

<u>ИПМ им.М.В.Келдыша РАН</u> • <u>Электронная библиотека</u> <u>Препринты ИПМ</u> • <u>Препринт № 39 за 2018 г.</u>



ISSN 2071-2898 (Print) ISSN 2071-2901 (Online)

Рагимли П.И., <u>Шарова Ю.С.</u>, Рагимли О.Р., <u>Подрыга В.О.</u>, <u>Гасилова И.В.</u>, <u>Попов С.Б.</u>, <u>Повещенко Ю.А.</u>

Моделирование некоторых задач флюидодинамики с газогидратными включениями на основе расщепления по физическим процессам

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Моделирование некоторых задач флюидодинамики с газогидратными включениями на основе расщепления по физическим процессам / П.И.Рагимли [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 39. 27 с. doi:10.20948/prepr-2018-39

URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-39

Ордена Ленина ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М.В.Келдыша Российской академии наук

## П.И. Рагимли, Ю.С. Шарова, О.Р. Рагимли, В.О. Подрыга, И.В. Гасилова, С.Б. Попов, Ю.А. Повещенко

## Моделирование некоторых задач флюидодинамики с газогидратными включениями на основе расщепления по физическим процессам

# Рагимли П.И., Шарова Ю.С., Рагимли О.Р., Подрыга В.О., Гасилова И.В., Попов С.Б., Повещенко Ю.А.

# Моделирование некоторых задач флюидодинамики с газогидратными включениями на основе расщепления по физическим процессам

Исследование моделирование неизотермической многофазной И фильтрации пластовых флюидов в пористой среде с учетом фазовых превращений газовых гидратов необходимо для развития технологий освоения газогидратных залежей. Данная работа основана на предложенной двухблочной математической модели диссоциации газовых гидратов в пористой среде с расщеплением по физическим процессам. Эта модель численно реализована в абсолютно устойчивой полностью консервативной виле одномерной ImPes разностной схемы типа (неявная по давлению И явная по водонасыщенности и растепленности). Серия численных модельных расчетов показала эффективность предложенного метода для решения типичных задач газогидратной флюидодинамики, в том числе для исследования сложной динамики водо- и гидратонасыщенности пласта как с учетом адиабатического расширения газа в коллекторном пространстве, так и без учета такого расширения.

*Ключевые слова:* математическое моделирование, фильтрация, газовые гидраты, растепленность, разностная схема.

#### Parvin I. Rahimly, Yulia S. Sharova, Orkhan R. Rahimly, Viktoriia O. Podryga, Irina V. Gasilova, Sergey B. Popov, Yury A. Poveshchenko

#### Modeling of some problems of fluid dynamics containing gas hydrates based on splitting by physical processes

Research and modeling of nonisothermal multiphase filtration of formation fluids in porous medium taking into account the phase transformations of gas hydrates is necessary for the development of technologies for the elaboration of gas hydrate deposits. This work is based on the proposed two-block mathematical model of dissociation of gas hydrates in a porous medium with splitting by physical processes. This model is numerically implemented in the form of an absolutely stable one-dimensional completely conservative difference scheme of the type ImPes (implicit in pressure and explicit in water and hydrate saturations). A series of numerical model calculations showed the effectiveness of the proposed method for solving typical problems of gas hydrate fluid dynamics, including the study of complex dynamics of water and hydrate saturation of the reservoir, both taking into account the adiabatic expansion of the gas in the reservoir space, and without such expansion.

*Key words:* mathematical modeling, filtration, gas hydrates, hydrate thawing, difference scheme.

#### 1. Введение

Наличие водяных паров в углеводородных газах с повышенным давлением низких температурах приводит к конденсации водяных паров при И образованию газосодержащих ледяных пробок (газовых гидратов), что осложняет как процесс транспортировки, так и процесс добычи и переработки углеводородов. Исследования показали, что образование газовых гидратов также возможно в природных условиях, причём объёмы природных залежей Возможность гидратов крайне велики [1-5]. высвобождения газовых углеводородов из газовых гидратов делает данные соединения крайне перспективным объектом для исследования в качестве альтернативного Для этого источника углеводородов. нужны детальные исследования, направленные на развитие технологий добычи и решения возможных экологических проблем, в том числе связанных с выбросами газа в атмосферу.

Для исследования фильтрации с учетом диссоциации газовых гидратов могут использоваться уравнения механики сплошной среды, выражающие законы сохранения массы, импульса и энергии [6].

Математическое моделирование подземных газовых гидратов имеет давнюю историю и осуществляется в разных направлениях. В ряде работ в одномерном случае путем введения упрощающих предположений задача приводится к автомодельному виду. В результате выбора соответствующих переменных система уравнений в частных производных преобразуется в систему обыкновенных дифференциальных уравнений И исследуется аналитически и численно. Подобный подход использовался в [7-10] и продолжает использоваться, [11-16], для решения ряда задач. В работе [7] рассматривается схема подвода тепла закачкой горячей воды под подошву гидратного пласта. В [8] на основе классической задачи Стефана были предложены математические модели разложения гидратов в пористой среде при депрессионном и тепловом воздействии и получены точные балансовые уравнения на фронте разложения. Фильтрация газа рассматривалась в изотермической и баротропной постановке, также не учитывалось изменение равновесных условий гидратообразования в процессе истощения. В работе [9] рассматривается задача разложения гидрата аналогично классической задаче Стефана с резким фронтом разложения. Математическая модель с объемным характером разложения гидратов получила дальнейшее развитие в [11]. Книга [12] содержит изложение результатов математического моделирования течения в пористых средах с фазовыми превращениями в месторождениях природного газа, содержащего газовые гидраты. В [13] предложен алгоритм решения задачи неизотермической фильтрации пластовых флюидов в пористой среде с учетом фазовых превращений газовых гидратов, позволяющий установить степень влияния кондуктивного и конвективного переноса тепла, а также эффекта Джоуля-Томсона на характер распределения искомых параметров процесса

(давление, температура, гидратонасыщенность) при различных начальных и граничных условиях. В работе [14] для оценки интенсивности оттаивания и сопутствующего газовыделения при добыче нефти и газа на северных месторождениях предложена модель теплового взаимодействия добывающей скважины и толщи многолетнемерзлых пород, содержащих реликтовые Получены метастабильные гидраты. автомодельное решение задачи И аналитическая зависимость для определения границы фазового перехода, выведена формула распространения радиуса теплового воздействия скважины. автомодельного решения проанализировано B рамках влияние гидратонасыщенности породы и теплопроводности цементного камня на радиус оттаивания грунта скважины.

В работе [15] представлены результаты теоретического исследования процесса инжекции газообразного диоксида углерода в пористую среду, исходном состоянии метаном льдом. насыщенную В И Предложена математическая модель тепломассопереноса пористой В среде, сопровождающегося образованием гидрата диоксида углерода. Получены решения, описывающие распределение температуры и давления в пласте. Проанализированы условия, при которых реализуются различные режимы процесса образования гидрата. Построены диаграммы существования данных режимов. В работе [16] проведено исследование инжекции углекислоты в жидкой фазе в истощенное месторождение природного газа. Предложена математическая модель процесса, учитывающая образование гидрата СО<sub>2</sub> и вытеснение метана. Найдено асимптотическое решение задачи в одномерном приближении. Было показано, что для термодинамически непротиворечивой постановки задачи от предположения, что диссоциация гидрата происходит в узкой зоне подвижной границы, следует перейти к рассмотрению области объемных фазовых переходов [10]. В этой работе задача разложения гидратов в пористой среде изучалась на основе совместного решения уравнения фильтрации газа и теплопереноса. В результате автомодельного решения системы были получены распределения давления и температуры в пласте. Однако решения выполнялись без учета движения воды и влияния газа на изменение температуры. Аналогичного подхода в исследованиях декомпозиции гидрата в пористой среде придерживались и зарубежные авторы [17-19].

Основу кинетических моделей диссоциации гидрата составляет уравнение Кима и Бишной [20], связывающее количество выделившегося газа из гидратов с изменением термодинамических параметров – давления и температуры. Задача о разложении гидрата в этом случае сводится к системе уравнений с дополнительными источниками массы в правой части [21]. Так как численные методы решения такой системы хорошо известны [22], эта модель получила широкое распространение [23-25].

Для сравнения различных флюидодинамических моделей с газогидратными включениями на базе The National Energy Technology Laboratory и The U.S. Geological Survey (США) проводятся международные

исследования [26]. Постоянно возникают новые методы, например, в Германии – SUGAR на основе PetroMod [27], в Норвегии – RetrasoCodeBright (RCB) [28].

Заметим, что в опубликованных работах не описывается подробно методика совместного решения систем уравнений, описывающих процессы в различных областях, каждая из которых характеризуется собственным набором сосуществующих фаз, а согласование вычислительных схем для них не является автоматическим процессом. Поэтому разработка отечественного математического и программного обеспечения для решения подобных задач является актуальной задачей.

Исследование автомодельных решений позволяет подробно и глубоко изучить некоторые модельные задачи, которые во многих случаях имеют и прямое практическое значение, например, для анализа работы скважин, но для расчета более сложных задач необходимо использование численных методов. В том числе это важно при исследовании одномерных задач в более сложной постановке. Такие расчеты также проводились в ряде работ ([29], [30] и др.), но методы, предлагаемые в данной работе, позволяют расщепить перенос процессов насыщения и диссипативный блок и использовать неявную схему только для давления, что приводит к повышению скорости метода, особенно в его развитии для неодномерного случая. Кроме того, они дают возможность проводить единый расчет во всей плоскости P, T.

В настоящей работе в качестве математической модели используется система уравнений [31-33], в которой наиболее полно учтены основные физические особенности процесса квазиравновесной многофазной фильтрации при наличии газогидратных включений. Данная система уравнений сводится к блоку переноса процессов насыщения, отвечающему за конвективный перенос основном гиперболическими насыщенностей  $S_w$ ,  $S_v$  и обладающему В свойствами, дополняющему ЭТОТ блок диссипативному уравнению И пьезопроводности для давления. Такой подход позволяет применять явнонеявные разностные схемы при решении задачи и избежать сильного измельчения временного шага. В настоящей работе разработан численный метод решения пространственно-одномерной задачи, базирующийся на разработанной математической модели, проведен ряд численных экспериментов, в том числе с учетом адиабатического расширения газа в коллекторе.

#### 2. Описание математической модели

Процесс добычи газа из газогидратных залежей происходит вследствие фазового перехода – диссоциации гидрата на жидкость и газ – и сопровождается совокупностью сложных физико-химических явлений. Диссоциация газового гидрата может быть обусловлена повышением температуры, снижением давления, закачкой ингибиторов, воздействием высокочастотным электромагнитным излучением и др. механизмами.

В работе рассматривается **процесс** «**растепления**» **газового гидрата** в одномерной модельной постановке на примере гидратообразующего газа метана. Термин «растепление» гидратов (hydrate thawing) означает оттаивание, размораживание гидратов, сопровождающееся диссоциацией на газ и воду.

Процесс растепления – это фазовый переход от гидратного состояния (при котором гидратонасыщенность v равна максимальной,  $v_0$ ) к состоянию без гидратов (когда гидратонасыщенность равна нулю). При этом повышается так называемая растепленность  $S_v = 1-v$ . Отметим, что в процессе данного фазового перехода выполняются условия термодинамического равновесия:

$$T = T_{dis}(P).$$

На рис. 1 приведена характерная фазовая диаграмма на плоскости (*P*, *T*) для гидратообразующего газа (*M*), воды и гидрата [34].



На рис. 2 показана фазовая (P, T) диаграмма для системы метан-гидрат. Условия фазового равновесия выполняются на линии  $T = T_{dis}(P)$ , разделяющей области «метангидрат в воде» и «метан-газ в воде» (синяя линия на рис. 2). Эта линия отвечает кривой I на рис. 1.

Математическая модель должна включать в себя описание различных механизмов и явлений: диффузионного и конвективного теплопереноса, **«растепления» газового гидрата**, многофазной фильтрации его компонентов,

скачков удельного объема, массы и внутренней энергии при фазовом превращении и др.

Считаем, что процессы распада и возникновения газогидратов происходят в равновесном режиме, когда время кинетических процессов фазовых превращений много меньше характерных времен в элементарном объеме, в котором устанавливается локальное термодинамическое равновесие, описываемое экспериментальными зависимостями вида  $T = T_{dis}(P)$ .

Математическая модель фильтрации рассматриваемых фаз и компонентов состоит из двух блоков: баланс массы компонент (воды и газа) и баланс полной энергии.

Уравнения баланса массы воды и газа с учетом гидрата (уравнения переноса флюидов с источниками массы) имеют вид:

$$\frac{\partial F_w}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_w \mathbf{V}_w) + q_w = 0, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial F_g}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\rho_g \mathbf{V}_g\right) + q_g = 0.$$
<sup>(2)</sup>

Уравнение баланса полной энергии:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \operatorname{div} \left[ \rho_w \varepsilon_w \mathbf{V}_w + \rho_g \varepsilon_g \mathbf{V}_g + P (\mathbf{V}_w + \mathbf{V}_g) \right] + \operatorname{div} \mathbf{W} + q_{\varepsilon} = 0, \quad (3)$$

где

$$\begin{split} F_w &= F_w \big( P, T, S_w, S_v \big) = m \cdot \big[ S_v S_w \rho_w + (1 - S_v) \rho_v \beta_w \big], \\ F_g &= F_g \big( P, T, S_w, S_v \big) = m \cdot \big[ S_v (1 - S_w) \rho_g + (1 - S_v) \rho_v (1 - \beta_w) \big], \\ E &= E \big( P, T, S_w, S_v \big) = m \cdot \big[ S_v \big( S_w \rho_w \varepsilon_w + (1 - S_w) \rho_g \varepsilon_g \big) + (1 - S_v) \rho_v \varepsilon_v \big] + (1 - m) \rho_s \varepsilon_s , \\ \mathbf{W} &= - \big\{ m \cdot \big[ S_v \big( S_w \lambda_w + (1 - S_w) \lambda_g \big) + (1 - S_v) \lambda_v \big] + (1 - m) \lambda_s \big\} \nabla T \,. \end{split}$$

Индексы g, w, v, s относятся к газу, воде, гидрату, скелету пористой среды; P – давление, T – температура, t – время, m = m(r, P) – пористость, r – радиусвектор,  $S_w$  – водонасыщенность,  $S_g = 1 - S_w$  – газонасыщенность, v – гидратонасыщенность,  $S_v = 1 - v$  – растепленность,  $\beta_w$  – массовая доля воды в гидрате,  $\rho_l = \rho_l(P,T)$ ,  $\varepsilon_l = \varepsilon_l(P,T)$ ,  $\lambda_l = \lambda_l(P,T)$  – плотности, внутренние энергии, коэффициенты теплопроводности компонент (l = g, w, v, s),  $V_a$ ,  $q_a$  – скорость фильтрации и плотность источников фазы  $\alpha = w, g$ .

Для скорости фильтрации жидкой и газовой фаз в пористой среде используется известный закон Дарси [22], являющийся традиционным для подобного класса задач поровой подземной гидродинамики. Согласно этому закону скорости фильтрации воды и газа равны (приведен закон Дарси с учетом гравитации, но без учета капиллярных сил вода–газ):

$$\mathbf{V}_{\alpha} = -\frac{k \cdot k_{r\alpha}}{\mu_{\alpha}} (\nabla P - \mathbf{g} \rho_{\alpha}), \ \alpha = w, g, \tag{4}$$

где **g** – вектор ускорения свободного падения,  $k = k(r, S_v, P)$  – абсолютная проницаемость (вообще говоря, это тензорная величина, в 3D пространстве),  $k_{r\alpha} = k_{r\alpha}(S_w)$  – относительные фазовые проницаемости,  $\mu_{\alpha} = \mu_{\alpha}(P,T)$  – вязкости воды и газа.

Уравнение состояния для газа имеет вид:

$$\rho_g = \frac{P \cdot M}{z(P,T)RT},\tag{5}$$

где *М* – молярная масса газа, *R* – универсальная газовая постоянная, z(P,T) – коэффициент сверхсжимаемости газа (*Z*-фактор газа).

Внутренние энергии воды, газа и твердого скелета будем определять через их теплоемкости при постоянном объеме  $(c_l)$ :

$$\varepsilon_l = c_l \cdot T, \ l = w, g, s.$$

Энтальпия гидрата выражается через энтальпии составляющих его газа и воды и скрытой теплоты фазового перехода единицы массы гидрата  $h_{tr}$ :

$$\beta_{w}i_{w} + (1 - \beta_{w})i_{g} = i_{v} + h_{tr},$$

здесь  $i_l = \varepsilon_l + P / \rho_l$  – энтальпия компоненты l = w, g, v.

Отсюда находим внутреннюю энергию гидрата:

$$\varepsilon_{\nu} = \beta_{w}\varepsilon_{w} + (1 - \beta_{w})\varepsilon_{g} + P\left(\frac{\beta_{w}}{\rho_{w}} + \frac{1 - \beta_{w}}{\rho_{g}} - \frac{1}{\rho_{\nu}}\right) - h_{tr}.$$
 (6)

Рассматриваются два варианта для источников энергии:

- без учета адиабатического расширения газа:

$$q_{\varepsilon} = q_{w}\varepsilon_{w} + q_{g}\varepsilon_{g}, \qquad (7)$$

- и с учетом адиабатического расширения газа:

$$q_{\varepsilon} = q_{w}\varepsilon_{w} + q_{g}\left(\varepsilon_{g} + P/\rho_{g}\right).$$
(8)

Тождественными преобразованиями из уравнений (1)–(3) можно получить диссипативное уравнение для давления – так называемое уравнение пьезопроводности:

$$D_P \frac{\partial P}{\partial t} + \delta_{\varepsilon} \text{DIG} + \frac{\psi}{m\rho_v} DIG_{\varepsilon} = 0.$$
(9)

Физический смысл уравнения (9) заключается в его материальных коэффициентах:  $\delta_{\varepsilon} = \beta_{w}\varepsilon_{w} + (1 - \beta_{w})\varepsilon_{g} - \varepsilon_{v}$  – скачок внутренней энергии среды при фазовом переходе, отнесенный к единице массы, причем из (6) следует:

$$\delta_{\varepsilon} = h_{tr} - P \frac{\psi}{m\rho_{v}};$$
  
$$\frac{\psi}{m\rho_{v}} = \frac{\beta_{w}}{\rho_{w}} + \frac{1 - \beta_{w}}{\rho_{g}} - \frac{1}{\rho_{v}} - \text{удельный скачок объема;}$$

*D*<sub>*P*</sub> – барический коэффициент,

$$D_{P} = m\delta_{\varepsilon} \left\{ S_{v} \left[ \frac{(\rho_{w})_{P}}{\rho_{w}} S_{w} + \frac{(\rho_{g})_{P}}{\rho_{g}} (1 - S_{w}) \right] + \frac{(\rho_{v})_{P}}{\rho_{v}} (1 - S_{v}) + \frac{m_{P}}{m} \right\} + \frac{\psi}{m\rho_{v}} \left\{ m \left[ S_{v} S_{w} \rho_{w} (\varepsilon_{w})_{P} + S_{v} (1 - S_{w}) \rho_{g} (\varepsilon_{g})_{P} + (1 - S_{v}) \rho_{v} (\varepsilon_{v})_{P} \right] + \frac{(10)}{+ \left[ (1 - m) \rho_{s} \varepsilon_{s} \right]_{P}} \right\},$$

где обозначено  $(\rho_{\alpha})_{P} = d\rho_{\alpha} / dP$ ,  $(\varepsilon_{\alpha})_{P} = d\varepsilon_{\alpha} / dP$ ,  $\alpha = w$ , g, v, s,

$$DIG = \sum_{\alpha = w, g} \left[ \frac{1}{\rho_{\alpha}} div (\rho_{\alpha} \mathbf{V}_{\alpha}) + \frac{q_{\alpha}}{\rho_{\alpha}} \right], \tag{11}$$

$$DIG_{\varepsilon} = \sum_{\alpha=w,g} \{ \operatorname{div} \left[ \left( \rho_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} + P \right) \mathbf{V}_{\alpha} \right] - \varepsilon_{\alpha} \operatorname{div} \left( \rho_{\alpha} \mathbf{V}_{\alpha} \right) \} + \operatorname{div} \mathbf{W} + q_{\varepsilon} - \varepsilon_{w} q_{w} - \varepsilon_{g} q_{g} \cdot (12)$$

Выражение (12) можно тождественно преобразовать к другой форме:

$$DIG_{\varepsilon} = \sum_{\alpha=w,g} \left[ \rho_{\alpha} \mathbf{V}_{\alpha} \nabla \varepsilon_{\alpha} + \operatorname{div}(P \mathbf{V}_{\alpha}) \right] + \operatorname{div} \mathbf{W} + q_{\varepsilon} - \varepsilon_{w} q_{w} - \varepsilon_{g} q_{g},$$

однако с точки зрения дальнейшей разностной аппроксимации форма (12) представляется предпочтительней.

В общем случае (в условиях так называемой трансфазности) уравнения (1)–(3) или (1), (2), (9) надо рассматривать на всей фазовой плоскости (*P*, *T*). При этом особый интерес представляют следующие три зоны:

I – гидратная зона, в которой находятся метан-гидрат в воде и газ;

- II безгидратная («талая») зона, в которой находятся метан-газ и жидкая вода,
- III граница зон I и II, являющаяся линией термодинамического равновесия.

На рис. 2 зона I – "Метангидрат в воде"; зона II - "Метан–газ в воде"; зона III – синяя линия.

С математической точки зрения в зонах I и II основными неизвестными будут *P*, *T*, *S*<sub>w</sub> при постоянных значениях растепленности ( $S_v = S_{v0}$  в гидратной зоне и  $S_v = 1$  в безгидратной). На линии термодинамического равновесия основными неизвестными будут *P*, *S*<sub>w</sub>, *S*<sub>v</sub> при температуре, являющейся функцией давления,  $T = T_{dis}(P)$ . В настоящей работе рассматривается только процесс растепления, отвечающий зоне термодинамического равновесия III. В этой зоне состояние гидрата описывается соотношением фазового равновесия [34]:

$$T = T_{dis}(P) = A \ln P + B, \qquad (13)$$

где A, B – эмпирические константы. В силу этого соотношения зависимость от температуры T во всех выражениях можно свести к зависимости от давления P (на линии термодинамического равновесия).

Таким образом, в рассматриваемом случае для трех нелинейных уравнений (1), (2), (9) модели с учетом (13) неизвестными являются три независимые переменные: водонасыщенность ( $S_w$ ), растепленность ( $S_v$ ) и давление (P).

Получившаяся система состоит из функционального блока (1), (2), отвечающего за характеристический перенос насыщенностей (в математическом плане – это гиперболичность в независимых переменных  $S_w$ ,  $S_v$ на фоне фиксированного давления P), и функционального блока (9), описывающего диссипативные и конвективные процессы, выраженные нестационарностью по времени первого порядка ( $\partial/\partial t$ ) и пространственными дифференциальными операциями второго порядка (B терминах вектора  $\nabla$ ). В последнем случае независимой переменной является давление P при фиксированных насыщенностях  $S_w$  и  $S_v$ . Отметим, что перенос насыщенностей ( $S_v$  и  $S_w$ ) вдоль характеристик связан, соответственно, со сносом вниз ( $S_v$ ) и сносом вверх ( $S_w$ ) по потоку, что надо учитывать при разностной аппроксимации.

Дивергентные слагаемые, входящие в выражение для DIG, имеют тот же смысл и структуру, что и в обычном уравнении пьезопроводности для двухфазной среды (см. [6]). Однако величина *DIG*, отвечающая за конвективный перенос масс воды и газа, а также источники воды и газа в уравнении трехфазной пьезопроводности (9), домножается на удельный скачок внутренней энергии среды при фазовом превращении,  $\delta_{\varepsilon}$ . Аналогично, выражение DIG<sub>ε</sub> домножается на удельный скачок объема при фазовом превращении,  $\psi/(m\rho_{\nu})$ . Величина  $DIG_{\varepsilon}$  связана с конвективным переносом внутренних энергий воды и газа, работой сил давления, а также с диссипацией тепловой энергии И тепловыми источниками. Значение барического можно коэффициента  $D_P$ интерпретировать аналогично коэффициенту упругоемкости пласта, определяющего скорость распространения возмущений давления в пласте. Физическое значение слагаемых, входящих в  $D_P$ , уточняется в конкретных задачах.

#### 3. Постановка задачи

Рассматривается одномерная постановка задачи. Предполагается, что доля теплопроводности в общем балансе переноса тепла пренебрежимо мала по сравнению с конвекцией, т.е. в уравнении энергии диффузионная составляющая полагается равной нулю (div W = 0). Ускорение свободного падения также не учитывается (g = 0). В результате уравнения (1), (2) принимают следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}F_{w} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_{w}\mathbf{V}_{w}) + q_{w} = 0, \qquad (14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}F_g + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_g \mathbf{V}_g) + q_g = 0.$$
(15)

В рассматриваемом 1D приближении члены DIG, DIG<sub>ε</sub> в уравнении пьезопроводности (9) имеют вид:

$$DIG = \frac{1}{\rho_w} \frac{\partial}{\partial x} (\rho_w \mathbf{V}_w) + \frac{1}{\rho_g} \frac{\partial}{\partial x} (\rho_g \mathbf{V}_g) + \frac{q_w}{\rho_w} + \frac{q_g}{\rho_g},$$
  
$$DIG_{\varepsilon} = \rho_w \mathbf{V}_w \frac{\partial}{\partial x} \varepsilon_w + \rho_g \mathbf{V}_g \frac{\partial}{\partial x} \varepsilon_g + \frac{\partial}{\partial x} [P(\mathbf{V}_w + \mathbf{V}_g)] + q_{\varepsilon} - \varepsilon_w q_w - \varepsilon_g q_g.$$

Скорости фильтрации воды и газа в одномерном случае:

$$\mathbf{V}_{\alpha} = -\frac{k \cdot k_{r\alpha}}{\mu_{\alpha}} \frac{\partial P}{\partial x}, \ \alpha = w, g.$$
(16)

Рассматривается пространственная область 0 < x < L. Границы расчетной области предполагаются непроницаемыми «стенками», т.е. поток воды и газа через них нулевой (при t > 0):

$$\mathbf{V}_{\alpha}|_{x=0} = 0, \, \mathbf{V}_{\alpha}|_{x=L} = 0, \, \, \alpha = w, \, g.$$
(17)

Важным обстоятельством является ΤО, что исходная задача, сформулированная в виде законов сохранения (массы воды и газа – метана, а также сохранения полной энергии среды), с общей матрицей системы относительно функций S<sub>w</sub>, S<sub>v</sub>, давления P и температуры T, обладает гиперболическими параболическими свойствами. смешанными И Непосредственное использование такой системы для целей определения динамики переменных S<sub>w</sub>, S<sub>v</sub>, P, T и построения неявной разностной схемы, требуемой для расчетов параболических уравнений с крупными шагами по времени, затруднительно.

В разработанном численном методе происходит расщепление на блок переноса насыщенностей флюидов на фоне заданного поля скоростей (обладающий, в основном, гиперболическими свойствами) и пьезопроводный блок системы с гидратными включениями, определяющий эволюцию термодинамических параметров равновесной флюидо-гидратной модели. Такое расщепление по физическим процессам позволяет создавать эффективные прикладные численные алгоритмы с матрицей системы разностных уравнений только для давления *P*, что дает возможность производить расчеты с крупным шагом по времени с меньшим числом неизвестных. Особенно это важно в многомерных задачах.

### 4. Описание вычислительного эксперимента

При решении поставленной начально-краевой задачи используется метод конечных разностей. Для этого строится разностная сетка по времени и пространству. При этом шаги по времени:  $\tau = \tau_k$ , где k – номер шага по времени;

сетка по пространству:  $\omega_h = \{x_i, i = 0, 1, ..., N; x_0 = 0, x_N = L\}$ , где  $x_i$  – координаты центров ячеек, в них будем определять сеточные величины (давление и насыщенности). Под *i*-ой ячейкой 1D сетки  $\Omega_i$  будем понимать отрезок  $(x_{i-0.5}, x_{i+0.5})$ , где границы ячеек равны:

 $x_{i+0.5} = (x_i + x_{i+1})/2, i = 0, 1, ..., N-1; x_{-0.5} = x_0, x_{N+0.5} = x_N.$ 

Дифференциальные уравнения, граничные и начальные условия заменяются (аппроксимируются) их сеточными аналогами.

Перед аппроксимацией проводится известная полезная процедура обезразмеривания уравнений – все физические величины заменяются безразмерными величинами:  $f = [f] \cdot \tilde{f}$ , *где* f – *исходная размерная величина*, [f] – *ее размерность*,  $\tilde{f}$  - *обезразмеренная величина*. Это делается, чтобы согласовать размерности всех физических величин и не терять точность при вычислениях с очень малыми или очень большими физическими величинами. На деталях процесса обезразмеривания не будем останавливаться. Волну над обезразмеренными величинами ниже опускаем.

Будем строить разностную схему, неявную по P и явную по  $S_w$ ,  $S_v$  (*так* называемая схема **ImPes**).

При построении схемы используются аппроксимация UPWIND (снос вверх по потоку) для водонасыщенности и аппроксимация DOWNWIND (снос вниз по потоку) для растепленности. Данное условие следует из анализа гиперболичности системы уравнений относительно  $S_w$ ,  $S_v$  на фоне фиксированного поля скоростей, определяемого законом Дарси.

Разностная аппроксимация уравнений баланса массы воды и газа:

$$\frac{1}{\tau} \Big[ \Big( F_{w,i} \Big)^{n+1} - \Big( F_{w,i} \Big)^n \Big] + \left\langle \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \big( \rho_w \mathbf{V}_w \big) \right\rangle_i + q_{w,i} = 0, \ i = 1, \dots, N-1,$$
(18)

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \left( F_{w,i} \right)^{n+1} - \left( F_{w,i} \right)^n \right] + \left\langle \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left( \rho_g \mathbf{V}_g \right) \right\rangle_i + q_{g,i} = 0, \ i = 1, \dots, N-1,$$
(19)

$$F_{w,i} = F_w (P_i, T_{dis}(P_i), S_{w,i}, S_{v,i}), \quad F_{g,i} = F_g (P_i, T_{dis}(P_i), S_{w,i}, S_{v,i}).$$

Аппроксимация функций источников массы в ячейках сетки  $\omega_h$  имеет следующий вид:

$$\langle q_{\alpha} \rangle_{i} = q_{\alpha,i} = \frac{1}{\hbar_{i}} \int_{x_{i-0.5}}^{x_{i+0.5}} q_{\alpha} dx, \quad \hbar_{i} = x_{i+0.5} - x_{i-0.5}.$$

Аппроксимация выражений вида:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}(\rho_{\alpha}\mathbf{V}_{\alpha}) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left[ \eta_{\alpha}(P)k(S_{\nu})k_{r\alpha}(S_{w})\frac{\partial P}{\partial \mathbf{x}} \right],$$

где 
$$\eta_{\alpha}(P) = -\frac{\rho_{\alpha}(P, T_{dis}(P))}{\mu_{\alpha}(P, T_{dis}(P))}, \ \alpha = w, g,$$

в *i*-ой разностной ячейке выглядит следующим образом:

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_{\alpha} k \cdot k_{r\alpha} \frac{\partial P}{\partial \mathbf{x}} \right) \right\rangle_{i} = \frac{1}{\hbar_{i}} \left[ \left( \eta_{\alpha} k \cdot k_{r\alpha} \right)_{i+\frac{1}{2}} \frac{P_{i+1}^{n+1} - P_{i}^{n+1}}{x_{i+1} - x_{i}} - \left( \eta_{\alpha} k \cdot k_{r\alpha} \right)_{i-\frac{1}{2}} \frac{P_{i}^{n+1} - P_{i-1}^{n+1}}{x_{i} - x_{i-1}} \right],$$

здесь  

$$(\eta_{\alpha}k \cdot k_{r\alpha})_{i\pm\frac{1}{2}} = (\eta_{\alpha})_{i\pm\frac{1}{2}}(k \cdot k_{r\alpha})_{i\pm\frac{1}{2}},$$

$$(\eta_{\alpha})_{i\pm\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \Big[ \eta_{\alpha} \Big( P_{i}^{n+1} \Big) + \eta_{\alpha} \Big( P_{i\pm1}^{n+1} \Big) \Big],$$

$$(k \cdot k_{r\alpha})_{i+\frac{1}{2}} = e_{i}k \Big( S_{v,i+1}^{n} \Big) k_{r\alpha} \Big( S_{w,i}^{n} \Big) + (1 - e_{i})k \Big( S_{v,i}^{n} \Big) k_{r\alpha} \Big( S_{w,i+1}^{n} \Big),$$

$$(k \cdot k_{r\alpha})_{i-\frac{1}{2}} = e_{i-1}k \Big( S_{v,i}^{n} \Big) k_{r\alpha} \Big( S_{w,i-1}^{n} \Big) + (1 - e_{i-1})k \Big( S_{v,i-1}^{n} \Big) k_{r\alpha} \Big( S_{w,i}^{n} \Big),$$

$$(0, (P_{i+1} - P_{i})^{n+1} > 0$$

$$(20)$$

где  $e_i = \begin{cases} 0, (P_{i+1} - P_i) \\ 1, (P_{i+1} - P_i)^{n+1} > 0 \end{cases}$ 

- здесь учтено требование сноса вниз по потоку для  $S_v$  и сноса вверх по потоку для S<sub>w</sub>. Также учтено, что строим схему, неявную по P и явную по S<sub>w</sub>, S<sub>v</sub>.

Разностная аппроксимация уравнения пьезопроводности осуществляется так, чтобы была полная консервативность. Это означает, что должна выполняться эквивалентность разностного уравнения пьезопроводности и разностного уравнения для полной энергии. Кроме того, учитываем, что в схеме ImPes отсутствуют насыщенности на верхнем слое по времени в уравнении пьезопроводности.

Итоговое разностное уравнение пьезопроводности имеет вид:

$$D_P(P_i)P_t + \delta_{\varepsilon,i} \text{DIG}_i + \left(\frac{\psi}{m\rho_v}\right)_i DIG_{\varepsilon,i} = 0, i = 1, \dots, N-1, n > 0,$$
(21)

где обозначено

$$\begin{split} P_t &= \frac{1}{\tau} \Big( P_i^{n+1} - P_i^n \Big), \\ \delta_{\varepsilon,i} &= h_{tr} - P_i^{n+1} \cdot \left( \frac{\psi}{m\rho_v} \right)_i, \\ \left( \frac{\psi}{m\rho_v} \right)_i &= \frac{\beta_w}{\rho_{w,i}^{n+1}} + \frac{1 - \beta_w}{\rho_{g,i}^{n+1}} - \frac{1}{\rho_{v,i}^{n+1}}, \end{split}$$

$$\begin{split} \varepsilon_{\alpha,i} &= \varepsilon_{\alpha} \big( T_{dis} \big( P_i \big) \big) = c_{\alpha} T_{dis} \big( P_i \big), \, \alpha = w, \, g, \, s; \\ \rho_{w,i} &= \rho_w = const \,, \quad \rho_{v,i} = \rho_v = const \,, \\ \rho_{g,i} &= \rho_g \big( P_i, T_{dis} \big( P_i \big) \big). \end{split}$$

Для единообразия записи будем полагать  $\rho_{w,i} = \rho_w(P_i, T_{dis}(P_i))$  и т.д. Используем обозначения:

$$\begin{split} \varepsilon_{\alpha,t} &= \frac{1}{\tau} \left( \varepsilon_{\alpha,i}^{n+1} - \varepsilon_{\alpha,i}^{n} \right) = \frac{c_{\alpha}}{\tau} \left( T_{dis} \left( P_{i}^{n+1} \right) - T_{dis} \left( P_{i}^{n} \right) \right) \text{ M T. Д.} \\ \varepsilon_{\alpha,P} &= \frac{\varepsilon_{\alpha,t}}{P_{t}} = \frac{\varepsilon_{\alpha,i}^{n+1} - \varepsilon_{\alpha,i}^{n}}{P_{i}^{n+1} - P_{i}^{n}} = c_{\alpha} \frac{T_{dis} \left( P_{i}^{n+1} \right) - T_{dis} \left( P_{i}^{n} \right)}{P_{i}^{n+1} - P_{i}^{n}} \text{ M T. Д.} \\ D_{P} &= \delta_{\varepsilon,i} \left\{ m^{n} S_{\nu}^{n} \left[ \frac{\rho_{w,P}}{\rho_{w}^{n+1}} S_{w}^{n} + \frac{\rho_{g,P}}{\rho_{g}^{n+1}} \left( 1 - S_{w}^{n} \right) \right] + m^{n} \frac{\rho_{\nu,P}}{\rho_{\nu}^{n+1}} \left( 1 - S_{\nu}^{n} \right) + m_{P} \right\} + \\ &+ \left( \frac{\Psi}{m \rho_{\nu}} \right)_{i} \left\{ \left( m S_{\nu} S_{w} \rho_{w} \right)^{n} \varepsilon_{w,P} + \left[ m S_{\nu} (1 - S_{w}) \rho_{g} \right]^{n} \varepsilon_{g,P} + \left[ m (1 - S_{\nu}) \rho_{\nu} \right]^{n} \varepsilon_{\nu,P} + (22) \\ &+ \left[ (1 - m) \rho_{s} \varepsilon_{s} \right]_{P} \right] \right\}, \end{split}$$

$$DIG_{i} = \sum_{\alpha = w,g} \left\{ \frac{1}{\rho_{\alpha,i}^{n+1}} \left\langle \frac{\partial}{\partial x} (\rho_{\alpha} \mathbf{V}_{\alpha}) \right\rangle_{i} + \frac{q_{\alpha,i}}{\rho_{\alpha,i}^{n+1}} \right\},$$
(23)

$$DIG_{\varepsilon,i} = \sum_{\alpha=w,g} \left\{ \left\langle \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \rho_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} + P \right) \mathbf{V}_{\alpha} \right] \right\rangle_{i} - \varepsilon_{\alpha,i}^{n+1} \left\langle \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_{\alpha} \mathbf{V}_{\alpha} \right) \right\rangle_{i} \right\} + q_{\varepsilon,i}^{n+1} - \varepsilon_{w,i}^{n+1} q_{w,i} - \varepsilon_{g,i}^{n+1} q_{g,i}.$$

$$(24)$$

Аппроксимация членов  $\frac{\partial}{\partial x}(\rho_{\alpha}\mathbf{V}_{\alpha})$  была рассмотрена выше.

Аппроксимация членов  $\frac{\partial}{\partial x} [(\rho_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} + P) \mathbf{V}_{\alpha}]$  осуществляется аналогичным способом:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \big[ (\rho_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} + P) \mathbf{V}_{\alpha} \big] = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \bigg[ \xi_{\alpha} (P) k(S_{\nu}) k_{rw}(S_{w}) \frac{\partial P}{\partial \mathbf{x}} \bigg],$$

где 
$$\xi_{\alpha}(P) = -\frac{\rho_{\alpha}(P, T_{dis}(P)) \cdot \varepsilon_{\alpha}(P, T_{dis}(P)) + P}{\mu_{\alpha}(P, T_{dis}(P))}, \ \alpha = w, g,$$

- тогда в *i*-ой разностной ячейке имеем:

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial x} \left( \xi_{\alpha} k \cdot k_{r\alpha} \frac{\partial P}{\partial \mathbf{x}} \right) \right\rangle_{i} = \frac{1}{\hbar_{i}} \left[ \left( \xi_{\alpha} k \cdot k_{r\alpha} \right)_{i+\frac{1}{2}} \frac{P_{i+1}^{n+1} - P_{i}^{n+1}}{x_{i+1} - x_{i}} - \left( \xi_{\alpha} k \cdot k_{r\alpha} \right)_{i-\frac{1}{2}} \frac{P_{i}^{n+1} - P_{i-1}^{n+1}}{x_{i} - x_{i-1}} \right],$$

$$\text{ГДе} \qquad \left( \xi_{\alpha} k \cdot k_{r\alpha} \right)_{i+\frac{1}{2}} = \left( \xi_{\alpha} \right)_{i+\frac{1}{2}} \left( k \cdot k_{r\alpha} \right)_{i+\frac{1}{2}}, \qquad \left( \xi_{\alpha} \right)_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left[ \xi_{\alpha} \left( P_{i}^{n+1} \right) + \xi_{\alpha} \left( P_{i+1}^{n+1} \right) \right],$$

$$(k - k - ) = 1 \quad \text{инскод риг.}$$

 $(k \cdot k_{r\alpha})_{i \pm \frac{1}{2}}$  имеют вид (20).

Аппроксимация начальных и граничных условий:

$$P_i^0 = P(x,0), \ i = 1,...,N-1; \ S_{w,i}^0 = S_w(x,0), \ S_{v,i}^0 = S_v(x,0), \ i = 0,...,N,$$
(25)

$$V_{w,0}^{n} = V_{g,0}^{n} = 0; V_{w,N}^{n} = V_{g,N}^{n} = 0, n > 0 (P_{0}^{n} = P_{1}^{n}, P_{N}^{n} = P_{N-1}^{n}).$$
(26)

В численных расчетах использовалась равномерная сетка с шагом:

 $h=x_{i+1}-x_i.$ 

Очевидно, разностная схема (18)–(26) обладает первым порядком аппроксимации по пространству и времени на гладких решениях.

Метод решения построенной разностной схемы заключается в следующем. На каждом временном слое на первом этапе решается диссипативный блок (21)–(24) с фиксированными значениями растепленности и водонасыщенности. Соответствующее разностное уравнение представляет собой систему нелинейных алгебраических уравнений, которая решается итерационным методом хорд. На каждой *s*-й итерации имеем трехточечное уравнение:

$$A_i \delta P_{i-1} - C_i \delta P_i + B_i \delta P_{i+1} = -F_i, \ i = \overline{1, N},$$
(27)

где  $\delta P_i = P_i^{s+1} - P_i^s$  — приращение давления на итерации. Уравнение (27) решается с помощью метода прогонки.

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока не будет достигнута заданная точность по давлению:

$$\left|\delta P_{i}\right| < \varepsilon_{1} \left|P_{i}^{s}\right| + \varepsilon_{2}, \qquad (28)$$

где  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  – малые величины.

Далее, располагая полученными значениями давления P, совершаем переход ко второму этапу, где выполняются расчеты  $S_w$ ,  $S_v$  по явной схеме, используя разностные уравнения (18), (19). Для этого из (18)–(19) после

сложения находятся значения растепленности, которые затем подставляются в уравнение (18), откуда определяются значения водонасыщенности.

Расчет продолжается до заданного момента времени.

#### 5. Задание начальных данных

Рассмотрим процесс, в начальный момент времени которого давление распределено по линейному закону:

$$P(x,0) = 20 M\Pi a \,, \tag{29}$$

а водонасыщенность и растепленность однородны по пространству:

$$S_{w}(x,0) = S_{w}^{*}, S_{v}(x,0) = S_{v}^{*}, \qquad (30)$$

где  $0 < S_w^* < 1$ ,  $0 < S_v^* < 1$  – постоянные величины,  $x \in [0, L]$ , L – длина расчетной области.

Вид источников массы воды и газа в среде коллектора:

$$q_{w} = \begin{cases} \alpha \left( P - P^{*} \right), X_{1} < x < X_{2} \\ 0, otherwise \end{cases}, \quad q_{g} = \begin{cases} \beta \left( P - P^{*} \right), X_{1} < x < X_{2} \\ 0, otherwise \end{cases}, \quad (31)$$

где  $P^*$  – постоянная величина,  $\alpha$  и  $\beta$  – постоянные параметры, отвечающие некому источнику (стоку) в призабойной зоне, обусловленному перепадом давления между стволом скважины и пластом.  $X_1$ ,  $X_2$  – координаты «резкого» включения источников.

Были выбраны следующие значения параметров, характерные для Мессояхского метан-гидратного месторождения:

$$\begin{split} \rho_{w} &= 1000 \frac{\kappa^{2}}{M^{3}}, \ \rho_{v} = 910 \frac{\kappa^{2}}{M^{3}}, \ \rho_{s} = 2800 \frac{\kappa^{2}}{M^{3}}, \\ \mu_{w} &= 10^{-3} \Pi a \cdot c, \ \mu_{g} = 0.014 \cdot 10^{-3} \Pi a \cdot c, \\ \varepsilon_{\alpha} &= c_{\alpha} T, \ \alpha = w, \ g, \ s, \ r \text{de} \ c_{w} = 4165 \frac{\mathcal{A}\mathcal{H}}{\kappa^{2} \cdot K}, \ c_{g} = 2500 \frac{\mathcal{A}\mathcal{H}}{\kappa^{2} \cdot K}, \ c_{s} = 873 \frac{\mathcal{A}\mathcal{H}}{\kappa^{2} \cdot K}, \\ M &= M_{CH4} = 16 \frac{\kappa^{2}}{\kappa_{MOЛb}}, \ R = 8.31441 \frac{\mathcal{A}\mathcal{H}}{MOЛb \cdot K}, \ h_{tr} = 514810 \frac{\mathcal{A}\mathcal{H}}{\kappa^{2}}, \\ m &= 0.35, \ A = 7.28 \ \text{K}, \ B = 169.7 \ \text{K}, \\ S_{w}^{*} &= 0.6, \ S_{v}^{*} = 0.5, \ \beta_{w} = 0.9, \end{split}$$

$$k(S_{\nu}) = k_0 S_{\nu}^3, \ k_0 = 10 \ \text{M} \ \text{P} = 10^{-14} \ \text{M}^2,$$
  
$$P^* = 2 \ \text{M} \ \text{Ia}, \ X_1 = 0.4, \ X_2 = 0.6,$$
  
$$k_{rw}(S_w) = \begin{cases} 0, \ S_w < S_{w,\min} \\ 1.477 \ S_w^5 - 1.587 \ S_w^6 + 1.11 \ S_w^7 - 0.0473, \ S_{w,\min} < S_w < S_{w,\max} \\ k_{rw}(S_{w,\max}), \ S_w > S_{w,\max} \end{cases}$$

$$k_{rg}(S_w) = \begin{cases} k_{rg}(S_{w,\min}), S_w < S_{w,\min} \\ 1.044 - 1.7 S_w + 0.6 S_w^2, S_{w,\min} < S_w < S_{w,\max} \\ 0, S_w > S_{w,\max} \end{cases}$$

 $S_{w,\min} = 0.55, S_{w,\max} = 0.9.$ 

Длина модельной пространственной области L = 1 м, шаг по пространственной координате h = 0.01 м.

Параметры источников:  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 10^{-5} \frac{\kappa^2}{\Pi a \cdot c \cdot m^3}$ ,  $P^* = 2$  МПа, область действия источников:  $x \in [0.4, 0.6]$ .

Выдача результатов расчетов производится для моментов времени t = 1, 10, 50 с.

Симметричная относительно *x* =0.5 расчетная область не сокращена вдвое в целях проверки симметрии вычислительного алгоритма.

#### 6. Результаты расчетов

На рис. 3 представлено пространственное распределение растепленности с учетом адиабатического расширения газа (8) для моментов времени t = 1, 10, 50 с соответственно.

На рис. 4 представлено распределение растепленности для случая (7), когда адиабатическое расширение газа не учитывается. В первом случае, при учете адиабатического расширения газа, не происходит дополнительное растепление гидратизированной среды на границах области действия источников (x = 0.4 и x = 0.6).

Другие параметры ( $S_w$ , P, T) в обоих случаях ведут себя подобным образом. Их пространственные распределения на те же моменты времени представлены на рис. 5–7 соответственно.



Рис. 3. Распределение растепленности для моментов времени 1, 10, 50 с; вариант с учетом адиабатического расширения газа



Рис. 4. Распределение растепленности для моментов времени 1, 10, 50 с; вариант без учета адиабатического расширения газа



Рис. 5. Распределение водонасыщенности для моментов времени 1, 10, 50 с; вариант с учетом адиабатического расширения газа



Рис. 6. Распределение давления для моментов времени 1, 10, 50 с; вариант с учетом адиабатического расширения газа



Рис. 7. Распределение температуры для моментов времени 1, 10, 50 с; вариант с учетом адиабатического расширения газа

Для случая отсутствия адиабатического расширения газа (7), были проведены дополнительные анализ и тестирование механизмов возникновения пиков растепленности на границах области действия источников (x = 0.4 и x = 0.6), в которых происходит «резкое» включение источников. Их возникновение связано с тем, что в силу задания отбора в виде (31) с  $\alpha = 0$  вода, образующаяся при разложении гидрата, несжимаема, не отбирается и накапливается на соответствующим границах стока, что И приводит К зоны пикам растепленности при продолжающемся отборе газа на границах области действия стока. Результаты расчетов разными фазовыми ЗОНЫ С что нелинейность относительных проницаемостями показали, фазовых проницаемостей по воде и газу, а также абсолютной проницаемости не влияет на возникновение пиков. Если отключить отбор после первой секунды, то пики не появляются.

Для оценки практической точности вычислений проводилась серия расчетов с измельчением сетки по времени и по пространству от «грубой» сетки ( $\tau = 0.01$  с и h = 0.01 м) до сетки в 16 раз более мелкой ( $\tau = 0.000625$  с и h = 0.000625 м). Результаты расчетов на самой мелкой сетке брались как эталонные (предполагалось, что они близки к точному решению) и использовались для оценки реальной погрешности и порядка скорости сходимости к «точному» решению. Погрешность оценивалась в норме «С» как максимум модуля разницы сеточных функций, отвечающих решениям на

грубой и мелкой сетках. Скорость сходимости оценивалась через логарифм отношения погрешностей, полученных на двух грубых сетках с шагами, отличающимися в 2 раза.

Таким образом, для t = 1 и 10 с проводились следующие расчеты:

- «эталонный» расчет:  $\tau^0 = 0.000625$ ,  $h^0 = 0.000625$ ;

- расчет n = 1:  $\tau^1 = 0.01$ ,  $h^1 = 0.01$ ;

- расчет n = 2:  $\tau^2 = 0.005$ ,  $h^2 = 0.005$ .

В таблицах 1 и 2 ниже приводятся полученные результаты погрешностей аппроксимации и порядка скорости сходимости ( $P_0 = 10$  МПа).

			<i>Таблица</i> 1. <i>t</i> = 1 с
	Погрешность		Порядок сходимости
Шаги	<i>n</i> = 1	n = 2	<i>n</i> = 1,2
Sw	0.0000011	0.000005	1.14
Sv	0.0000016	0.000007	1.16
$P/P_0$	0.120839	0.064643	0.90

*Таблица* 2. *t* = 10 с

	Погрешность		Порядок сходимости
Шаги	<i>n</i> = 1	<i>n</i> = 2	<i>n</i> = 1,2
Sw	0.020223	0.013281	0.61
Sv	0.030380	0.015489	0.97
$P/P_0$	0.062255	0.031878	0.97

Расчеты проводились на персональном компьютере с тактовой частотой и процессором 2.7 GHz Intel Core i5. Типичный расчет на сетке из 100 ячеек занимал несколько минут.

Заметим, что в силу разрывной правой части (источники в виде ступенчатой функции) имеются симметричные зоны сингулярности, отвечающие участкам резкого «включения» источников (при x = 0.4 и x = 0.6). В этих зонах наблюдается заметная разница между решениями на мелкой и грубой сетках, нарастающая с ростом *t*.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проекты 18-07-00841-а, 16-29-15081-офи\_м, 16-29-15095-офи\_м.

#### Заключение

В работе сформулирована общая двухблочная модель диссоциации гидратов в пористой среде для моделирования теплообмена трех фаз – свободных воды, газа и газогидратов – применительно к полномасштабному прогнозному моделированию на вычислительной технике флюидодинамических и диссипативных процессов в пористых средах, содержащих газовые гидраты в виде твердых включений.

Построена разностная схема ImPeS (неявная по давлению и явная по водонасыщенности и растепленности), позволяющая численно решать систему уравнений фильтрации жидкостей и газов в пористой среде с учетом диссоциации газовых гидратов. Проведены вычислительные эксперименты, в том числе с учетом адиабатического расширения газа в коллекторном пространстве, результаты которых показывают эффективность разработанных методов для расчета реальных задач, связанных с залежами газогидратов, а исследованиями сложных процессов динамики также С водо-И гидратонасыщенности в пласте.

#### Библиографический список

[1] Истомин В.А., Якушев В.С. Газовые гидраты в природных условиях. М: Недра, 1992. 236 с.

[2] Гинсбург Г.Д., Соловьев В.А. Субмаринные газовые гидраты. СПб: ВНИИОкеанология, 1994. 200 с.

[3] Englezos P. Clathrate hydrates // Ind. Eng. Chem. Res. J. 1993. Vol. 32. P. 1251–1274.

[4] Гудзенко В.Т., Вареничев А.А., Громова М.П. Газогидраты. Информационно-аналитический обзор // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. 2016. №5. С. 39–68.

[5] Бык С.Ш., Макогон Ю.Ф., Фомина В.И. Газовые гидраты. М.: Химия, 1980. 296 с.

[6] Басниев К.С., Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. М.: Недра, 1993. 416 с.

[7] Черский Н.В., Бондарев Е.А. О тепловом методе разработки газогидратных залежей // Доклады АН СССР. 1972. Т. 203, №3. С.550–552.

[8] Веригин Н.Н., Хабибулин И.Л., Халиков Г.А. Линейная задача о разложении гидратов газа в пористой среде // Изв. АН СССР: Механика жидкости и газа. 1980. №1. С. 174–177.

[9] Verigin N.N., Khabibullin I.L., Khalikov G.A. Axisymmetric problem of heat and mass transfer in saturated porous medium // Journal of Engineering Physics. 1980. Vol. 38, No. 5. P. 581–585.

[10] Бондарев Е.А., Максимов А.М., Цыпкин Г.Г. К математическому моделированию диссоциаций газовых гидратов // Доклады АН СССР. 1989. Т. 308, № 3. С. 575–578.

[11] Нигматулин Р.И., Шагапов В.Ш., Сыртланов В.Р. Автомодельная задача о разложении газогидратов в пористой среде при депрессии и нагреве // ПМТФ. 1998. Т. 39, №3. С. 111–118.

[12] Цыпкин Г.Г. Течения с фазовыми переходами в пористых средах. М.: Физматлит, 2009.

[13] Джафаров Д.С. Математическое моделирование диссоциации газогидратов в приложении к интерпретации исследований скважин газогидратных месторождений на нестационарных режимах фильтрации: Дис. канд. техн. наук. Москва, РГУНГ, 2015. 120 с.

[14] Vasil'eva Z.A., Efimov S.I., Yakushev V.S. Prediction of thermal interaction between oil/gas wells and intra-permafrost metastable gas hydrates // Earth's Cryosphere. 2016. Vol. 20, No. 1. P. 60–63.

[15] Khasanov M.K., Musakaev N.G. Gas hydrate formation in porous ice rich methane reservoirs upon injection of carbon dioxide: forward modeling // Earth's Cryosphere. 2016. Vol. 20, No. 3. P. 59–65.

[16] Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С., Русинов А.А. Математическое моделирование процесса образования гидрата в пласте насыщенного снегом при нагнетании холодного газа // Вычислительная механика сплошных сред. 2016. Т. 9, №2. С. 173–181.

[17] Ahmadi G., Ji C., Smith D.H. A simple model for natural gas production from hydrate decomposition // Annals of the New York Academy Science. 2000. Vol. 912. P. 420–427.

[18] Kamath V.A., Godbole S.P. An analytic model for analyzing the effects of dissociation of hydrates on the thermal recovery of heavy oils // SPE RE. 1988. Vol. 3, No. 2. Paper SPE-14224-PA.

[19] Kamath, V.A., Mutalik, P.N., Sira, J.H. Experimental study of brine injection and depressurization methods for dissociation of gas hydrates // SPE Formation Evaluation, 1991. Vol. 6, No. 4, P. 477–484.

[20] Kim H.C., Bishnoi P.R., Heidemann R.A., Rizvi S.S.H. Kinetics of methane hydrate decomposition // Chemical engineering science. 1987. Vol. 42, No. 7. P. 1645–1653.

[21] Yousif M.H., Abass H.H., Selim M.S., Sloan E.D. Experimental and theoretical investigation of methane-gas-hydrate dissociation in porous media // SPE reservoir Engineering. 1991. Vol. 6, No. 1. P. 69–76.

[22] Aziz K., Settari A. Petroleum reservoir simulation. London and New York: Elsevier Applied Science Publishers, 1979. 476 p.

[23] Goel N., Wiggins M., Shah S. Analytical modeling of gas recovery from in Situ hydrates dissociation // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2001. Vol. 29, No. 2. P. 115–127.

[24] Khataniar S., Kamath V.A., Omenihu S.D., Patil S.L., Dandekar A.Y. Modeling and economic analysis of gas production from hydrates by depressurization method // The Canadian Journal of Chemical Engineering. 2002. Vol. 80, No. 1. P. 135–143.

[25] Jeannin L., Bayi A., Renard G., Bonnefoy O., Herri J.M. Formation and dissociation of methane hydrates in sediments. Part II: Numerical modeling // Proc. 4th International Conference on Gas Hydrates, Yokohama, Japan, May 2002. Vol. 2. P. 802–806.

[26] Wilder J.W., et al. An international effort to compare gas hydrate reservoir simulators // Proc. of 6th International Conference on Gas Hydrates, Vancouver, Canada, July 2008.

[27] Pinero E., Hensen C., Haeckel M., Rottke W., Fuchs T., Wallmann K. 3-D numerical modelling of methane hydrate accumulations using PetroMod // Marine and Petroleum Geology. 2016. Vol. 71. P. 288–295.

[28] Qorbani K., Kvamme B. Non-equilibrium simulation of CH4 production from gas hydrate reservoirs through the depressurization method // Journal of Natural Gas Science and Engineering. 2016. Vol. 35. P. 1544–1554.

[29] Vasil'ev V.I., Popov V.V., Tsypkin G.G. Numerical investigation of the decomposition of gas hydrates coexisting with gas in natural reservoirs // Fluid Dynamics. 2006. Vol. 41, No. 4. P. 599–605.

[30] Bondarev E.A., Rozhin I.I., Popov V.V., Argunova K.K. Assessment of possibility of natural gas hydrates underground storage in permafrost regions // Earth's Cryosphere. 2015. Vol. 19, No. 4. P. 58–67.

[31] Повещенко О.Ю., Гасилова И.В., Галигузова И.И., Дорофеева Е.Ю., Ольховская О.Г., Казакевич Г.И. Об одной модели флюидодинамики в пористой среде, содержащей газогидраты // Математическое моделирование. 2013. Т. 25, №10. С.32–42.

[32] Казакевич Г.И., Клочкова Л.В., Повещенко Ю.А., Тишкин В.Ф. Математическое исследование системы уравнений газогидратных процессов в пористой среде // Журнал Средневолжского математического общества. 2011. Т. 13, №1. С. 7–11.

[33] Гасилов В.А., Гасилова И.В., Клочкова Л.В., Повещенко Ю.А., Тишкин В.Ф. Разностные схемы на основе метода опорных операторов для задач динамики флюидов в коллекторе, содержащих газогидраты // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2015. Т. 55, № 8. С. 1341–1355.

[34] Дегтярев Б.В., Бухгалтер Э.Б. Борьба с гидратами при эксплуатации газовых скважин в северных районах. М.: Недра, 1976. 195 с.

### Оглавление

1. Введение	
2. Описание математической модели	5
3. Постановка задачи	11
4. Описание вычислительного эксперимента	12
5. Задание начальных данных	17
6. Результаты расчетов	18
Заключение	23
Библиографический список	24