



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 2 за 2017 г.



ISSN 2071-2898 (Print)  
ISSN 2071-2901 (Online)

**Вичев И.Ю., Грушин А.С.,  
Цыгвинцев И.П., Романов И.В.,  
Кологривов А.А.**

О нахождении параметров  
плазмы по интегральному  
спектру

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** О нахождении параметров плазмы по интегральному спектру / И.Ю.Вичев [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2017. № 2. 19 с. doi:[10.20948/prepr-2017-2](https://doi.org/10.20948/prepr-2017-2)  
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2017-2>

**Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В.Келдыша  
Российской Академии наук**

**И.Ю.Вичев, А.С.Грушин, И.П.Цыгвинцев,  
И.В.Романов, А.А.Кологривов**

**О нахождении параметров плазмы  
по интегральному спектру**

**Москва — 2017**

**Вичев И.Ю., Грушин А.С., Цыгвинцев И.П.,  
Романов И.В., Кологривов А.А.**

О нахождении параметров плазмы по интегральному спектру

В работе описана методика определения диапазонов температуры и плотности плазмы по интегральному спектру. Демонстрируется её приложение к экспериментально полученному ВУФ спектру пинчевой плазмы железа. Обсуждаются ограничения методики и степень корректности полученных результатов.

Расчёт спектральных таблиц и разработка методики (пп. 1 – 3, 5) осуществлялись И.П. Цыгвинцевым и А.С. Грушиным в рамках работы по гранту РФФИ №16-11-10174, исследуемый экспериментальный спектр был получен И.В. Романовым и А.А. Кологривовым в рамках работы по гранту РФФИ №15-02-03757а, работы по его анализу проводились при поддержке гранта РФФИ №15-01-06195а.

**Vichev I.Yu., Grushin A.S., Tsygvintsev I.P., Romanov I.V., Kologrivov A.A.**

On the determination of plasma parameters on the integrated spectrum

The paper describes a method of determining the temperature and density ranges of plasma on the integrated spectrum. Its application to the experimentally obtained EUV spectrum of pinch iron plasma is demonstrated. We discuss the limitations of the method and degree of correctness of the results.

The study was supported by RSF under Grant №16-11-10174 and RFBR under Grant №15-02-03757a and №15-01-06195a.

## **Оглавление**

1. Введение.....	3
2. Расчёт таблиц спектральных характеристик плазмы .....	3
3. Составление синтетических спектров.....	6
4. Применение методики .....	8
5. Область применимости методики .....	15
6. Обсуждение результатов .....	17
Литература .....	18

## 1. Введение

К наиболее эффективным методам исследования плазменных объектов относится рентгеновская и вакуумно-ультрафиолетовая (ВУФ) спектроскопия многозарядных ионов. При этом, несмотря на то что методы рентгеновской и ВУФ спектроскопии разрабатываются на протяжении более 40 лет, существует ряд проблем, с которыми сталкивается экспериментатор при выборе метода исследования и интерпретации полученных спектров с целью определения по ним основных параметров плазмы: температуры и плотности. К одной из них можно отнести проблему интерпретации ВУФ спектров в области с длинами волн свыше  $20 \text{ \AA}$  при исследовании плазмы с умеренными характеристиками, но излучающей в таких востребованных диапазонах, как  $135 \text{ \AA}$  (наноитография),  $23 - 44 \text{ \AA}$  (окно прозрачности воды) и др. К сожалению, из-за сложной структуры и специфики ВУФ спектров каждого элемента в настоящее время не существует единой универсальной методики определения по ним параметров плазмы. Только для некоторых элементов, в частности для Fe и W, разработан метод, позволяющий в приближении коронарного равновесия и слабой зависимости температуры от атомного номера  $Z$  элемента (для  $Z$  меньших 74) определять температуру плазменного объекта путём сравнения его спектров с хорошо исследованными спектрами лазерной плазмы [1]. При этом следует отметить, что использование предложенного в работе метода сопряжено с рядом трудностей. Так, при интерпретации спектров пинчевой плазмы разрядов предположение о коронарном равновесии объекта полностью исключает информацию о его плотности и требует отдельного обоснования. Одним из решений данной проблемы является расчёт спектральных характеристик плазмы для отдельных значений температуры и плотности и аппроксимация экспериментальных спектров линейной комбинацией расчётных. Из соотношения весовых коэффициентов, с которыми расчётные спектры входят в результирующий синтетический спектр, делается вывод о диапазоне параметров плазмы. В данной работе приводятся описание метода синтеза ВУФ спектров в рамках модели столкновительно-излучательного равновесия и результаты его применения для определения параметров пинчевой плазмы железа искрового вакуумного разряда с лазерным поджигом.

## 2. Расчёт таблиц спектральных характеристик плазмы

Информация об энергии конфигураций, положении линий и силе осцилляторов для ионов железа бралась из заранее подготовленной базы атомных данных KIAM\_DB [2], полученной по хорошо зарекомендовавшей себя программе FAC [3]. Положения отдельных линий выверялись по базе экспериментальных и теоретических данных NIST [4].

Дальнейший расчёт спектра осуществлялся путём нахождения стационарного решения уравнений поуровневой кинетики ионов при фиксированных температуре, плотности и поле излучения по программе TH\_NLTE [5]. В модели столкновительно-излучательного равновесия (CRE), реализованной в этой программе, решается система поуровневой кинетики

$$\begin{aligned} \frac{dx_{ks}}{dt} = & -x_{ks} \left( \sum_{s'} R_{ks \rightarrow k-1, s'} + \sum_{s'} I_{ks \rightarrow k+1, s'} + \sum_{s'} T_{ks \rightarrow k, s'} \right) + \\ & + \sum_{s'} x_{k+1, s'} R_{k+1, s' \rightarrow k, s} + \sum_{s'} x_{k-1, s'} I_{k-1, s' \rightarrow ks} + \sum_{s'} x_{k, s'} T_{ks' \rightarrow k, s}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x_{ks}$  — концентрация ионов кратности  $k$  в состоянии  $s$ ,  $R_{ks \rightarrow k-1, s'}$  — скорости рекомбинации

$$R_{ks \rightarrow k-1, s'} = \alpha^{ir} + \alpha^{phr}(U_\omega) + \alpha^{dc},$$

$I_{ks \rightarrow k+1, s'}$  — скорости ионизации

$$I_{ks \rightarrow k+1, s'} = \alpha^{ii} + \alpha^{phi}(U_\omega) + \alpha^{ai},$$

$T_{ks \rightarrow k, s'}$  — скорости внутренних возбуждения и гашения (радиационные и столкновительные)

$$T_{ks \rightarrow ks'} = \alpha^{ex} + \alpha^{abs}(U_\omega), \quad T_{ks' \rightarrow ks} = \alpha^{dex} + \alpha^{em}(U_\omega),$$

$U_\omega$  — поле излучения. При этом средний заряд плазмы определяется соотношением

$$Z_0 = \sum_{k=0}^Z k \sum_s x_{ks}.$$

Учитываются следующие процессы взаимодействия ионов со свободными электронами и фотонами: поглощение и излучение в линиях, фотоионизация, фоторекомбинация, столкновительные переходы между состояниями и ионизация, трёхчастичная ионизация, автоионизация и диэлектронная рекомбинация.

Рассматривались два предельных случая: планковское поле излучения  $U_\omega \equiv U_P$ , отвечающее локальному термодинамическому равновесию (LTE), и

нулевое поле излучения  $U_\omega \equiv 0$  (то есть отсутствие процессов поглощения фотонов). В первом случае распределение ионов по степени ионизации совпадает с полученным по формуле Саха, во втором — на малых плотностях не зависит от плотности и выходит на корональный предел (см. рис. 1). В свою очередь, значение плотности, при которой степень ионизации выходит на корональный предел, зависит от температуры плазмы. Согласно рис. 1, для температур  $\sim 10$  эВ степень ионизации перестаёт зависеть от плотности лишь при плотностях, меньших  $10^{-7}$  г/см<sup>3</sup>. Для температур  $\sim 150$  эВ корональный предел устанавливается при плотностях до  $10^{-4}$  г/см<sup>3</sup>.

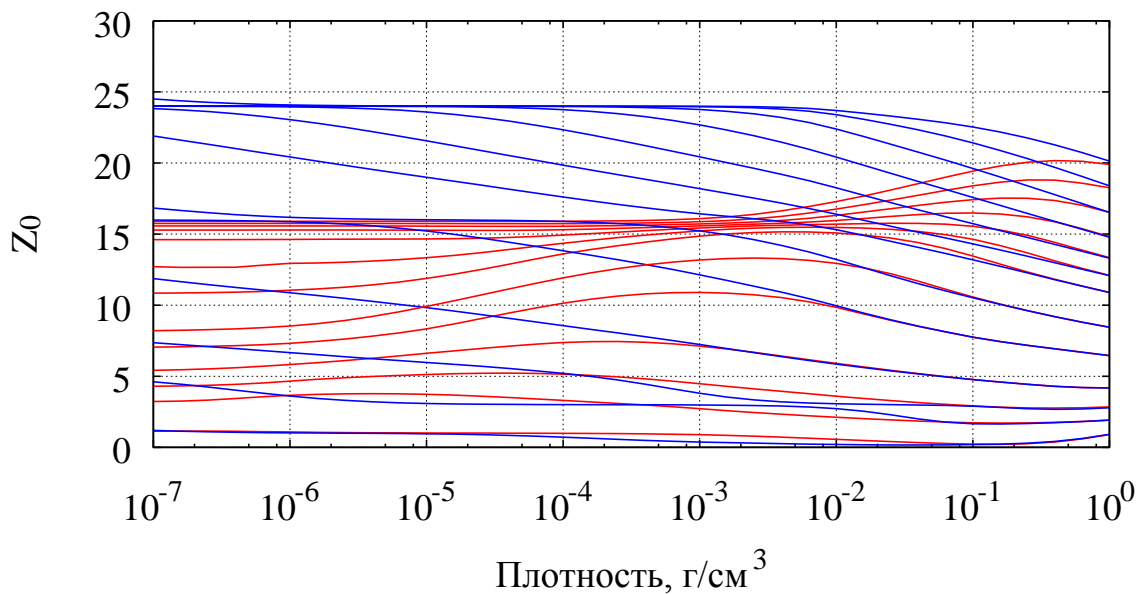


Рис. 1. Зависимости средней степени ионизации плазмы железа от плотности при температурах 1, 5, 10, 20, 40, 63, 100, 125, 160, 200, 250, 320 и 400 эВ, полученные в приближениях  $U_\omega \equiv U_p$  (LTE) (синие кривые) и  $U_\omega \equiv 0$  (красные кривые)

Необходимо отметить, что выход зарядового распределения ионов на корональный предел ещё не свидетельствует об установлении коронального равновесия: для коронального равновесия необходимо, чтобы все ионы между соударениями успевали релаксировать в основное состояние. Как правило, это происходит при значениях плотности, на порядок меньших, чем на рис. 1. Что же касается другого предельного случая, в плазме ограниченных размеров предел LTE никогда полностью не реализуется, так как подразумевает полное перепоглощение испущенных фотонов во всём спектральном диапазоне. Типичным является случай, когда излучаемые в середине спектральных линий фотоны поглощаются, а излучаемые в крыльях линий — свободно выходят из плазмы. В работе [6] было показано, что интерполяция между предельными случаями LTE и нулевого поля излучения удовлетворительно передаёт основные закономерности сложных спектров, но амплитуды отдельных

спектральных линий могут отличаться в два раза от полученного при точном решении задачи переноса излучения, согласованной с поуровневой кинетикой. Это следует иметь в виду при интерпретации экспериментальных спектров.

### 3. Составление синтетических спектров

Как правило, в экспериментах снимается интегральный как по времени  $t$ , так и по пространству спектр излучения  $I(\omega, \Omega)$  в некотором фиксированном направлении  $\Omega$ . Его можно представить в виде

$$I(\omega, \Omega) = \int d\mathbf{r} \int dt j(\mathbf{r}, t, \omega) \exp\left(-\int dl \kappa(\mathbf{r} + \Omega l, t + l/c, \omega)\right). \quad (2)$$

Здесь  $\omega$  — частота фотона,  $l$  — координата на луче, идущем от точки  $\mathbf{r}$  в направлении детектора,  $j$  и  $\kappa$  — спектральные излучательная способность и коэффициент поглощения плазмы. В случае, когда поглощение излучения мало, формула (2) принимает вид

$$I(\omega) = \int d\mathbf{r} \int dt j(\rho(\mathbf{r}, t), T(\mathbf{r}, t), \omega), \quad (3)$$

где явно учтено, что излучательная способность плазмы  $j(\rho, T, \omega)$  зависит от термодинамических параметров и поля излучения. Использование формулы (3) предполагает слабое поглощение, поэтому здесь и далее использовалась излучательная способность, рассчитанная в приближении прозрачной плазмы. В случае сильного поглощения излучения формула (3) неверна и для расчёта интегрального спектра необходимо использовать формулу (2), где учитывать динамику плазмы, то есть зависимости  $\rho(\mathbf{r}, t)$  и  $T(\mathbf{r}, t)$ .

Осуществим в (3) замену переменных интегрирования, перейдя от координаты  $\mathbf{r}$  и времени  $t$  к температуре  $T$  и плотности  $\rho$ :

$$I(\omega) = \int dT \int d\rho A(\rho, T) j(\rho, T, \omega). \quad (4)$$

Функция  $A(\rho, T)$  характеризует объём и длительность существования плазмы с температурой  $T$  и плотностью  $\rho$ . Предполагая величину  $j(\rho, T, \omega)$  известной для фиксированных значений температуры, плотности и энергии фотона на сетке  $(\rho_m, T_l, \omega_n)$ , вычислим интеграл (4) методом трапеций:

$$I_n = \sum_{m,l} A_{ml} j_{mln}. \quad (5)$$

Здесь  $I_n = I(\omega_n)$ ,  $j_{mln} = j(\rho_m, T_l, \omega_n)$ ,  $A_{ml} = A(\rho_m, T_l) \frac{(\rho_{m+1} - \rho_{m-1})(T_{l+1} - T_{l-1})}{4}$ .

Восстановив коэффициенты матрицы  $A_{ml}$  по измеренным  $I_n$  и рассчитанным  $j_{min}$ , мы получим информацию о температуре и плотности излучающей плазмы.

Постановка задачи в таком виде приводит к существенным трудностям. Во-первых, коэффициенты  $A_{ml}$  в силу их физического смысла должны быть неотрицательны, из-за чего существование решения не гарантировано. Выходом является переход от поиска корней  $A_{ml}$ , обеспечивающих точное равенство (5), к поиску неотрицательных коэффициентов  $A_{ml} \geq 0$ , обеспечивающих минимальную (в смысле средних квадратов) невязку в этом уравнении. Существует хорошо известный алгоритм NNLS (non-negative least squares [7]), решающий эту задачу.

Также стоит отметить, что из-за ограниченности экспериментально наблюдаемого диапазона длин волн не гарантирована и единственность решения: например, невязку можно уменьшить, добавив температурный вклад плазмы, слабо излучающей в наблюдаемом диапазоне, но сильно — за его пределами. Чтобы избежать подобных нефизических вкладов, необходимо ограничивать допустимый набор температур и плотностей.

Но основной проблемой является неустойчивость этой задачи по отношению к входным данным. Например, сдвиг спектральной линии в эксперименте относительно её положения в таблице на величину порядка её ширины приведёт к кардинальному изменению ответа: минимизируя невязку, алгоритм будет стремиться максимально подавить вклады от состояний плазмы, в которых эта линия излучает. Частично преодолеть эту проблему можно перейдя от требования поточечной сходимости к требованию минимизации отклонения в заданных спектральных группах  $[\omega_k, \omega_{k+1}]$ , но влияние границ групп на результаты следует проверять отдельно.

Резюмируя всё вышесказанное, приходим к необходимости решать задачу о нахождении коэффициентов  $A_{ml}$ , минимизирующих функционал

$$W[A] = \sum_k \lambda_k \left( \int_{\omega_k}^{\omega_{k+1}} \left( I(\omega) - \sum_{ml} A_{ml} j(\rho_m, T_l, \omega) \right) d\omega \right)^2, \quad (5)$$

где  $\lambda_k > 0$  — некоторые весовые коэффициенты.

На практике оказалось оптимальным минимизировать относительное отклонение, положив

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_k}} = \int_{\omega_k}^{\omega_{k+1}} I(\omega) d\omega.$$

В этом случае минимизируемый функционал принимает вид



$$W[A] = \sum_k \left( 1 - \sum_{ml} A_{ml} \int_{\omega_k}^{\omega_{k+1}} j(\rho_m, T_l, \omega) d\omega \bigg/ \int_{\omega_k}^{\omega_{k+1}} I(\omega) d\omega \right)^2.$$

Выводы о заведомо достигаемых значениях температуры и плотности плазмы делаются на основе того, насколько жёсткие ограничения можно наложить на диапазон допустимых температур  $T \in [T_{min}, T_{max}]$  и плотностей  $\rho \leq \rho_{max}$ , чтобы найденное распределение по-прежнему хорошо описывало экспериментальный спектр.

#### 4. Применение методики

В Физическом институте им. П. Н. Лебедева РАН на протяжении последних лет проводится работа по исследованию свойств вакуумных разрядов малой и средней мощности с лазерным поджигом. Основным достоинством лазерного поджига является возможность доставить в разрядный промежуток фиксированную порцию вещества для обеспечения того или иного режима пинчевания плазмы. Это, в свою очередь, повышает стабильность рабочих характеристик разряда.

В работе [8] был экспериментально исследован процесс формирования микропинчевых структур в плазме вакуумного разряда при напряжениях на накопителе до 16 кВ (с амплитудным значением тока до 28 кА и его скоростью нарастания до  $5 \cdot 10^{11}$  А/с), инициируемого на катоде лазерным импульсом с длительностью 6 нс и энергией в диапазоне 0.5 – 200 мДж. Было установлено, что динамика такого разряда обладает рядом специфических особенностей. Однако применяемые методики и средства диагностики не позволили определить основные параметры плазмы, а именно её плотность  $\rho$  и электронную температуру  $T$ . Для их определения были проведены исследования рентгеноспектральных характеристик плазмы при различных амплитудах разрядного тока в широком диапазоне значений плотности мощности лазерного пучка на катоде. В связи с предположительно умеренными характеристиками плазмы разряда измерения проводились в области длин волн свыше 20 Å.

Излучение плазмы разряда исследовалось в интегральном режиме в диапазоне 25 – 300 Å с помощью спектрографа скользящего падения GIS-S. Спектрограф устанавливался перпендикулярно к межэлектродному промежутку, на расстоянии 65 см от него. Входная щель спектрографа была сориентирована вдоль оси разряда. Диспергирующим элементом спектрографа является сферическая вогнутая решетка 600 штрихов/мм с периодом  $d=1,67$  мкм, радиусом кривизны 1 м, углом скольжения  $4^\circ$  с покрытием W/Re. Спектральное разрешение  $\Delta\lambda$  при ширине входной щели спектрографа 20 мкм составляет 0.66 Å в области 140 Å и  $\sim 1$  Å на границах диапазона. Для регистрации спектра используется линейка приборов с зарядовой связью (ПЗС-

линейка) фирмы Toshiba типа TCD 1304A, покрытая люминофором P-46, преобразующим мягкое рентгеновское излучение в видимое. Суммарная амплитудная погрешность всего тракта регистрации составляет  $\sim 10\%$ . Из результатов по исследованию аналогичных детекторов на основе люминофора и ПЗС следует, что амплитуда выходного сигнала в пределах указанной погрешности линейно зависит от спектральной интенсивности излучения. Выходной сигнал с ПЗС-линейки выводится на ПК. Более полное описание прибора приведено в [9].

В результате проведенных исследований были получены спектры излучения спинчванной плазмы разряда в разных условиях, при использовании различных материалов катода (Al, Fe, Cu и др.).

Подробно опишем методику определения параметров плазмы на примере экспериментально полученного спектра Fe, представленного на рис. 2 – 6. Спектр зарегистрирован при следующих характеристиках разряда: амплитуда тока 28 кА, его скорость нарастания  $5 \cdot 10^{11}$  А/с, энергия лазерного импульса 110 мДж, плотность мощности лазерного пучка на катоде  $1.2 \cdot 10^{11}$  Вт/см<sup>2</sup>.

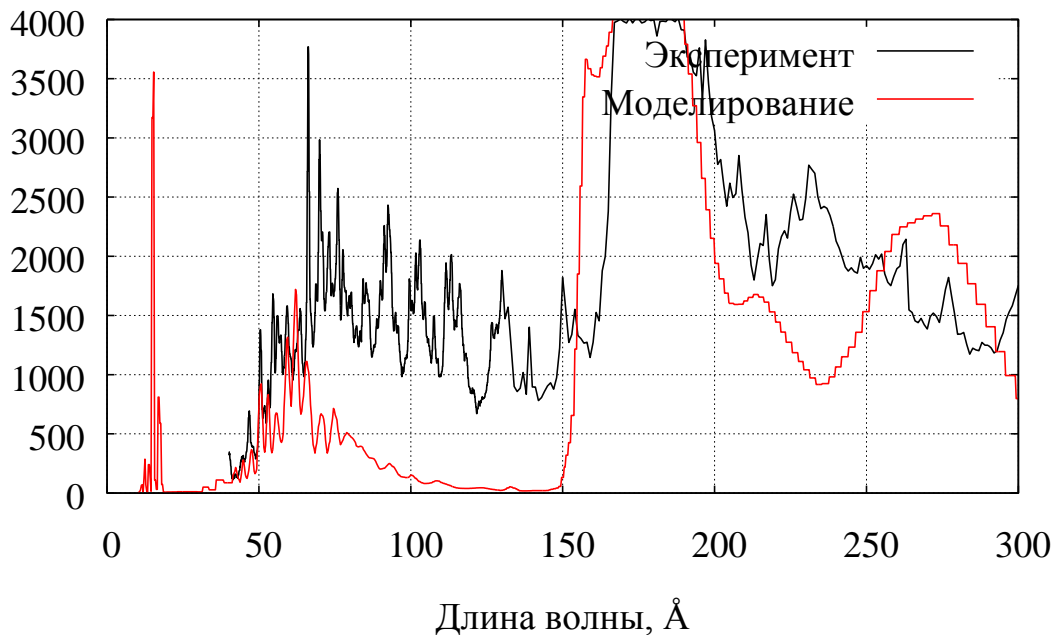


Рис. 2. Моделирование спектра: первая итерация

Первую грубую оценку максимальной температуры проведём в корональном приближении. Для этого используем только спектры, рассчитанные на минимальной плотности ( $\rho_{max}$  положим равным  $10^{-10}$  г/см<sup>3</sup>,  $T_{min}$  — 20 эВ,  $T_{max}$  — 290 эВ). Разобьем весь спектральный диапазон от 43 до 300 Å на 20 равных интервалов. Синтезированный спектр представлен на рис. 2.

Нетрудно увидеть множественные несоответствия в синтезированном и экспериментальном спектрах. В синтезированном спектре отсутствуют интенсивная линия на 66.3 Å, группы линий от 80 до 140 Å, также некорректно описана область с длинами волн, большими 150 Å. Последнее — артефакт

таблиц: скачок интенсивности в этой области в табличных спектрах практически всегда соответствует  $155 - 160 \text{ \AA}$ , а не  $165 \text{ \AA}$ , полученным в эксперименте.

Как было выяснено при сравнении расчётных положений линий с базой данных NIST, основной вклад в этот эффект даёт ошибка  $\sim 4\%$  в положении линий перехода  $3p^6 3d \rightarrow 3p^5 3d^2$  иона  $\text{Fe}^{+7}$ , рассчитанном по программе FAC. К сожалению, коррекция одного этого перехода не позволила полностью устранить расхождение расчётных и экспериментальных данных. Вероятно, в программе FAC имеется некоторый систематический источник погрешности (например, неучтённые электронные конфигурации), влияющий не только на этот переход. Полная проверка всех линий переходов затруднена тем, что в базе NIST приведены лишь экспериментально наблюдаемые и надёжно идентифицируемые линии, соответствующие наиболее вероятным переходам, в то время как расчёт по FAC обеспечивает данные по всем переходам. Работа по корректировке атомных данных продолжается.

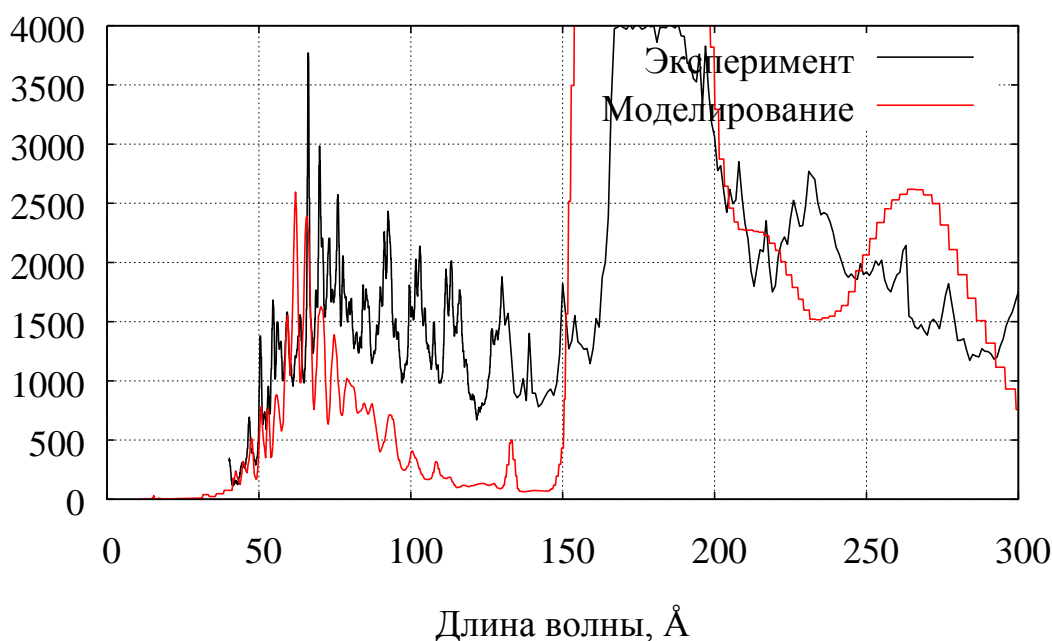


Рис. 3. Моделирование спектра: вторая итерация

Поскольку без коррекции атомных данных диапазон  $140 - 300 \text{ \AA}$  хорошо описать не удастся, объединим его в одну группу, требуя лишь согласия в этой области по интегральной энергии. Диапазон  $43 - 140 \text{ \AA}$  разобьём на 19 равных интервалов и уменьшим  $T_{max}$  до 200 эВ, оставив при этом минимальную плотность неизменной. Полученный при этих условиях спектр представлен на рис. 3.

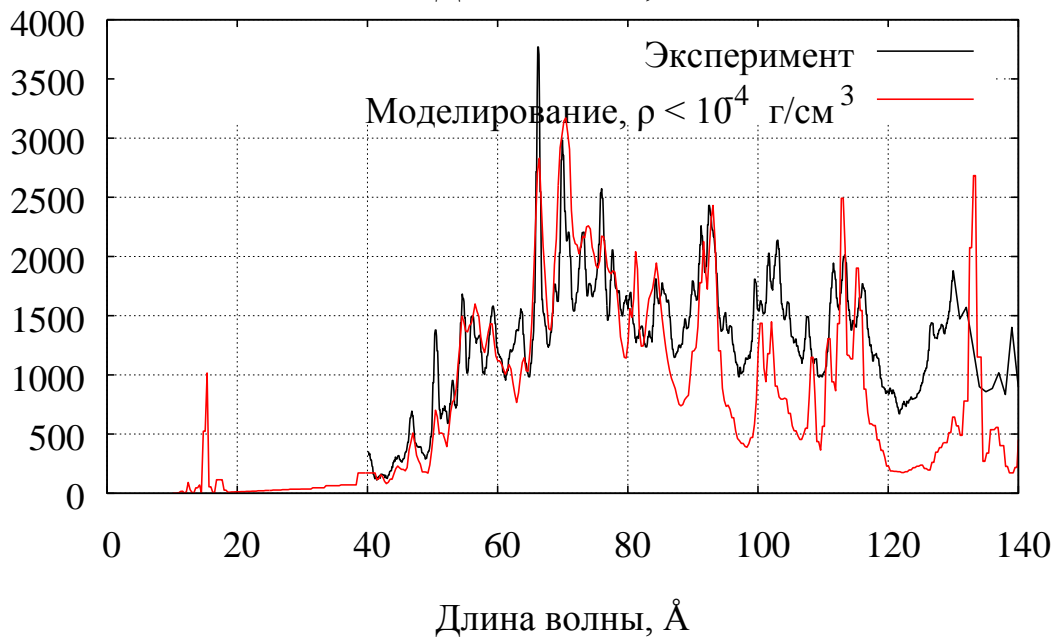
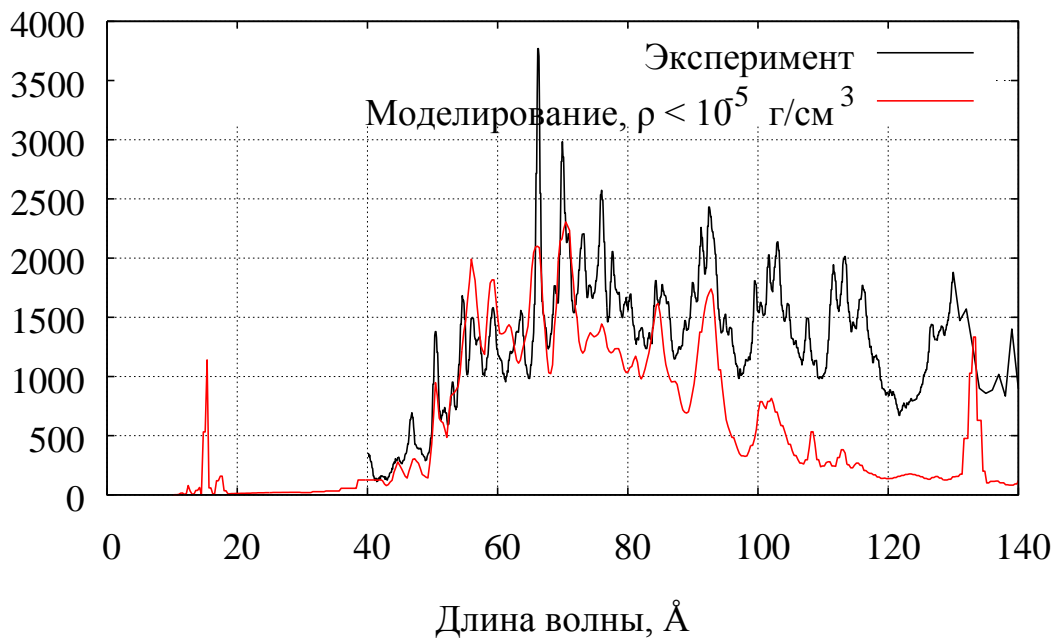


Рис. 4а. Моделирование спектра: третья итерация.  
 Минимальная оценка максимальной плотности.  
 При  $\rho_{max}$ , меньшей, чем  $10^{-4}$  г/см<sup>3</sup>, область 80 – 140 Å  
 континуумом не заполняется

Результатом понижения температуры является устранение излучения в области с длинами волн, меньшими 20 Å, и смещение «центра тяжести» спектра в диапазоне до 80 Å вправо, что в некоторой степени приближает синтезированный спектр к экспериментальному. Однако заполнение области 80 – 140 Å группами линий не происходит. Для решения этой проблемы увеличим плотность плазмы.

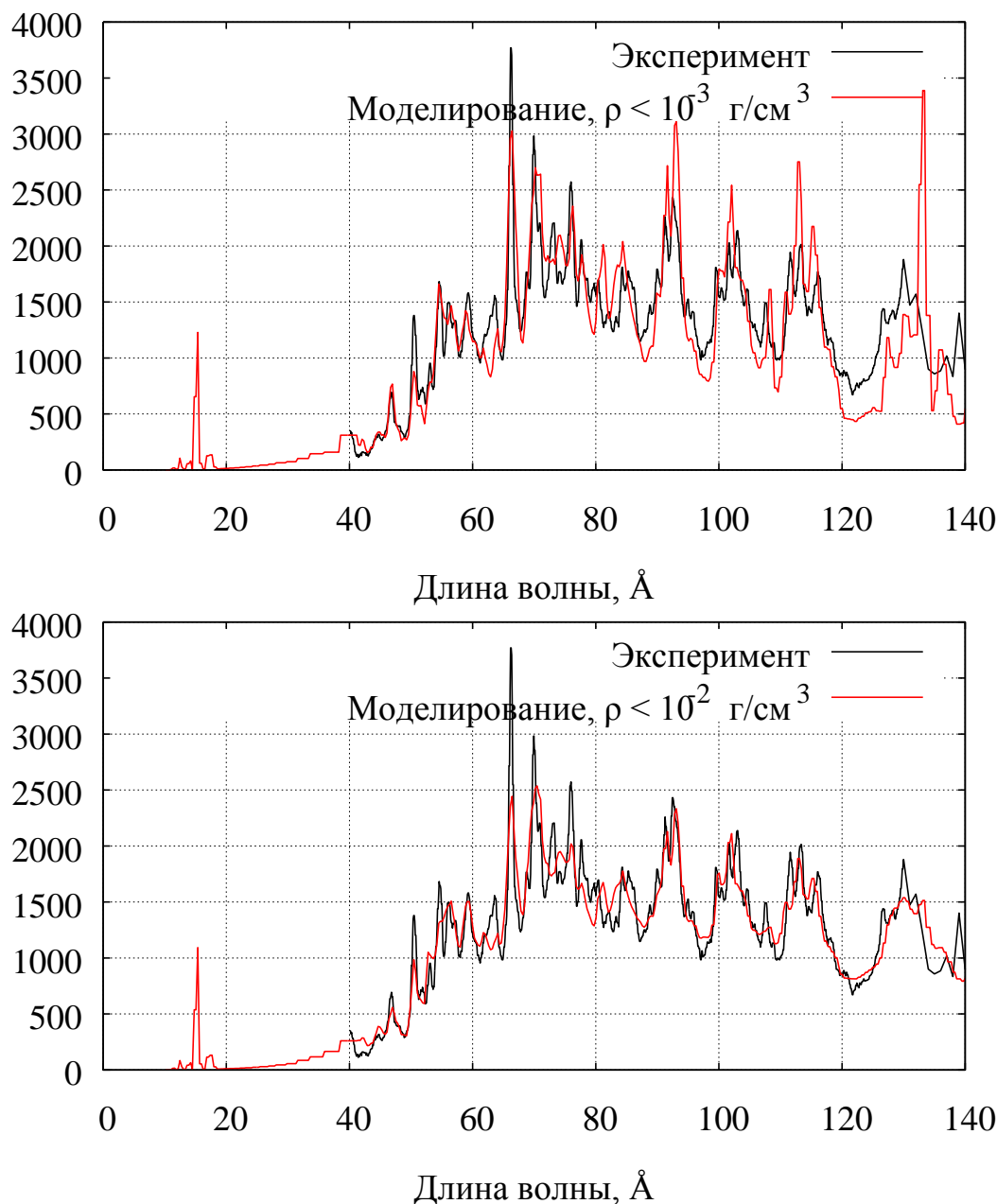


Рис. 4б. Моделирование спектра: третья итерация.

Минимальная оценка максимальной плотности.

Повышение максимальной плотности до  $\rho_{max} = 10^{-2}$  г/см<sup>3</sup> позволяет достичь согласия с результатами эксперимента, но мелкомасштабные особенности точнее воспроизводятся на  $\rho_{max} = 10^{-3}$  г/см<sup>3</sup>

Синтезированные спектры при максимально допустимых значениях плотности  $\rho_{max}$   $10^{-5}$ ,  $10^{-4}$ ,  $10^{-3}$  г/см<sup>3</sup> и  $10^{-2}$  г/см<sup>3</sup> представлены на рис. 4. Согласно рис. 4а увеличение плотности до  $10^{-4}$  г/см<sup>3</sup> приводит к заполнению диапазона 80 – 140 Å группами линий. При этом хорошего согласия в этом диапазоне с экспериментальным спектром (заполнения диапазона как группами линий, так и континуумом) удаётся добиться лишь при максимально допустимой плотности  $10^{-3}$  г/см<sup>3</sup>, а отличного — при ещё на порядок большей плотности

(рис. 4б). Важно отметить, что при плотностях ниже  $10^{-3}$  г/см<sup>3</sup> все расчетные точки, дающие вклад в спектр, берутся с максимально допустимым значением плотности. Это указывает на то, что ограничение плотности слишком сильное. При ограничении  $10^{-2}$  г/см<sup>3</sup> вклад с максимальной плотностью даёт только одна точка в пространстве параметров  $(\rho, T)$ , а остальные берутся с меньшими значениями плотности, поэтому дальнейшее ослабление ограничения бессмысленно. Таким образом, в формировании спектра существенно участвует плазма с плотностями из диапазона  $10^{-3} - 10^{-2}$  г/см<sup>3</sup>.

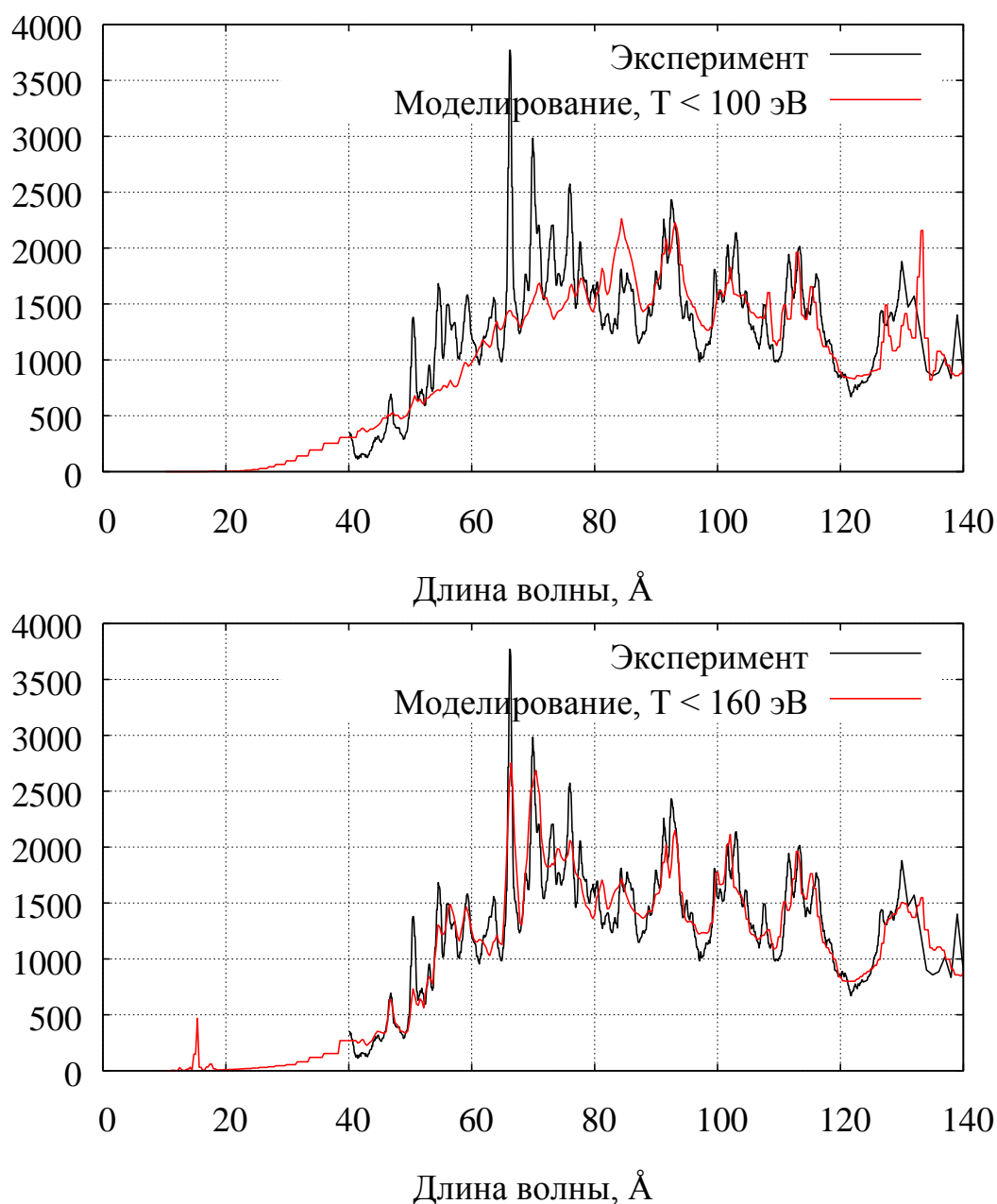


Рис. 5. Моделирование спектра: четвертая итерация.  
Оценка максимальной температуры

Уточним оценку температуры. Для этого продолжим понижать  $T_{max}$  при фиксированном значении  $\rho_{max} 10^{-2} \text{ г/см}^3$ . Как следует из рис. 5, группы линий в области 80 – 140 Å корректно описываются относительно низкотемпературной плазмой (с температурами до 100 эВ), но для описания линий в коротковолновой части спектра требуются большие температуры.

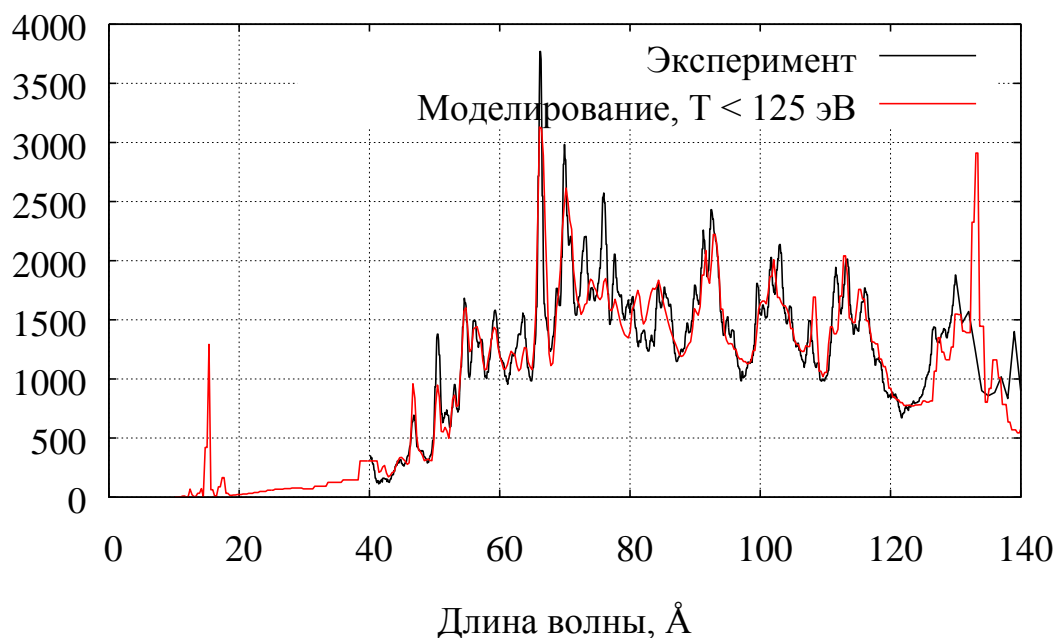
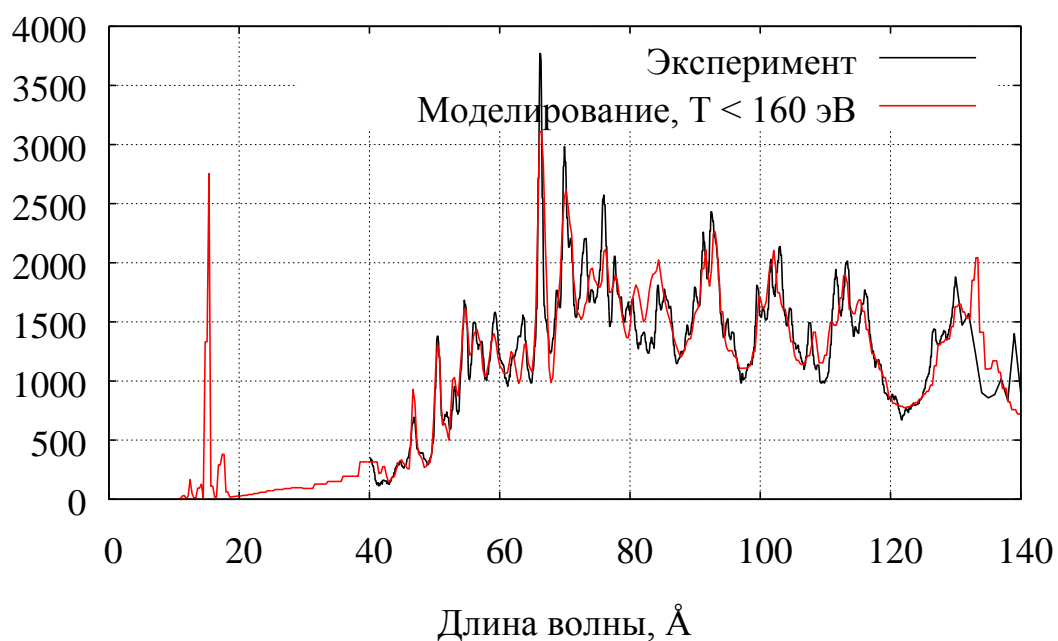


Рис. 6. Моделирование спектра: пятая итерация.

Результаты, полученные на сетке с выделением линий в отдельные спектральные группы. Верхний —  $T_{max} = 160$  эВ, нижний —  $T_{max} = 125$  эВ

Заметим, что ширина спектральной группы в расчетах составляет  $\sim 5 \text{ \AA}$ , что существенно превосходит как разрешение спектрографа, так и характерную ширину линий. В связи с этим от алгоритма требуется лишь правильность описания интегральной энергии излучения в линии, а ширина линии может быть произвольной в пределах  $5 \text{ \AA}$ . Чтобы алгоритм стремился корректно описать ширину отдельных линий и соотношение их максимумов, необходимо выделить эти линии в отдельные группы. Отметим, что это возможно только для тех линий, экспериментальное и теоретическое положение которых различаются менее чем на их ширину. Наилучший результат такого подхода представлен на рис. 6. Особое внимание уделялось соотношениям амплитуд линий на 47, 51, 66, 70 и 107  $\text{ \AA}$ . Максимально допустимая температура понижалась до тех пор, пока оставалось возможным выдержать близкое к эксперименту соотношение этих амплитуд.

Следует отметить, что если пренебречь соотношением линий на 47 и 51  $\text{ \AA}$ , спектр удовлетворительно описывается излучением плазмы с температурой до 125 эВ. Однако для корректного описания этих линий необходимо повышать температуру до 160 эВ. При этом точкам с максимальной температурой соответствует плотность  $10^{-4} \text{ г/см}^3$  и менее.

## 5. Область применимости методики

На область применимость методики влияют несколько факторов.

Из физических предположений, использованных в данной модели, наиболее ограничивающим является предположение о прозрачности плазмы. Оно позволяет перейти от уравнения (2) к уравнению (3) и использовать в уравнении (3) спектры, рассчитанные с нулевым полем излучения. Оба этих допущения влияют на амплитуды спектральных линий, причём они в некоторой степени компенсируют друг друга: наличие поля излучения из-за процессов радиационного возбуждения и гашения приводит к увеличению числа испущенных в линиях фотонов, а наличие поглощающей плазмы — к уменьшению числа фотонов, дошедших до спектрографа. Важно отметить, что плазма может быть прозрачной лишь в ограниченном диапазоне энергий фотонов, но отказаться от предположения о прозрачности плазмы во всем исследуемом диапазоне в рамках данного подхода не представляется возможным. Таким образом, при интерпретации полученных спектров предположение прозрачности плазмы может быть основным источником погрешности в определении диапазона температур и плотностей плазмы.

Далее, для получения корректных результатов необходимо хорошее соответствие расчётных положений и амплитуд линий экспериментальным. Рассогласование на величину  $\sim \Delta\lambda$  приводит к невозможности настроить алгоритм на описание особенностей спектра с масштабом, меньшим  $\Delta\lambda$ . Поясним это на конкретном примере. Из рис. 4 – 6 видно, что положение линии на 110  $\text{ \AA}$  в расчётах смещено относительно эксперимента на  $\Delta\lambda \sim 2 \text{ \AA}$ . Для



описания этой линии необходимо использовать спектральную группу, включающую как расчётное, так и экспериментальное положение. Поскольку величина сдвига (а значит и размер группы) больше ширины линии, значение минимизируемого функционала слабо зависит от амплитуды этой линии в синтетическом спектре. Аналогично с мелкими спектральными особенностями группы линий на  $125 - 135 \text{ \AA}$ : с точки зрения построенной невязки, гладкая форма купола точнее описывает эксперимент, чем корректная изрезанная, но сдвинутая на  $2 \text{ \AA}$ . Как следствие, согласие синтетического спектра с экспериментальным может становиться даже хуже при расширении допустимого диапазона значений плотностей, когда оптимальный "с точки зрения программиста" спектр отличается от оптимального "с точки зрения программы". Когда данные эксперимента абсолютно точны, единственным путём решения этой проблемы является коррекция положения линий в атомной базе данных и пересчёт всех теоретических спектров, что весьма трудоёмко.

Из прочих особенностей методики следует отметить слабую предсказательную силу в области температур, при которых основной вклад в излучение лежит за пределами исследуемого спектра. Также стоит иметь в виду, что алгоритм ищет одну функцию  $A$ , на которой функционал вида (5) минимален. Её единственность и оптимальность (с точки зрения не разрешаемых алгоритмом деталей спектра) гарантировать невозможно и, как следствие, к интерпретации конкретных соотношений между температурами и плотностями следует подходить с осторожностью.

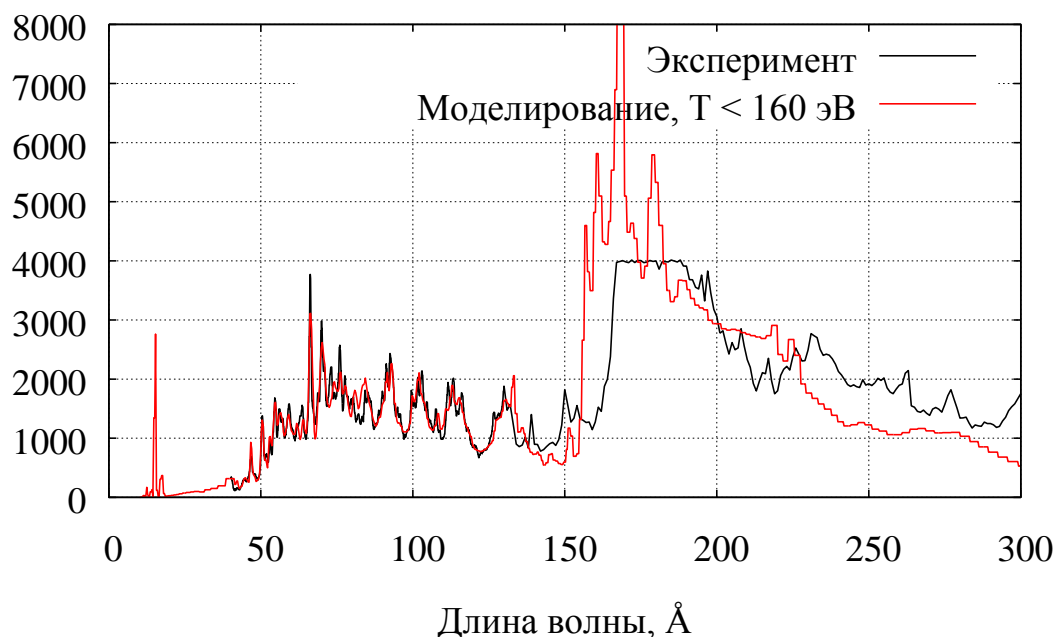


Рис. 7. Сравнение расчётного и синтетического спектров во всей исследуемой области.  $T_{max} = 160 \text{ эВ}$ ,  $\rho_{max} = 10^{-2} \text{ г/см}^3$

Тем не менее, предложенная методика позволяет оценить достигаемые в эксперименте максимальные значения температуры и плотности и наложить разумные ограничения на характеристики плазмы, излучение которой формирует исследуемый спектр.

## 6. Обсуждение результатов

Предложенная методика позволила проанализировать экспериментальный спектр пинчевой плазмы железа. Показано, что формирование непрерывного спектра в EUV-диапазоне 90 – 140 Å, наблюдаемого в эксперименте, возможно лишь при наличии плазмы с плотностью не ниже  $10^{-3} - 10^{-2}$  г/см<sup>3</sup> и температурами до 100 эВ. Основной массив линий в диапазоне 55 – 80 Å формируется при температурах от 100 до 125 эВ. Однако для корректного описания соотношений линий на 47 и 51 Å в рамках предложенной модели, необходима плазма с температурами до 160 эВ. При этом максимальной температуре соответствует плотность, при которой ионное распределение уже вышло на корональный предел. Это согласуется с предложенной ранее методикой оценки максимальной температуры плазмы [1] по спектральной структуре, в которой используется предположение о корональном равновесии.

Корректного описания массива неразрешённых линий переходов (UTA) в диапазоне 150 – 250 Å к настоящему времени добиться не удалось (см. рис. 7). В первую очередь это связано с погрешностью  $\Delta\lambda \sim 10$  Å в положении отдельных линий переходов ионов низкой кратности ( $\text{Fe}^{+6}$ ,  $\text{Fe}^{+7}$ , возможно и других). Погрешность была выявлена при сравнении атомных данных, рассчитанных по программе FAC, с данными базы NIST. Однако на оценки максимальной температуры и плотности, полученные в данной работе, эта погрешность не влияет: для ионов высокой кратности ( $\text{Fe}^{+10} - \text{Fe}^{+17}$ ) расчётные положения линий согласуются с экспериментально определёнными в пределах  $\sim 0.5$  Å.

Следует отметить, что, согласно результатам работы [8], плазма разряда сильно неоднородна и размер ее излучающей области в UTA существенно превосходит размер области плазмы, излучающей в диапазоне длин волн, меньших 150 Å. Из этого следует, что оптическая толщина плазмы, излучающей в диапазоне UTA, может существенно превосходить оптическую толщину плазмы, излучающей в более коротковолновом диапазоне. В этом случае для описания отдельных спектральных диапазонов более корректным является использование модели неравновесной излучающей плазмы многозарядных ионов, где согласованным образом учитывается перенос излучения и кинетика заполнения энергетических уровней электронами и которая для плоской и цилиндрической геометрии плазмы представлена в [10]. Плазма считается однородной по температуре и плотности электронов, при этом населенности ионных состояний определяются оптической толщиной плазмы. Этот подход учитывает в уравнении (2) зависимость  $j$  от поля

излучения явным образом и применим для решения прямой задачи: расчёта спектра по известным параметрам плазмы. Обратная задача решается простым подбором параметров плазмы (плотности, температуры, размера), обеспечивающих описание некоторой части спектрального диапазона. При этом описание всего экспериментального спектра также невозможно из-за неоднородности плазмы. Поскольку наша методика учитывает вклады в спектр излучения плазмы с различными температурами и плотностями, возможна её модификация с использованием рассчитанных в рамках подхода [10] спектров, уже учитывающих частичное поглощение в среде. При этом пространство параметров становится трёхмерным: к температуре и плотности добавляется оптическая толщина.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ №16-11-10174. Экспериментальная часть работы выполнена при поддержке гранта РФФИ №15-02-03757а. Расчёты спектральных характеристик плазмы в широкой области температур и плотностей производились на Суперкомпьютере "МВС-100К" (МСЦ РАН) [11].

## Литература

1. А.П. Шевелько, Д.Е. Блисс, Е.Д. Казаков и др. ВУФ спектроскопия плазмы, создаваемой в конечном анод-катодном промежутке сильноточного импульсного генератора «Z-MACHINE» (SNL). *Физика плазмы*. 2008, 34, 11, 1021.
2. И.Ю. Вичев, А.С. Грушин, В.Г. Новиков, А.Д. Соломянная. KIAM\_DB: база атомных данных для расчётов спектральных свойств плазмы. // М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 2016. – 94 с. <http://www.keldysh.ru/thermos/>
3. M.F. Gu, The flexible atomic code *Canadian Journal of Physics*. 2008, 86(5): 675-689, 10.1139/p07-197.
4. A. Kramida, Yu. Ralchenko, J. Reader, and NIST ASD Team (2015). *NIST Atomic Spectra Database* (ver. 5.3), [Online]. Available: <http://physics.nist.gov/asd> [2016, December 13]. National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD.
5. А.Ф. Никифоров, В.Г. Новиков, В.Б. Уваров. Квантово-статистические модели высокотемпературной плазмы. // М.: Физматлит, 2000, 400 с.
6. А.Д. Соломянная, В.Г. Новиков. Спектральные характеристики плазмы, согласованные с излучением. *Теплофизика высоких температур*. 1998, 36, 6, 858.
7. Charles L. Lawson, Richard J. Hanson. *Solving least squares problems*. Prentice-Hall, 1974.
8. I.V. Romanov, V.L. Paperny, Yu.V. Korobkin et al. Observation of micropinch formation in cathode jet of a low-power laser-induced vacuum discharge. *Physics of Plasmas*. 2016, 23, 023112.

9. Г.А. Вергунова, А.С. Грушин, А.А. Кологривов и др. Спектр излучения алюминиевой плазмы в мягком рентгеновском диапазоне. Физика плазмы. 2015, 41, 5, 443.
10. И.Ю. Вичев, В.Г. Новиков, А.Д. Соломянная. Моделирование спектров излучения плазмы вольфрама. // Матем. моделирование, 20:7 (2008), 93.
11. МСЦ РАН – Суперкомпьютер «МВС-100К»:  
<http://www.jscc.ru/hard/mvs100k.shtml>