



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 217 за 2018 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Козлов А.Н.

Компрессионные течения
плазмы в КСПУ при наличии
сильного продольного
магнитного поля

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Козлов А.Н. Компрессионные течения плазмы в КСПУ при наличии сильного продольного магнитного поля // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 217. 20 с. doi:[10.20948/prepr-2018-217](https://doi.org/10.20948/prepr-2018-217)
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-217>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

А.Н. Козлов

**Компрессионные течения
плазмы в КСПУ
при наличии
сильного продольного
магнитного поля**

Москва — 2018

Козлов А.Н.

Компрессионные течения плазмы в КСПУ при наличии сильного продольного магнитного поля

Рассмотрены компрессионные течения плазмы в квазистационарном плазменном ускорителе при наличии сильного продольного магнитного поля на основе модели радиационной магнитной газодинамики. Формирование компрессионных потоков происходит в канале ускорителя с определенной геометрией электродов при условии, что внутренний электрод короче внешнего. Сильное продольное магнитное поле приводит к возникновению ряда особенностей в потоке, которые следует учитывать при разработке нового подхода для решения проблемы управляемого термоядерного синтеза на основе плазменного ускорителя в качестве инжектора для перспективных термоядерных установок.

Ключевые слова: радиационная магнитная газодинамика, компрессионные течения плазмы, плазменный ускоритель, сильное продольное магнитное поле

Andrey Nikolaevich Kozlov

Compressible plasma flows in the QSPA in the presence of strong longitudinal magnetic field

Compressible plasma flows in the quasi-stationary plasma accelerator are considered in the presence of strong longitudinal magnetic field on the basis of model of radiation magnetic gas dynamics. Formation of compressible flows occurs in the accelerator channel with specific geometry of electrodes on condition that the internal electrode is shorter than the external one. Strong longitudinal magnetic field leads to a number of features in stream, which should be taken into account for development of new approach to solve the problem of the controlled thermonuclear fusion on the basis of plasma accelerator as an injector for perspective thermonuclear installations.

Key words: radiation magnetic gas dynamics, compressible plasma flows, plasma accelerator, strong longitudinal magnetic field

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 16-11-10278).

Оглавление

Введение	3
Система модифицированных МГД уравнений	4
Результаты расчетов компрессионных течений плазмы.....	10
Заключение.....	17
Библиографический список.....	18

Введение

Изучение динамики высокоскоростных потоков достаточно плотной плазмы в квазистационарных плазменных ускорителях (КСПУ) представляет теоретический и практический интерес с учетом различных приложений данных многофункциональных установок [1-11], включая термоядерные исследования. Плазменные ускорители могут также стать основой для разработки мощных электрореактивных плазменных двигателей, являясь системами проточного типа, на входе которых непрерывно подается газ.

Одно из недавних достижений в изучении потоков, генерируемых КСПУ, связано с результатами исследований инъекции плазмы в ряд кольцевых проводников с током [12]. В данных исследованиях выявлена возможность поэтапного нагрева плазмы при последовательном взаимодействии потока с магнитным полем ряда кольцевых проводников. Этот результат указывает на перспективу разработки нового подхода в решении проблемы управляемого термоядерного синтеза (УТС). Кольцевые проводники или катушки с током, расположенные на определенном расстоянии друг от друга, создают участки с относительно высокими значениями продольного магнитного поля. В связи с этим становится актуальной задача исследования динамики потока плазмы и ее ускорения в КСПУ при наличии сильного продольного магнитного поля.

В простейших установках, состоящих из двух коаксиальных электродов, подключенных к электрической цепи, процессы происходят при наличии основной азимутальной компоненты магнитного поля. Азимутальное поле генерируется электрическим током, проходящим вдоль внутреннего электрода. Радиальный плазменный ток, протекающий между электродами, и азимутальное магнитное поле обеспечивают ускорение плазмы благодаря силе

Ампера $\frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{H}$, где \mathbf{j} — ток в плазме. В экспериментальных исследованиях реализованы также двухступенчатые установки КСПУ. Ряд малых плазменных ускорителей, в которых происходят ионизация поступающего газа и предварительное ускорение плазмы, образуют первую ступень. Вторая ступень является ускорителем больших размеров. Этот ускоритель подключен к отдельной цепи питания и обеспечивает окончательное ускорение плазмы. В работе [6] представлены первые экспериментальные исследования КСПУ с дополнительным продольным магнитным полем, которое создавалось с помощью специфической конструкции внешнего электрода. Другой способ создания продольного магнитного поля изложен в работе [7] на основе катушки Гельмгольца, которая представляет собой два одинаковых кольцевых витка, расположенных на расстоянии радиуса витка. Напряженность поля в такой системе катушек с током мало отличается в различных точках. Экспериментальные исследования КСПУ с продольным магнитным полем продолжаются в различных научных центрах (см., например, [11]).

Исследованию физических процессов в КСПУ и магнитоплазменных компрессорах (МПК) посвящен также целый ряд теоретических и численных работ (см., например, [13-32]). Указанные работы и большой ряд монографий и обзоров формируют одно из направлений в вычислительной плазмодинамике и физике плазмы, охватывая широкий круг исследований, в том числе в области радиационной плазмодинамики (см., например, [33-42]). Современные исследования КСПУ направлены на изучение течений плазмы в канале ускорителя при наличии дополнительного продольного магнитного поля [17-20], изучение приэлектродных процессов, обусловленных эффектом Холла и предшествующих явлению кризиса тока [21, 22], изучение компрессионных потоков [23, 32], динамики примесей [24] и переноса излучения [25, 26]. Дополнительно разработаны численные модели различного уровня сложности для изучения процесса ионизации в канале плазменного ускорителя [26-29].

Ранее проведенные исследования течений плазмы в КСПУ при наличии дополнительного продольного магнитного поля показали, что слабое продольное поле может изменить динамику плазмы в окрестности электродов, повлиять на приэлектродные процессы и связанные с ними негативные явления, не оказывая заметного влияния на процесс ускорения основного потока плазмы [18, 20-22]. В случае сильного продольного поля может возникнуть токовый слой, сопровождающийся привязкой тока к электроду [18-20]. Однако эти исследования были проведены только для профилированной ограниченной части канала ускорителя и не дали полного представления о физической картине процессов.

Компрессионным течениям плазмы отвечает канал ускорителя с определенной геометрией электродов при условии, что внутренний электрод короче внешнего, а внешний электрод является достаточно длинным, что позволяет изучить динамику потока на выходе из КСПУ. Компрессионные течения при наличии единственной азимутальной компоненты магнитного поля сопровождаются образованием конической ударной волны. Этому явлению также посвящен ряд работ (см., например, [1, 13-16, 30-32]). Соответствующие исследования для КСПУ с термоядерными параметрами представлены в [23].

В данной работе компрессионные течения плазмы при наличии сильного продольного магнитного поля рассмотрены для того, чтобы понять и объяснить причину возникновения указанных выше особенностей, связанных с изменением режима токопереноса в потоке плазмы, включая течение на выходе из канала КСПУ. Данная проблема может быть изучена на основе нестационарной модели радиационной магнитной газодинамики (РМГД) с учетом проводимости среды, теплопроводности и переноса излучения.

Система модифицированных МГД уравнений

Численные и теоретические исследования процессов для достаточно плотной плазмы проводятся на основе моделей магнитной газодинамики (см., например, [1, 13-16, 33-36]). Для изучения плазмодинамических процессов в

КСПУ используются различные модификации МГД уравнений, в частности, классическая система (см., например, [1, 14-20, 23, 30-32]) и двухжидкостная модель с учетом эффекта Холла [14, 17, 20-22]. Двухжидкостная модель с учетом инерции электронов на основе работы [34] в настоящее время также реализована в ряде конкретных приложений (см., например, [13]). В модели радиационной магнитной газодинамики одновременно с МГД уравнениями используется уравнение переноса излучения (см., например, [25, 26]).

В настоящей работе исследуется двумерное осесимметричное течение плазмы в канале между двумя коаксиальными профилированными электродами и на выходе из ускорителя в том случае, когда внутренний электрод короче внешнего. В постановке задачи участвуют все три компоненты магнитного поля $\mathbf{H} = (H_z, H_r, H_\varphi)$ и скорости $\mathbf{V} = (V_z, V_r, V_\varphi)$ при наличии в канале ускорителя продольного магнитного поля, дополнительного к основному азимутальному полю, и возникающего вращения потока плазмы. Плазма рассматривается как квазинейтральная среда $n_i = n_e = n$, учитывая ее параметры, представленные далее. Инерцией электронов ($m_e \ll m_i$) и током смещения пренебрегаем. Проведенные оценки и экспериментальные данные позволяют рассмотреть случай однотемпературной смеси $T_i \approx T_e = T$. Для используемой одножидкостной модели ($\mathbf{V}_e = \mathbf{V}_i = \mathbf{V}$) постановка задачи включает уравнения радиационной магнитной газодинамики с учетом конечной проводимости среды, теплопроводности и переноса излучения

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \mathbf{V} &= 0, & \rho \frac{d \mathbf{V}}{d t} + \nabla P &= \frac{1}{c} [\mathbf{j}, \mathbf{H}], \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho \varepsilon) + \operatorname{div} (\rho \varepsilon \mathbf{V}) + P \operatorname{div} \mathbf{V} &= \frac{\mathbf{j}^2}{\sigma} - \operatorname{div} \mathbf{q} - \operatorname{div} \mathbf{W}, & (1) \\ \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} &= \operatorname{rot} [\mathbf{V}, \mathbf{H}] - c \operatorname{rot} \frac{\mathbf{j}}{\sigma}, & \mathbf{j} &= \frac{c}{4\pi} \operatorname{rot} \mathbf{H}, \\ \frac{d}{d t} &= \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{V}, \nabla), & \rho &= m_i n, \quad P = P_i + P_e = 2 k_B n T, \quad \varepsilon = 2 c_v T. \end{aligned}$$

Переменные в данной системе МГД уравнений имеют обычный смысл. Электропроводность среды в (1) определяется соотношением $\sigma = e^2 n_e \tau_e / m_e$. Вектор \mathbf{q} отвечает потоку тепла, обусловленному теплопроводностью, а \mathbf{W} – плотность потока энергии излучения. В уравнениях пренебрегаем вязкостью компонент в силу малости соответствующих диссипативных слагаемых.

Векторная величина плотности потока энергии излучения \mathbf{W} , а также плотность энергии излучения U , определяются с помощью интенсивности излучения $I_\nu(\mathbf{r}, \Omega)$, распространяющегося вдоль выбранного направления телесного угла Ω и для любого участка спектра с частотой ν

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \int_0^{\infty} \int_0^{4\pi} I_\nu(\mathbf{r}, \Omega) d\Omega d\nu, \quad \mathbf{W}(\mathbf{r}) = \int_0^{\infty} \int_0^{4\pi} I_\nu(\mathbf{r}, \Omega) \Omega d\Omega d\nu. \quad (2)$$

Плотность энергии излучения U можно не учитывать в МГД уравнениях, поскольку она мала по сравнению с тепловой или внутренней энергией среды ($U \ll \rho \varepsilon$). При этом поток энергии излучения согласно (2) можно оценить по формуле $W \sim cU$, и он может играть определенную роль в перераспределении энергии. Поскольку скорость распространения излучения существенно выше характерных скоростей плазодинамических процессов, поле излучения мгновенно подстраивается под распределение параметров потока, и можно ограничиться решением стационарного уравнения переноса излучения

$$\Omega \cdot \nabla I_\nu(\mathbf{r}, \Omega) = \eta_\nu(\mathbf{r}) - \kappa_\nu(\mathbf{r}) \cdot I_\nu(\mathbf{r}, \Omega), \quad (3)$$

где интенсивность излучения $I_\nu(\mathbf{r}, \Omega)$ отвечает точке с координатой \mathbf{r} .

Излучательная способность $\eta_\nu(\mathbf{r})$ и коэффициент поглощения $\kappa_\nu(\mathbf{r})$ в уравнении (3) зависят от состояния среды, ее плотности и температуры, а также спектрального параметра ν , связанного с энергией фотона $h\nu$ (см., например, [35, 37-39, 41, 42]). Для вычисления данных величин в общем случае необходим расчет спектра атома и населенностей состояний атомов. При условии локального термодинамического равновесия населенности состояний определяются с помощью формул Саха и Больцмана. Испускание и поглощение света связаны с переходами электрона из одного энергетического состояния в другое. Поэтому коэффициент поглощения и излучательная способность складываются из трех частей, отвечающих поглощению и излучению в линиях, фотоионизации и фоторекомбинации, а также рассеянию. Детальная постановка задачи о переносе излучения в КСПУ изложена в [25, 26].

Численное решение задачи с уравнениями (1) – (3) предполагает использование безразмерных переменных и параметров. В качестве единиц измерения выберем длину канала L , характерные значения концентрации или плотности n_o ($\rho_o = m_i n_o$), температуру T_o и азимутальную составляющую магнитного поля на входе $H_o = 2 J_p / c R_o$, где R_o – характерный радиус, J_p – разрядный ток в системе. Данные величины определяют единицы скорости $V_o = H_o / \sqrt{4\pi\rho_o}$, времени $t_o = L / V_o$, тока в плазме $j_o = c H_o / 4\pi L$, а также единицу измерения компоненты векторного потенциала $A_o = H_o L = 2 J_p L / c R_o$, использованного в модифицированной системе МГД уравнений.

В безразмерных переменных система МГД уравнений содержит такие безразмерные параметры, как отношение характерного газового давления к магнитному $\beta = 8\pi P_o / H_o^2$ ($P_o = 2k n_o T_o$), магнитную вязкость $\nu = 1 / \text{Re}_m = c^2 / 4\pi L V_o \sigma$, которая обратно пропорциональна магнитному числу Рейнольдса, а также безразмерное значение коэффициента

теплопроводности $\tilde{\kappa}$. Магнитное число Рейнольдса отвечает спитцеровской зависимости проводимости от температуры $Re_m = \sigma_o T^{3/2}$, где величина σ_o выражается через исходные размерные параметры и физические константы. Безразмерное значение плотности потока энергии излучения \mathbf{W} в (1) и (2) определяется с помощью следующей единицы измерения: $W_o = V_o H_o^2 / 4\pi$.

Важным фактором в МГД моделях при наличии всех трех компонент магнитного поля является сохранение свойства соленоидальности магнитного поля. Для осесимметричных течений плазмы ($\partial/\partial\varphi=0$) используется векторный потенциал \mathbf{A} магнитного поля так, что $\mathbf{H} = rot \mathbf{A}$. При этом имеем

$$H_r = -\frac{\partial A_\varphi}{\partial z}, \quad H_z = \frac{1}{r} \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r}, \quad (4)$$

где A_φ – азимутальная компонента векторного потенциала \mathbf{A} . При условии аксиальной симметрии соотношения (4) обеспечивают точное выполнение уравнения $div \mathbf{H} = 0$. Систему МГД уравнений (1) в осесимметричном случае можно записать в безразмерном виде в терминах A_φ -компоненты векторного потенциала и H_φ -компоненты магнитного поля:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V_z)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho V_r)}{\partial r} = 0, \\ & \frac{\partial (\rho V_z)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho V_z^2 + P + \frac{H_\varphi^2}{2} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho V_z V_r) = j_\varphi \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}, \quad (5) \\ & \frac{\partial (\rho V_r)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho V_z V_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\rho V_r^2 + P + \frac{H_\varphi^2}{2} \right) \right] = \frac{1}{r} \left(\rho V_\varphi^2 + P - \frac{H_\varphi^2}{2} \right) + \frac{j_\varphi}{r} \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r}, \\ & \frac{\partial D_\varphi}{\partial t} + \frac{\partial (V_z D_\varphi)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r V_r D_\varphi)}{\partial r} = \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r} \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial r}, \\ & \frac{\partial (\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \varepsilon V_z)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho \varepsilon V_r)}{\partial r} = -P \left(\frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r V_r)}{\partial r} \right) - \left(\frac{\partial W_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r W_r)}{\partial r} \right) + \\ & \quad + \nu \left\{ \left[\frac{1}{r} \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial r} \right]^2 + \left(\frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \right)^2 + j_\varphi^2 \right\} - \left(\frac{\partial q_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r q_r)}{\partial r} \right), \\ & \frac{\partial H_\varphi}{\partial t} + \frac{\partial (V_z H_\varphi)}{\partial z} + \frac{\partial (V_r H_\varphi)}{\partial r} = \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{V_\varphi}{r} \right) - r \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_\varphi}{r} \right) + \\ & \quad + \frac{\partial}{\partial r} \left[\nu \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \right), \\ & \frac{\partial A_\varphi}{\partial t} + V_z \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} + \frac{V_r}{r} \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial r} = \nu \left(\Delta A_\varphi - \frac{A_\varphi}{r^2} \right), \end{aligned}$$

где $j_\varphi = \frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = -\Delta A_\varphi + \frac{A_\varphi}{r^2}$ – азимутальный ток, $\Delta A_\varphi = \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} \right)$,
 $D_\varphi = r \rho V_\varphi$, $\varepsilon = \beta T / (\gamma - 1)$ и $P = \beta \rho T$. Уравнения (5) содержат семь независимых переменных ρ , T , V_z , V_r , V_φ , H_φ , A_φ .

Интегрирование уравнений (5) ведется в области переменных (z, r) , соответствующей форме канала, изображенного на рис. 1, 2, 4 и 5. Динамика потока определяется уравнениями, включая безразмерные параметры, и граничными условиями.

Полагаем, что на входе в канал при $z = 0$ плазма подается с известными значениями плотности $\rho(r) = f_1(r)$ и температуры $T(r) = f_2(r)$. Можно не рассматривать дополнительное уравнение электрической цепи и считать, что ток поддерживается постоянным и поступает в систему только через электроды. Тогда имеем $j_z = 0$ при $z = 0$ или $r H_\varphi = r_o = const$ ($r_o = R_o / L$). Предполагаем также, что подача плазмы осуществляется вдоль определенного направления, например, вдоль координатных линий.

Такие граничные условия являются традиционными для численных моделей динамики плазмы в каналах в отсутствие продольного магнитного поля. Дополнительные граничные условия для величин V_φ и A_φ необходимы при наличии продольного поля. Полагаем, что во входном сечении $z = 0$ плазма не вращается и азимутальная скорость равна нулю $V_\varphi = 0$. Зададим также на входе величину $H_z \neq 0$. Воспользуемся уравнением радиального равновесия [17, 20]

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(P + \frac{H_\varphi^2}{2} + \frac{H_z^2}{2} \right) = \frac{\rho V_\varphi^2}{r} - \frac{H_\varphi^2}{r}.$$

При условии $r H_\varphi = r_o = const$ и $V_\varphi = 0$ из данного уравнения следует, что на входе в канал

$$P + H_z^2 / 2 = const.$$

Соответственно, для холодной плазмы при условии $\beta \ll 1$ и $P = \beta \rho T \approx 0$ имеем на входе $H_z(r) = H_z^o = const$. Тогда одно из соотношений (4) после интегрирования дает

$$\psi(r) = r A_\varphi = 0.5 H_z^o r^2.$$

В случае $\beta \ll 1$ возможна произвольная подача, в том числе в соответствие с аналитической моделью [17, 20], согласно которой $\rho(z = 0, r) = r_o^2 / r^2$ и плотность у внутреннего электрода существенно выше. Подобная подача плазмы на входе во вторую ступень КСПУ практикуется в экспериментах.

Граничные условия на электродах $r = r_k(z)$ и $r = r_a(z)$, образующих стенки канала ускорителя, отвечают эквипотенциальным поверхностям ($E_\tau = 0$), которые непроницаемы для плазмы ($V_n = 0$). Дополнительное соотношение необходимо при наличии продольного магнитного поля. Таким типичным и естественным условием в плазмодинамике является соотношение $H_n = 0$, связывающие компоненты магнитного поля на границе плазма–проводник. Оно приводит, в частности, к сохранению магнитного потока вдоль канала. Таким образом, на электродах выполнены следующие условия:

$$E_\tau = 0, \quad V_n = 0, \quad H_n = 0,$$

где электрическое поле определяется с помощью закона Ома $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{j}}{\sigma} - \frac{1}{c}(\mathbf{V} \times \mathbf{H})$.

Следует заметить, что на самом деле равенство $H_n = 0$ отвечает более точному соотношению $E_\varphi = 0$, которое в случае $V_n = 0$ приводит к зависимости $H_n \sim \nu j_\varphi$. Для идеально проводящей плазмы, когда магнитная вязкость $\nu = 0$, из соотношения $E_\varphi = 0$ следует общепринятое граничное условие $H_n = 0$. Численные эксперименты проводятся для значений $\nu \ll 1$ и $H_n = 0$.

В наиболее узкой части канала происходит переход скорости потока через скорость быстрой магнитозвуковой волны или скорость сигнала [1] в отсутствие продольного магнитного поля и при наличии единственной азимутальной компоненты поля. Скорость сигнала равна $C_s = \sqrt{C_g^2 + C_A^2}$, где $C_g^2 = \gamma P / \rho$ и $C_A^2 = H^2 / 4\pi\rho$. Поэтому на выходе имеем сверхзвуковое течение, отвечающее свободному вытеканию. На оси имеем очевидные условия

$$H_\varphi = 0, \quad H_r = 0, \quad V_\varphi = 0, \quad V_r = 0, \quad A_\varphi = 0.$$

Численное решение уравнений (5) с указанными граничными условиями предполагает отображение исходной криволинейной расчетной области на прямоугольник в плоскости переменных (y, z) с помощью соотношения

$$r = (1 - y) r_k(z) + y r_a(z). \quad (6)$$

Расчет гиперболической части МГД уравнений осуществляется на основе разностной схемы с коррекцией потоков (см., например, [40]). Расчет параболической части уравнений, содержащих магнитную вязкость и теплопроводность, проводится с помощью метода потоковой прогонки [43]. Квазистационарные течения находятся в результате установления решения в процессе численного интегрирования исходной нестационарной МГД задачи. Алгоритм решения задачи о переносе излучения в 3D постановке представлен в работах [25, 26, 39].

Результаты расчетов компрессионных течений плазмы

На рис. 1 представлено установившееся компрессионное течение плазмы в отсутствие продольного магнитного поля в канале ускорителя. Расчет проведен для следующих параметров задачи: $J_p = 200$ кА, $n_o = 3 \cdot 10^{14}$ см⁻³, $T_o = 2$ эВ, $L = 60$ см, $R_o = 20$ см, $\sigma_o = 743$ и $\beta = 0.006$. Масса иона равна $m_i = m_p$ и отвечает водородной плазме. Плотность и температура на входе задаются в соответствии с аналитической моделью [17, 20]. Геометрия канала также отвечает аналитическим исследованиям двумерных течений плазмы, согласно которым в приближение холодной плазмы плотность на входе в канал меняется по закону $\rho(z=0, r) = r_o^2 / r^2$. Предполагая изэнтропичность поступающей плазмы ($S = c_v \ln P / \rho^\gamma = const$), имеем $T = \rho^{\gamma-1}$ при $z = 0$.

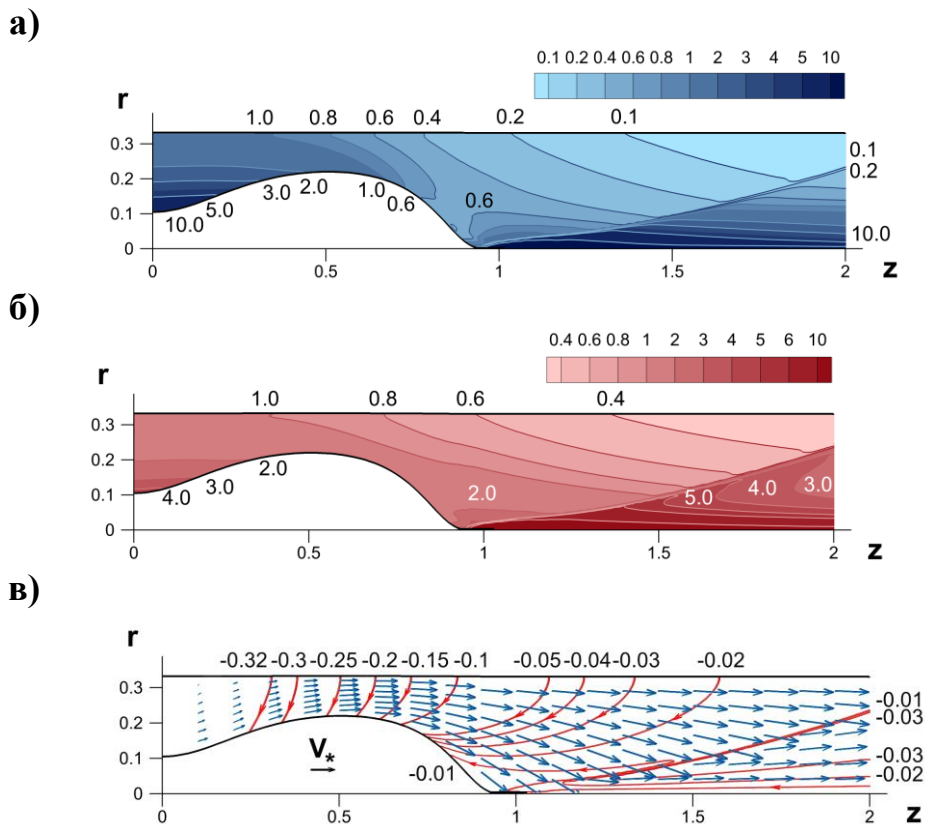


Рис. 1. Распределения а) плотности, б) температуры, в) векторного поля скоростей и плазменного тока в потоке плазмы в отсутствие продольного магнитного поля в канале ускорителя

На рис. 1а и 1б изображены двумерные распределения плотности $\rho(r, z)$ и температуры $T(r, z)$ соответственно. Линии уровня функции rH_ϕ на рис. 1в определяют электрический ток и его направление в зависимости от полярности электродов. Для определенности считаем, что внешний электрод – анод. На рис.

1в дано также векторное поле скоростей (V_r, V_z) . Длина векторов равна безразмерному значению скорости в данной точке. Масштаб векторов определяется модулем вектора $V_* = V_o$, представленного на рисунке. Здесь единица скорости равна $V_o = 2.5 \cdot 10^7$ см/с для указанных выше исходных параметров задачи.

В канале формируется трансзвуковое течение, обеспечивающее максимальный ускорительный эффект. На выходе образуется коническая ударная волна. В окрестности ударной волны наблюдается характерный излом линий потока плазмы и скачкообразное изменение направления скорости. На конической ударной волне происходит также скачкообразное изменение плотности, температуры и давления. Эти величины резко увеличиваются при переходе через ударную волну. За ударной волной происходит дальнейший рост плотности и температуры в режиме близком к адиабатическому сжатию, учитывая большие значения температуры и, соответственно, проводимости плазмы. В окрестности оси за внутренним электродом формируется область наибольшего сжатия с относительно высокими значениями концентрации и температуры, равными соответственно $n_{\max} = 82$ и $T_{\max} = 52$ в безразмерных переменных.

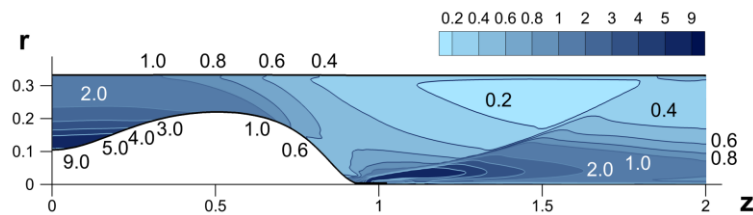
Данный пример компрессионного течения плазмы в отсутствие продольного магнитного поля в канале ускорителя представлен для последующего качественного и количественного сопоставления с компрессионными течениями при наличии продольного магнитного поля.

На рис. 2 представлено установившееся течение плазмы при наличии продольного магнитного поля, значение которого равно $H_z^o = 0.1$ на входе в канал ускорителя. Расчет проведен для тех же параметров задачи: $J_p = 200$ кА, $n_o = 3 \cdot 10^{14}$ см⁻³, $T_o = 2$ эВ, $L = 60$ см, $R_o = 20$ см. Масштаб векторов на рис. 2в и 2г определяется значениями $H_* = 0.2$ и $V_* = V_o$, где единица скорости по-прежнему равна $V_o = 2.5 \cdot 10^7$ см/с для указанных параметров, а единицей магнитного поля является единица азимутального магнитного поля.

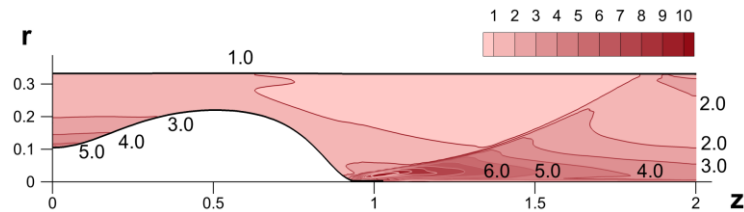
Аналогично предшествующему варианту в отсутствии продольного поля в данном случае в соплообразном канале также формируется трансзвуковое течение, и в наиболее узкой части канала происходит переход скорости потока через скорость быстрой магнитозвуковой волны. Рис. 2а и 2б показывают, что на выходе из ускорителя по-прежнему формируется коническая ударная волна. На рис. 2в видно, что при наличии достаточно слабого продольного магнитного поля в канале наблюдается постепенно нарастающее вращение плазмы, а на конической ударной волне по-прежнему наблюдается излом линий потока. Угол наклона образующей конической ударной волны к оси установки существенно вырос при наличии продольного поля и возникающего вращения. Как и в предыдущем варианте считаем, что внешний электрод является анодом.

Этому соответствует направление электрического тока, представленное на рис. 2г. На этом рисунке также видно, что на ударной волне происходит резкое увеличение значений продольного магнитного поля. Иначе говоря, на ударной волне наблюдается генерация магнитного поля, отвечающая эффекту МГД динамо во вращающихся потоках плазмы. При наличии продольного поля и вращения плазмы область наибольшего сжатия с относительно высокими значениями концентрации и температуры смещается от оси установки и расположена на некотором удалении от нее. При этом максимальные значения концентрации и температуры существенно меньше и равны в данном случае соответственно $n_{\max} = 17$ и $T_{\max} = 15$ в безразмерных переменных.

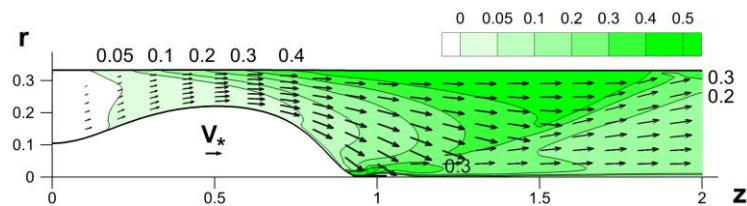
а)



б)



в)



г)

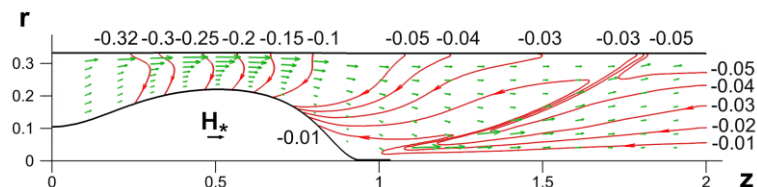


Рис. 2. Распределения а) плотности, б) температуры, в) векторного поля скоростей и азимутальной скорости, г) плазменного тока и векторного магнитного поля в потоке плазмы при наличии продольного магнитного поля в канале ускорителя для $H_z^0 = 0.1$

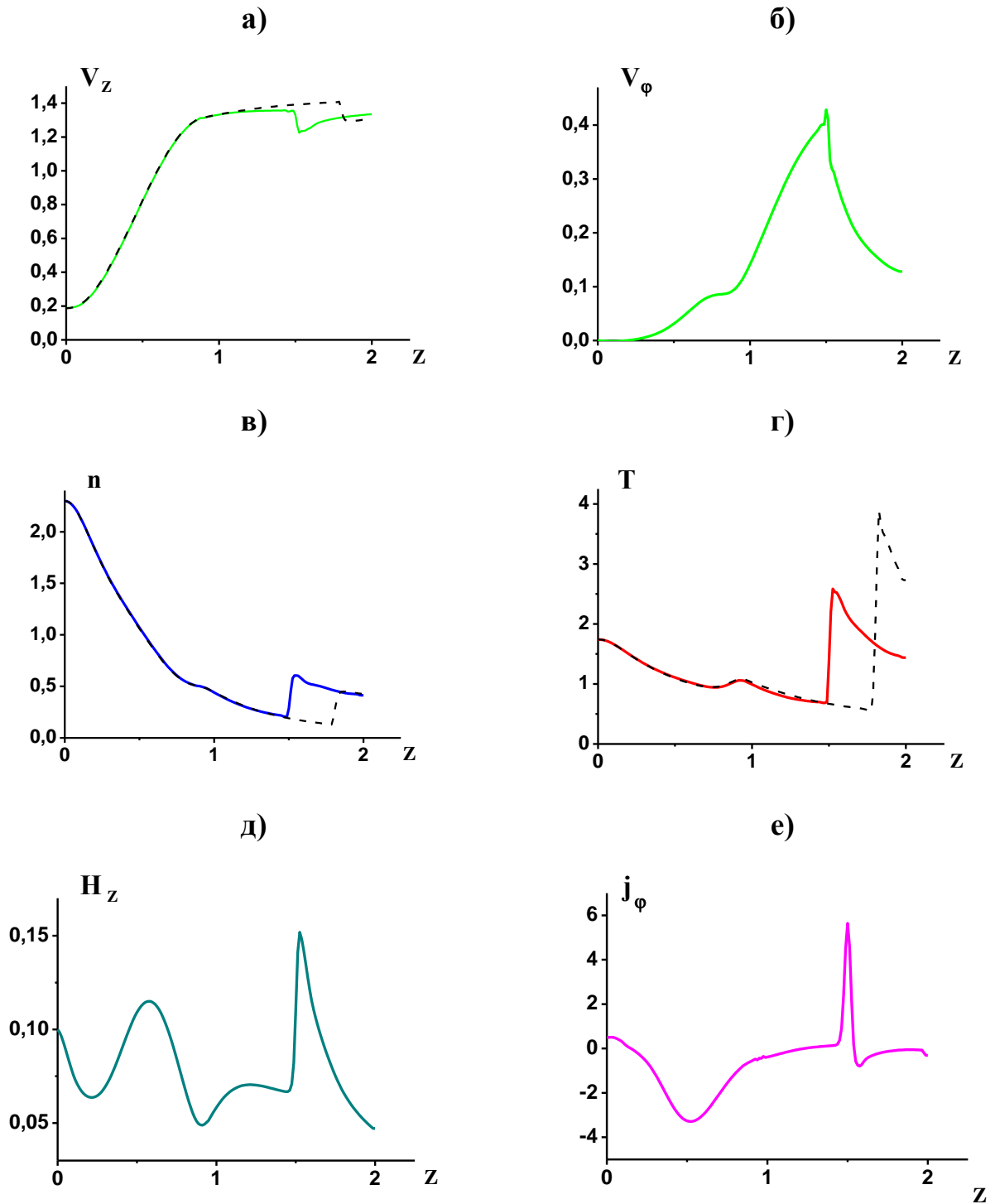


Рис. 3. Изменение МГД переменных в потоке плазмы вдоль средней координатной линии при наличии продольного магнитного поля ($H_z^0 = 0.1$). Штриховые кривые отвечают расчетам течения в отсутствие продольного поля

На рис. 3 представлены соответствующие одномерные графики зависимости МГД переменных в продольном направлении вдоль средней координатной линии при $y = 0.5$ с учетом отображения расчетной области в координатах (z, r) на плоскость переменных (y, z) с помощью соотношения (6).

Рис. 3 дополнительно иллюстрирует поведение МГД переменных в компрессионном потоке при наличии достаточно слабого продольного магнитного поля. По-прежнему на конической ударной волне, в данном случае при $z \approx 1.6$, происходит скачкообразное изменение всех переменных, включая продольную скорость, концентрацию и температуру, представленных на рис. 3а, 3в и 3г, соответственно. Штриховые кривые на этих рисунках отвечают течению, представленному на рис. 1 в отсутствие продольного магнитного поля. Данные рисунки позволяют наглядно оценить степень смещения конической ударной волны. Распределение азимутальной скорости на рис. 2б отчетливо демонстрирует, что вплоть до ударной волны наблюдается нарастающее вращение плазмы. Однако за ударной волной скорость вращения резко уменьшается. При этом на ударном переходе наблюдаются резкое увеличение или генерация продольного магнитного поля (рис. 3д), а азимутальный ток имеет максимальные значения (рис. 3е). Эти результаты соответствуют экспериментальным данным [6], на основе которых было высказано предположение о возможной генерации магнитного поля в компрессионных потоках при наличии продольного магнитного поля.

Известно, что эффект усиления и поддержания магнитного поля, называемый гидромагнитным динамо или МГД динамо (см., например, [44, 45]), может возникнуть в результате вращательных движений проводящей среды вдоль, например, цилиндрических и тороидальных поверхностей при определенных условиях и достаточно высоких значениях магнитного числа Рейнольдса. Теоретическое обоснование эффекта МГД динамо для компрессионных потоков плазмы в канале КСПУ при наличии продольного магнитного поля дано в работе [12].

Усиление продольного поля, обусловленное увеличением значения H_z^0 на входе, приводит к качественной перестройке течения. Соответствующие особенности динамики потока связаны в первую очередь с изменениями в распределении электрического тока в пределах профилированной части канала плазменного ускорителя. На рис. 4 представлен ток в плазме для достаточно сильного продольного магнитного поля, равного $H_z^0 = 0.25$ на входе в канале ускорителя. Видно, что в ускорительном канале направление тока в плазме уже не является преимущественно радиальным, и наблюдается ярко выраженная особенность в его распределении. В потоке формируется слой, в котором плазменный ток имеет преимущественно продольное направление.

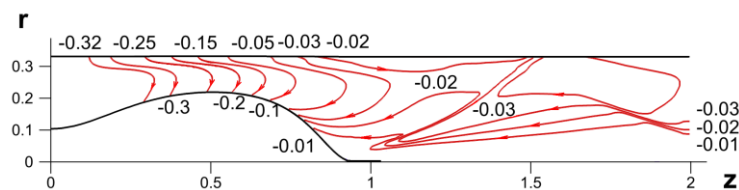


Рис. 4. Распределение плазменного тока в потоке плазмы при наличии продольного магнитного поля в канале ускорителя для $H_z^0 = 0.25$

В окрестности внешнего анода на выходе из профилированного канала формируются токовые вихри, опертые на поверхность электрода. Такое распределение тока явным образом противоречит концепции ускорителя, согласно которой ток должен иметь преимущественно радиальное направление, чтобы обеспечить оптимальное ускорение плазмы за счет силы Ампера.

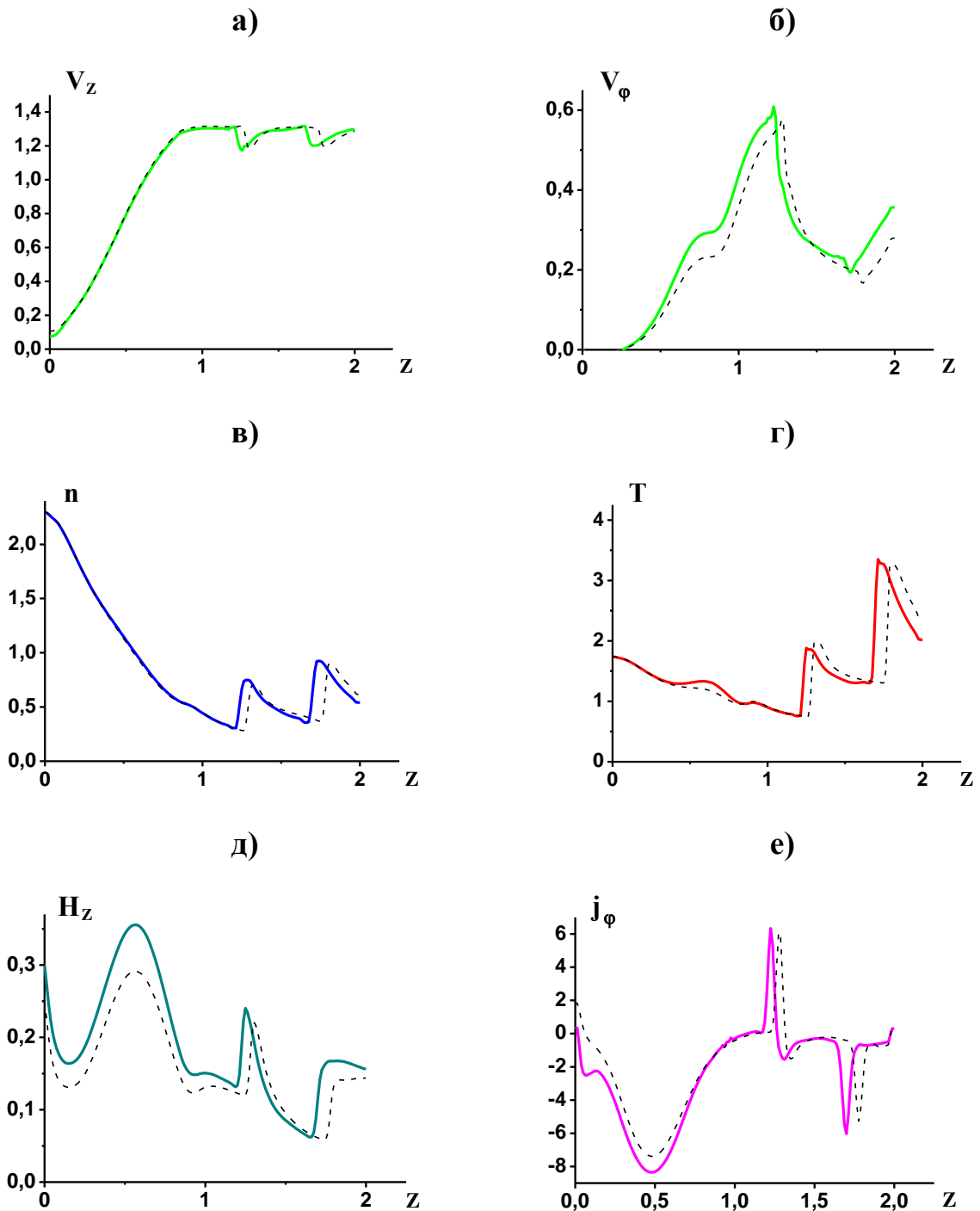


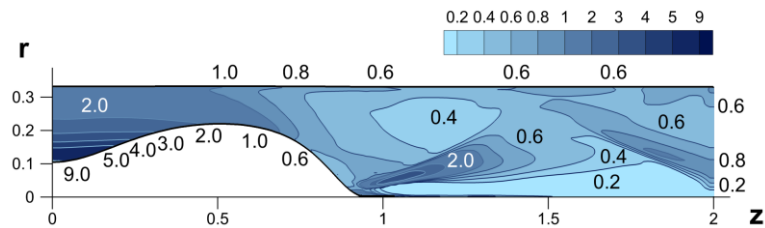
Рис. 5. Изменение МГД переменных в потоке плазмы вдоль средней координатной линии для значений продольного магнитного поля на входе

$H_z^0 = 0.3$ (сплошные кривые) и $H_z^0 = 0.25$ (штриховые кривые)

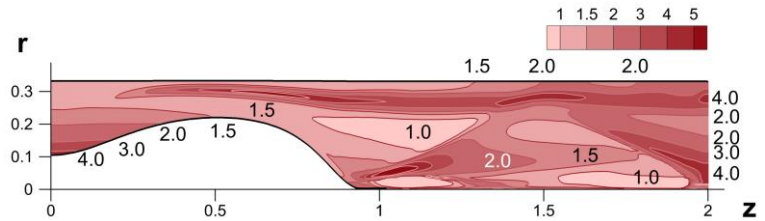
Одномерные графики зависимости МГД переменных вдоль средней координатной линии при $y = 0.5$ представлены на рис. 5 штриховыми кривыми для значения продольного поля $H_z^0 = 0.25$ на входе в канал. Видно, что дополнительные нерегулярности в распределениях МГД переменных появились на выходе из профилированной части канала ускорителя. Азимутальная скорость в потоке существенно больше по сравнению с предшествующим случаем для $H_z^0 = 0.1$. Это означает, что увеличивается доля энергии, обусловленная вращением потока. Соответственно, уменьшается эффективность процесса ускорения плазмы в продольном направлении.

На рис. 6 представлено квазистационарное течение плазмы при наличии сильного продольного магнитного поля, значение которого равно $H_z^0 = 0.3$ на входе в канал ускорителя.

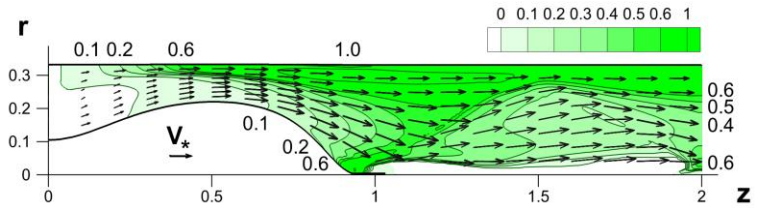
а)



б)



в)



г)

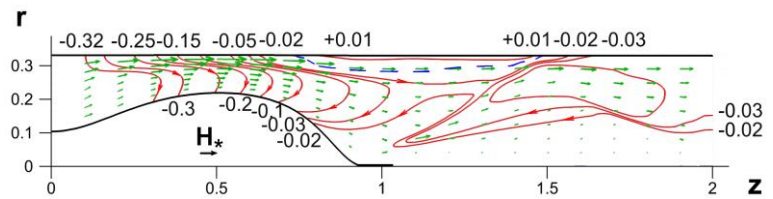


Рис. 6. Распределения а) плотности, б) температуры, в) векторного поля скоростей и азимутальной скорости, г) плазменного тока и векторного магнитного поля в потоке плазмы для значения $H_z^0 = 0.3$

Данный расчет проведен для тех же остальных параметров: $J_p = 200$ кА, $n_o = 3 \cdot 10^{14}$ см⁻³, $T_o = 2$ эВ, $L = 60$ см, $R_o = 20$ см. Масштаб векторов на рис. бв и бг определяется значениями $H_* = 0.5$ и $V_* = V_o$ для прежних единиц.

В распределении температуры на рис. бб отчетливо наблюдаются узкие продольные области относительно нагретой плазмы. Возникновение этих областей связано с особенностями в поведении тока в плазме, представленного на рис. бд. Усиление продольного магнитного поля по сравнению с вариантом, изображенным на рис. 4 для $H_z^o = 0.25$, привело к дальнейшей эволюции токового вихря, опертого на внешний электрод. Штриховая кривая на рис. бд отвечает нулевому значению функции rH_ϕ . Это означает, что формируется своеобразный токовый слой, поскольку азимутальное магнитное поле меняет свое направление при переходе через указанную штриховую кривую.

Соответствующие одномерные графики зависимости МГД переменных вдоль средней координатной линии при $y = 0.5$ с учетом соотношения (6) представлены на рис. 5 сплошными кривыми для значения продольного поля $H_z^o = 0.3$ на входе в канал. Очевидно, что нерегулярности в распределениях МГД переменных возникли при наличии сильного продольного магнитного поля и больших значений H_z^o .

Таким образом, использование сильного продольного магнитного поля, дополнительного к основному азимутальному полю, препятствует процессу оптимального ускорения плазмы и нарушает стандартное функционирование квазистационарных плазменных ускорителей, рассматриваемых в качестве инжекторов для термоядерных установок.

Заключение

Исследование компрессионных потоков достаточно плотной плазмы проведено при наличии дополнительного сильного продольного магнитного поля в квазистационарном плазменном ускорителе. Модель осесимметричных течений плазмы основана на системе модифицированных МГД уравнений, представленных в терминах векторного потенциала магнитного поля с учетом электропроводности и теплопроводности. Разработанная модель радиационной магнитной газодинамики учитывает также перенос излучения в 3D постановке задачи. Установлено, что при наличии сильного продольного поля в потоке плазмы формируются токовые вихри, замкнутые на внешний электрод. Это явным образом препятствует процессу оптимального ускорения плазмы. Кроме того, доля кинетической энергии плазмы, обусловленная вращением, возрастает с увеличением значений продольного поля, и процесс ускорения становится еще менее эффективным. Исследования показали, что использование сильного продольного магнитного поля нецелесообразно для КСПУ. Сильное поле нарушает оптимальный режим работы плазменного ускорителя.

Библиографический список

1. Морозов А.И. Введение в плазмодинамику. М.: Физматлит, 2008. 613 с.
2. Morozov A.I. Principles of coaxial (quasi) steady plasma accelerators (QSPA) // *Sov. J. Plasma Phys.* 1990. V. 16. P. 69-78.
3. Tereshin V.I., Bandura A.N., Byrka O.V., Chebotarev V.V., Garkusha I.E., Landman I., Makhraj V.A., Neklyudov I.M., Solyakov D.G., Tsarenko A.V. Application of powerful quasi-steady-state plasma accelerators for simulation of ITER transient heat loads on divertor surfaces // *Plasma Phys. Contr. Fusion.* 2007. V. 49. P. A231-A239.
4. Klimov N., Podkovyrov V., Zhitlukhin A., Kovalenko D., Bazylev B., Landman I., Pestchanyi S., Janeschitz G., Federici G., Merola M., Loarte A., Linke J., Hirai T., Compan J. Experimental study of PFCs erosion under ITER-like transient loads at plasma gun facility QSPA // *Journal of Nuclear Materials.* 2009. V. 390-391. P. 721-726.
5. Astashynski V.M., Ananin S.I., Askerko V. V., Kostyukevich E.A., Kuzmitski A.M., Uglov V.V., Anishchik V.M., Astashynski V.V., Kvasov N.T., Danilyuk L.A. Materials surface modification using quasi-stationary plasma accelerators // *J. Surface and Coating Technology.* 2004. V. 180-181. P. 392-395.
6. Дьяконов Г.А., Тихонов В.Б. Экспериментальное исследование влияния геометрии ускорительного канала и внешнего магнитного поля на режимы течения плазмы в коаксиальном квазистационарном плазменном ускорителе (КСПУ) типа П-50А. // *Физика плазмы.* 1994. Т. 20, № 6. С. 533-540.
7. Kozlov A.N., Drukarenko S.P., Klimov N.S., Moskacheva A.A., Podkovyrov V.L. The experimental research of the electric characteristics of discharge in the quasi-steady plasma accelerator with the longitudinal magnetic field // *Problems of Atomic Science and Technology. Ser.: Plasma Physics.* 2009. No. 1. P. 92-94.
8. Garkusha I.E. High current plasma accelerators: physics and applications // *Journal of Kharkiv National University. Physical series: Nuclei, Particles, Fields.* 2013. V. 1040. P. 28-39.
9. Solyakov D.G. High-power plasma dynamic systems of quasi-stationary type in IPP NSK KIPT: results and prospects // *Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics (21).* 2015. No. 1. P. 104-109.
10. Garkusha I.E., Aksenov N.N., Byrka O.V., Makhraj V.A., Herashchenko S.S., Malykhin S.V., Petrov Yu.V., Staltsov V.V., Surovitskiy S.V., Wirtz M., Linke J., Sadowski M.J. and Skladnik-Sadowska E. Simulation of plasma-surface interactions in a fusion reactor by means of QSPA plasma streams: Recent results and prospects // *Physica Scripta.* 2016. V. 91. No. 9. Ar. 094001. doi: 10.1088/0031-8949/91/9/094001
11. Garkusha I.E., Chebotarev V.V., Herashchenko S.S., Makhraj V.A., Kulik N.V., Ladygina M.S., Marchenko A.K., Petrov Yu.V., Staltsov V.V., Shevchuk P.V., Solyakov D.G. and Yelisyeyev D.V. Novel test-bed facility for PSI issues in

- fusion reactor conditions on the base of next generation QSPA plasma accelerator // Nuclear Fusion. 2017. V.57. No.11. Ar. 116011 doi: 10.1088/1741-4326/aa7924
12. Козлов А.Н. МГД модель взаимодействия потока плазмы из КСПУ с магнитным полем кольцевых проводников с током // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2017. № 93. 36 с. doi: 10.20948/prepr-2017-93
 13. Морозов А.И., Соловьев Л.С. Стационарные течения плазмы в магнитном поле // Вопросы теории плазмы. / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Атомиздат. 1974, вып. 8. С. 3-87.
 14. Брушлинский К.В., Морозов А.И. Расчет двумерных течений плазмы в каналах // Вопросы теории плазмы. / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Атомиздат. 1974, вып. 8. С. 88-163.
 15. Брушлинский К.В., Заборов А.М., Козлов А.Н., Морозов А.И., Савельев В.В. Численное моделирование течений плазмы в КСПУ // Физика плазмы. 1990. Т. 16, № 2. С. 147-157.
 16. Брушлинский К.В. Математические основы вычислительной механики жидкости, газа и плазмы. г. Долгопрудный: Издат. Дом "Интеллект", 2017.
 17. Козлов А.Н. Влияние продольного магнитного поля на эффект Холла в канале плазменного ускорителя // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 4. С. 165-175.
 18. Козлов А.Н. Динамика вращающихся потоков в канале плазменного ускорителя с продольным магнитным полем // Физика плазмы. 2006. Т. 32, № 5. С. 413-422.
 19. Kozlov A.N., Zaborov A.M. Formation of the current attachments in plasma accelerator channel under influence of the longitudinal magnetic field // Problems of Atomic Sci. and Tech. Ser.: Plasma Physics. 2006. No.12.P.93-96.
 20. Kozlov A.N. Basis of the quasi-steady plasma accelerator theory in the presence of a longitudinal magnetic field // J. Plasma Physics. 2008. V.74, No.2. P.261-286.
 21. Козлов А.Н. Двухжидкостная магнитогидродинамическая модель течений плазмы в квазистационарном ускорителе с продольным магнитным полем // Прикладная механика и техническая физика. 2009. Т. 50, № 3. С. 44-55.
 22. Козлов А.Н. Исследование приэлектродных процессов в квазистационарных плазменных ускорителях с непроницаемыми электродами // Физика плазмы. 2012. Т. 38, № 1. С. 15-25.
 23. Kozlov A.N. The study of plasma flows in accelerators with thermonuclear parameters // Plasma Phys. Contr. Fusion. 2017. V. 59, No.11. Ar. 115004, P. 1-7.
 24. Морозов А.И., Козлов А.Н. Эффект самоочистки потока водородной плазмы в ускорителе КСПУ // Физика экстремальных состояний вещества. Под ред. Фортова В.Е. и др. Изд.ИПХФ РАН, Черногловка, 2007, С.316-319.
 25. Козлов А.Н., Коновалов В.С. 3D модель переноса излучения в потоках ионизирующегося газа и плазмы. // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2016. № 86, 32 с. <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2016-86>
 26. Kozlov A.N., Konovalov V.S. Numerical study of the ionization process and radiation transport in the channel of plasma accelerator. // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation (CNSNS). 2017. V. 51. P. 169-179.

27. Козлов А.Н. Кинетика ионизации и рекомбинации в канале плазменного ускорителя // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 5. С. 181-188.
28. Бармин А.А., Козлов А.Н. Структура стационарного фронта ионизации в канале плазменного ускорителя // Изв. РАН. МЖГ. 2013. № 4. С. 155-167.
29. Брушлинский К.В., Козлов А.Н., Коновалов В.С. Численные модели стационарных и пульсирующих течений ионизирующегося газа в каналах плазменных ускорителей // ЖВМ и МФ. 2015. Т. 55, № 8. С. 1405-1416.
30. Брушлинский К.В., Морозов А.И., Палейчик В.В., Савельев В.В. Расчет компрессионных течений плазмы в коаксиальных каналах. // Физика плазмы. 1976. Т. 2, № 4. С. 531-541.
31. Брушлинский К.В., Морозов А.И., Савельев В.В. Некоторые вопросы течений плазмы в канале магнитоплазменного компрессора // Двумерные численные модели плазмы. Под ред. К.В. Брушлинского. М.: ИПМ. 1979. С.7.
32. Kozlov A.N., Drukarenko S.P., Seytkhalilova E.I., Solyakov D.G., Velichkin M.A. The comparative analysis of the compressible plasma streams generated in QSPA from the various gases // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2012. No. 6. P. 120-122.
33. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1957; М.: Наука, 2-е изд., 1982. 620 с.
34. Брагинский С.И. Явление переноса в плазме // Вопросы теории плазмы / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1963. вып. 1. С. 183-272.
35. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 686 с.
36. Кролл Н., Трайвелпис А. Основы физики плазмы. М.: Мир, 1975. 525 с.
37. Вайнштейн Л.А., Собельман И.И., Юков Е.А. Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. М.: Наука. 1979. 319 с.
38. Михалас Д. Звездные атмосферы (1 часть). М.: Мир, 1982. 352 с.
39. Четверушкин Б.Н. Математическое моделирование задач динамики излучающего газа. М.: Наука, 1985. 304 с.
40. Оран Э., Борис Дж. Численное моделирование реагирующих потоков. М.: Мир, 1990. 661 с.
41. Castor John I. Lectures on radiation hydrodynamics. Livermore: Lawrence Livermore National Laboratory. 2000.
42. Фортов В.Е. Уравнения состояния вещества: от идеального газа до кварк-глюонной плазмы. М.: Физматлит. 2012. 492 с.
43. Дегтярев Л.М., Фаворский А.П. Поточковый вариант метода прогонки для разностных задач с сильно меняющимися коэффициентами // ЖВМ и МФ. 1969. Т. 9, № 1. С. 211-218.
44. Моффат Г.К. Возбуждение магнитного поля в проводящей среде. М.: Мир, 1980. 342 с.
45. Вайнштейн С.И., Зельдович Я.Б., Рузмайкин А.А. Турбулентное динамо в астрофизике. М.: Наука. 1980. 352 с.