



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 74 за 2016 г.



ISSN 2071-2898 (Print)  
ISSN 2071-2901 (Online)

**Андреев С.В., Бондарев А.Е.,  
Бондаренко А.В., Визильтер Ю.В.,  
Галактионов В.А., Гудков А.В.,  
Желтов С.Ю., Жуков В.Т.,  
Иловайская Е.Б., Князь В.А.,  
Мануковский К.В., Новикова Н.Д.,  
Ососков М.В., Силаев Н. Ж.,  
Феодоритова О.Б.**

Организация поиска  
оптимальной формы узла  
лопастей энергоустановки

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Организация поиска оптимальной формы узла лопастей энергоустановки / С.В.Андреев [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2016. № 74. 21 с. doi:[10.20948/prepr-2016-74](https://doi.org/10.20948/prepr-2016-74)  
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2016-74>

**Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В.Келдыша  
Российской академии наук**

**С.В. Андреев, А.Е. Бондарев, А.В. Бондаренко,  
Ю.В. Визильтер, В.А. Галактионов, А.В. Гудков,  
С.Ю. Желтов, В.Т. Жуков, Е.Б. Иловайская, В.А. Князь,  
К.В. Мануковский, Н.Д. Новикова, М.В. Ососков,  
Н.Ж. Силаев, О.Б. Феодоритова**

**Организация поиска оптимальной формы  
узла лопастей энергоустановки**

**Москва – 2016**

*Андреев С.В., Бондарев А.Е., Бондаренко А.В., Визильтер Ю.В., Галактионов В.А., Гудков А.В., Желтов С.Ю., Жуков В.Т., Иловайская Е.Б., Князь В.А., Мануковский К.В., Новикова Н.Д., Ососков М.В., Силаев Н.Ж., Феодоритова О.Б.*

### **Организация поиска оптимальной формы узла лопастей энергоустановки**

Работа посвящена вопросам организации поиска оптимальной формы узла лопастей энергоустановки с точки зрения силовой нагрузки. Для поиска зоны оптимума используются разработанные ранее алгоритмы моделирования и визуализации работы энергетической установки, представленные в виде единой технологической цепочки. Результаты разведочного параметрического поиска позволяют найти нужные направления вариации ключевых геометрических параметров. Тем самым с учетом технологических ограничений определяется зона оптимума в пространстве параметров, определяющих форму узла лопастей.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, численная технология, оптимизационная задача, энергоустановка, OpenFOAM

*Sergey Valeryevich Andreev, Alexander Evgenyevich Bondarev, Alexander Victorovich Bondarenko, Yury Valentinovich Vizilter, Vladimir Alexandrovich Galaktionov, Alexander Vyacheslavovich Gudkov, Sergey Yuryevich Zheltov, Victor Timofeevich Zhukov, Elena Borisovna Ilovayskaya, Vladimir Alexandrovich Knyaz Konstantin Victorovich Manukovskii, Natalia Dmitrievna Novikova, Mihail Vladimirovich Ososkov, Nikolay Zhanovich Silaev, Olga Borisovna Feodoritova*

### **Organization of search for the optimum shape of the blades assembly for power plant**

The paper considers the exploratory search for the optimum shape of the blades assembly for power plant in terms of power load. To find the optimum area we apply a set of algorithms for power plant modeling and visualization elaborated before and presented in a form of technological chain. The results of exploratory parametric search allow to find needed directions for variation of key geometric parameters. Thus, considering the technological restrictions on the geometric parameters we find optimum zone in the space of the parameters that determine the shape of the blade assembly.

**Key words:** mathematical simulation, numerical technology, optimization problem, power plant, OpenFOAM

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проекты 14-01-00769 и 16-01-00553.

## Введение

Решение задач оптимизации на сегодняшний день является одним из ключевых разделов прикладных вычислений во всех без исключения областях знания и практических дисциплинах, где обрабатываемые данные могут быть представлены в численном виде. Совершенствование вычислительной техники, развитие новых вычислительных мощностей позволяют решать все более сложные оптимизационные задачи. Возможности организации параллельных вычислений подстегивают этот процесс, так как оптимизационные задачи в целом обладают тем замечательным свойством, что для многих случаев предполагают массовое решение однотипных задач с разными входными параметрами, то есть обладают по своей сути большими основаниями для успешной организации параллельного расчета. Математические методы решения оптимизационных задач и основанные на этих методах алгоритмы реализуются в виде программных систем, позволяющих рассчитывать задачи оптимизации в самых различных областях знания.

Целью данного исследования является поиск оптимальной формы узла лопастей энергетической установки с точки зрения энергонагрузки – мы хотим найти форму изделия, обеспечивающую максимальный вращающий момент, варьируя при этом три ключевых геометрических параметра узла – два угла наклона лопастей и ширину лопасти. Практический интерес представляет зона оптимума вращающего момента в пространстве параметров, определяющих форму узла лопастей. Задачи подобного рода предполагают умение рассчитывать обтекание узла лопастей с целью определения суммарного вращающего момента и силы, действующих на рассматриваемый узел при обтекании его потоком воздуха с заданной скоростью.

Данная работа опирается на предыдущие этапы исследования, представленные в работах [1–3], где изложены вопросы построения и методология математического моделирования узла лопастей энергоустановки (ЭУ). Предложенная модель представляет единую технологическую цепочку алгоритмов, включающую в себя построение САД-модели для описания сложной геометрии узла лопастей, построение расчетной сетки на основе полученной геометрии, решение задачи моделирования обтекания на основе полной системы уравнений Навье-Стокса, а также визуализацию и анимацию результатов в моно- и стереорежимах.

Для расчетов применялась открытая объектно-ориентированная библиотека OpenFOAM, написанная на языке C++, поддерживающая механизмы массивного распараллеливания и предназначенная для численного моделирования задач механики сплошной среды [4–6]. Библиотека основана на конечно-объемных аппроксимациях, Элементы OpenFOAM активно используются в промышленности, в академической сфере и экспертном сообществе, в частности при численном анализе энергетических характеристик установок горизонтального типа [7–9]. Все расчеты по решению задач

математического моделирования обтекания энергоустановки проводились на гибридном вычислительном кластере К-100 [10] в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН в режиме параллельных вычислений.

В результате проведенных работ построена виртуальная компьютерная технология, позволяющая проводить математическое моделирование узла лопастей энергоагрегата с конкретно заданными геометрическими параметрами и определять силовую нагрузку, действующую на агрегат в потоке воздуха. Тем самым создана основа для дальнейших исследований по определению оптимальной формы узла лопастей с точки зрения ветровой нагрузки с учетом технологических ограничений.

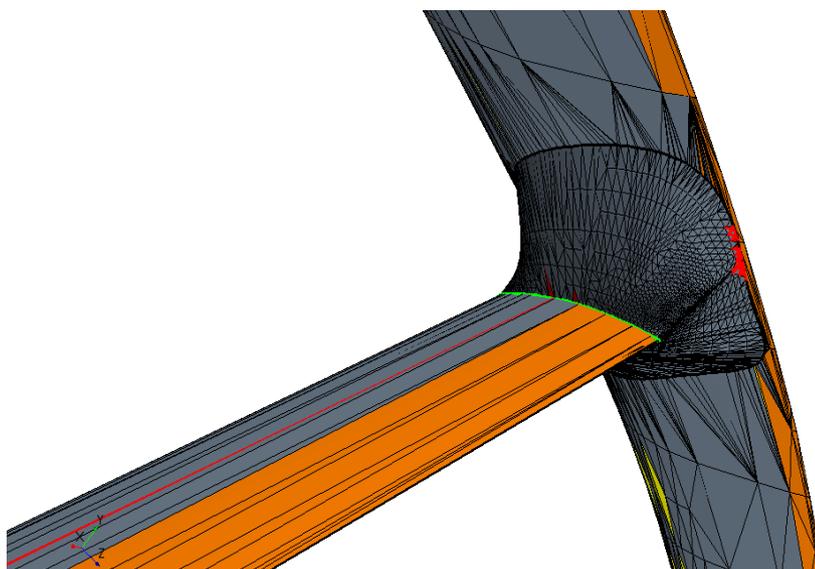
Данная работа представляет грубое оценочное решение оптимизационной задачи, являющееся результатом разведочного параметрического поиска. В процессе этого поиска находятся нужные направления вариации ключевых геометрических параметров, определяющих свойства узла лопастей.

## **1. Построение единой технологической цепочки алгоритмов для математического моделирования узла лопастей**

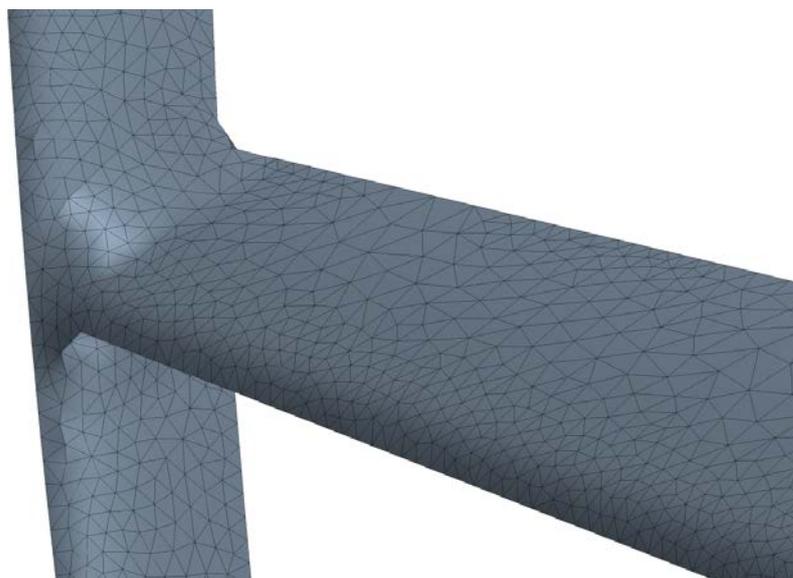
Построение работоспособной и эффективной численной технологии включает в себя несколько необходимых этапов, к которым относятся ввод геометрической информации, ее обработка, построение сеточной модели, выбор специализированных алгоритмов расчета обтекания, анализ текущих результатов, расчет функционалов (сил и моментов), визуальное представление результатов, обработка и анализ результатов многовариантных расчетов. Основой построения технологии является процесс математического моделирования узла лопастей энергоагрегата с конкретно заданными геометрическими параметрами под определенной энергонагрузкой. Все детали предпринятых ранее исследований интересующийся читатель может найти в работах [1–3]. Основная цель данного раздела – указать основные этапы технологического процесса и некоторые трудности, связанные с практической реализацией этого процесса.

Успешность любого расчета обтекания реального трехмерного объекта напрямую зависит от качества геометрической сетки, на которой производится расчет, и подготовка такой сетки является одной из самых трудоемких частей вычислительного процесса. Процесс построения сетки начинается с описания поверхности, ограничивающей рассматриваемое трехмерное тело. Как правило, поверхность реального трехмерного объекта сложной формы, полностью или частично импортируется из CAD-пакета и в случае необходимости может быть отредактирована. К поверхностным сеткам предъявляются довольно «очевидные» требования – отсутствие самопересечений, замкнутость и некоторые другие. При работе с реальными промышленными объектами получаемые CAD-поверхности удовлетворяют названным критериям в редких

случаях и для получения объемной расчетной сетки нужного качества необходима дополнительная подготовка поверхности. Для достижения указанной цели используется ряд автоматических инструментов с широким набором средств контроля качества. На рис. 1 приведен пример исходной поверхностной «CAD-сетки с ошибками», а рис. 2 представляет уже «сетку без ошибок» – треугольную поверхностную сетку, обладающую необходимыми параметрами (степень гладкости в областях с высокой кривизной, уровень разрешения тонких мест, скорость роста характерного размера поверхностных ячеек при удалении от областей с высокой детализацией, сохранение топологических особенностей, локальное измельчение сетки и т.д.).



*Рис. 1.* Пример исходной CAD-поверхности с обозначенными различными цветами ошибками (пересеченные грани, свободные ребра и пр.)



*Рис. 2.* Исправленная поверхностная треугольная сетка, построенная для исходной CAD-поверхности (см. рис. 1)

Результирующая поверхностная сетка является основой для построения объемной расчетной сетки. Особенности численного моделирования течений жидкостей и газов диктуют некоторые правила построения объемных сеток. При решении таких задач объемная сетка, как правило, состоит из двух основных частей: призматической вблизи обтекаемых поверхностей и произвольной многогранной на достаточном удалении от поверхностей. Для создания пристеночного призматического слоя с заданным числом ячеек в направлении от стенки, с заданным законом роста размеров ячеек и полной толщиной слоя используются два возможных подхода. В первом строится новая поверхностная сетка, отстоящая от исходной поверхности на полную толщину пристеночного слоя. Получившийся таким образом пристеночный объем разрезается на заданное число призматических слоев. Такой подход обычно не гарантирует создание призматического слоя с заданными параметрами и требуемой полной толщины в областях со сложной геометрией. В таких случаях предпочтительней использовать метод последовательного создания призматических слоев, допускающий модификацию поверхностной сетки текущего слоя (коллапс ребер, разрезание ячеек, оптимизация положения вершин и т.д.), что позволяет создать слой призматических ячеек, проникающий значительно дальше от стенок вглубь расчетной области. Именно второй подход применялся нами в процессе создания объемных сеток.

Для заполнения внутреннего объема вне пристеночных слоев также могут использоваться различные конструкции: тетраэдры, усеченные ячейки (гексагональные во внутренней части и многогранные на границе расчетной области), а также многогранные ячейки во всей счетной области. Программный комплекс OpenFOAM, который использовался при численном моделировании, в общем случае позволяет проводить расчеты на численных сетках, состоящих из произвольных многогранных ячеек, ограниченных произвольным числом многоугольных граней. Тем не менее, в представленных расчетах применялись сетки с ячейками в виде треугольных призм в пристеночных слоях и тетраэдрами во внутреннем объеме расчетной области. На рис. 3 показан фрагмент объемной сетки, построенной для полной компоновки узла лопастей.

В качестве математической модели использована система уравнений Навье-Стокса [11], на основе которой в настоящее время изучается основная масса течений газовой сплошной среды

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) &= 0 \\
 \frac{\partial (\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \otimes \vec{u}) &= -\nabla p + \nabla \cdot (\boldsymbol{\tau}_m + \boldsymbol{\tau}_t) \\
 \frac{\partial (\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} H) &= \nabla \cdot [\vec{u} \cdot (\boldsymbol{\tau}_m + \boldsymbol{\tau}_t) + (\vec{q}_m + \vec{q}_t)]
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь  $\vec{u}$  есть вектор скорости осредненного течения с компонентами  $(u, v, w)$ ;  $\tau_m$  и  $\tau_t$  – молекулярные и турбулентные (полученные путем осреднения различных функционалов от мелкомасштабных пульсаций) компоненты тензора вязких напряжений;  $E = e + |\vec{u}|^2 / 2$  – удельная полная энергия газа,  $e$  – удельная внутренняя энергия газа;  $H = E + p / \rho$  – полная энтальпия;  $\vec{q}_m$  и  $\vec{q}_t$  – молекулярные и турбулентные компоненты векторов плотности теплового потока.

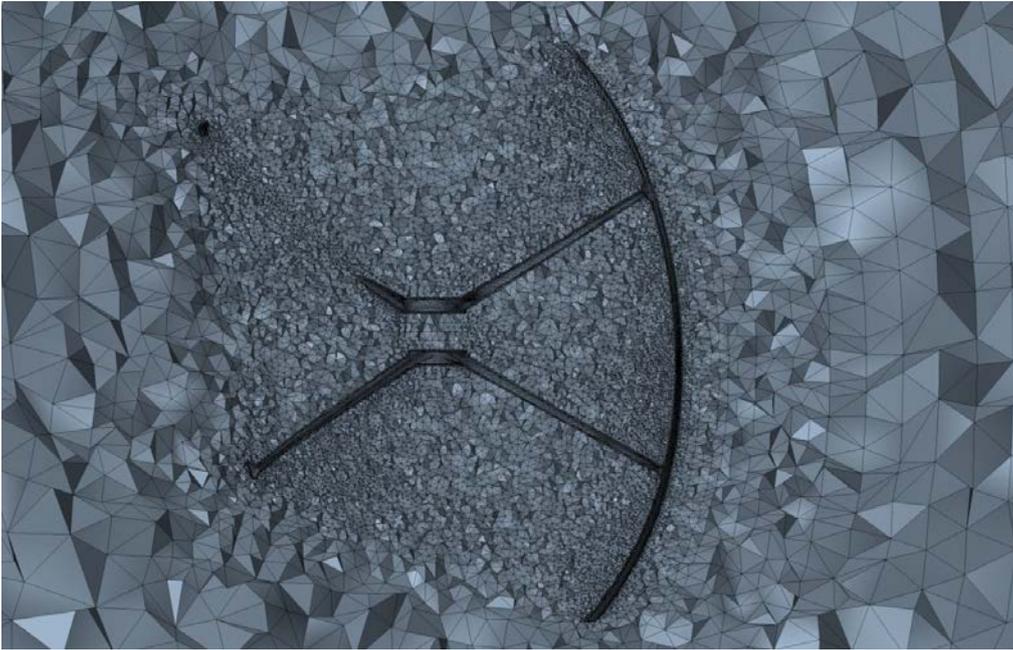


Рис. 3. Общий вид объемной сетки для полной модели энергоагрегата

Система уравнений (1) дополняется еще уравнением состояния, в простейшем случае идеального газа, который, однако, может служить хорошим первоначальным приближением для рассматриваемого случая  $p = (R / M) \rho T$ , где  $M$  – молекулярный вес, а  $R$  – универсальная газовая постоянная ( $R = 8.31434$  Дж/(моль К)),  $e = C_v T$ ,  $C_v$  – удельная теплоемкость при постоянном объеме.

Молекулярный тензор вязких напряжений и молекулярный вектор теплового потока имеют следующий вид

$$\tau_m = 2\mu(T) \left( \mathbf{S} - \frac{1}{3} \mathbf{I} \nabla \cdot \vec{u} \right), \quad \vec{q}_m = -\lambda(T) \nabla T \quad (2)$$

где  $S = \frac{1}{2}(\nabla\vec{u} + [\nabla\vec{u}]')$  – тензор скоростей деформации,  $\mu(T)$  – коэффициент молекулярной динамической вязкости,  $\lambda(T)$  – коэффициент теплопроводности. Последний может быть определен по формуле  $\lambda = \frac{\mu}{Pr} C_p$ , где  $Pr$  – молекулярное число Прандтля (для интересующих нас задач  $Pr = 0.71$ ),  $C_p$  – удельная теплоемкость при постоянном давлении. Заметим, что в проведенных расчетах влияние турбулентности на физические характеристики всего процесса не рассматривается.

При изучении вычислительного объекта нами проработаны все этапы построения численной модели – от обтекания отдельно взятой неподвижной лопасти до задачи обтекания неподвижного узла лопастей в целом. Дополнительно рассмотрены вопросы разработки подходов для динамического моделирования ЭУ и проведения тестовых расчетов вращающейся установки под силовой нагрузкой.

Сначала проводится серия специальных методических расчетов для формирования топологии, формы и размеров расчетной области, наиболее соответствующих целям проводимого компьютерного моделирования и принятой постановке задачи.

На начальном этапе исследований для отладки методологии рассматривались отдельные конструктивные элементы изучаемого изделия, где самым характерным и значимым является отдельно взятая лопасть агрегата. Именно для нее первоначально рассматривались вопросы построения геометрии модели и расчетной сетки, постановка задачи математического моделирования, моделирование обтекания и расчет аэродинамических характеристик (АДХ), вырабатывалась технология визуального представления, разрабатывались приемы и техника анализа и верификационных оценок полученных результатов расчетов [1]. Среди аэродинамических характеристик наиболее интересны полная аэродинамическая сила  $\mathbf{F}$  и вращающий момент  $\mathbf{M}$ , а также влияние на эти характеристики скорости набегающего потока  $U$ , его температуры  $T$  и, учитывая существенную трехмерность исследуемого объекта, направления скорости. При расчете и анализе одной неподвижной лопатки дополнительно изучены вопросы влияния гравитации на физические характеристики. Также проведен ряд расчетов с дроблением расчетной сетки для ориентировочной оценки необходимого уровня измельчения сеточного "шага" для масштабных расчетов полной компоновки ЭУ. Полученные в расчетах силовые характеристики сравнивались с приближенной физической оценкой. Предварительные выводы, которые можно сделать из проведенных серий расчетов обтекания ламинарным потоком лопасти ЭУ в неподвижном состоянии, следующие: рост скорости обтекания лопасти приводит к увеличению силы и момента, воздействующих на лопасть, что соответствует физической природе моделируемого процесса. Изменение температуры потока

практически не оказывает влияния на силовые характеристики. Введение учета гравитации в расчетах приводит к небольшому изменению в силовых характеристиках.

Интерес представляет также влияние на газодинамические характеристики изменения геометрических параметров рассматриваемого узла лопастей энергоустановки: расположения лопастей относительно центральной оси установки, ширины и конструктивных особенностей самих лопастей. Влияние изменений такого рода возможно изучить уже для случая полной компоновки узла лопастей [2-3].

Для определения основных параметров и размеров (расстояния между опорами, усредненная форма сечений лопастей и пр.) изделия использовалась геометрия энергоагрегата, полученная в результате сканирования прототипного опытного образца, а построение непосредственно поверхности и ее модификации осуществлялось средствами CAD-пакета SolidWorks. Все построенные модели экспортировались в формате SLDPRT.

Для решения задачи определения оптимальной формы геометрии ЭУ с точки зрения силовой нагрузки построен ряд моделей узла лопастей с различной геометрией исследуемого объекта. Нами выбрано три основных параметра, варьирование которых позволяет описать большое многообразие возможных геометрических форм. На рис. 4 схематически показаны эти изменяемые параметры:  $\gamma_1$  – угол между направлением основной лопасти и вертикалью,  $\gamma_2$  – угловой размер основной лопасти в направлении оси вращения,  $L$  – ширина основной лопасти. Заметим, что всюду ниже результаты приведены для тройки параметров  $(\gamma'_1, \gamma_2, L)$ , где  $\gamma'_1 = 90^\circ - \gamma_1$ .

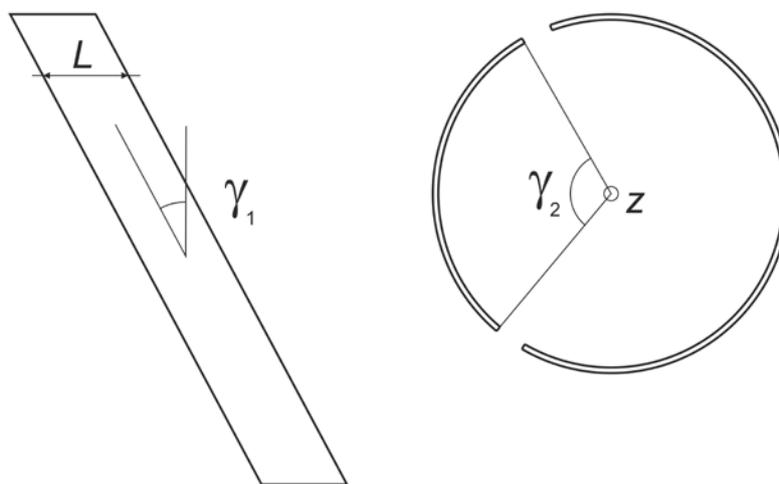


Рис.4. Варьируемые геометрические параметры  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  для определения оптимальной формы геометрии энергоагрегата

Дополнительно рассмотрен вопрос о наиболее целесообразной численной постановке с точки зрения принятия основных решений при рассмотрении задачи многопараметрической оптимизации, а именно, нас интересовал вопрос: следует ли рассматривать вопрос поиска оптимальной формы узла лопастей, исследуя неподвижный узел или узел, движущийся под силовой нагрузкой. Вопрос заключается в том, какую задачу принять за основную. Для этого проведены предварительные расчеты для оценки вычислительных затрат и выработке подходов к решению задачи оптимизации.

Следует заметить, что моделирование физических процессов при движении объекта требует построения как минимум двухобластной объемной сетки при условии стыковки сетки «узел в узел» на границе областей.

В пакете OpenFOAM реализовано несколько вариантов расчета течений с учетом движения объектов. Для моделирования движения узла лопастей под силовой нагрузкой нами использован вариант движущихся сеток со скользящим интерфейсом (AMI-интерфейсом, Arbitrary Mesh Interface). Данный подход требует формирования двух несвязанных между собой, так называемых неконформных сеток, и списка соседствующих граничных поверхностей. Одна сетка движется, в то время как вторая остается неподвижной, стационарной. При этом используется специальный вариант интерполяционной процедуры для связывания AMI-интерфейсов, основанной на галеркинской процедуре проектирования [12]. Такая процедура сохраняет консервативность и точна в L2-норме.

Весь процесс можно разделить на четыре части: сначала выделяются AMI-интерфейсы, затем находятся соседние ячейки на этих интерфейсах, далее рассчитываются весовые функции на основе площадей пересечения ячеек. И наконец, весовые функции, рассчитанные на предыдущем шаге по времени, используются для балансировки потоков на границе интерфейсов. Технология динамических сеток оттестирована различными авторами [13–14] и точность этого подхода подтверждена.

Для анализа аэродинамических характеристик движущейся установки использовалась вычислительная модель `pimpleDyMFoam`, в основе которой лежит алгоритм PIMPLE дополненный процедурой переинтерполяции для AMI-интерфейса. В нашем случае вся расчетная область состоит из двух подобластей: внутренней цилиндрической области и кубической области, ограничивающей всю расчетную область целиком (рис.5). Цилиндрическая область содержит внутри себя энергоустановку. Полный размер сетки составляет  $5 \times 10^6$  ячеек. При этом 80% всех ячеек приходится на внутреннюю область ( $4 \times 10^6$  ячеек). Внутренняя цилиндрическая область вращается с заданной постоянной скоростью  $\omega$  относительно оси, совпадающей с осью ветроустановки, а вся конструкция помещается во внешний поток, набегающий на турбину со скоростью  $U_\infty$ .

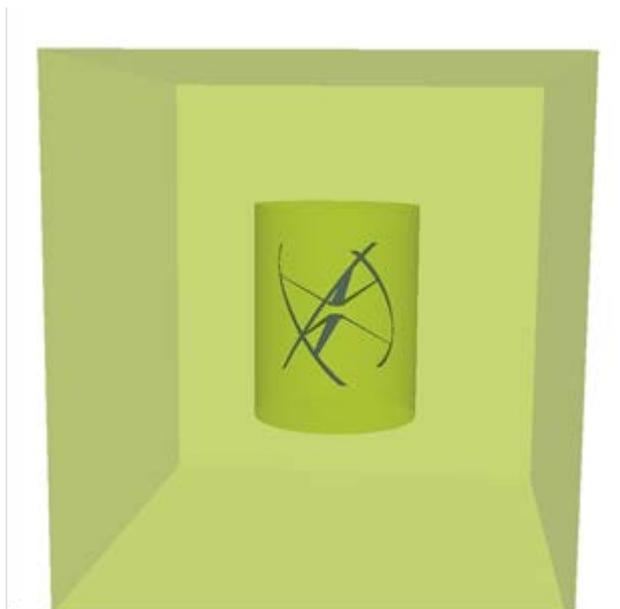


Рис.5. Расчетная область для моделирования движущегося узла лопастей [2].

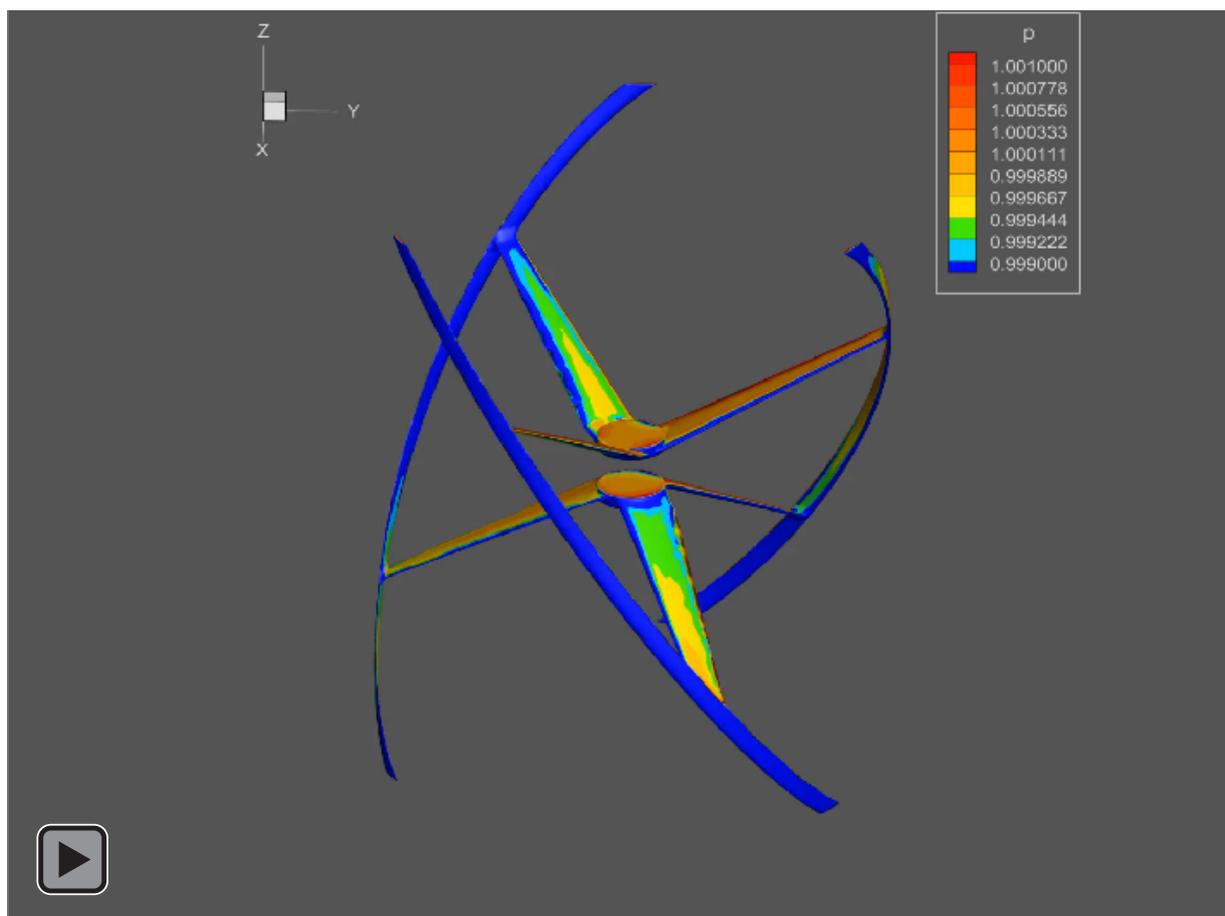
Следует отметить, что проведенный расчет отличается большой вычислительной трудоемкостью. При задании числа ячеек сетки  $5 \cdot 10^6$  для расчета полного оборота энергоустановки необходимо потратить около 500 часов машинного времени, при этом задействуется 80 ядер компьютерного кластера К-100. Для организации массовых расчетов такого рода нужны значительные вычислительные мощности. Таким образом, данный расчет является уникальным и реализованная постановка может быть использована в будущем для верификации результатов решения задачи поиска оптимальной конфигурации узла лопастей. Однако поиск оптимальной формы предполагает множественные расчеты с вариацией ключевых геометрических параметров и с этой точки зрения практичнее опираться на расчеты и анализ неподвижного узла. Такой подход позволяет сократить время, требуемое для расчета, до разумного и реализовать первичный разведочный поиск оптимальной формы изделия с точки зрения силовых характеристик.

Остановимся дополнительно на вопросе визуализации, которая является важным источником представления о физических процессах, происходящих при работе энергетической установки. Основные способы визуального представления численных данных в задачах вычислительной механики жидкости и газа представлены в работах [15,16].

Практически любая САД-система позволяет визуализировать трехмерный объект с заданными координатами положения по отношению к пользователю. Мы использовали два различных подхода для анимации процессов [2]. В первом подходе камера фиксировалась в определенном положении, и вращение узла лопастей происходило перед камерой. Это позволяет наблюдать процесс изменения газодинамических характеристик на всем узле в целом во время движения узла. Подобный подход естественным образом трактуется как «облет» камеры вокруг неподвижного узла лопастей в потоке. У исследователя

появляется возможность контролировать распределение газодинамических функций во всех точках объекта, вовремя выявлять появление расчетных артефактов. Второй подход заключается в фиксации камеры в определенном положении относительно узла лопастей и вращении камеры вместе с узлом, что позволяет контролировать изменения газодинамических характеристик на просматриваемых в заданном ракурсе лопастях в процессе движения.

На рисунке 6 представлена анимация процесса обтекания неподвижного узла лопастей при «облете» камеры вокруг узла с помощью распределения давления по поверхностям лопастей узла.



*Рис. 6.* Анимация процесса обтекания неподвижного узла лопастей при «облете» камеры вокруг узла; показано распределение давления по поверхностям лопастей.

В результате проведенных исследований построена единая технологическая цепочка алгоритмов, позволяющая моделировать обтекание как неподвижного, так и движущегося узла лопастей и проводить вариацию геометрических параметров, определяющих форму узла. На основе разработанного комплекса алгоритмов возможны постановка и решение оптимизационной задачи с целью нахождения формы узла лопастей, оптимальной с точки зрения силовой нагрузки.

## 2. Организация разведочного поиска оптимальной геометрической формы узла лопастей

### 2.1 Постановка оптимизационной задачи

Перейдем к постановке оптимизационной задачи в наиболее общем виде. Формальная общая постановка задачи оптимизации выглядит следующим образом: найти среди элементов  $x$ , образующих множество  $X$ , такой элемент  $x^*$ , на котором заданная функция  $f(x)$  достигает минимального (или максимального) значения, т.е.  $f(x^*) = \min_{x \in X} f(x)$  (или  $f(x^*) = \max_{x \in X} f(x)$ , соответственно). Следовательно, для того чтобы поставить задачу оптимизации, необходимо задать: допустимое множество  $X = \{\bar{x} \mid g_i(\bar{x}) \leq 0, i = 1, \dots, m\} \subset R^n$ , функцию  $f(x): X \rightarrow R^n$ , называемую целевой функцией и критерий поиска – что мы ищем – (max или min).

Решить подобную задачу означает либо найти искомый экстремум  $f(x^*) = \min_{x \in X} f(x)$ , либо показать, что решения не существует. Если при задании допустимого множества  $X$  ограничения  $g_i(\bar{x})$  отсутствуют, то мы имеем дело с задачей безусловной оптимизации. Если условия  $g_i(\bar{x})$  существуют, то подобную задачу называют – задачей условной оптимизации.

Предполагая возможность ряда конструкторских ограничений по сути рассматриваемой задачи, мы формально имеем дело с задачей условной многопараметрической оптимизации, которая характерна для задач конструкторской оптимизации вообще. Наш случай является многопараметрической оптимизационной задачей, т.к. рассматриваются вариации трех ключевых геометрических параметров. Вариации этих параметров ограничены диапазонами, и, следовательно, накладывают ограничения на варьируемые параметры.

В целом задачу разведочного параметрического поиска можно сформулировать следующим образом: найти значения ключевых геометрических параметров узла лопастей  $\gamma_1^*$ ,  $\gamma_2^*$ ,  $L^*$ , обеспечивающие максимальное значение целевой функции  $M^* = \max M\{\gamma_1^*, \gamma_2^*, L^*\}$ . В качестве целевой функции выбирались основные аэродинамические характеристики: полная аэродинамическая сила  $\vec{F}$  и вращающий момент  $\vec{M}$ . Для решения оптимизационной задачи предполагается использовать сеточный метод. Для первоначальной оценки этот подход представляется целесообразным, поскольку многомерные задачи являются значительно более сложными и трудоемкими, чем одномерные. Суть предлагаемого метода поиска наименьшего значения заключается в определении значений целевой функции в дискретном наборе узлов, не выходящих за рамки допустимого множества  $X$ . Иными словами, проводится разбиение с определенным шагом диапазонов

изменения для каждого из ключевых геометрических параметров. Таким образом, область пространства, образуемая диапазонами изменения параметров, покрывается сеткой. В каждом из узлов сетки вычисляется целевая функция. Наибольшее из множества значений целевой функции на данной сетке принимается за максимум. Ранее традиционно считалось, что для задач большей размерности данный метод практически непригоден из-за большого времени, необходимого для расчетов. Однако развитие параллельных вычислений позволяет ускорять процессы расчетов на порядки. Это обстоятельство делает самые неприхотливые и простые методы реально применимыми к практическим задачам. Более того, их простота и надежность создают им в этом случае значительные преимущества.

## 2.2 Результаты оптимизационных расчетов

Проведенные массовые численные расчеты позволяют осуществить разведочный поиск и грубую оптимизационную прикидку оптимальной совокупности ключевых геометрических параметров с точки зрения максимизации вращающего момента узла лопастей. Для этого один из вариантов геометрии с параметрами  $\gamma'_{1\_баз}$ ,  $\gamma_{2\_баз}$ ,  $L_{баз}$  выбран в качестве базового, после чего каждый из ключевых параметров  $\gamma'_1$ ,  $\gamma_2$  или  $L$  последовательно варьировался. При этом два оставшихся параметра фиксировались на базовых значениях.

Значения угла  $\gamma'_1$  варьировались в диапазоне от 45 до 65 градусов с шагом 5 градусов. Значения угла  $\gamma_2$  варьировались в диапазоне от 100 до 130 градусов с шагом 10 градусов. Ширина основной лопасти  $L$  варьировалась в сторону уменьшения и увеличения на 10 и 20 процентов от базового значения. В качестве базового варианта принимались значения для геометрии, полученной в результате лазерного сканирования опытного образца:  $\gamma'_1 = 55$  градусов,  $\gamma_2 = 120$  градусов,  $L \sim 20$  см.

Результаты поиска представлены на рис. 7 и 8 для суммарной силы и вращающего момента соответственно. Считаем, что для каждого разведочного направления точки пронумерованы по возрастанию параметра. По оси абсцисс отложены номера точек, каждая из которых соответствует некоторому набору основных варьируемых геометрических параметров.

Точка под номером 3 соответствует базовому варианту для всех трех разведочных направлений. Красным цветом отмечены значения силы (рис. 7) и момента (рис. 8) для вариации по углу  $\gamma'_1$  при фиксированных базовых значениях  $\gamma_2$  и  $L$ . Синим цветом аналогично отмечены соответствующие значения для вариации по углу  $\gamma_2$ , а зеленым – вариации ширины лопасти  $L$ .

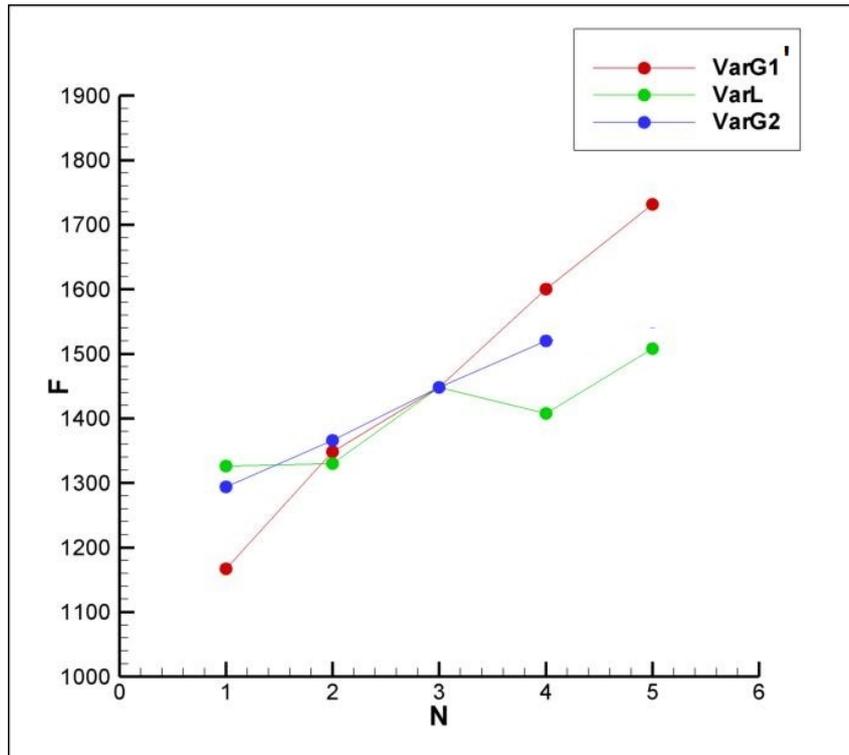


Рис. 7. Изменение модуля аэродинамической силы при вариациях по основным направлениям от базового варианта

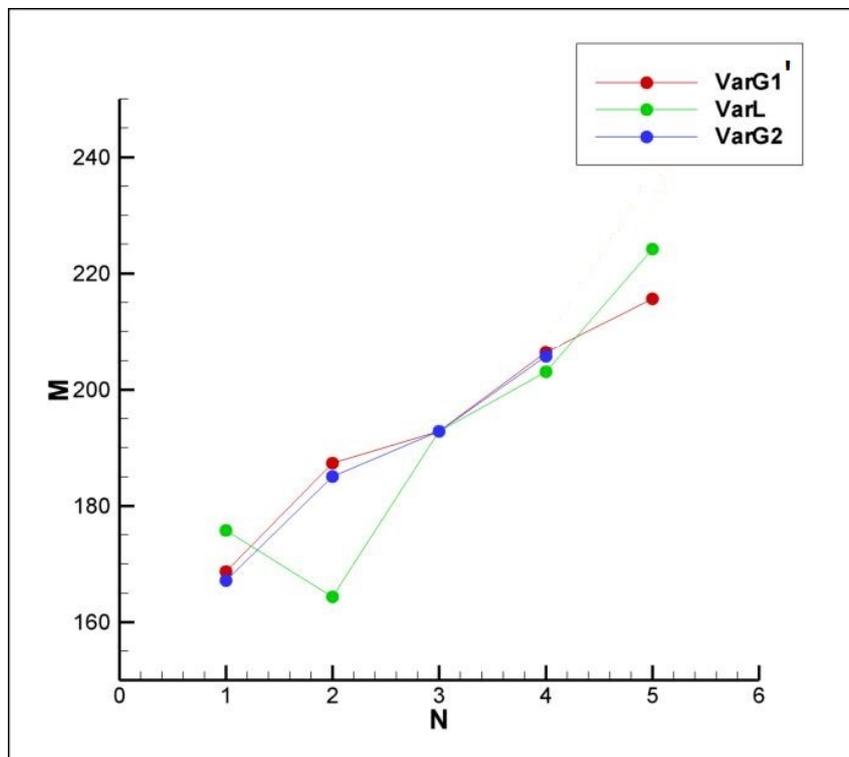


Рис. 8. Изменение модуля вращающего момента при вариациях по основным направлениям от базового варианта

Подобное представление является классическим приемом разведочного поиска, применявшимся при планировании и реализации физических натуральных экспериментов еще в докомпьютерную эпоху.

Представленные результаты позволяют сделать предположение, что при увеличении всех трех ключевых геометрических параметров  $\gamma'_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $L$  от значений базового варианта  $\gamma'_{1\_баз}$ ,  $\gamma_{2\_баз}$ ,  $L_{баз}$  происходит увеличение вращающего момента.

Следующая группа расчетов предполагала вариацию углов  $\gamma'_1$  и  $\gamma_2$  в диапазонах их изменения при фиксированном значении ширины лопасти  $L$ , равном значению базового варианта.

Результаты расчетов позволяют нам построить для суммарной силы и суммарного момента картину их зависимости от вариации углов  $\gamma'_1$  и  $\gamma_2$  в виде функциональной зависимости  $F(\gamma'_1, \gamma_2)$  и  $M(\gamma'_1, \gamma_2)$ .

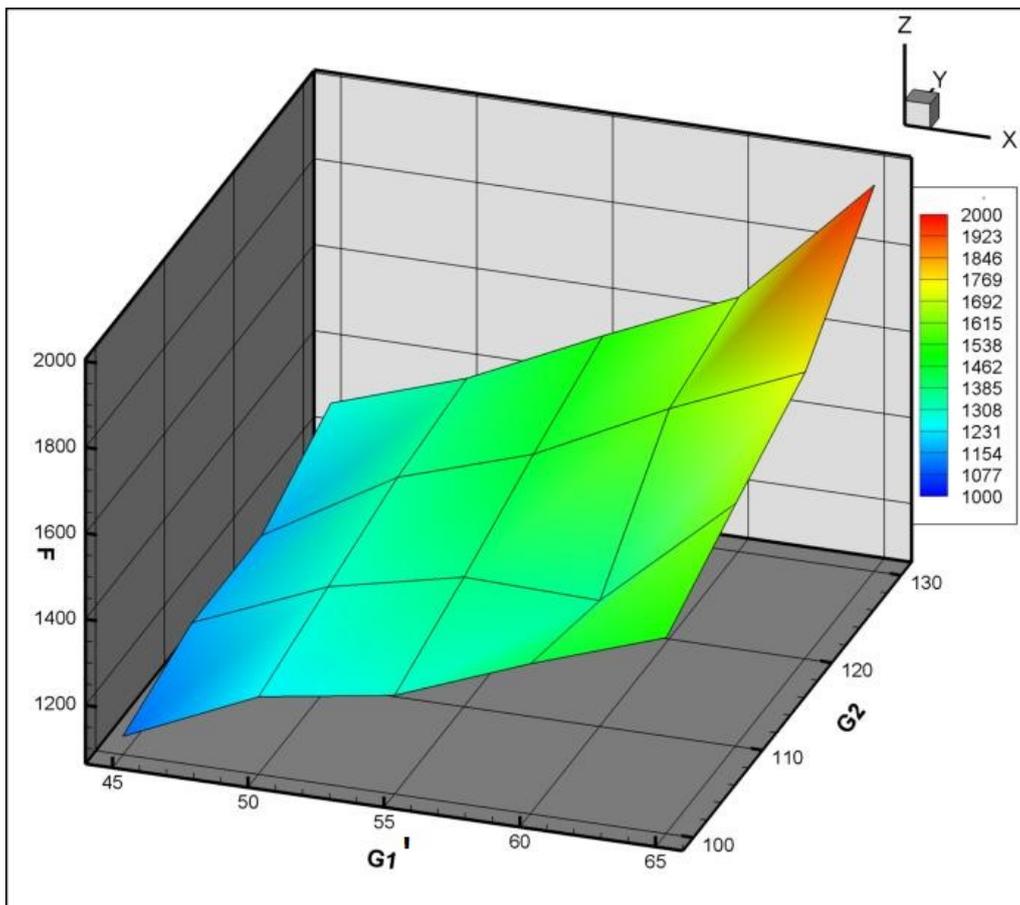


Рис. 9. Представление в виде трехмерной поверхности распределения модуля аэродинамической силы при вариации по углам  $\gamma'_1$  и  $\gamma_2$ .

На рисунке 9 представлено распределение зависимости силы  $F(\gamma'_1, \gamma_2)$  от вариации основных углов конфигурации  $\gamma'_1$  и  $\gamma_2$  в виде трехмерной

поверхности. Представленный рисунок достаточно четко демонстрирует возрастание силы при одновременном увеличении углов  $\gamma'_1$  и  $\gamma_2$ .

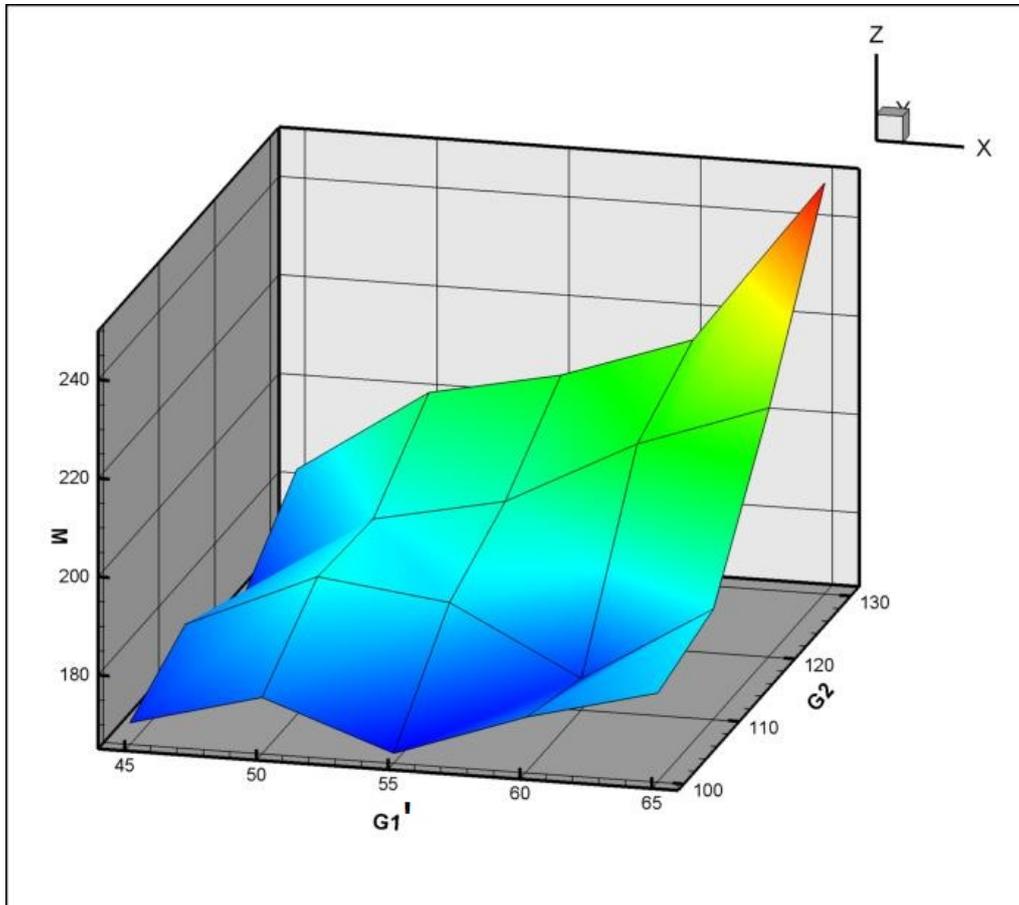


Рис. 10. Представление в виде трехмерной поверхности распределения модуля крутящего момента при вариации по углам  $\gamma'_1$  и  $\gamma_2$ .

Аналогичным образом на следующем рисунке представлена зависимость вращающего момента от вариации углов  $\gamma'_1$  и  $\gamma_2$ . На рисунке 10 представлена зависимость суммарного вращающего момента  $M(\gamma'_1, \gamma_2)$  от вариации основных углов конфигурации  $\gamma'_1$  и  $\gamma_2$  в виде трехмерной поверхности. Представленные рисунки также четко демонстрируют возрастание суммарного вращающего момента при одновременном увеличении углов  $\gamma'_1$  и  $\gamma_2$ .

По результатам анализа проведенных расчетов, представляющего собой классическое решение грубой оптимизационной задачи сеточным методом, можно сделать достаточно обоснованный вывод о том, что в рассматриваемом диапазоне изменения геометрических параметров  $\gamma'_1$  и  $\gamma_2$  конфигурации при фиксированном базовом значении параметра  $L$  максимальный суммарный вращающий момент достигается при достижении максимальных значений  $\gamma'_1$  и

$\gamma_2$  в диапазоне. Геометрический выбор максимальных значений  $\gamma'_1$  и  $\gamma_2$  (при фиксированном базовом значении ширины лопасти  $L$ ) обеспечивает увеличение суммарного вращающего момента на 28.95%.

Рассмотрим третье направление вариации ключевых геометрических параметров изделия – вариацию ширины лопасти (при фиксированных базовых значениях угловых параметров  $\gamma'_1$  и  $\gamma_2$ ). Рисунок 8 показывает нам четкое и почти линейное увеличение суммарного вращающего момента при увеличении ширины лопасти  $L$ , начиная от базового варианта. Увеличение ширины лопасти  $L$  на 20% приводит к увеличению суммарного вращающего момента на 16.26%.

Логично ожидать, что совместное увеличение всех трех ключевых геометрических параметров позволит добиться еще большего увеличения суммарного вращающего момента. Для прикидочной оценки проведем экстраполяцию по линейной зависимости для увеличения ширины лопасти для максимального значения момента при сочетании максимальных значений угловых параметров  $\gamma'_1$  и  $\gamma_2$ . Подобный прием также является классическим методом обработки и оценки экспериментальных результатов. Оценочная экстраполяция показывает, что одновременное увеличение всех трех параметров в диапазонах, определенных в настоящей работе, позволит увеличить значение момента по сравнению с базовым вариантом геометрии изделия на 49.92%, практически почти в полтора раза.

Разумеется, данное предположение на данном этапе исследований является оценкой, нуждающейся в численном подтверждении. Для подтверждения данной предположительной оценки необходимо проведение дополнительных численных экспериментов по расчетам обтекания изделия при аналогичных слоях по углам  $\gamma'_1$  и  $\gamma_2$  с варьируемой шириной лопасти. Это позволит решить оптимизационную задачу более точно и определить глобальный максимум вращающего момента в получаемом многомерном массиве результатов для выработки производственных рекомендаций.

## **Заключение**

В данной работе представлена вычислительная технология по созданию расчетной методики и реализации разведочного параметрического поиска с целью построения конфигурации, обеспечивающей максимальный вращающий момент.

Численные исследования по определению оптимальной формы узла лопастей проводились на основе построенной единой технологической цепочки алгоритмов, позволяющей проводить математическое моделирование узла лопастей ЭУ с конкретно заданными геометрическими параметрами и определять силовую нагрузку, действующую на агрегат в силовом потоке.

Нами рассмотрены вопросы построения и методологии математического моделирования узла лопастей энергоустановки, проработаны все этапы

построения численной модели – от обтекания отдельно взятой неподвижной лопасти, как конструкционного элемента до задачи обтекания неподвижного узла лопастей в целом. В результате построена единая технологическая цепочка алгоритмов, позволяющая проводить математическое моделирование узла лопастей энергоагрегата с конкретно заданными геометрическими параметрами и определять силовую нагрузку, действующую на агрегат.

В ходе исследований отлажена методология поиска оптимальной (с точки зрения достижения максимального вращающего момента) формы узла лопастей ЭУ, проведено оценочное решение оптимизационной задачи. Данное решение является результатом разведочного параметрического поиска и позволяет определить нужные направления вариации ключевых геометрических параметров, определяющих свойства узла лопастей. Поиск глобального экстремума в массиве данных представляет собой оптимальное сочетание ключевых геометрических параметров узла лопастей.

Далее планируется организация верификационного расчета для полученного оптимального варианта. После получения верификационных данных будет реализовано вычисление распределения напряжений и деформаций в узле лопастей с целью выработки конкретных конструкторских рекомендаций.

## Библиографический список

1. Бондарев А.Е., Жуков В.Т., Мануковский К.В., Новикова Н.Д., Феодоритова О.Б. Разработка и организация математического моделирования обтекания неподвижной лопасти энергетической установки // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2014. № 60. 19 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-60>
2. Андреев С.В., Бондарев А.Е., Бондаренко А.В., Визильтер Ю.В., Галактионов В.А., Гудков А.В., Желтов С.Ю., Жуков В.Т., Иловайская Е.Б., Князь В.А., Мануковский К.В., Новикова Н.Д., Ососков М.В., Силаев Н.Ж., Феодоритова О.Б., Бондарева Н.А. Моделирование и визуализация работы узла лопастей сложной формы в энергетической установке // Журнал «Научная визуализация», 2015, т. 7, № 4, С. 1-12.
3. Андреев С.В., Бондарев А.Е., Бондаренко А.В., Галактионов В.А., Желтов С.Ю., Жуков В.Т., Иловайская Е.Б., Мануковский К.В., Новикова Н.Д., Ососков М.В., Феодоритова О.Б. Моделирование и визуализация работы энергетической установки сложной формы. Матем. Моделирование, 2016, том 28
4. Moukalled, L.Mangani, M.Darwish. The finite volume method in computational Fluid Dynamics. Springer. 2015
5. T.Maric, J.Hopken, K.Mooney. The OpenFOAM technology primer. [www.sourceflux.de/book](http://www.sourceflux.de/book), 2014.

6. OpenFOAM <http://www.openfoam.com>
7. First Symposium on OpenFOAM® in Wind Energy. 20 - 21 March 2013. <http://www.forwind.de/sowe/Site/Home.html>
8. Second Symposium on OpenFOAM® in Wind Energy. 19-21 May 2014. <http://wind.nrel.gov/2ndSOWE/>
9. Third Symposium on OpenFOAM® in Wind Energy. 15– 17 June 2015. <https://www.eko.polimi.it/index.php/sowe2015/SOWE2015>
10. Гибридный вычислительный кластер К-100 URL: <http://www.kiam.ru/MVS/resourses/k100.html>
11. Н.Ф.Краснов Аэродинамика. Москва. Высшая школа. 1980.
12. Farrell P.E., Maddison J.R. Conservative interpolation between volume meshes by local Galerkin projection. *Comput. Methods Appl. Mech Engrg*, 200(89), 2011.
13. Kinsey T., Dumas G. Parametric study of an oscillating airfoil in a power-extraction regime. *AIAA Journal*, 46(6):1318–1330, 2008.
14. Lapointe S., Dumas G. Improved numerical simulations of self-sustained oscillations of a NACA0012 with transition modeling. Honolulu, HI, June 2011. 41st AIAA Fluid Dynamics Conference. Paper AIAA-2011- 3528.
15. Бондарев А.Е., Галактионов В.А., Чечеткин В.М. Анализ развития концепций и методов визуального представления данных в задачах вычислительной физики // *Журнал вычислительной математики и математической физики*, 2011, т. 51, № 4, с. 669–683.
16. Бондарев А.Е., Галактионов В.А. Современные направления развития визуализации данных в вычислительной механике жидкости и газа // *Научная визуализация*, т.5, № 4, с. 18-30, 2013.

## Оглавление

Введение .....	3
1. Построение единой технологической цепочки алгоритмов для математического моделирования узла лопастей .....	4
2. Организация разведочного поиска оптимальной геометрической формы узла лопастей.....	13
2.1 Постановка оптимизационной задачи.....	13
2.2 Результаты оптимизационных расчетов .....	14
Заключение.....	18
Библиографический список.....	19