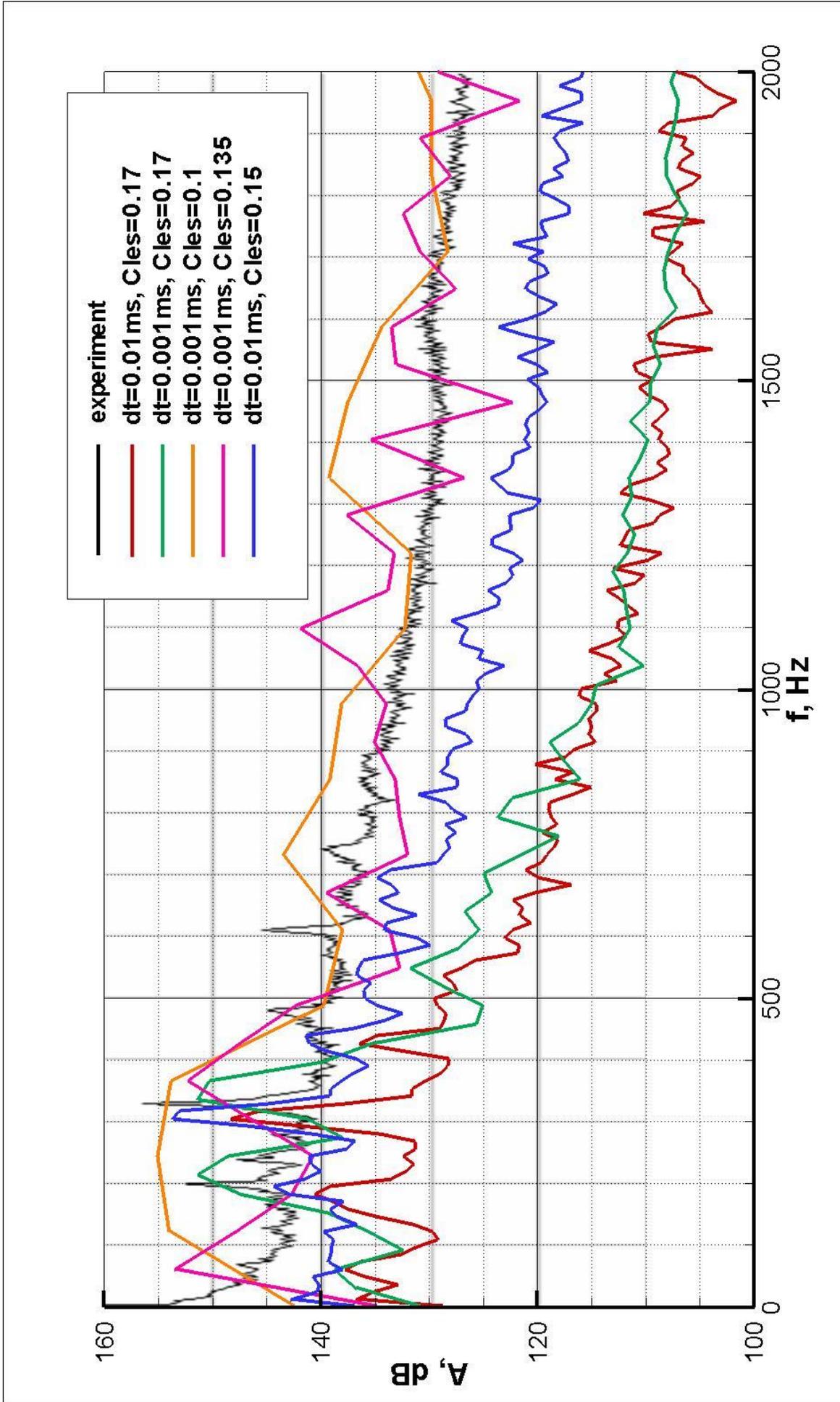


Рис. 18. Спектры пульсаций давления, сенсор 3.

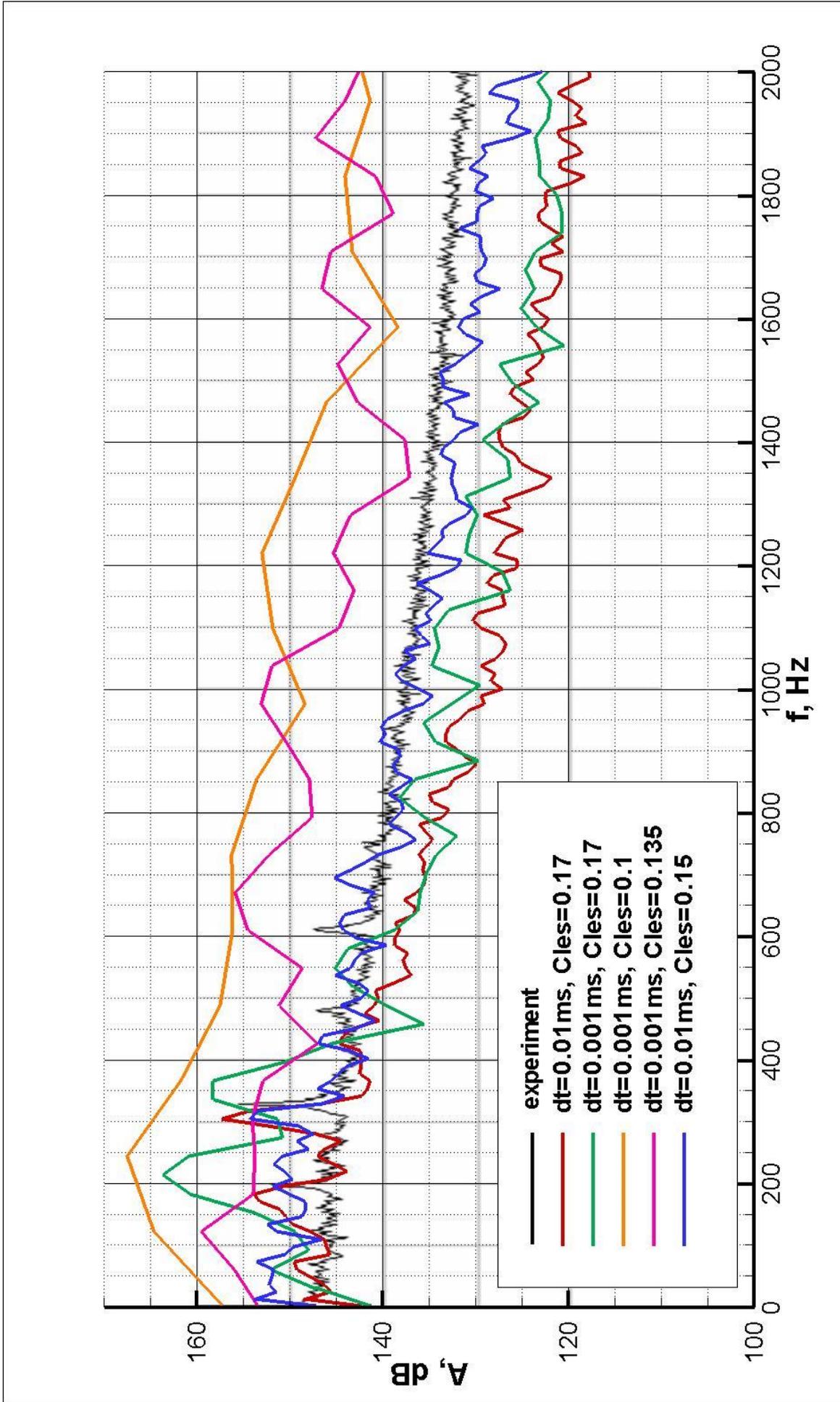


Рис. 19. Спектры пульсаций давления, сенсор 4.

#### 4. Автоматическое выделение характерных частот

Выше мы пытались визуально оценить совпадение пиков характерных частот с экспериментом. Эти данные были получены в результате длительных вычислений, продолжавшихся несколько суток для каждого варианта. Но даже на спектрах, рассчитанных по большому количеству шагов и сглаженных усреднением по нескольким окнам, визуально определить характерные частоты не так уж просто, и в этом остается большой элемент субъективности.

Поэтому формальный критерий определения характерных частот и математический метод их выявления был бы очень полезен.

В результате анализа большого количества расчетных акустических спектров установлено, что основным свойством характерных частот, которое проявляется раньше, чем пики амплитуд становятся ярко выраженными, является совпадение локальных максимумов на спектрах разных сенсоров.

Это видно хотя бы из рис. 20 и 21, где на одном графике показаны спектры всех 4 сенсоров, причем графики на рис. 21 построены с использованием всех имеющихся данных, а на рис. 20 – только первых 16384 шагов квазистационарного режима. Видно, что хотя на рис. 20 разрешение меньше и пики характерных частот почти не выделяются среди шума, но пики, соответствующие трем основным частотам  $\approx 200$  Гц,  $\approx 310$  Гц и  $\approx 430$  Гц, хотя и не больше некоторых других, но совпадают у всех четырех сенсоров.

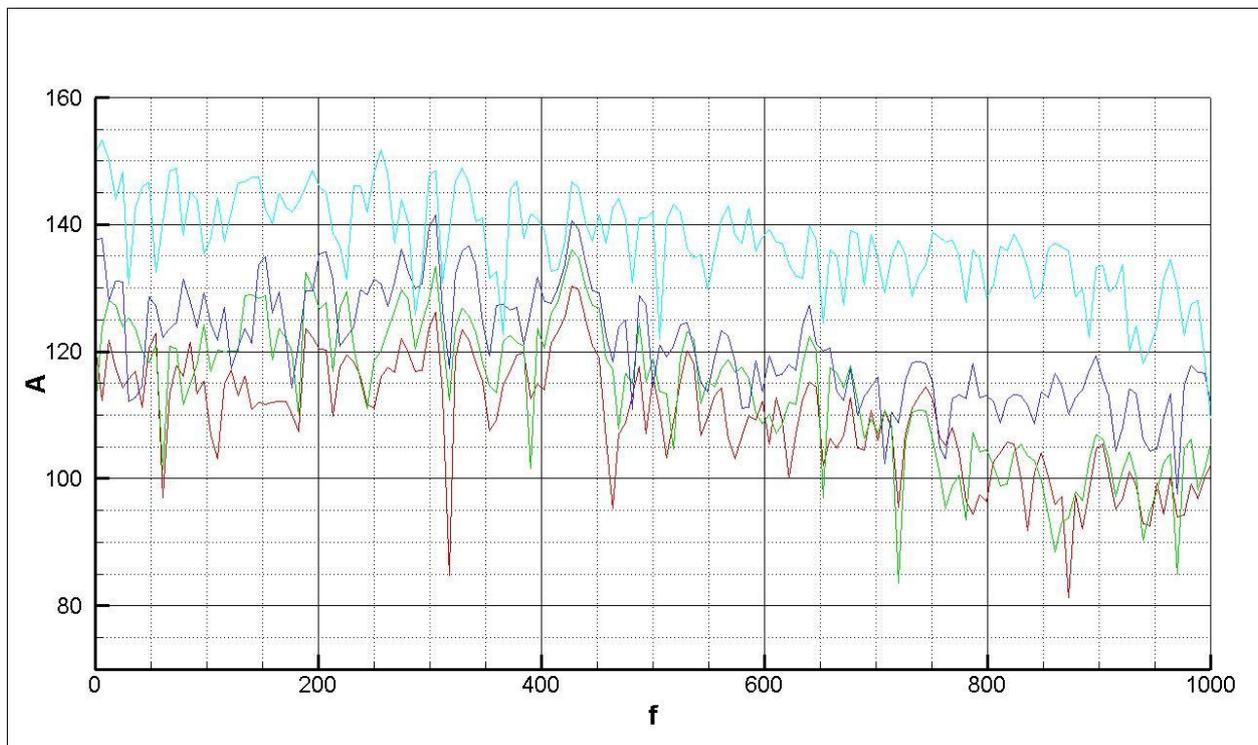


Рис. 20. Спектры 4 сенсоров, рассчитанные по 16384 шагам.

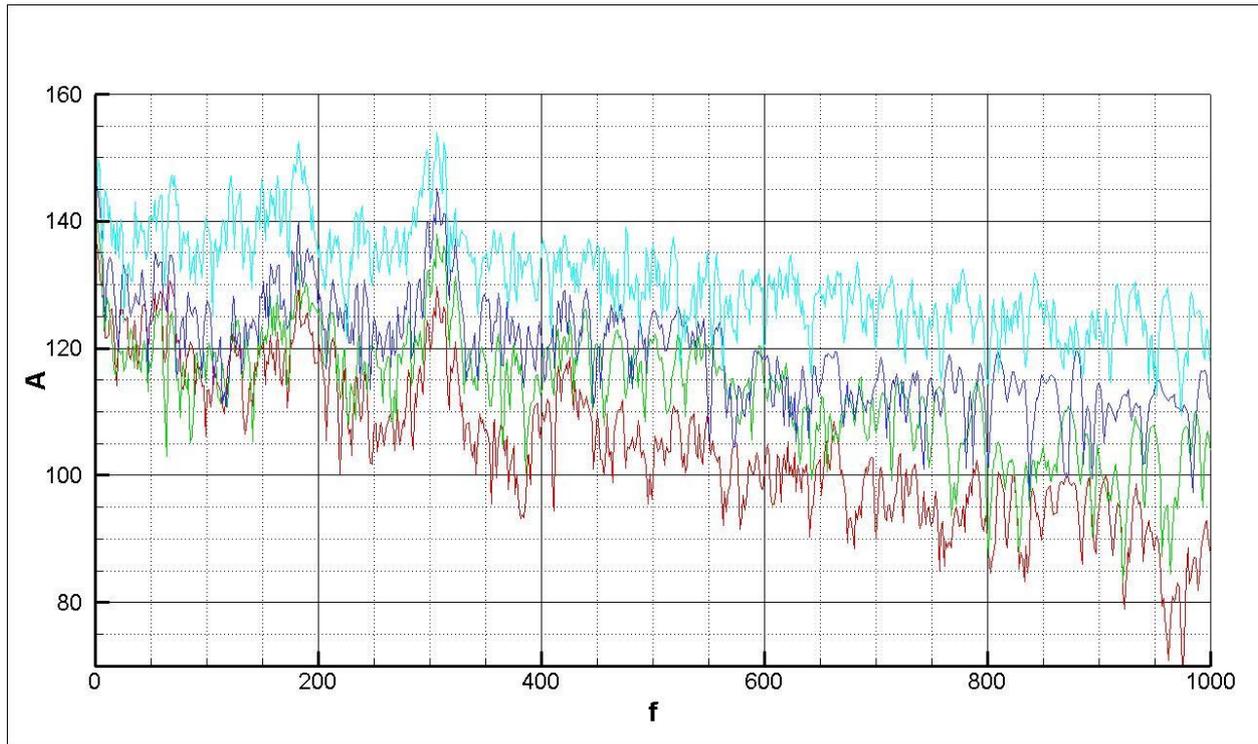


Рис. 21. Спектры 4 сенсоров, рассчитанные по 82768 шагам.

Исходя из этого предположения был разработан алгоритм выделения характерных частот. Исходными данными для него являются спектры, уже прошедшие Фурье-преобразование. Это может быть и однооконное преобразование, и многооконное преобразование со сглаживанием путем усреднения по нескольким окнам. Последовательность операций алгоритма следующая:

1. Выбираем начальное значение среднеквадратичного отклонения  $\sigma = \sigma_0$ .
2. Сглаживаем спектр разложением по гауссовым функциям с данной  $\sigma$ , то есть выполняем следующее интегральное преобразование (рис. 22):

$$B(f, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} A(f_1) e^{-\frac{(f_1-f)^2}{2\sigma^2}} df_1.$$

3. Выполняем аналогичное преобразование с утроенным  $\sigma$ , результат будем обозначать  $D(f, 3\sigma)$  (рис. 22).
4. Находим локальные максимумы функции  $B$ .
5. В окрестностях локальных максимумов находим среднеквадратичное отклонение  $B$  от  $D$ , используем как весовую функцию нормальное распределение со среднеквадратичным отклонением  $3\sigma$ .

$$(S(f))^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}3\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} (B(f_1) - D(f_1))^2 e^{-\frac{(f_1-f)^2}{2(3\sigma)^2}} df_1.$$

6. Если отклонение  $B$  от  $D$  в точке максимума оказывается больше среднеквадратичного в  $\alpha$  раз, т. е.  $(B-D)/S > \alpha$ , запоминаем эту точку максимума в специальном массиве.
7. Уменьшаем  $\sigma$  в  $\beta$  раз, т. е.  $\sigma_{i+1} = \beta\sigma_i$  и переходим к п. 2. Повторяем цикл до тех пор, пока  $\sigma$  не станет меньше  $\sigma_1$ .
8. Повторяем то же самое для всех сенсоров.
9. Сравниваем сохраненные в п. 6 частоты максимумов, определенные для разных  $\sigma$  и разных сенсоров. Если какие-то из найденных таким образом частот отличаются не больше, чем на  $c\sigma$ , где  $c$  – еще один управляющий параметр, а  $\sigma$  берется большая из двух, считаем, что это один максимум, и находим среднее значение.
10. Если какой-то из определенных в п. 9 средних максимумов вычислен с использованием не менее чем половины сенсоров, считаем его характерной частотой.

Таким образом, в этом алгоритме есть 5 управляющих параметров:  $\sigma_0$ ,  $\sigma_1$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $c$ .

По результатам анализа нескольких расчетных спектров рекомендуется устанавливать следующие значения:  $\sigma_0$  и  $\sigma_1$  – в зависимости от разрешения спектра, соответственно  $5h$  и  $2h$ , где  $h$  – разрешение;  $\alpha=1.4$ ;  $\beta=0.9$ ;  $c=0.7$ .

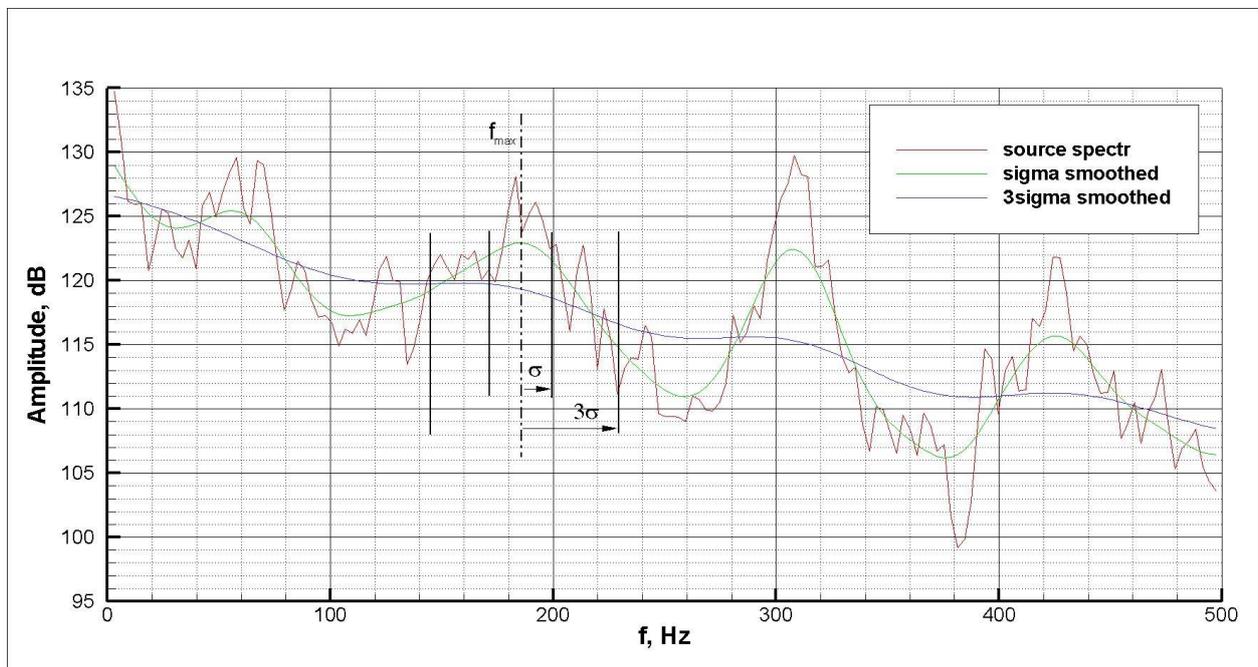


Рис. 22. Схема автоматического анализа спектра для выделения характерных частот.

В таблице 3 показаны характерные частоты, определенные по предложенному алгоритму с использованием полного и частичных массивов

данных расчета 1, т. е.  $C_{LES}=0.17$ . Там же показаны частоты, вычисленные по формуле Росситера и определенные из эксперимента. Анализировался участок спектра, ограниченный частотами 10 – 500 Гц.

В таблице 4 то же самое сделано для расчета 5,  $C_{LES}=0.15$ .

Таблица 3. Характерные частоты, расчет 1,  $C_{LES}=0.17 \Delta t=10^{-5}$  с.

Число шагов	Характерные частоты, Гц			
	формула Росситера	99.3	231.6	364.0
эксперимент	70	200	325	480
16384				426.1
32768		198.0	306.7	431.6
65536	56.8	195.4	310.6	
89536	124.9	185.0	307.2	422.6

Таблица 4. Характерные частоты, расчет 5,  $C_{LES}=0.15 \Delta t=10^{-5}$  с.

Число шагов	Характерные частоты, Гц					
	формула Росситера		99.3		231.6	364.0
эксперимент		70		200	325	480
8192	19.9				300.5	
16384	38.7	59.5		192.1	306.6	
32768	10.3	48.7	126.6	196.6	313.6	433.6   440.9
43898		60.7		199.2	308.4	435.8

Мы видим, что основные частоты около 200 и около 300 Гц в обоих расчетах довольно хорошо совпадают с экспериментальными 200 и 325 Гц. Частота 420–430 Гц устойчиво выявляется в расчетах, но плохо совпадает с экспериментальной частотой 4-й моды 480 Гц. Впрочем, в аэроакустических расчетах даже такое совпадение можно считать удовлетворительным. Низкочастотная мода нестабильна, в расчете 1 при малых временах расчета она вообще не определяется, при больших значениях частоты сильно меняется. По-видимому, сосчитанного времени недостаточно. В расчете 5 в некоторых режимах выделяется еще одна низкочастотная мода. По-видимому, это особенность алгоритма обработки. В одном из режимов обработки расчета 5 выделяется мода 126.6 Гц, не соответствующая экспериментальной и не заметная визуально на итоговом графике. По-видимому, это тоже несовершенство алгоритма. В том же режиме алгоритм не объединяет моды 433.6 и 440.9, очевидно соответствующие одной реальной.

Но частоты 2-й и 3-й моды определяются уже при времени счета в 3 раза меньшем, чем нужно для их визуального обнаружения.

## 5. Выводы

Таким образом, выполнено моделирование течения в каверне, дающее хорошее совпадение с экспериментом по средним амплитудам пульсаций давления и по характерным частотам.

Обнаружены качественные изменения течения в зависимости от применяемой в модели константы Смагоринского.

Предложен алгоритм анализа спектров, который позволяет выделить основные характерные частоты с меньшим объемом вычислений, чем при визуальном анализе спектра, а также исключает элемент субъективности в определении численных значений частот, когда пики уже выделяются визуально, но их вершины еще нечеткие. Планируется дальнейшее совершенствование алгоритма.

## Список литературы

1. Р.Г. Абдрашитов, Е.Ю. Архиреева, Б.Н. Даньков, И.С. Меньшов, А.В. Северин, И.В. Семенов, Т.В. Требунских, И.Б. Чучкалов, Механизмы нестационарных процессов в протяженной каверне // Ученые записки ЦАГИ, т. 43, № 4, 2012.
2. J.E. Rossiter, Wind Tunnel Experiments on the Flow Over Rectangular Cavities at Subsonic and Transonic Speeds // Royal Aircraft Establishment Technical Reports, 64037, Oct. 1964.
3. К.Н.Волков, В.Н.Емельянов, Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений // М.: Физматлит, 2008.
4. А.Ю. Снегирев, Высокопроизводительные вычисления в технической физике. Численное моделирование турбулентных течений: Учеб. пособие // СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2009.
5. Луцкий А.Е., Северин А.В. Простейшая реализация метода пристеночных функций // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2013. № 38.
6. I. Men'shov, Y. Nakamura, Hybrid Explicit–Implicit, Unconditionally Stable Scheme for Unsteady Compressible Flows // AIAA Journal, Vol. 42, No. 3, pp. 551-559, 2004.

7. Луцкий А.Е., Северин А.В. GridMan3D – библиотека подпрограмм для параллельных вычислений на нерегулярных сетках // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2014. № 78.
8. Ж. Макс, Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях: В 2-х томах. Пер. с франц. // М.: Мир, 1983.
9. Knopp T. On grid-independence of RANS predictions for aerodynamic flows using model-consistent universal wall-functions // European Conference on Computational Fluid Dynamics ECCOMAS CFD 2006.
10. Smagorinsky J., General circulation experiments with the primitive equations // Monthly Weather Review, V.91, №3, 1963.