



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • [Электронная библиотека](#)

[Препринты ИПМ](#) • [Препринт № 41 за 2016 г.](#)



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

[Имшенник В.С.](#), [Гинзбург С. Л.](#),
[Дьяченко В. Ф.](#)

Трехмерная модель
взаимодействия мощного
лазерного излучения с
плазмой сверхкритической
плотности в пластиковой
мишени

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Имшенник В.С., Гинзбург С. Л., Дьяченко В. Ф. Трехмерная модель взаимодействия мощного лазерного излучения с плазмой сверхкритической плотности в пластиковой мишени // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2016. № 41. 32 с. doi:[10.20948/prepr-2016-41](https://doi.org/10.20948/prepr-2016-41)
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2016-41>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В. Келдыша
Российской академии наук**

В.С. Имшенник, С.Л. Гинзбург, В.Ф. Дьяченко

**Трехмерная модель взаимодействия
мощного лазерного излучения
с плазмой сверхкритической плотности
в пластиковой мишени**

Москва — 2016

Имшенник В.С., Гинзбург С.Л., Дьяченко В.Ф.

Трехмерная модель взаимодействия мощного лазерного излучения с плазмой сверхкритической плотности в пластиковой мишени

В трехмерной (3D) модели взаимодействия мощного электромагнитного поля с плазмой сверхкритической плотности путем численного решения уравнений Власова–Максвелла получен эффект генерации протонов и ядер углерода высоких энергий, впервые открытый в экспериментах 2000 года на петаваттном лазере Ливерморской Национальной Лаборатории им. Лоуренса (США).

Ключевые слова: Власов, Максвелл, электромагнитное поле, лазерное излучение, протоны и ядра углерода высоких энергий, релятивистские электроны.

Vladimir Sergeevich Imshennik, Sarra Lazarevna Ginzburg, Vladimir Fedotovich Dyachenko

A three–dimensional model of interaction between the powerful laser radiation with plasma supercritical density in plastic target

In a three–dimensional (3D) model of interaction of powerful electromagnetic field with a supercritical plasma density by numerical solution of the equations of Vlasov–Maxwell has been obtained effect of the generation of high–energy protons and a nuclei of carbon for the first time opening in experiments in 2000 on the Petawatt laser Lawrence Livermore National Laboratory (USA).

Key words: Vlasov, Maxwell, electromagnetic field, laser radiation, high energy protons and nuclei carbons, relativistic electrons

Численное решение системы уравнений Власова–Максвелла в трехмерной (3D) модели взаимодействия мощного электромагнитного поля лазерного излучения с электрон–протон–углеродной плазмой со сверхкритической плотностью (пластиковая мишень с химической формулой CH) дает кинетические функции распределения электронов, протонов и голых ядер углерода, а также все шесть компонент электромагнитного поля в зависимости от времени. В представленной работе, в частности, выясняется механизм важнейшего эффекта рассматриваемого взаимодействия – эффекта ускорения протонов до высоких энергий в десятки МэВ, полученного в физических экспериментах последнего десятилетия, начиная с пионерских работ в Ливерморской Национальной Лаборатории им. Лоуренса (США) [1]. Коротко говоря, механизм ускорения протонов состоит в передаче протонам плазмы импульса падающей электромагнитной волны (описывающей лазерное излучение), усиленного частичным отражением этой волны, учитываемым в представленной модели.

По сравнению с нашими предыдущими работами [2] и [3], в которых посредством данной 3D–модели рассматривалось подобное взаимодействие с электрон–протонной плазмой при фактически весьма низкой начальной плотности $\rho_0 = 0.02 \text{ г/см}^3$, в представленной работе начальная плотность принимается равной $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$, что соответствует пластиковым мишеням. Присутствие ядер углерода учитывается при единственном предположении об их полной ионизации в виде голых ядер углерода. В данной работе показано, что наряду с ускорением протонов до энергий в десятки МэВ происходит ускорение ядер углерода до энергий в сотни МэВ тем же механизмом передачи импульса электромагнитных волн (падающей и отраженной). Тем не менее в окончательных энергетических спектрах протонов, возникающих вне плазмы в виде коллимированных пучков, значительная доля переданной от лазерного излучения энергии и импульса сохраняется у протонов. Заметим, что в данной работе удалось с высокой точностью соблюдения законов сохранения энергии и импульса получить численное решение с чрезвычайно высокой сверхкритической начальной концентрацией электронов, равной 325 (в работах [2] и [3] эта величина была равна всего 10). Лишь благодаря нелинейному механизму поглощения лазерного излучения с учетом шероховатости поверхности пластиковой мишени, предложенному нами в работе [4], это оказалось возможным.

Подчеркнем, что представленный в данной работе вариант численного решения системы уравнений Власова–Максвелла нами выполнен при огромной мощности лазерного излучения: его вектор Пойнтинга принят равным величине $6 \cdot 10^{21} \text{ Вт/см}^2$, что превышает значение этого параметра в работах [2] и [3] примерно в 20 раз.

В данном численном эксперименте полная энергия лазерного излучения получилась около 3 КДж при полной мощности около 5 ПВт (с учетом поперечной площади фокального пятна). Но зато в целях качественного соответствия

эксперименту [1] нами задавалась линейная поляризация лазерного излучения вместо круговой, как было в предыдущих работах [2] и [3].

1. Введение

Система интегро–дифференциальных уравнений Власова–Максвелла в трехмерном пространстве (3D–модель) использована для численного моделирования взаимодействия мощного лазерного излучения (со значением модуля плотности потока энергии $\geq 3 \cdot 10^{20}$ Вт/см² для неодимового лазера с длиной волны $\lambda = 1.05 \cdot 10^{-4}$ см.) с водородно–углеродной плазмой пластиковой мишени (химическая формула СН) при начальной твердотельной плотности $\rho_0 = 1$ г/см³. Именно такая мишень была в физических экспериментах, первоначально осуществленных в Ливерморской Национальной Лаборатории им. Лоуренса (США) в 2000 году [1]. В предположении полной ионизации не только атомов водорода, но и атомов углерода начальная концентрация электронов в размерных единицах равна $\tilde{n}_0^{(e)} = 3.25 \cdot 10^{23}$ см⁻³, так что она превышает известную в этом случае их критическую концентрацию $\tilde{n}_{cr}^{(e)} = 1.00 \cdot 10^{21}$ см⁻³ в 325 раз. Начальные концентрации протонов и голых ядер углерода соответственно равны $\tilde{n}_0^{(p)} = \tilde{n}_0^{(c)} = 4.64 \cdot 10^{22}$ см⁻³. При этом, конечно, соблюдается условие начальной электронейтральности такой водородно–углеродной плазмы.

Постановка рассматриваемой задачи немного отличается от таковой в наших работах [2] и [3] только в отношении поляризации падающей электромагнитной волны, описывающей лазерное излучение: вместо круговой поляризации задается линейная поляризация. Задание линейной поляризации, по всей вероятности, более соответствует указанным выше экспериментам [1], [5]. Заметим, что линейная поляризация вполне возможна в нашей 3D–модели, хотя и сопряжена с пульсацией указанного выше вектора Пойнтинга с высокой круговой частотой $\omega_0 = 1.79 \cdot 10^{15}$ с⁻¹ для рассматриваемого лазерного излучения.

После перехода к безразмерной системе уравнений Власова–Максвелла постановка задачи содержит некоторый набор безразмерных параметров, который приводится в следующем разделе. При этом в качестве единиц задачи нами выбраны следующие значения ([2], [3]). Единица времени $[t] = 1/\omega_0$; расстояния $[|\mathbf{r}|] = c/\omega_0$ (c – скорость света); напряженностей электромагнитного поля $[|\mathbf{E}|] \equiv [|\mathbf{B}|] = m_e c \omega_0 / e$ (m_e и e – электронные масса покоя и заряд); концентраций частиц $[n] = m_e \omega_0^2 / 4\pi e^2 \equiv \tilde{n}_{cr}^{(e)}$ – именно с критической концентрацией; функций распределения частиц $[f] = \omega_0^2 / (4\pi e^2 m_e^2 c^3)$; моментов частиц $[|\mathbf{p}|] = m_e c$; энергий частиц $[\varepsilon] = [w] = m_e c^2$ (полной ε и кинетической w); скоростей частиц $[|\mathbf{v}|] = c$. Заметим что функции распределения и концентрации частиц связаны

соотношением $n = \int f d\mathbf{p}$. Единицей модуля вектора Пойнтинга \mathbf{P} является тогда, очевидно, величина $[\mathbf{P}] = \frac{c}{4\pi} \left(\frac{m_e \omega_0 c}{e} \right)^2$.

Следует особо подчеркнуть, что область применимости бесстолкновительного приближения Власова для определения функций распределения частиц подразумевает пренебрежение их парными столкновениями, а учитывает только многочастичные взаимодействия, описываемые самосогласованными электромагнитными полями [6]. Такая область применимости рассматривалась еще в наших работах [4], [7] путем оценки характерного времени парных столкновений, в самом деле ничтожного по величине по сравнению с характерным временем рассматриваемого взаимодействия лазерного излучения с плазмой. Наконец, существенно, что система уравнений Власова–Максвелла является релятивистки инвариантной [6], а электронная компонента водородно–углеродной плазмы становится даже ультрарелятивистской при рассматриваемом взаимодействии. Что касается кинетики процессов ионизации атомов водорода и углерода, то, согласно оценкам этих процессов в [7], в данной задаче можно пренебрегать их характерным временем не только по причине чрезвычайно малых энергий ионизации по сравнению с энергией ультрарелятивистских электронов, но и по причине высоких скоростей процессов ионизации «электронным ударом».

2. 3D-модель для системы уравнений Власова-Максвелла

В безразмерных единицах, принятых выше (см. разд. 1), система интегро–дифференциальных уравнений Власова–Максвелла для рассматриваемой водородно–углеродной плазмы имеет вид:

$$\frac{\partial f_{e,p,c}}{\partial t} + \mathbf{v}_{e,p,c} \cdot \frac{\partial f_{e,p,c}}{\partial \mathbf{r}} + q_{e,p,c} (\mathbf{E} + \mathbf{v}_{e,p,c} \times \mathbf{B}) \frac{\partial f_{e,p,c}}{\partial \mathbf{p}} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \nabla \times \mathbf{B} + \mathbf{j} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (2)$$

где плотность тока $\mathbf{j} = \sum_{e,p,c} q_{e,p,c} \int \mathbf{v}_{e,p,c} f_{e,p,c} d\mathbf{p}$, а скорость $\mathbf{v}_{e,p,c} = \mathbf{p}_{e,p,c} / \varepsilon_{e,p,c}$ с полной энергией частиц $\varepsilon_{e,p,c} = [(m_{e,p,c})^2 + (\mathbf{p}_{e,p,c})^2]^{1/2} = w_{e,p,c} + m_{e,p,c}$, где по определению $w_{e,p,c}$ – кинетическая энергия частиц, а $m_{e,p,c}$ и $q_{e,p,c}$ – массы и заряды частиц. В данной безразмерной системе единиц (см. разд. 1) введенные безразмерные постоянные величины масс и зарядов получились следующими: $m_e = 1$, $m_p = 1836$, $m_c = 1836 \times 12 = 22032$: $q_e = -1$, $q_p = 1$, $q_c = 6$.

Кинетические уравнения (1) для трех сортов частиц записаны для функций распределения частиц $f_{e,p,c}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ в фазовом пространстве, где векторы \mathbf{r} и \mathbf{p} означают радиус – вектор и импульс частиц по определению.

В рассматриваемой 3D–модели используются следующие граничные условия. В направлении оси z , в котором распространяется падающая плоская электромагнитная волна, эти граничные условия при линейной поляризации волны имеют вид:

$$E_x + B_y = 2a \cos t, \quad E_y - B_x = 0 \quad (\text{при } z = 0), \quad (3)$$

$$E_x - B_y = 0, \quad E_y + B_x = 0 \quad (\text{при } z = Z). \quad (3')$$

Падающая волна определяется известными соотношениями [8, с.147,152; 9]:

$$E_x = B_y = a \cos(z-t), \quad E_y = B_x = 0, \quad (4)$$

где a – безразмерная амплитуда волны в случае линейной поляризации. Подстановка соотношений (4) в (3) показывает, что граничное условие для падающей волны выполняется при $z = 0$. Легко убедиться в том, что другое граничное условие при $z = Z$, наоборот, не допускает существование встречной падающей волны. Отметим, что граничные условия (3) и (3') были впервые сформулированы в препринте [10].

Нетривиальность этих граничных условий состоит в том, что помимо учета падающей волны они удовлетворяют условию свободного выхода электромагнитных отраженных волн навстречу падающей волне [3]. В самом деле, самый общий вид для этих волн внутри плазмы следующий:

$$E_x = -B_y, \quad E_y = B_x. \quad (5)$$

При выполнении соотношений (5) их вектор Пойнтинга направлен отрицательно по оси z . Заметим, что это же соотношение означает, что наклонные отраженные электромагнитные волны нами не принимаются в расчет. По всей вероятности [3], их роль незначительна. Подстановка соотношений (5) в граничное условие (3) (при $z = 0$) показывает, что волны (5) ему удовлетворяют. Другими словами, на этой границе условие (3) выполняется для суперпозиции падающей волны (4) и перпендикулярных отраженных волн (5). Другое граничное условие (3'), наоборот, беспрепятственно пропускает выход электромагнитных волн, распространяющихся в положительном направлении оси z , поскольку они имеют самый общий вид:

$$E_x = B_y, \quad E_y = -B_x. \quad (5')$$

Расчетная область 3D–модели принимается в виде прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием (см. рис 1):

$$0 < x < X, \quad 0 < y < Y, \quad 0 < z < Z. \quad (6)$$

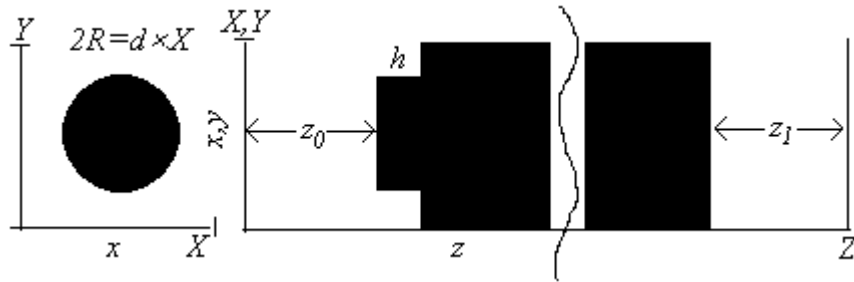


Рис. 1. Проекция начального состояния плазмы на плоскостях $(x, y, z = z_0)$, $(x, 0, z)$ и $(0, y, z)$ и выступов цилиндрической формы радиуса R и высоты h , расположенных на поверхности плазмы в её середине. Разрыв параллелепипеда подчеркивает его значительную протяженность вдоль оси z .

Граничные условия для x - и y -координат в 3D-модели ставятся для всех компонент электромагнитного поля и функций распределения электронов (e), протонов (p) и голых ядер углерода (c) периодическими. Физический смысл таких простейших граничных условий заключается в том, что реальная мишень, по сравнению с рис.1, складывается из множества подобных соседствующих параллелепипедов, причем цилиндрический выступ на нижней границе плазмы, изображенный на рис.1, качественно соответствует естественной шероховатости поверхности реальной мишени. Такая шероховатость обеспечивает нелинейный эффект аномального поглощения падающей электромагнитной волны в рассматриваемом случае сверхкритической плотности плазмы, как было впервые показано в нашей работе [4] и подтверждено потом в расчетах 2D-модели [11], а также в 3D-модели [7]. Предложенный механизм аномального поглощения рассматривается в настоящее время [5], строго говоря, как один из возможных механизмов такого поглощения. В представленной 3D-модели именно он приводит к интенсивному поглощению лазерного излучения, заданного в виде плоской падающей электромагнитной волны (4), несмотря на огромное превышение критической плотности (см. разд. 1).

Теперь можно еще уточнить начальные условия задачи 3D-модели. Зачерненная часть параллелепипеда на рис.1 изображает твердотельную неподвижную однородную плазму с безразмерной концентрацией электронов $n_0 = 325$ (рис.1), на нижней границе которой расположен обсуждаемый выше цилиндрический выступ. Приведем далее все геометрические параметры этого выступа: $h = 1.2$, $d = 0.6$, $R = 0.9$, тогда как размеры расчетной области задаются в следующем виде: $X = Y = 3$, $Z = 100$, $z_0 = 2$, $z_1 = 2$, причем вне начального расположения плазмы введены два вакуумных промежутка (z_0 и z_1), параметры, которые в 3D-модели варьируются.

Принятые периодические граничные условия по поперечным x - и y -координатам в сочетании с предположением о естественной шероховатости поверхности мишени означают, что диаметры выступов ($2R = 1.8$), их высота ($h = 1.2$) и расстояние между краями соседних выступов [$(X - 2R) = 1.2$] дол-

жны быть одного порядка величин, что и выполняется для данного набора. Для экономии времени расчета в данных моделях эти параметры не варьировались и были оптимизированы согласно [7].

Принципы численного расчета системы уравнений Власова–Максвелла для 3D–модели представлены в оригинальных работах [12] и [13]. Для расчета функций распределения частиц применяется метод макрочастиц, а для компонент электромагнитного поля – разностный метод.

Максимальное число макрочастиц всех сортов в описываемых расчетах 3D–модели не превышает 100 миллионов (а точнее говоря, 68499840), с пространственным шагом 0.05 и шагом по времени 0.00625, конечно, в безразмерных единицах.

3. Выбор безразмерных параметров 3D–модели

Помимо геометрических безразмерных параметров, приведенных в разделе 2, а также единственного параметра начального состояния плазмы $n_0 = 325$, в выражении для падающей электромагнитной волны (4) фигурировала амплитуда этой волны $a = 50\sqrt{2}$. Рассмотрим эту величину в размерном виде с учетом выбранных единиц для напряженностей электромагнитного поля (разд. 1). Для этого запишем плотность потока энергии, точнее говоря, его z –компоненту, перпендикулярную поверхности мишени (с величиной $\omega_0 = 1.79 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$),

$$H_z = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E}\mathbf{B}]_z = \frac{c}{4\pi} \left(\frac{m_e \omega_0 c}{e} \right)^2 a^2 \cos^2 t, \quad (7)$$

так что его усредненная по времени t величина будет равна

$$\bar{H}_z = 6.18 \cdot 10^{21} \text{ Вт/см}^2, \quad (7')$$

что превышает ту же величину в работах [2], [3] примерно в 20 раз. Заметим, что прежняя величина, равная $\bar{H}_z^* \approx 3 \cdot 10^{20} \text{ Вт/см}^2$, соответствовала экспериментальным возможностям петаваттного лазера в [1]. Далее, наряду с выбором (7') мы мотивируем это увеличение амплитуды $a = 50\sqrt{2}$ результатами дополнительных расчетов 3D–модели, которые с прежним значением величины $a = 10$ ([2], [3]) оказались в случае плотности мишени $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$ совершенно неинтересными с физической точки зрения. Таким образом, оба основных безразмерных параметра мишени n_0 и a заданы:

$$n_0 = 325, \quad a = 50\sqrt{2} \approx 70.7. \quad (8)$$

Для окончательной формулировки 3D–модели требуется еще выбрать временной параметр t_f – продолжительность импульса лазерного излучения, и мотивировать указанный выше параметр $Z = z_0 - z_1$ – толщину пластиковой мишени. Обе эти величины задаются соответствующими экспериментам [1], точнее говоря, их минимальными значениями, в точности совпадая с этими значениями в наших предыдущих работах [2], [3]:

$$t_f = 1000, \quad Z - z_0 - z_1 = 96. \quad (9)$$

В размерном виде они будут равны (см. разд. 1, [3]): $\tilde{t}_f = 1000 / \omega_0 = 5.59 \cdot 10^{-13}$ с, $\tilde{Z} - \tilde{z}_0 - \tilde{z}_1 = 96 \cdot c / \omega_0 = 1.61 \cdot 10^{-3}$ см, тогда как минимальные значения этих же величин в [1] указаны следующими:

$$\tilde{t}_{\min} \approx 5 \cdot 10^{-13} \text{ с}, \quad \tilde{Z}_{\min} \approx 2.0 \cdot 10^{-3} \text{ см}. \quad (9')$$

Разумеется, именно вычислительные возможности ограничивают нас при выборе этих параметров 3D-модели в (9), (см.[2]).

Запишем ниже всю полную совокупность безразмерных параметров 3D-модели, следуя их предыдущему выбору:

$$n_0 = 325, \quad a = 70.7, \quad X = Y = 3, \quad Z = 100, \quad z_0 = z_1 = 2, \quad h = 1.2, \quad d = 0.6, \quad R = 0.9. \quad t_f = 1000. \quad (10)$$

Остается еще добавить сюда время окончания расчета 3D-модели $t_{fin} = 2500$ с некоторыми вариациями, причем только в большую сторону.

Представляется, что для рассматриваемой 3D-модели довольно убедительно выше выбран набор безразмерных параметров в (10). Если же имеются некоторые сомнения в таком выборе, то можно привести еще некоторые аргументы его обоснованности. Казалось бы, что методически интересно было бы рассмотреть 3D-модель с удвоенными значениями, скажем, геометрических параметров из (10). Однако численное решение для такого варианта 3D-модели оказалось бы практически затруднительным, поскольку число требуемых макрочастиц (при условии выполнения точности решения) возрастает, грубо говоря, на порядок величины и делается равным миллиарду макрочастиц.

В данной работе мы ограничились некоторыми вариантами дополнительных расчетов, например, вариантом с увеличением параметра t_f (при сохранении величины a). При $t_f = 2000$ ($t_{fin} = 2500$) никакого заметного изменения результатов не получилось. Дополнительный расчет был проделан при уменьшении другого ключевого параметра из (10), а именно, при уменьшении величины n_0 в два раза (плотность мишени тогда равна $\rho_0 = 0.5 \text{ г/см}^3$). Он также продемонстрировал весьма слабое влияние на результаты решения.

Более актуальным, как нам кажется, было проведение в данной работе некоторых иных дополнительных расчетов 3D-модели. В частности, добавочную уверенность в обосновании периодических граничных условий в x -, y -координатах придает дополнительный кратковременный расчет с утроенными значениями параметров X и Y , так что вместо одного параллелепипеда для расчетной области их задается девять, причем одного и того же вида, но при следующих значениях параметров задачи: $a = 0.05$, $n_0 = 10$, $Z = 11$. При этом проблематичные периодические граничные условия были перенесены на общие границы этого «девятикратного параллелепипеда». Такой дополнительный расчет не обнаружил сколько-нибудь заметного изменения результатов, конкретно полученных на средней линии первоначального

параллелепипеда с координатами $x = y = 4.5$. Тем самым была продемонстрирована нечувствительность численного решения к поперечным размерам расчетной области.

4. Результаты расчетов 3D-модели: интегральные величины и критерий точности расчетов

Данный раздел был подробно представлен в работе [2], но для случая круговой поляризации лазерного излучения при $a=10$. В подобных безразмерных единицах ниже будет дана серия рис. 2–5 до момента времени $t_{fin} = 2500$. При обсуждении этих рисунков некоторые результаты приводятся в размерных единицах, что специально оговаривается. Напомним, что амплитуда падающей электромагнитной волны в (10) задана равной $a = 70.7$, что превышает величину a из [2] в 7.07 раза, а величина полной энергии лазерного импульса в 25 раз больше заданной в [2] и определяется следующей формулой для зависимости от времени t :

$$U_L(t) = \frac{1}{2} a^2 XYt \quad (\text{при всех } t \leq t_f). \quad (11)$$

Эта величина дана на рис.2, причем после момента времени t_f она становится постоянной, равной примерно $2.25 \cdot 10^7$, превышая аналогичную величину $9 \cdot 10^5$ (см. [2]), как и следовало ожидать. В результате эффекта отражения плазма воспринимает, согласно 3D-модели, полную энергию, данную величиной U_0 на рассматриваемом рис.2. Замечательно, что отношение величин U_0 / U_L стало несколько больше, чем это было (0.37) в [2]: в данном расчете оно составляет асимптотическую величину 0.44 при $t > t_f$. Заметим, что этот нелинейный эффект имеет место несмотря на значительное увеличение параметра сверхкритичности, который, очевидно, увеличился в данном расчете в 32.5 раза! Величина W на рис.2 является суммарной кинетической энергией всех частиц (электронов, голых ядер углерода и протонов) и определяется формулой:

$$W(t) = \sum_{i=e,p,c} \int_0^X dx \int_0^Y dy \int_0^Z dz \cdot w_i f_i d\mathbf{p}, \quad (12)$$

где w_i – кинетическая энергия i -го сорта, согласно данному выше определению этой безразмерной величины, а f_i – соответствующие функции распределения частиц сорта i в фазовом пространстве. Величина $W(t)$ достигает своего максимума при $t = 1022$, т. е. чуть позже момента окончания лазерного импульса ($t_f = 1000$), и составляет внушительную величину – около половины ($5.41 \cdot 10^6$) от величины воспринятой энергии U_0 . Падение величины $W(t)$ со временем при $t > 1000$ в основном обусловлено уходом из плазмы частиц через границу $z = Z$, причем энергия последних W_Z дана на рис.2. При этом

интересно, что максимум величины W_Z ($6.47 \cdot 10^6$) получается примерно равным максимуму кривой $W(t)$. Наконец, величина $U_p(t)$, равная суммарной энергии электромагнитного поля внутри плазмы, оказывается сравнительно ничтожной, как и её выход через ту же границу U_Z . Приведем формулу для величины $U_p(t)$, представленную в [2]:

$$U_p(t) = \frac{1}{2} \int_0^X dx \int_0^Y dy \int_0^Z dz \left[(\mathbf{E})^2 + (\mathbf{B})^2 \right]. \quad (13)$$

На последующих рис.3 и рис.4 даны зависимости суммарных кинетических энергий частиц от времени t в более мелком масштабе, где отчетливо видно, сколь значителен эффект ухода частиц не только через границу $z=Z$, но и через границу $z=0$ (отношение W_Z/W_0 грубо равно 4). Наибольший интерес, однако, как это уже отмечалось выше, представляет рис.4, где видно огромное преимущество энергии электронов W_e над энергиями ядер углерода W_c и протонов W_p . Весьма важный эффект ускорения протонов внутри плазмы получился довольно скромным в отношении величины W_p , что и приходилось ожидать (см.[3]), но спектры выходящих частиц дают иные результаты (см. ниже).

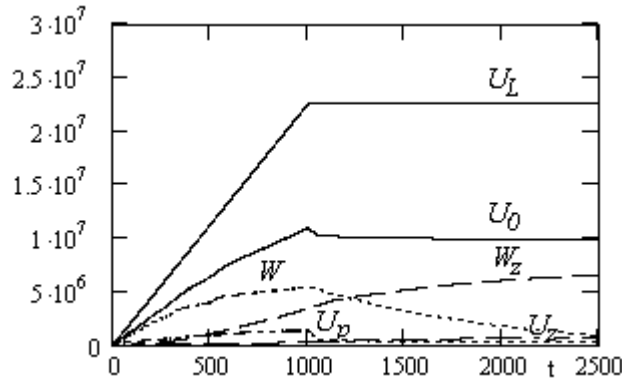


Рис.2 U_L – энергия падающей электромагнитной волны; U_0 – энергия, воспринятая плазмой через границу $z=0$.; W – суммарная энергия электронов, протонов и ядер углерода в расчетной области; U_p – энергия электромагнитного поля в расчетной области; U_Z и W_Z – энергия поля и суммарная энергия частиц, покинувших плазму через границу $z=Z$.

Рассмотренные интегральные энергии W , U_p и U_L , определенные формулами (12), (13) и (11) соответственно, очевидно, должны удовлетворять закону сохранения энергии с учетом полной энергии отраженных волн $U_s = U_L - U_0$, где U_0 – полная энергия, воспринятая плазмой, в виде:

$$U_L = W + U_p + W_Z + W_0 + U_Z + U_s. \quad (14)$$

В законе сохранения (14) все величины являются функциями времени t , а дополнительные слагаемые U_Z , W_Z и W_0 определяются граничными условиями, причем W_Z и U_Z – потери энергии частиц и электромагнитной энергии через верхнюю границу расчетной области ($z = Z$) соответственно, а функция W_0 – потеря энергии частиц через нижнюю границу. Очень важно отметить, что выполнение закона сохранения энергии используется в качестве критерия точности расчета путем определения его расчетного дисбаланса. В представленном здесь расчете он ниже 1%, что следует рассматривать как достаточную точность вычислений 3D-модели.

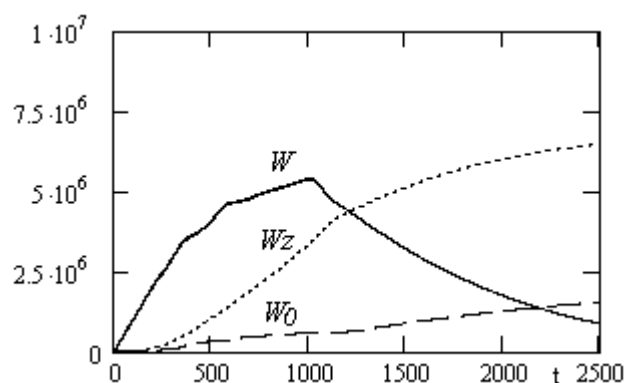


Рис.3 W – суммарная энергия электронов, протонов и ядер углерода в расчетной области; W_0 – энергия частиц, покинувших плазму через границу $z = 0$; W_Z – энергия частиц, покинувших плазму через границу $z = Z$.

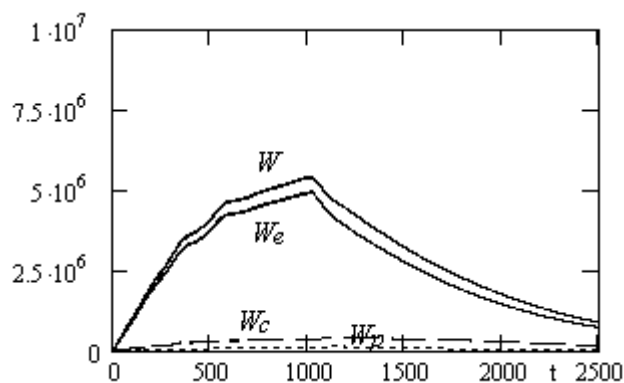


Рис.4 W – суммарная энергия электронов, протонов и ядер углерода в расчетной области; W_e , W_c , W_p – энергии электронов, ядер углерода и протонов соответственно.

Завершим обсуждение рис.2–4 представлением всех этих энергий, включая и энергию электромагнитного поля (со знаком тильда) в размерных единицах ([2]):

$$\tilde{W}_k(t) = K_0 W_k(t) \quad K_0 = 3.87 \text{ эрга.} \quad (15)$$

Коэффициент перевода безразмерных величин в размерные выражается через множитель K_0 с формулой: $K_0 = m_e^2 c^5 / (4\pi\omega_0 e^2)$.

Особый интерес вызывает рис.5, где изображена зависимость от времени в виде кривой отклонения от закона электронейтральности, выполненного для плазмы в начальных условиях. Данная кривая определяется, очевидно, формулой:

$$\delta = (N_p + 6N_c - N_e) / N_e, \quad (16)$$

где фигурируют интегральные концентрации протонов, ядер углерода и электронов во всей расчетной области N_p , N_c и N_e , соответственно. Как видно из рис.5, величина отклонения δ из (16) довольно мала все время, чем она отличается от той же величины в водородной плазме [2], будучи менее $1.1 \cdot 10^{-3}$, хотя ей свойственны тоже пульсации при преобладающих положительных значениях этой величины.

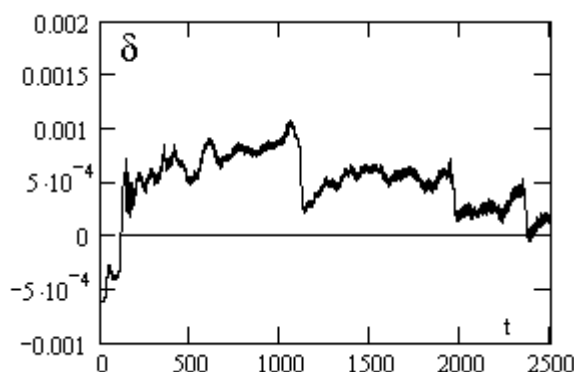


Рис.5 Кривая $\delta = (N_p + 6N_c - N_e) / N_e$ отклонения от интегрального закона электронейтральности плазмы ($-6 \cdot 10^{-4} \leq \delta < 1.1 \cdot 10^{-3}$).

В заключение данного раздела приводим также так называемые погонные концентрации частиц, которые проинтегрированы по $x - y$ -координатам, так что они зависят только от координаты z . По определению, погонные концентрации частиц сорта k $n_k(z)$, представленные на рис.6, соответствуют их интегральным концентрациям согласно соотношению $N_k = \int_0^z n_k(z) dz$. На рис.6

эти погонные концентрации приводятся для трех моментов времени, наступающих сразу после окончания импульса лазерного излучения. Особенно характерен первый момент времени $t = 1000$, когда видно вытеснение плазмы падающей электромагнитной волной. Важно отметить, что крутой фронт вытеснения у протонов расположен при $z \approx 50$, а фронты электронов и ядер углерода значительно отстают, находясь около координаты $z \approx 30$. Для двух

последующих моментов времени $t = 2000$ и $t = 2500$ именно протоны покидают расчетную область наиболее значительно.

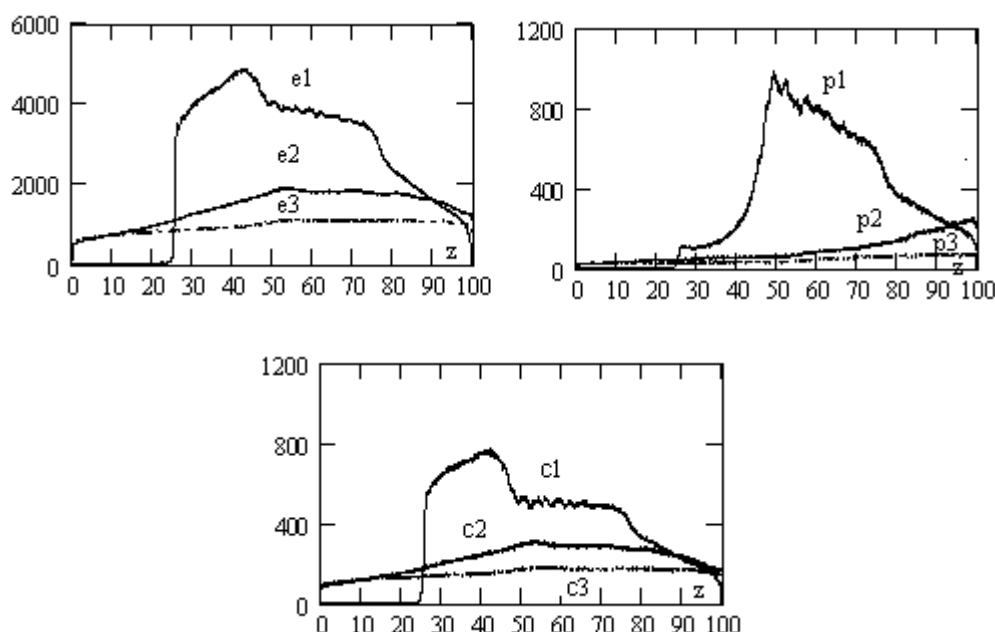


Рис.6 Погонные концентрации частиц $n_k(z)$ на три момента времени для электронов, протонов и ядер углерода: 1 – $t = 1000$, 2 – $t = 2000$, 3 – $t = 2500$.

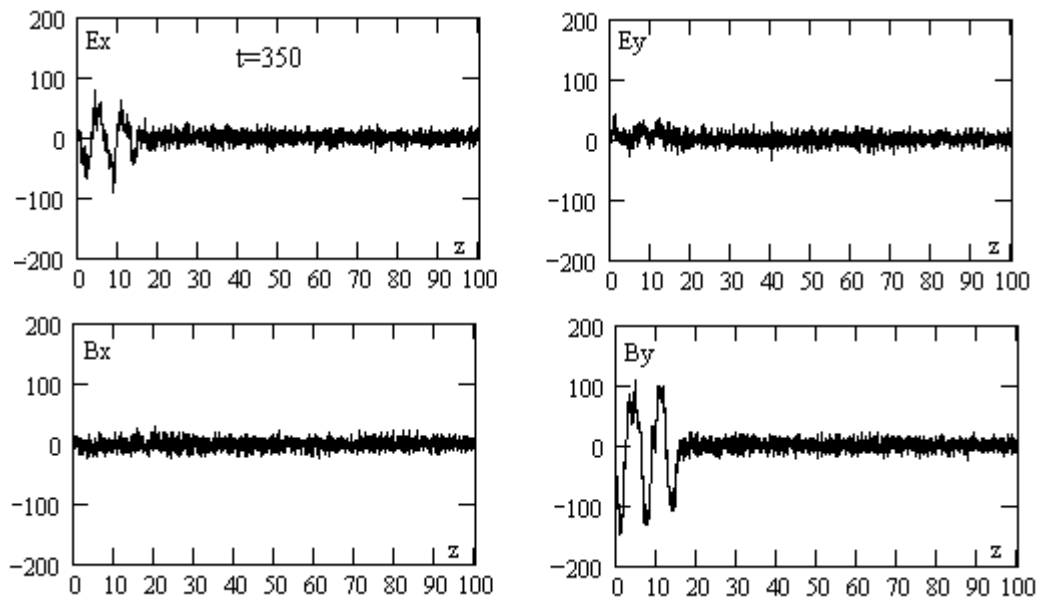
Заметим, что согласно расчетам к моменту $t_{fin} = 2500$, моменту окончания расчета 3D-модели, область фактически покинули через нижнюю и верхнюю границу плазмы 89% протонов, 61% ядер углерода и 65% электронов, значительная часть плазмы.

5. Результаты расчетов 3D-модели: шесть компонент локального электромагнитного поля

Этим разделом начинается рассмотрение трехмерной кинетики трехчастичной плазмы. На рис.7 приводятся величины напряженностей электромагнитного поля (x -, y -компоненты) на средней линии расчетной области с координатами $x = y = 1.5$ в зависимости от координаты z (пары E_x, B_y и E_y, B_x). Напомним, что в падающей электромагнитной волне ненулевыми являются компоненты первой пары. Эти величины даются для трех характерных моментов времени $t_1 = 350$, $t_2 = 500$ и $t_3 = 1000$. При амплитуде волны компонент E_x и B_y , равных параметру $a = 70.7$ из (8), их амплитуды внутри плазмы несколько превышают величину a – становятся ближе к величине 100 (особенно четко для компоненты E_x). Такое превышение согласуется качественно с нашей интерпретацией в [3], поскольку эти компоненты являются суперпозицией падающей и отраженной волн. Близкая к синусоидальной форме компонента E_x к

моменту времени t_3 достигает глубины проникновения в плазму мишени координаты $z \approx 25$, причем различия между первым и третьим моментами времени весьма малы – вместо двух пространственных периодов при $t_1 = 350$ к моменту $t_3 = 1000$ имеется четыре таких периода. Это означает, что проникновение внутрь плазмы электромагнитного поля затормаживается при глубине проникновения около $z = 25$. Такое предположение также оправдывается в дополнительном расчете 3D–модели с продлением времени импульса лазерного излучения до $t_f = 2000$, так как даже в нем глубина проникновения не превысила величины $z \approx 30$ (притом для моментов времени $t \approx 1500$ число пространственных периодов тоже оказалось около четырех).

Таким образом, в данной 3D–модели глубина проникновения поля получается равной $z \approx 25$. В этом результате расчетов проявляется резкое отличие от наших предыдущих расчетов в электрон–протонной плазме [3], где происходило полное проникновение поля вплоть до $z \approx Z = 100$, причем начиная с момента времени $t \approx 1300$. Стоит еще отметить, что компонента B_y в области проникновения значительно отличается от E_x в промежуточный момент $t = 500$, почти утрачивая синусоидальную форму. Что касается всех координат при $z > 25$ на рис.7, то там возникает область почти хаотических изменений всех компонент поля с чрезвычайно маленькой пространственной длиной волн, по всей вероятности, в виде характерных плазменных колебаний весьма высокой амплитуды около 25, что всего в три–четыре раза уступает амплитуде падающей волны. Этот результат расчета 3D–модели качественно совпадает с данными из расчетов в [3].



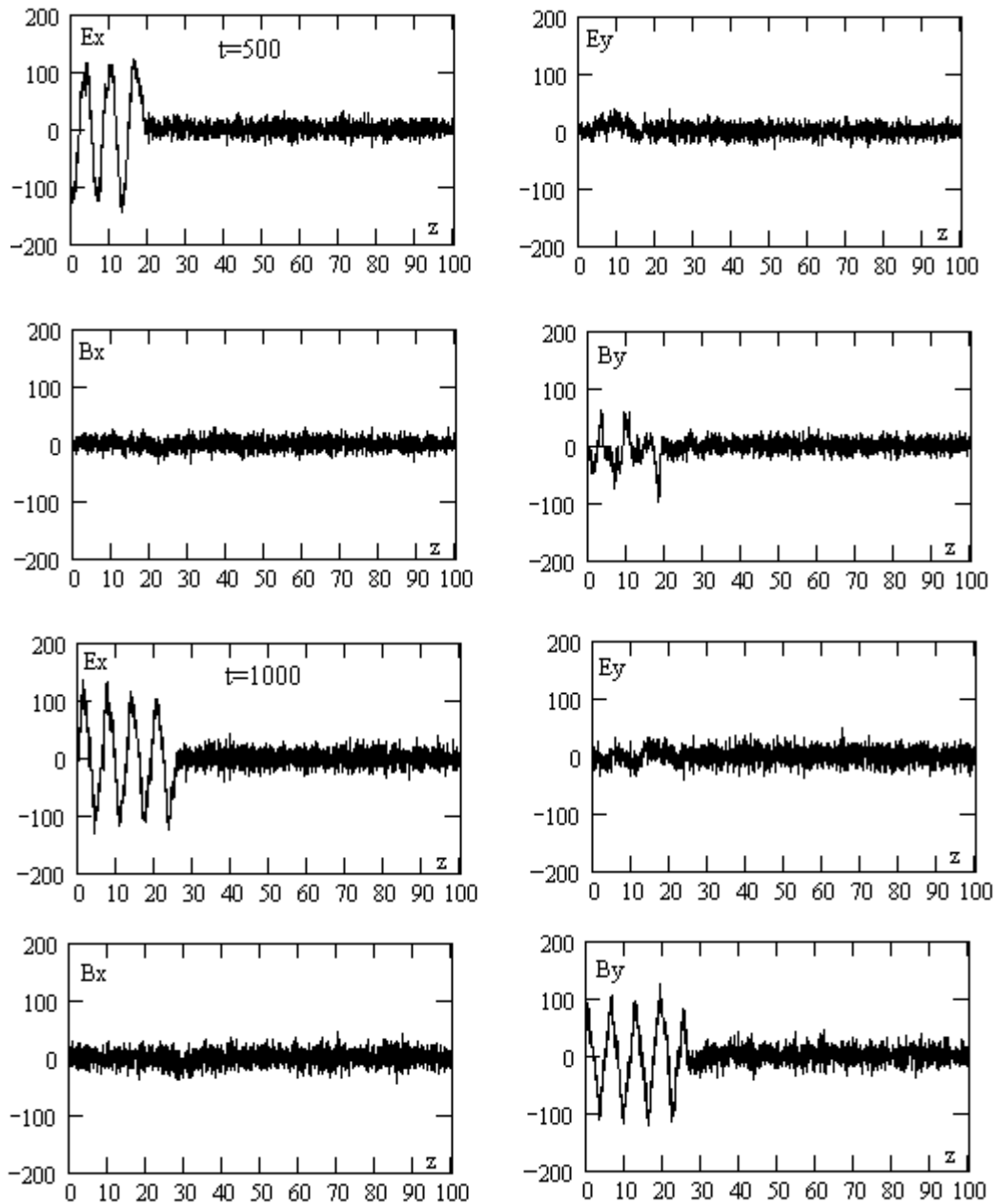


Рис.7 Компоненты электромагнитного поля внутри плазмы в зависимости от координаты z ($x = y = 1.5$) для пар E_x, B_y и E_y, B_x и для трех моментов времени $t_1 = 350$, $t_2 = 500$ и $t_3 = 1000$.

Несмотря на полученное затормаживание падающей в суперпозиции с отраженной электромагнитных волн, процесс ускорения частиц и их преимущественный выход через верхнюю границу расчетной области (задняя стенка мишени) развивается весьма эффективно (см. ниже).

Две оставшиеся компоненты поля E_z и B_z качественно подобны по своим свойствам таковым в [3] и соответствуют, по всей вероятности, плазменным колебаниям с очень маленькой пространственной длиной волн. Отметим, что в отличие от результатов, полученных в [3], для компонент поля E_x и B_y не имеет места эффект модуляции амплитуд поля в области проникновения падаю-

щей электромагнитной волны лазерного излучения, возможно, из-за низкой скорости такого проникновения.

Замечательным свойством обсуждаемых компонент электромагнитного поля является то, что они представляют собой первичную информацию о результатах расчета 3D-модели для величин, входящих в исходную систему уравнений Максвелла (2).

6. Энергетические спектры частиц вне плазмы мишени

Далее перейдем к демонстрации и обсуждению энергетических спектров протонов (Ψ_p), ядер углерода (Ψ_c) и электронов (Ψ_e), покинувших расчетную область 3D-модели через её верхнюю границу ($z = Z$). Весьма заметный рост выходящих частиц происходит в те моменты времени, когда согласно рис.6 погонные концентрации частиц достигают этой границы, т.е. при $t \sim 1000$ (см. передние крутые фронты там для кривых $p1$, $e1$ и $c1$ у координаты $z \approx 80$). На рис.8а приводятся спектры для ранних моментов времени $t = 750$, $t = 1000$ и $t = 1250$, которые для протонов имеют вид высокого и узкого пика при энергии $w_p \approx 30 - 40$, а для электронов – широкого пика, почти равного протонному пику у той же энергии. Спектры ядер углерода совершенно ничтожны по сравнению со спектрами протонов и электронов в эти ранние моменты времени. Тем не менее их максимальная высота получается при значительно более высоких энергиях $w_c \sim 230$ (в грубом соответствии с величиной Z / A !). Наверное, стоит отметить, что совсем невелико количественное отличие спектров на рис.8а от спектров протонов и электронов на рис. 4 в [3]: примерно в два-три раза они превосходят пики в последней работе. В самом деле, такое сравнительно небольшое отличие получается несмотря на разницу в плотности потока энергии в 25 раз и при изменении поляризации лазерного излучения. Впрочем, в [3] согласно рис.4, возникали еще другие пики при более низких энергиях $w_p \sim 10 - 20$ с высотами около таковых у главного пика на рис.8а.

На рис.8б представлены те же спектры частиц плазмы, но в более поздние моменты времени $t = 2000$ и $t = 2500$. Прежде всего, они показывают почти полное совпадение между собой у первых двух строк всех изображенных кривых (в особенности для протонов), т.е. свидетельствуют об установлении в эти моменты времени так называемых (см. [3]) окончательных энергетических спектров у протонов и ядер углерода в результате взаимодействия импульса лазерного излучения с мишенью, причем, напомним, со временем импульса $t_f = 1000$.

Несколько иначе ведут себя энергетические спектры электронов, изображенные на третьей строке рис.8б. Эти спектры испытывают некоторое изменение, так что к последнему моменту $t = 2500$ высота пика увеличивается по срав-

нению с моментом $t = 2000$ примерно в 1.5 раза. Отметим, что окончательная высота электронного спектра при $w_e \sim 10$ достигает очень больших значений $\Psi_e \sim 6000$, причем превосходит на порядок величины такой же пик на рис.4 [3]. Вообще, электронные спектры, как и в расчетах [3], отличаются гладкостью кривых во все время взаимодействия лазерного импульса с мишенью (рис.8а и рис.8б). Их распространение до очень высоких энергий $w_e \sim 500$ происходит с самого начала взаимодействия (эти же рисунки).

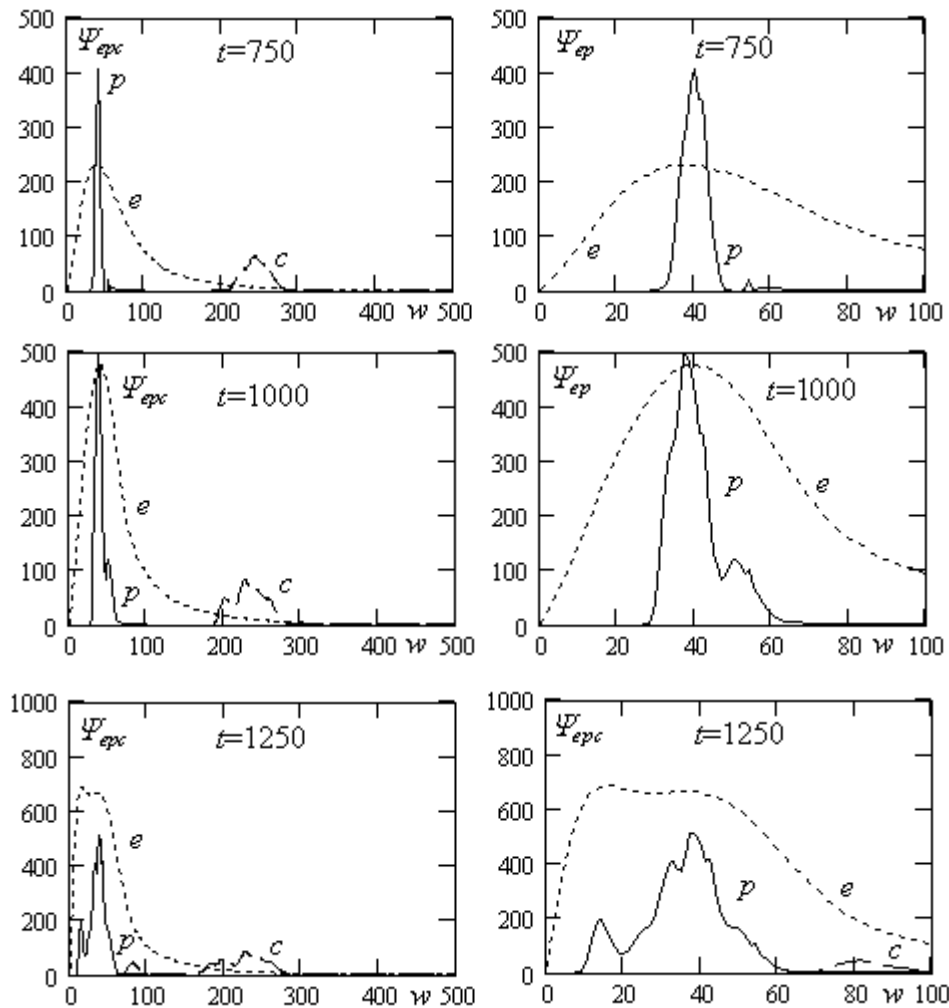


Рис.8а Энергетические спектры протонов Ψ_p (сплошные линии), электронов Ψ_e (пунктирные линии) и ядер углерода Ψ_c (прерывистые линии) на верхней границе расчетной области ($z = Z = 100$) для трех ранних моментов времени: $t = 750$, $t = 1000$ и $t = 1250$. Правая колонка графиков имеет сокращенный по оси абсцисс масштаб $w_{\max} = 100$ (вместо $w_{\max} = 500$ у левой колонки).

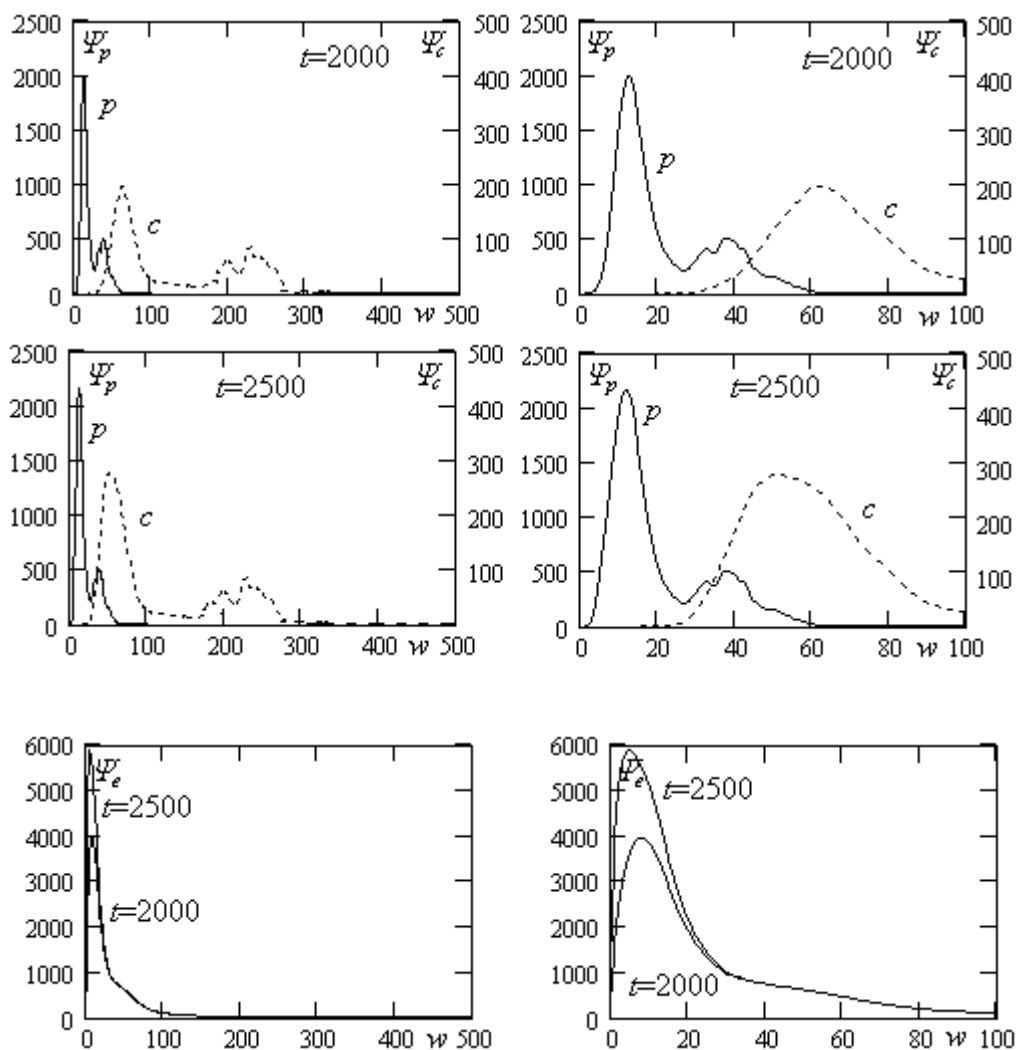


Рис.8б Энергетические спектры протонов Ψ_p (сплошные линии), ядер углерода Ψ_c (пунктирные линии) на верхней границе расчетной области ($z = Z = 100$) для двух поздних моментов времени $t = 2000$ и $t = 2500$ (первые две строки рисунка). Энергетические спектры электронов Ψ_e в те же моменты времени при тех же координатах ($z = Z = 100$) – третья нижняя строка рисунка.

Возвращаясь к обсуждению энергетических спектров протонов и ядер углерода (рис.8б), следует особо подчеркнуть, что они обладают двугорбым характером, причем в обоих спектрах первый «горб» размещается у низких энергий, соответственно, у $w_p \sim 20$ и $w_c \sim 60$, хотя в ранние моменты времени (рис.8а) они были едва намечены, а в поздние моменты (рис.8б) приобрели доминирующий характер у двугорбых кривых. В расчетах [3] такое же явление (возникновение «горбов» у низких энергий окончательных спектров) получилось в протонных спектрах.

В заключение этого довольно подробного обсуждения полученных в расчетах 3D–модели энергетических спектров полезно указать на соответствующие размерные величины. Для перевода безразмерных величин спектров в раз-

мерные требуется умножить величины Ψ_p, Ψ_c и Ψ_e на постоянный множитель $m_e c^3 / 4\pi e^2 \omega_0 = 4.71 \cdot 10^6$ и получить искомые величины, заметим – в безразмерных единицах, поскольку приведенная выше величина является сама по себе безразмерной (см. [3]). Между прочим, в отличие от размерной величины энергии с соответствующим значением $\tilde{w}_e = m_e c^2 w_e$, где $m_e c^2 = 8.187 \cdot 10^{-7}$ эрга.

Определенный интерес вызывает весьма сильная зависимость представленных энергетических спектров частиц от еще одного безразмерного параметра 3D-модели, а именно от продолжительности лазерного импульса t_f . Эта зависимость получена в дополнительном расчете с величиной $t_f \approx 2000$, т. е. с удвоением полной энергии лазерного излучения при сохранении всех остальных параметров основного варианта расчетов неизменными. Наиболее чувствительными к такому изменению параметра t_f оказались, по всей вероятности, энергетические спектры, в частности спектры протонов, изображенные на рис.9 для момента времени окончания этого расчета $t_{fin} = 2500$. Снова отчетливо видна двугорбая форма этих спектров, хотя как раз у протонов эти два «горба» как бы поменялись местами: доминирующим стал «горб» при большей энергии с $w_p \sim 40$, а не $w_p \sim 20$, как было в основном расчете (рис.8б). Даже возросла и величина Ψ_p в этом максимуме примерно на 15% (по сравнению с прежним доминирующим «горбом»), следствие увеличения вложенной в плазму энергии лазерного импульса. Что касается спектра ядер углерода, то в них также заметна смена положения максимального «горба» по сравнению с основным вариантом (от $w_c \sim 60$ к $w_c \sim 200$), хотя величина $\Psi_c \sim 250$ почти не изменилась.

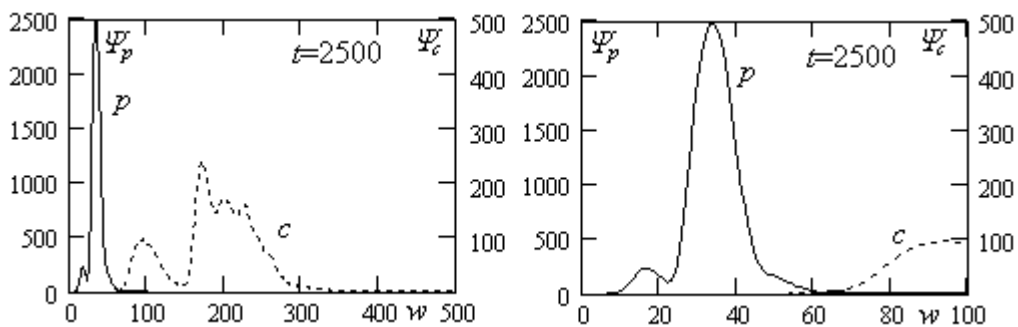


Рис.9 Окончательные энергетические спектры протонов Ψ_p (сплошные линии) и ядер углерода Ψ_c (пунктирные линии) на верхней границе расчетной области ($z = Z = 100$) для дополнительного расчета с параметром $t_f = 2000$.

Таким образом, в представленной 3D-модели обнаруживается особая чувствительность окончательных энергетических спектров протонов к продолжительности лазерного импульса в рамках эксперимента [1]. Подчеркнем, что практически все другие характеристики задачи изменились заметно меньше

(см. также разд. 5). Все же следует отметить, что еще одна характеристика этого дополнительного варианта 3D-модели – отношение величин потерь полных энергий плазмы через обе границы расчетной области W_Z / W_0 , равная примерно четырем (см. рис.3), получилась заметно выше – равной десяти. Это означает, что в дополнительном варианте роль нижней границы для энергетических потерь стала еще более второстепенной в общем балансе энергии.

Чтобы еще продемонстрировать малое влияние увеличения продолжительности лазерного импульса, приводим следующие величины для исхода частиц из расчетной области 3D-модели к одному и тому же моменту времени $t_{fin} = 2500$: 91% протонов, 61% электронов и 56% ядер углерода (точность выполнения баланса энергии оказалась равной 0.3%), почти совпадающие с такими данными в разд. 4.

7. Суммарные импульсы частиц плазмы и электромагнитного поля вне плазмы мишени. Закон сохранения импульса в 3D-модели

Прежде чем рассматривать эволюцию во времени импульсов частиц и электромагнитных полей, представим изменения во времени суммарных энергий всех трех сортов частиц по отдельности. На рис.10 даны эти суммарные энергии для всех частиц, покинувших расчетную область через границу $z = Z = 100$, и вдобавок, их сумма W_Z , уже изображенная на рис.3. Существенно, что с течением времени величина W_Z значительно превосходит две другие величины на рис.3, W и W_0 , а на рис.10 из составляющих её слагаемых самой большой становится электронная величина W_{Ze} и наименьшей – протонная величина W_{Zp} . Важно подчеркнуть, что закон сохранения энергии (14) в рассматриваемой 3D-модели, в котором величина W_Z является одним из слагаемых, выполняется с очень высокой точностью.

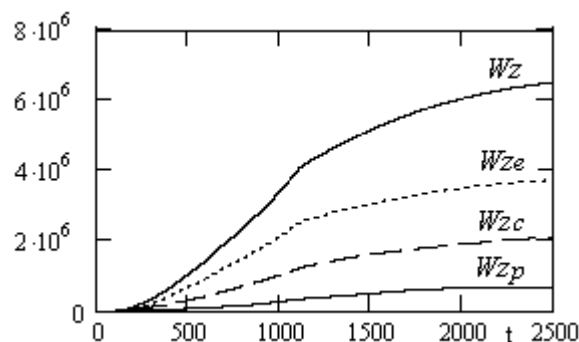


Рис.10 Зависимость от времени суммарных энергий электронов (W_{Ze}), ядер углерода (W_{Zc}) и протонов (W_{Zp}) и их суммы W_Z , покинувших расчетную область через границу $z = Z = 100$.

Далее перейдем к основному содержанию данного раздела и рассмотрим суммарные величины импульсов для всех частиц, покинувших расчетную область через обе её границы: I_0 (нижняя граница $z=0$) и I_Z (верхняя граница $z=Z=100$). Уточним, что в это рассмотрение входят только z -компоненты частиц плазмы: P_{zc} (ядра углерода), P_{zp} (протоны) и P_{ze} (электроны), так что:

$$I_0 = P_{0zc} + P_{0zp} + P_{0ze}, \quad I_Z = P_{Zzc} + P_{Zzp} + P_{Zze} \quad (17)$$

для всех покинувших расчетную область частиц к моменту времени t . Чтобы сформулировать закон сохранения импульса мы прежде всего должны добавить к сумме величин $I_0 + I_Z$ еще величину суммарной z -компоненты импульсов всех частиц, оставшихся в расчетной области к моменту t

$$P_z = P_{zc} + P_{zp} + P_{ze}. \quad (17')$$

Заметим, что величина I_0 из (17) имеет противоположный знак, чем величина I_Z , т. е. отрицательный. Сумму величин $I_0 + I_Z + P_z$ из (17) и (17') следует далее приравнять к суммарному импульсу лазерного излучения $U_L + U_s - U_Z$, где U_Z – потери энергии электромагнитного поля через верхнюю границу расчетной области, причем все величины для электромагнитных энергий положительные, согласно [2] и [3]:

$$I_0 + I_Z + P_z \simeq U_L + U_s - U_Z. \quad (18)$$

Именно соотношение (18) выражает закон сохранения импульса в 3D-модели, если пренебрегается энергией электромагнитного поля внутри расчетной области, что, очевидно, справедливо при $t > t_f$, а точнее говоря, в последний момент времени $t = t_{fin}$. Что касается правой стороны в (18), как известно (см. [8]), величины энергии и импульса электромагнитного поля совпадают между собой в выбранной нами безразмерной системе единиц (подробности см. в [2] и [3]). Суммарный импульс оставшихся в расчетной области частиц плазмы в отличие от электромагнитной энергии, напротив, учитывается в законе (18), поскольку к моменту t_{fin} их доля оказалась сравнительно велика: 11% протонов, 39% ядер углерода, 35% электронов.

На рис.11 представлены все величины, входящие в закон сохранения импульса (18) в зависимости от времени t .

Приведем значения всех величин на рис.11 для момента времени $t = t_{fin} = 2500$:

$$I_0 = -1.486 \cdot 10^7, \quad I_Z = 4.862 \cdot 10^7, \quad P_z = -7.523 \cdot 10^5, \quad U_L + U_s = 3.527 \cdot 10^7,$$

$U_Z = 7.183 \cdot 10^5$. На основе последних данных интересно сделать оценку точности выполнения закона сохранения импульса (18). Она составляет 4.56 %, причем левая сторона $I_0 + I_Z + P_z = 3.301 \cdot 10^7$, а правая, которая её превышает, $-U_L + U_s - U_Z = 3.455 \cdot 10^7$. По всей вероятности, такая недостаточность левой стороны равенства (18), как уже указывалось выше, объясняется тем, что слева не был учтен вклад в импульс остатков электромагнитного поля, притом такой

сравнительно малой и положительной величины $1.54 \cdot 10^5$. Нужно признать, что мы отказались от попытки сделать обоснованный учет подобного импульса поля.

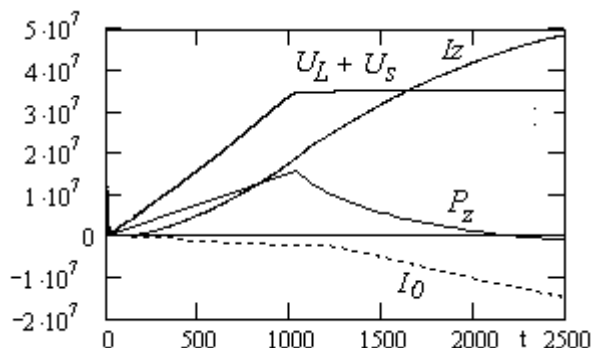


Рис.11 Зависимости от времени суммарного импульса электромагнитного поля с учетом отраженной и потерянной волн $U_L + U_S - U_Z$, суммарного импульса I_0 частиц плазмы, покинувших расчетную область через нижнюю и I_Z – через верхнюю границы расчетной области и P_z – суммарного импульса оставшихся в расчетной области частиц.

Далее на рис.12а,б представлены вклады в величину импульса всех частиц плазмы мишени как функции времени, подобно данным рис.10 для энергий частиц. В момент $t = t_{fin} = 2500$ суммарный импульс протонов P_{Zcp} уступает соответствующей величине суммарного импульса ядер углерода P_{Zzc} в 4.7 раза, тогда как эта величина для электронов P_{Zze} меньше первой в 2.7 раза. Важно отметить, что вклад протонов в суммарный импульс оказался вторым, а не третьим, как на рис.10.

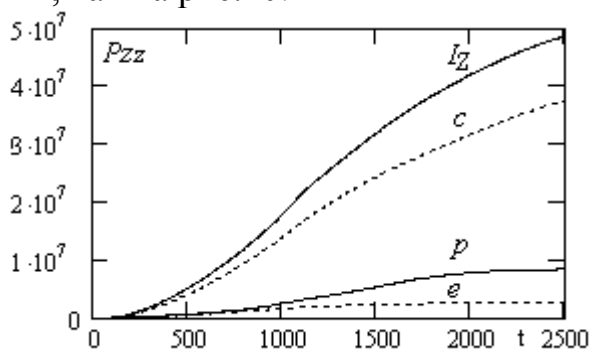


Рис.12а

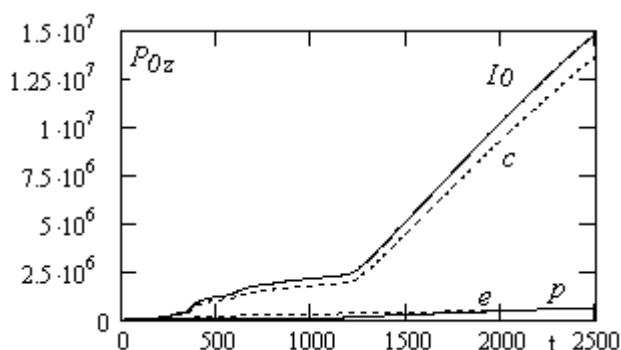


Рис.12б

Рис.12 Зависимости от времени суммарных z – компонент импульсов c – для ядер углерода (P_{Zzc}), p – протонов (P_{Zcp}) и e – электронов (P_{Zze}) и их суммы (I_Z) для частиц, покинувших расчетную область через верхнюю границу $z = Z = 100$ (рис.12а), а также то же самое для величин (P_{0zc}), (P_{0cp}), (P_{0ze}) и их суммы (I_0) через нижнюю границу $z = 0$ (рис.12б).

На рис.12а и 12б представлены по отдельности вклады в величину импульса всех частиц плазмы мишени как функции времени t , подобно данным рис.11. Согласно рис.12а в момент t_{fin} отношение величин $(P_{Zzc} + P_{Zzp}) / P_{Zze} \approx 15$, так что в рассматриваемом процессе взаимодействия лазерного излучения (падающей электромагнитной волны с учетом отраженной волны) с веществом мишени 3D–модель продемонстрировала преимущественную передачу импульса излучения ядрам углерода и протонам. На нижней границе расчетной области $z=0$ (согласно рис. 12б) преимущество у ядер углерода оказалось тогда же еще заметнее, так как отношения $P_{0zc} / P_{0zp} \sim 20$, а $P_{0zp} / P_{0ze} \sim 1$, но эти величины, по сравнению с данными для верхней границы, существенно меньше (см. предыдущую оценку в момент t_{fin}).

Предложенный в нашей работе [3] механизм ускорения в результате передачи импульса протонам в электрон–протонной плазме осуществляется и в веществе пластиковой мишени, но при этом голые ядра углерода получили заметное преимущество перед протонами. Впрочем, грубая оценка этой роли ядер углерода в [3] со ссылкой на свойства силы Лоренца уточнена количественно в 3D–модели: высокоэнергичные пики в спектрах протонов сохранились, а вне мишени имело место преимущество в числе протонов над голыми ядрами углерода.

Наконец, приведем простые формулы для суммарных импульсов частиц плазмы, входящих в величину I_Z из (17) и выражающих их суммарные импульсы через энергетические спектры частиц, покинувших расчетную область через верхнюю границу, представленные в разд. 6:

$$\begin{aligned}
 P_{Zzp} &= \int_0^{w_{\max,p}} (w^2 + 3672w - p_x^2 - p_y^2)^{1/2} \Psi_p(w) dw, \\
 P_{Zzc} &= \int_0^{w_{\max,c}} (w^2 + 44064w - p_x^2 - p_y^2)^{1/2} \Psi_c(w) dw, \\
 P_{Zze} &= \int_0^{w_{\max,e}} (w^2 + 2w - p_x^2 - p_y^2)^{1/2} \Psi_e(w) dw.
 \end{aligned} \tag{19}$$

Конечно, для протонов и ядер углерода практически имеет место нерелятивистский случай, когда можно пренебречь первым слагаемым в круглых скобках, а для электронов – наоборот, ультрарелятивистский случай с преобладанием первого слагаемого над вторым. В соотношениях (19) фигурируют энергетические спектры частиц из разд. 6 (Ψ_p , Ψ_c , Ψ_e) а также x - и y -компоненты импульсов p_x и p_y , роль которых в интегралах (19) практически незначительна для протонов и ядер углерода, но важна у электронов. Верхние пределы интегрирования в (19) соответствуют их выборке для рисунков в разд. 6.

Отметим, что фактически данные, представленные для суммарных импульсов на рис.11 и 12а,б, вычислялись в методе макрочастиц иначе, а именно, непосредственно по z -компонентам импульсов частиц, покинувших плазму через нижнюю $z=0$ и верхнюю $z=Z=100$ границы расчетной области с необходимым условием $p_z < 0$, $p_z > 0$ соответственно. В работе [3] был весьма подробно обоснован механизм ускорения протонов в случае электрон-протонной плазмы, поскольку этот механизм по существу был обусловлен именно законом сохранения импульса в плазме, подвергнутой взаимодействию с мощным импульсом лазерного излучения. В данной работе тот же механизм реализуется уже и в ускорении голых ядер углерода, причем с превосходством их суммарного импульса над таковым у протонов для пластиковой мишени с химической формулой состава (СН).

8. Заключение

Размерная, усредненная по времени величина плотности потока энергии (вектор Пойнтинга), как было принято в разд. 3 для представленного основного варианта 3D-модели, составила, согласно (7):

$$\tilde{P} = 6.18 \cdot 10^{21} \text{ Вт/см}^2, \quad (20)$$

так что для типичных в экспериментах [1] диаметров фокального пятна лазерного излучения $\tilde{D} \approx 10$ мкм полный поток энергии:

$$\tilde{W} = \tilde{P} \cdot (\pi / 4) \tilde{D}^2 \approx 4.85 \text{ ПВт}, \quad (21)$$

т.е. около 5 петаватт, что в несколько раз превышает мощность лазерного излучения в эксперименте [1]. Исходя из наших представлений, реальная мишень состоит из набора одинаковых столбиков, каждый из которых представляет собой расчетную область рассматриваемой 3D-модели. Благодаря принятым выше периодическим граничным условиям задачи по x - и y -направлениям, получим число таких столбиков равным отношению площадей поперечных сечений $(\pi / 4) \tilde{D}^2 : \tilde{S}_p = 309$, где $\tilde{S}_p = 0.254 \cdot 10^{-8} \text{ см}^2$ – площадь расчетной области данной 3D-модели (подробности см. [3]). Таким образом, около 300 одинаковых столбиков имитируют реальную мишень с мощностью лазерного излучения с указанной выше величиной около 5 петаватт.

В разд. 3 приводится весьма подробный анализ принятых в расчетах 3D-модели безразмерных параметров задачи с точки зрения соответствия реальным экспериментам с твердотельными пластиковыми мишенями [1]. В таких мишенях приходится учитывать очень высокую степень сверхкритичности плазмы, соответствующую начальной плотности вещества $\rho_0 = 1g / \text{см}^3$. Количественно в безразмерных единицах задачи получается начальная концентрация $n_0 = 325$. Она же равна степени указанной сверхкритичности с решающей ролью механизма аномального поглощения лазерного излучения при наличии шероховатой поверхности мишени, предложенного нами в [4], и реа-

лизованной заданием в этой работе выступов для начальных условий задачи. По сравнению с ранее опубликованными работами [2], [3], данная постановка задачи, конечно, серьезно усложняет её реализацию в численных 3D–расчетах. В частности, нам приходится использовать около 70 миллионов макрочастиц трех сортов: электроны (8), протоны (1) и голые ядра углерода (1), а также применять так называемое распараллеливание расчетных схем задачи на суперкомпьютере ИПМ К–100. В скобках указано число макрочастиц в каждой счетной ячейке 3D–модели – оно же и соотношение их полных количеств.

С целью предоставления полной информации об энергетике лазерного импульса в 3D–модели приведем ниже величину его полной энергии в размерных единицах, равной произведению указанной выше мощности \tilde{w} на его продолжительность $\tilde{t}_f = t_f / \omega_0 = 5.57 \cdot 10^{-13}$ сек. с $t_f = 1000$:

$$\tilde{w} \cdot \tilde{t}_f = 2.70 \text{ КДж}, \quad (22)$$

что также качественно соответствует эксперименту [1].

Возникает вопрос об использовании в рассматриваемой 3D–модели предположения о полной ионизации атомов углерода в начальных условиях (см. разд. 2). Прежде всего отметим, что более строгое описание кинетики процессов ионизации этих атомов вообще вряд ли возможно практически, дополнительно учитывая весьма сложные процессы ионизации воздействием мощного электрического поля падающей электромагнитной волны, которое значительно превышает внутриатомные электрические поля в атомах углерода. Заимствованная здесь из [7] (см. там специальное Приложение) грубая оценка процессов ионизации атомов углерода электронным ударом должна была бы быть дополнена упомянутым процессом. Тем не менее распространение грубой оценки [7] на данную пластиковую мишень служит качественным обоснованием предположения о полной ионизации атомов углерода в начальных условиях задачи. По всей вероятности, было бы целесообразно вдобавок рассмотреть дополнительные варианты 3D–модели с неполной ионизацией атомов углерода для начальных условий, но при этом очевидно, что полученное в данной 3D–модели эффективное ускорение протонов может только выиграть в вариантах с неполной начальной ионизацией атомов углерода. Остается также надеяться, что задание неполной ионизации атомов углерода, например, со связанными двумя электронами в их К–оболочке, повлияет на результаты нашей 3D–модели сравнительно слабо.

Во Введении (см. разд. 1) уже отмечалось, что в основу данной работы входит предположение о применимости бесстолкновительного приближения Власова, которое означает, что пренебрегается парными столкновениями частиц плазмы. В этой связи, по-видимому, целесообразно привести здесь оценку эффекта парных столкновений с учетом полученных в нашей 3D–модели параметров плазмы. Во–первых, можно ограничиться рассмотрением частоты электрон–электронных парных столкновений, в результате которых происходит максвеллизация их функций распределения. Другие виды парных столкновений

(электронов с протонами и ядрами углерода, а также последних между собой) по своей частоте либо одного порядка величины с указанными выше, либо значительно им уступают. Во-вторых, размерную искомую частоту

$\tilde{\omega}_{ee} = 8.163 \frac{\tilde{n}_{0e} e^4 \ln \Lambda}{m_e^{1/2} \tilde{\omega}^{3/2}}$, согласно известным оценкам таких величин [14], [15] (см.

также [7]), следует сравнить с круговой частотой для рассматриваемого лазерного излучения $\omega_0 = 1.794 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$. Далее получаем отношение

$\tilde{\omega}_{ee} / \omega_0 \approx 1.297 \cdot 10^{-5}$ при характерных концентрации электронов $\tilde{n}_{0e} = 3.278 \cdot 10^{23} \text{ см}^{-3}$ и энергии электронов $\tilde{\omega}_e = 1 \text{ МэВ}$, демонстрирующее неэффективность электрон–электронных парных столкновений даже с учетом сравнительно большого времени 3D–модели (с $\tilde{t}_f \approx 1000 / \omega_0$).

Обращает на себя внимание в связи с данной оценкой замечательный факт – принятая в 3D–модели система уравнений Власова–Максвелла в самом деле справедлива в течение всего времени действия импульса лазерного излучения и разрушения пластиковой мишени с твердотельной плотностью вещества.

В разд. 4 представлены на рис.3 и рис.4 суммарные энергии всех частиц в зависимости от времени внутри расчетной области. При этом подчеркивается огромное преимущество энергии ультрарелятивистских электронов над энергиями ядер углерода и протонов во время действия лазерного импульса. Это преимущество уменьшается со временем, и к окончанию расчетов остается превышение всего в несколько раз.

В разд. 7 для суммарных энергий частиц, покинувших расчетную область 3D–модели (см. рис.10), оно лишь вдвое превышает суммарную энергию ядер углерода. Важным результатом расчетов 3D–модели можно считать соотношение суммарных энергий ядер углерода и протонов. Согласно рис.10 оно получается равным примерно 3. Отметим, что в нашей работе [3] было сделано правдоподобное предположение о такой величине порядка множителя (e/m) в силах Лоренца, который равен 6.

В разд. 6 и 7 даны энергетические спектры всех трех сортов частиц, покинувших расчетную область 3D–модели через верхнюю границу при $z = Z = 100$. Характерным свойством полученных спектров на рис.8а, 8б и 9 можно считать в качественном смысле их двугорбый характер для протонов и ядер углерода, тогда как в протон–электронной плазме для 3D–модели [3] имели место многогорбые спектры у протонов. Наверное, следует указать, что эффективная энергия на один протон в данной работе оказалась почти одинаковой с таковой в [3]. В качестве усредненной по спектрам энергии протонов можно считать размерную величину 10 – 20 МэВ, так что для пластиковой мишени качественно сохраняется эффект ускорения протонов при воздействии лазерного импульса в условиях эксперимента [1]. При этом следует напомнить, что дополнительные расчеты с продленным энерговлечением (от $t_f = 1000$ до

$t_f = 2000$) заметно повлияли на энергетические спектры протонов (см. основной пик спектра с энергией в 40 МэВ на рис.9 по сравнению с основным пиком на рис.8б). Вполне понятно, что именно спектры покинувших пластиковую мишень протонов и ядер углерода могут быть экспериментально измерены благодаря тому, что они коллимированы в z -направлении (см. ниже заключительные замечания о z -компоненте их импульсов в 3D-модели).

В разд. 7 на рис.12 представлены зависимости суммарных z -компонентов импульсов всех трех сортов частиц от времени, которыми обладают покинувшие расчетную область 3D-модели частицы. Важно подчеркнуть, что по сравнению с суммарными энергиями этих частиц, данными на рис.10, электроны переместились с первого места (по величине) на последнее. Основным носителем импульсов плазмы стали ядра углерода, а протоны с последнего места на рис.10 перешли на второе, уступая ядрам углерода в последний момент времени $t = t_{fin} = 2500$ в 4.7 раза. Эти результаты особенно интересны в том отношении, что они приближенно удовлетворяют закону сохранения импульсов (18), означая, что падающая электромагнитная волна передала свой импульс (с учетом отраженной электромагнитной волны) в плазму мишени. При этом согласно данным рис.11 закон сохранения импульса (18) выполнен с точностью около 4.56% с превышением у частиц. Таким образом, предложенный нами в работе [3] механизм передачи энергии лазерного излучения в вещество с электрон-протонной плазмой (водородная струя*) подтверждается и в веществе пластиковой мишени, согласно приведенному в разд. 7 рассмотрению закона сохранения импульса в 3D-модели.

Как уже было убедительно показано в разд. 5 при описании свойств электромагнитного поля в данной трехчастичной плазме, проникновение фронта этого поля для падающей волны (в суперпозиции с отраженной) не в состоянии достигнуть верхней границы мишени. Торможение переднего фронта падающей волны наступает при координате $z \approx 25$ в весьма ранние моменты времени $t < 1000$ (см. там рис.7). В качественном соответствии с этим поведением электромагнитного поля оказывается его сравнительно ничтожный вклад в интегральные энергетические характеристики 3D-модели (см. величины U_p и U_z на рис.2 в разд. 4). Там они едва заметны. Тем не менее в рассматриваемой 3D-модели обнаруживается некоторое относительное увеличение амплитуд хаотических коротковолновых полей за пределами области проникновения падающей электромагнитной волны. Можно при этом грубо оценить отношение амплитуд на рис.7 первых ко вторым (упомянутым): вместо отношения 1:20 в [3] (см. там рис.2а и 2б) стало 20:100 в данной работе. Несомненно, такие более

* Качественно может быть полезным сравнение результатов наших расчетов [2, 3] для 3D-моделей электрон-протонной плазмы с экспериментами во ВНИИТФ на установке Сокол-П с водородными струями в качестве мишеней (на основе, наверное, уже устаревших данных за 2011 год).

интенсивные хаотические поля сыграли важную роль в эффекте ускорения частиц, подтвержденном энергетическими спектрами на рис.8б и рис.9 (разд. 6). Эффективное ускорение частиц произошло несмотря на то, что исходная мишень была разрушена всего лишь на одну четверть. Напомним, что в остатке мишени остались неускоренными около половины ядер углерода ($\sim 40\%$) и электронов ($\sim 35\%$), тогда как неускоренных протонов оказалось лишь $\sim 10\%$. Подчеркнем еще, что по сравнению с мишенью с электрон–протонной плазмой (водородной струей*) гораздо строже оказалось выполнение условия квазинейтральности пластиковой плазмы: согласно рис.5 разд. 4 величина нарушения этого условия δ получилась менее 0.0011 на всем протяжении времени расчета 3D–модели $t_{fin} = 2500$ (вместо более 0.01 в [3]).

На этом можно было бы фактически завершить заключительный анализ полученных результатов решения 3D–модели для взаимодействия сверхмощного лазерного излучения с плазмой пластиковой мишени с твердотельной плотностью вещества. Тем не менее, по нашему мнению, следует привести еще два кратких замечания самого общего характера. Первое из них относится к грубой оценке дебаевского радиуса для рассматриваемой плазмы. Как известно, величина размерного дебаевского радиуса \tilde{d} определяется для плазмы, температура которой \tilde{T} является общей для всех трех (в данном случае) сортов частиц

[6]:
$$\tilde{d}^2 = \frac{\tilde{T}}{4\pi \sum_i \tilde{n}_i (Z_i e)^2},$$
 где суммируется в знаменателе по двум сортам ионов

($i = p$ для протонов и $i = c$ для голых ядер углерода). Поскольку в пластике $\tilde{n}_p = \tilde{n}_c$, то главное слагаемое в этой сумме относится к ядрам углерода ($Z_c = 6$).

Для грубой оценки тогда запишем
$$\tilde{d}^2 \approx \frac{\tilde{T}}{4\pi \tilde{n}_{0c} e^2 \cdot 36}.$$
 В рассматриваемой плазме

никакой общей температуры, разумеется, нет, но можно воспользоваться энергетическими спектрами частиц из разд. 6 и приравнять указанную выше температуру, $\tilde{T} = \tilde{w}_e$, средней энергии электронов. Одногорбый спектр у электронов и его величина в максимуме спектра $\tilde{w}_e = 8 \cdot 10^{-6}$ эрг для получения грубой оценки величины дебаевского радиуса с $\tilde{n}_{0c} = 4.64 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ и $Z_c = 6$ дают значение $\tilde{d} \approx 1.3 \cdot 10^{-6} \text{ см}$. Существенно, что это значение намного выше, чем среднее расстояние между голыми ядрами углерода с указанным выше значением их концентрации \tilde{n}_{0c} : $\tilde{r}_c \approx 2.9 \cdot 10^{-8} \text{ см} \sim 10^{-8} \text{ см}$. Таким образом, грубая оценка $\tilde{d} \approx 10^{-6} \text{ см} \gg \tilde{r}_c \sim 10^{-8} \text{ см}$ означает для каждой частицы огромное число взаимодействующих с ней частиц в пределах дебаевской сферы, т.е., грубо говоря, соответствует лежащему в основе уравнения Власова приближению самосогласованного электромагнитного поля. Впрочем, приведенную выше грубую оценку не следует считать полностью обоснованной из-за двух эффектов,

не учтенных в полученной величине дебаевского радиуса: 1) значительного различия между средними энергиями частиц плазмы в 3D–модели, 2) ультрарелятивистского спектра электронов в ней же.

Перейдем к заключительному, второму по счету, замечанию. Наверное, интересно сопоставить физические характеристики ускоренных протонов (а также голых ядер углерода) с существующими в мире сильноточными ускорителями. В качестве такой характеристики можно использовать обычные определения электрического тока для ускоренных в 3D–модели протонов позади рассматриваемой пластиковой мишени, имея в виду их отлично коллимированный ток, согласно данным разд.7. Заметим, что к категории сильноточных ускорителей согласно Физ. Энциклопедии [16] относятся ускорители с электрическим током более 10^4 Ам. Сделаем очень простую оценку этой величины в данной 3D–модели. Число ускоренных протонов, покинувших расчетную область 3D–модели, очевидно можно оценить следующим образом: $\tilde{N}_p = \xi_p \tilde{V} \tilde{n}_{0p} S = 0.91 \cdot 4.09 \cdot 10^{-12} \cdot 4.64 \cdot 10^{22} \cdot 309 = 5.3 \cdot 10^{13}$, где ξ_p – доля вышедших протонов, \tilde{V} – объем параллелепипеда, \tilde{n}_{0p} – начальная концентрация протонов и S – число столбиков в фокальной плоскости (все величины – размерные, указанные в предыдущих разделах 1, 2, 6, 8). Полученную величину \tilde{N}_p для определения соответствующего электрического тока нужно умножить на электрический заряд протона e и разделить на время взаимодействия лазерного излучения $\tilde{t}_f = 1000 / \omega_0 = 5.6 \cdot 10^{-13}$ с. В результате получим искомую величину электрического тока, вдобавок выразив её в амперах: $\tilde{I}_p = \tilde{N}_p \cdot e \tilde{t}_f^{-1} = 1.5 \cdot 10^7$ А, которая в самом деле превышает указанный выше критерий принадлежности к сильноточным ускорителям (10^4 ампер) более чем в 1000 раз. Остается еще добавить электрический ток посредством голых ядер углерода, для чего полученную выше величину \tilde{I}_p следует увеличить в 3.7 раза (произведение множителей $(\xi_c / \xi_p)(Z_c / Z_p)$), так что соответствующий ток будет равен $\tilde{I}_c = 6.7 \cdot 10^7$ А. Сложение этих двух токов $\tilde{I}_p + \tilde{I}_c$ будет превышать критический ток из [16] более чем в несколько тысяч раз.

Подводя итоги, следует подчеркнуть получение в 3D–модели энергетических спектров протонов и голых ядер углерода с замечательными свойствами. 1) Двухпиковый характер этих спектров, а для второго пика с более высокой энергией частиц имеет место крутое падение совсем близко от его пикового значения; при этом энергия частиц для второго пика превышает энергию частиц в первом пике всего в 2–3 раза и качественно совпадает для протонов с экспериментальными значениями в [1]. 2) Такие высокоэнергичные пики находятся в соответствии с предложенным нами в [3] механизмом ускорения протонов в электрон–протонной плазме, который является непосредственным следствием передачи импульса падающей электромагнитной волны (с учетом

увеличения этого импульса за счет отраженной волны) в импульсы протонов и голых ядер углерода. Существенно, что этот механизм действует в присутствии ультрарелятивистских электронов плазмы, имеющих очень гладкие однопиковые энергетические спектры со сравнительно низкой энергией частиц в их максимуме (около нескольких МэВ). Суммарный импульс ультрарелятивистских электронов ничтожен по сравнению с суммарными импульсами голых ядер углерода и протонов, хотя суммарные энергии тех и других одного порядка величины. Однако, полученные электронные спектры свидетельствуют, что эти электроны могут стать источником мощного тормозного излучения [1].

Авторы выражают свою глубокую благодарность всем сотрудникам ИПМ им. М.В. Келдыша, которые обеспечили очень эффективную работу суперкомпьютера К-100.

Литература

1. S.P. Hatchett, C.G. Brown, T.E. Cowan et al. Electron, photon and ion beams from the relativistic interaction of Petawatt laser pulses with solid targets // *Physics of Plasmas*, 2000, v.7, №5, part 2, p.2076-2082.

2. С.Л. Гинзбург, В.Ф. Дьяченко, В.С. Имшенник. 3D-модель взаимодействия мощного лазерного излучения с плазмой сверхкритической плотности и генерация протонов высоких энергий // *Математическое моделирование*, 2014, т. 26, № 0, с.79-94.

3. В.С. Имшенник, С.Л. Гинзбург, В.Ф. Дьяченко. Трехмерное моделирование кинетики электрон-протонной плазмы сверхкритической плотности в мощном электромагнитном поле лазерного излучения // *Математическое моделирование*, 2015, т.27, №6, с.33-53.

4. В.Ф. Дьяченко, В.С. Имшенник. Об аномальном взаимодействии мощных световых потоков с плотной плазмой // *Физика плазмы*, 1979, т.5, с.737-744.

5. H. Daido, M. Nishiuchi, A.S. Pirozhkov. Review of Laser-driven ion sources and their applications // *Rep. Prog. Phys.*, 2012, v.75, 056401 (71pp).

6. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Физическая кинетика. (отв. ред. Л.П. Питаевский)- М.: Физматлит, 2001, с.146.

7. С.Л. Гинзбург, В.Ф. Дьяченко, В.С. Имшенник, В.В. Палейчик. Трехмерное моделирование аномального поглощения лазерного излучения плазмой со сверхкритической плотностью // *Физика плазмы*, 2012, т. 38, № 2, с.173-188.

8. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теория поля.- М.: Наука, 1973.

9. Р.И. Илькаев, С.Г. Гаранин. Исследование проблем термоядерного синтеза // *Вестник РАН*, 2006, т.76, с.503-516.

10. С.Л. Гинзбург, В.Ф. Дьяченко, В.В. Палейчик. 3D расчеты поглощения электромагнитной волны плазмой // *Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша*. 2009. № 1. 12 стр.

11. С.Л. Гинзбург, В.Ф. Дьяченко, В.С. Имшенник, В.В. Палейчик. // ВАНТ, Серия: Теоретическая и прикладная физика. 2007. Вып. 2 – 3. с.53-57.
12. В.Ф. Дьяченко. О расчетах задач бесстолкновительной плазмы // ЖВМиМФ, 1985, № 4, с.622-627.
13. В.Ф. Дьяченко. Десять лекций по физической математике. - М.: Факториал, 1997, 64 стр.
14. Б.А. Трубников // Вопросы теории плазмы (под редакцией М.А. Леонтовича) Выпуск 1. М.: Госатомиздат, 1963, с.98.
15. В.С. Имшенник, Н.А. Боброва. Динамика столкновительной плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1997, 320 стр.
16. Физический Энциклопедический Словарь, М.: Советская энциклопедия, 1983, с.791 и 796.

Оглавление

1. Введение.....	4
2. 3D-модель для системы уравнений Власова–Максвелла	5
3. Выбор безразмерных параметров 3D–модели.....	8
4. Результаты расчетов 3D–модели: интегральные величины и критерий точности расчетов	10
5. Результаты расчетов 3D–модели: шесть компонент локального электромагнитного поля.....	14
6. Энергетические спектры частиц вне плазмы мишени	17
7. Суммарные импульсы частиц плазмы и электромагнитного поля вне плазмы мишени. Закон сохранения импульса в 3D–модели.....	21
8. Заключение	25
Литература	31