



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 5 за 2018 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Шестопёров А.И., Ткачев С.С.

Управление тремя спутниками в групповом полете при помощи электростатических сил

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Шестопёров А.И., Ткачев С.С. Управление тремя спутниками в групповом полете при помощи электростатических сил // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 5. 17 с. doi:[10.20948/prepr-2018-5](https://doi.org/10.20948/prepr-2018-5)
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-5>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

А.И. Шестопёров, С.С. Ткачев

**Управление тремя спутниками
в групповом полете
при помощи электростатических сил**

Москва — 2018

А.И. Шестопёров, С.С. Ткачев

Управление тремя спутниками в групповом полете при помощи электростатических сил

Исследуется движение формации, состоящей из трех спутников, на геостационарной орбите. Управление производится при помощи сил Кулона. Синтезирован и реализован алгоритм, поддерживающий спутники на заранее заданном расстоянии друг относительно друга.

Ключевые слова: групповой полет, силы Кулона, ляпуновское управление

Aleksey Shestoporov, Stepan Tkachev

Control for Three-Craft Coulomb Formation

Three-craft formation is considered. The movement of formation on circular orbit is investigated. Control is implemented by Coulomb forces. Algorithm which maintains the desired distance between each two spacecrafts of formation is obtained.

Key words: Formation Flying, Coulomb Forces, Lyapunov-based control

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 17-01-00449.

Оглавление

Введение	3
1. Постановка задачи и вспомогательные замечания	4
2. Построение и анализ управления для трех спутников	7
2.1. Построение модельного управления, обеспечивающего асимптотическую устойчивость формации	8
2.2. Коррекция и анализ модельного управления	10
2.3. Численное моделирование	12
Заключение.....	16
Благодарности.....	16
Список литературы.....	17

Введение

Развитие технологий создания малых спутников дало возможность формировать из них группы (*формации*). В них спутники движутся по орбите на небольшом удалении друг от друга и решают единую задачу. Это привело к исследованию различных способов управления формациями спутников.

Существует множество актуальных прикладных задач, в которых силы Кулона предстают эффективным орудием управления формациями. Так, в работе [1] предлагалось использовать электростатические силы в задачах оптической интерферометрии, а в работе [2] отмечалась возможность их использования в процессе стыковки космических аппаратов. Также серия работ посвящена концепции электростатического «троса». В работе [3] был разработан метод его стабилизации, а в работе [4] для формации, состоящей из трех спутников, предложено линейное управление с обратной связью, переводящее замкнутую систему в окрестность заданного относительного положения равновесия.

Следует отметить, что главным достоинством электростатического управления является уменьшение топливных затрат в течение полета формации [5]. Однако на малых высотах эффективно использованию данной концепции мешает дебаевское экранирование электрических полей, создаваемых спутниками [6].

В данной работе предлагается алгоритм управления формацией, состоящей из трех спутников и движущейся на геостационарной орбите, основанный на построении соответствующей функции Ляпунова. Управляющие воздействия реализуются с помощью сил Кулона. В работе [2] приводятся условия относительно зарядов на спутниках, при которых формация из трех аппаратов остается статичной относительно орбитальной системы координат. Алгоритм управления формацией, предложенный в работе, не фиксирует плоскость формации относительно орбитальной системы координат, однако позволяет развести три спутника на заданные расстояния друг относительно друга и поддерживает получившуюся конфигурацию. Отметим, что еще одной актуальной задачей, связанной с использованием управляющих электростатических сил, является задача по предотвращению столкновений спутников формации в процессе движения [5]. При поддержании спутников на заданном расстоянии друг относительно друга данная задача решается автоматически.

1. Постановка задачи и вспомогательные замечания

Объектом исследования является формация, состоящая из трех спутников, центр масс которой движется вокруг притягивающего центра (Земли) по геостационарной орбите.

В работе строится электростатическое управление, обеспечивающее асимптотическую устойчивость движения, при котором сохраняются заданные взаимные расстояния между спутниками. Такое движение в дальнейшем будет называться *опорным*.

Кулоновское взаимодействие пары спутников, погруженных в плазменную среду, описывается формулой [3]

$$f_{12} = k_c \frac{r_{12}}{r_{12}^3} q_1 q_2 e^{-\frac{r_{12}}{\lambda_d}}, \quad (1)$$

где $r_{12} = r_2 - r_1$; r_1, r_2 – радиус-векторы спутников в инерциальной системе координат, $k_c = 8.99 \cdot 10^9 \frac{H \cdot m^2}{Kл^2}$ – постоянная Кулона, λ_d – дебаевская длина.

Это взаимодействие вполне может быть использовано для управления взаимным положением аппаратов, однако эффективное управление с помощью кулоновских сил возможно только на больших высотах. Причиной тому является дебаевское экранирование электрических полей в плазменной среде. В работе [1] приведены данные (таблица 1), сравнивающие дебаевские длины на орбитах различной высоты.

Таблица 1. Спектр дебаевских длин в различных плазменных средах

Плазменная среда	Минимальная дебаевская длина, м	Максимальная дебаевская длина, м
Плазменная среда на низкой околоземной орбите	0.02	0.4
Плазменная среда на геостационарной орбите	142	1496
Межпланетная плазма	7.4	24

Таким образом, на низких высотах дебаевское экранирование электрических полей происходит на малых расстояниях.

Важным аспектом при моделировании электростатического управления является способность в реальных условиях реализовывать требуемые заряды и токи эмиссии. Чтобы оценить возможные значения указанных параметров, в 1979 году был запущен спутник SCATHA [7]. Изменение потенциала космического аппарата проводилось при помощи электронной пушки, которая

обеспечивала эмиссию заряженных частиц в окружающую плазменную среду. Данная электронная пушка генерировала токи, достигающие 13 мА. При этом потенциал спутника с радиусом 1,7 м достигал 19кВ, что в зарядном эквиваленте составляет 4 мкКл.

На рис. 1 представлена зависимость сил, действующих на КА, от относительного расстояния между спутниками. Расчеты проводились по формуле (1). Заряды полагались равными 4 мкКл, что соответствует значениям зарядов, генерируемых спутником SCATHA [5], необходимым для реализации предложенного в работе управления

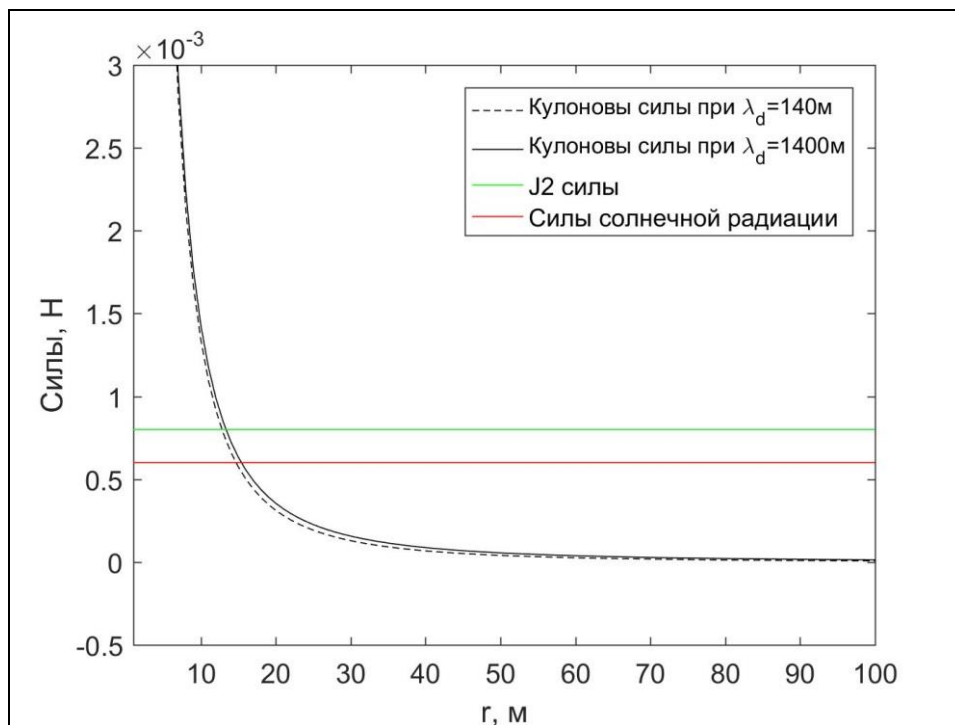


Рис. 1. Зависимость сил, действующих на КА, от относительного расстояния между ними

Из рис. 1 видно, что на геостационарной орбите, где дебаевская длина варьируется между 100-1400 метрами, имеется возможность управлять спутниками, расположенными на относительных расстояниях до 15 метров, при помощи электростатических сил.

В работе используются следующие предположения:

- движение формации происходит в центральном поле Земли;
- орбита центра масс формации геостационарная.

В работе используются следующие системы координат:

- $OXYZ$ – геоцентрическая инерциальная система координат. Ось OX направлена в точку весеннего равноденствия, ось OZ перпендикулярна плоскости экватора, ось OY дополняет систему до правой тройки (рис. 2).

- $Oxyz$ – орбитальная система координат с началом, расположенным в центре масс формации. Ось Ox направлена по местной вертикали, ось Oz перпендикулярна плоскости орбиты, ось Oy дополняет систему до правой тройки (рис. 3).

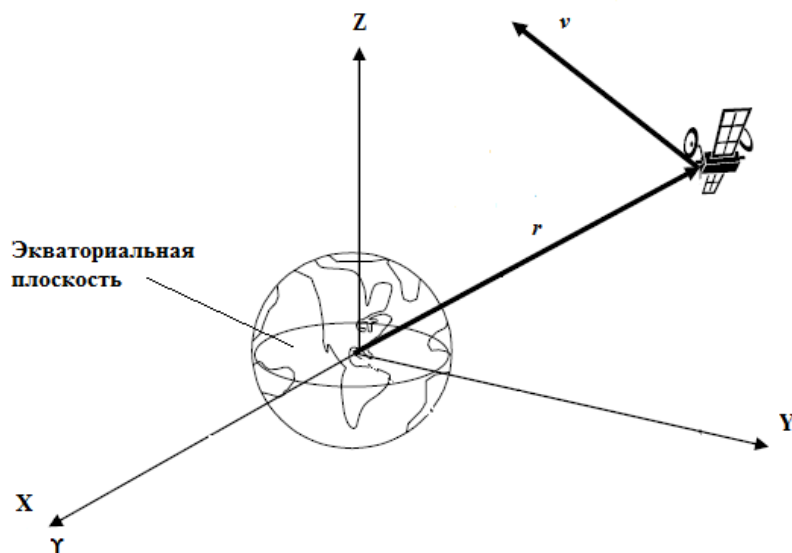


Рис. 2. Инерциальная система координат

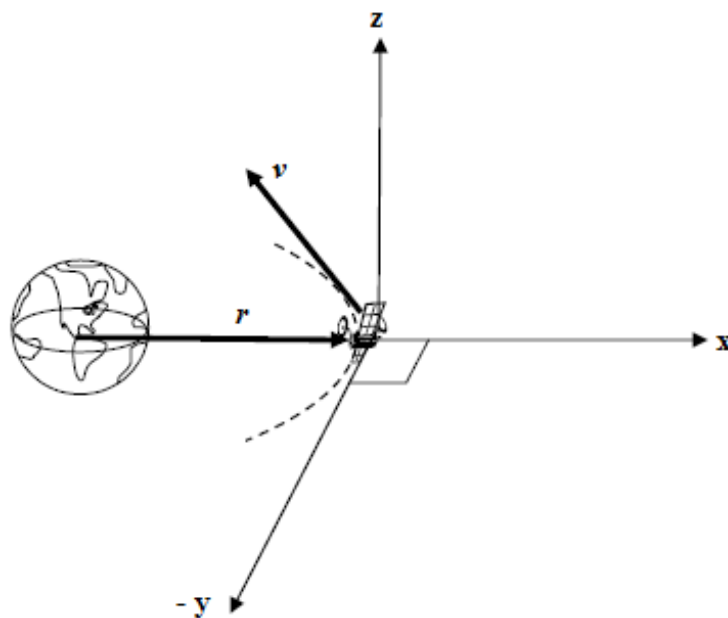


Рис. 3. Орбитальная система координат

2. Построение и анализ управления для трех спутников

В главе строится электростатическое управление, поддерживающее три спутника на заданном расстоянии друг относительно друга.

Важную роль в процессе задания управляющих воздействий играют направления радиус-векторов, соединяющих спутники. Представим их в виде

$$\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1,$$

$$\mathbf{r}_{23} = \mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2,$$

$$\mathbf{r}_{31} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3,$$

где \mathbf{r}_i , $i = \overline{1,3}$ – радиус-векторы спутников в орбитальной системе координат. Управляющие воздействия, которые имеют электростатический характер, задаются формулой

$$\mathbf{u}_i(\mathbf{r}_{jk}, \dot{\mathbf{r}}_{jk}) = \frac{\alpha_i(\mathbf{r}_{jk}, \dot{\mathbf{r}}_{jk})}{r_{jk}^2} \frac{\mathbf{r}_{jk}}{r_{jk}}, \quad i = \overline{1,3}; j = \overline{1,3}; i \neq j \neq k, \quad (2)$$

где $\alpha_1 = q_2 q_3$, $\alpha_2 = q_3 q_1$, $\alpha_3 = q_1 q_2$; $q_i, i = \overline{1,3}$ – заряды на спутниках, вырабатываемые в процессе управления. На каждый спутник действуют силы со стороны двух других КА.

Относительное движение КА в орбитальной системе координат описывается системой векторных дифференциальных уравнений Хилла [8, 9]. При этом в правые части уравнений необходимо добавить члены, отвечающие за управление. Тогда уравнения движения приобретают следующий вид:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}_1 + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}_1 + 3\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_1 &= \frac{1}{m_1} \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}} \cdot \frac{\alpha_3}{r_{12}^2} - \frac{1}{m_1} \frac{\mathbf{r}_{31}}{r_{31}} \cdot \frac{\alpha_2}{r_{31}^2}, \\ \ddot{\mathbf{r}}_2 + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}_2 + 3\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_2 &= -\frac{1}{m_2} \frac{\mathbf{r}_{12}}{r_{12}} \cdot \frac{\alpha_3}{r_{12}^2} + \frac{1}{m_2} \frac{\mathbf{r}_{23}}{r_{23}} \cdot \frac{\alpha_1}{r_{23}^2}, \\ \ddot{\mathbf{r}}_3 + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}_3 + 3\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_3 &= \frac{1}{m_3} \frac{\mathbf{r}_{31}}{r_{31}} \cdot \frac{\alpha_2}{r_{31}^2} - \frac{1}{m_3} \frac{\mathbf{r}_{23}}{r_{23}} \cdot \frac{\alpha_1}{r_{23}^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $r_{ij} = \sqrt{(\mathbf{r}_{ij}, \mathbf{r}_{ij})}$, $\boldsymbol{\omega}$ – орбитальная угловая скорость центра масс формации.

Для круговой орбиты $\omega^2 = \frac{\mu}{r^3} = n^2$, где r – радиус-вектор центра масс формации, μ – гравитационный параметр, n – среднее движение. Укажем выражения для первых и вторых производных функции r_{ij} , которые будут использоваться в дальнейшем:

$$\begin{aligned}\dot{r}_{ij} &= \frac{(\mathbf{r}_{ij}, \dot{\mathbf{r}}_{ij})}{r_{ij}}, \\ \ddot{r}_{ij} &= \frac{(\dot{\mathbf{r}}_{ij}, \dot{\mathbf{r}}_{ij}) + (\mathbf{r}_{ij}, \ddot{\mathbf{r}}_{ij})}{r_{ij}} - \frac{(\mathbf{r}_{ij}, \dot{\mathbf{r}}_{ij})^2}{r_{ij}^3}.\end{aligned}\quad (4)$$

Построение алгоритма управления проводится в два этапа:

Вычисляется управление (в дальнейшем оно будет называться *модельным*), обеспечивающее асимптотическую устойчивость опорного движения формации (раздел 2.1).

Производится коррекция модельного управления, учитывающая ограничения на значения зарядов, связанные с характером управления (раздел 2.2).

В разделе 2.3 проводится численное моделирование.

2.1. Построение модельного управления, обеспечивающего асимптотическую устойчивость формации

Для обеспечения асимптотической устойчивости опорного движения формации используется метод, в основе которого лежит поиск функции Ляпунова [10, 11]. Пусть a_1, a_2, a_3 – расстояния, на которые требуется развести спутники вдоль осей r_{12}, r_{23}, r_{31} . Функция Ляпунова ищется в следующем виде:

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{2} \dot{r}_{12}^2 + \frac{1}{2} \dot{r}_{23}^2 + \frac{1}{2} \dot{r}_{31}^2 + \frac{1}{2} k_1 (r_{12} - a_1)^2 + \\ &+ \frac{1}{2} k_2 (r_{23} - a_2)^2 + \frac{1}{2} k_3 (r_{31} - a_3)^2.\end{aligned}\quad (5)$$

Найдем ее первую производную

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \dot{r}_{12} (\ddot{r}_{12} + k_1 (r_{12} - a_1)) + \\ &+ \dot{r}_{23} (\ddot{r}_{23} + k_2 (r_{23} - a_2)) + \\ &+ \dot{r}_{31} (\ddot{r}_{31} + k_3 (r_{31} - a_3)).\end{aligned}\quad (6)$$

Управляющие воздействия $\alpha_i, i = \overline{1,3}$ строятся таким образом, чтобы обеспечить выполнение неравенства $\dot{V} \leq 0$ и, следовательно, применимость теоремы Барбашина–Красовского. Из (6) следует, что они должны удовлетворять системе уравнений

$$\begin{aligned}\ddot{r}_{12}(\alpha_3) + g_1 \dot{r}_{12} + k_1 (r_{12} - a_1) &= 0, \\ \ddot{r}_{23}(\alpha_1) + g_2 \dot{r}_{23} + k_2 (r_{23} - a_2) &= 0, \\ \ddot{r}_{31}(\alpha_2) + g_3 \dot{r}_{31} + k_3 (r_{31} - a_3) &= 0.\end{aligned}\quad (7)$$

После подстановки $\dot{r}_{ij}, \ddot{r}_{ij}$ из (4) в уравнения (7) последние принимают окончательный вид

$$\begin{aligned}
\frac{(\mathbf{r}_{12}, \ddot{\mathbf{r}}_{12}(\alpha_3))}{r_{12}} + \frac{(v_{12})_n^2}{r_{12}} + g_1(v_{12})_r + k_1(r_{12} - a_1) &= 0, \\
\frac{(\mathbf{r}_{23}, \ddot{\mathbf{r}}_{23}(\alpha_1))}{r_{23}} + \frac{(v_{23})_n^2}{r_{23}} + g_2(v_{23})_r + k_2(r_{23} - a_2) &= 0, \\
\frac{(\mathbf{r}_{31}, \ddot{\mathbf{r}}_{31}(\alpha_2))}{r_{31}} + \frac{(v_{31})_n^2}{r_{31}} + g_3(v_{31})_r + k_3(r_{31} - a_3) &= 0,
\end{aligned} \tag{8}$$

где $(v_{ij})_r$ и $(v_{ij})_n$ – радиальная и нормальная составляющие относительной скорости вдоль оси, соединяющей i -й и j -й КА.

Решение системы (8) в матричном виде относительно $\boldsymbol{\alpha} = \left(\begin{array}{ccc} \alpha_3 & \alpha_1 & \alpha_2 \\ r_{12}^2 & r_{23}^2 & r_{31}^2 \end{array} \right)^T$

имеет вид

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b}, \tag{9}$$

где

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) & \frac{(\mathbf{r}_{12}, \mathbf{r}_{23})}{m_2 r_{12} r_{23}} & \frac{(\mathbf{r}_{12}, \mathbf{r}_{31})}{m_1 r_{12} r_{31}} \\ \frac{(\mathbf{r}_{23}, \mathbf{r}_{12})}{m_2 r_{23} r_{12}} & -\left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3}\right) & \frac{(\mathbf{r}_{23}, \mathbf{r}_{31})}{m_3 r_{23} r_{31}} \\ \frac{(\mathbf{r}_{31}, \mathbf{r}_{12})}{m_1 r_{31} r_{12}} & \frac{(\mathbf{r}_{31}, \mathbf{r}_{23})}{m_3 r_{31} r_{23}} & -\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_3}\right) \end{pmatrix}$$

– матрица системы, а свободный столбец \mathbf{b} представляет собой сумму двух столбцов

$$\mathbf{b}_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{r_{12}} (2(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}_{12}, \dot{\mathbf{r}}_{12}) + [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{12}]^2) \\ \frac{1}{r_{23}} (2(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}_{23}, \dot{\mathbf{r}}_{23}) + [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{23}]^2) \\ \frac{1}{r_{31}} (2(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{r}_{31}, \dot{\mathbf{r}}_{31}) + [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{31}]^2) \end{pmatrix}$$

и

$$\mathbf{b}_2 = \begin{pmatrix} -\frac{(v_{12})_n^2}{r_{12}} - (g_1(v_{12})_r + k_1(r_{12} - a_1)) \\ -\frac{(v_{23})_n^2}{r_{23}} - (g_2(v_{23})_r + k_2(r_{23} - a_2)) \\ -\frac{(v_{31})_n^2}{r_{31}} - (g_3(v_{31})_r + k_3(r_{31} - a_3)) \end{pmatrix}.$$

Определим соотношения между парами параметров управления g_i и k_i , $i = \overline{1,3}$, обеспечивающие максимальную степень устойчивости [12] системы уравнений (7). Каждое из уравнений данной системы приводится к виду

$$\ddot{l} + g\dot{l} + kl = 0, \quad (10)$$

где $l = r - a$. Корни характеристического уравнения (10)

$$\lambda_{1,2} = \frac{-g \pm \sqrt{g^2 - 4k}}{2}.$$

Для достижения максимальной степени устойчивости самый правый корень характеристического полинома должен лежать как можно левее. Для этого потребуется выполнение условия

$$k_i = \frac{g_i^2}{4}, \quad i = \overline{1,3}.$$

По коэффициентам $g_i, i = \overline{1,3}$, определяются все параметры управления.

Таким образом, получено модельное управление, обеспечивающее асимптотическую устойчивость опорного движения формации.

2.2. Коррекция и анализ модельного управления

Скорректируем модельное управление, полученное в разделе 2.1, учитывая особенности электростатического управления.

Функция управления вдоль i -й оси, как и раньше, обозначается α_i , где $i = \overline{1,3}$. Так как в работе рассматривается электростатическое управление, то α_i имеют следующий вид:

$$\alpha_i(\mathbf{r}_{jk}, \dot{\mathbf{r}}_{jk}) = q_j(\mathbf{r}_{jk}, \dot{\mathbf{r}}_{jk})q_k(\mathbf{r}_{jk}, \dot{\mathbf{r}}_{jk}). \quad (11)$$

Здесь q_j и q_k – заряды j -го и k -го ($i \neq j \neq k$) спутников соответственно. Но на практике не все значения зарядов $q_k, k = \overline{1,3}$ (и, как следствие, не любые $\alpha_i, i = \overline{1,3}$) могут быть реализованы. Действительно, система уравнений относительно $q_k, k = \overline{1,3}$, с учетом найденных управлений α_i (формула (9)) имеет вид

$$\begin{aligned}
\alpha_3 &= q_1 q_2, \\
\alpha_1 &= q_2 q_3, \\
\alpha_2 &= q_3 q_1.
\end{aligned} \tag{12}$$

Тогда, например, определим значение заряда q_1 из системы (12):

$$q_1 = \pm \sqrt{\frac{\alpha_3 \alpha_2}{\alpha_1}}.$$

Заряды на КА являются вещественными величинами. Чтобы заряд q_1 был вещественным, необходимо, чтобы выполнялось условие: $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 > 0$. Этому же условию должны удовлетворять заряды q_2 и q_3 . Таким образом, полученное модельное управление (формула (9)) не может быть реализовано на практике в случае, когда $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 < 0$.

Следующий подход преодолевает указанное затруднение. Найдя по формуле (9) значения модельных управлений $\alpha_i, i = \overline{1,3}$, в текущий момент времени, значения зарядов q_1, q_2, q_3 определяют таким образом, чтобы попарные произведения $q_1 q_2, q_2 q_3, q_3 q_1$ как можно меньше отличались от значений $\alpha_3, \alpha_1, \alpha_2$ соответственно. Решим следующую задачу оптимизации. Запишем функционал

$$\Phi = (q_1 q_2 - \alpha_3)^2 + (q_2 q_3 - \alpha_1)^2 + (q_1 q_3 - \alpha_2)^2. \tag{13}$$

Его минимизация обеспечивает близость попарных произведений $q_1 q_2, q_2 q_3, q_3 q_1$ к соответствующим значениям $\alpha_3, \alpha_1, \alpha_2$. Минимум функционала можно найти, разрешив систему уравнений

$$\begin{aligned}
q_2(q_1 q_2 - \alpha_3) + q_3(q_1 q_3 - \alpha_2) &= 0, \\
q_1(q_1 q_2 - \alpha_3) + q_3(q_2 q_3 - \alpha_1) &= 0, \\
q_2(q_2 q_3 - \alpha_1) + q_1(q_1 q_3 - \alpha_2) &= 0
\end{aligned} \tag{14}$$

относительно $\mathbf{q} = (q_1 \ q_2 \ q_3)^T$. Система (14) имеет четыре пары решений (тривиальное решение означает отсутствие управления и здесь не выписывается):

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \pm \sqrt{\frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_3}} \\ \mp \sqrt{\frac{\alpha_3 \alpha_1}{\alpha_2}} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \pm \sqrt{\frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_3}} \\ 0 \\ \mp \sqrt{\frac{\alpha_3 \alpha_2}{\alpha_1}} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \pm \sqrt{\frac{\alpha_3 \alpha_1}{\alpha_2}} \\ \mp \sqrt{\frac{\alpha_3 \alpha_2}{\alpha_1}} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \pm \sqrt{\frac{\alpha_3 \alpha_2}{\alpha_1}} \\ \pm \sqrt{\frac{\alpha_3 \alpha_1}{\alpha_2}} \\ \pm \sqrt{\frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_3}} \end{pmatrix}. \tag{15}$$

Из условия вещественности зарядов можно заключить, что первые три пары решений удовлетворяют случаю $\alpha_1\alpha_2\alpha_3 < 0$, а четвертая пара – случаю $\alpha_1\alpha_2\alpha_3 > 0$. Таким образом,

- если $\alpha_1\alpha_2\alpha_3 > 0$, то из системы (12) сразу вычисляются q_1, q_2, q_3 , что соответствует четвертой паре решений;
- если $\alpha_1\alpha_2\alpha_3 < 0$, то система (12) не разрешима, и в этом случае один из зарядов обнуляется. Оставшееся α_i будет максимальным по модулю в данный момент времени.

Схема работы модифицированного алгоритма с учетом указанных особенностей приведена на рис. 4.

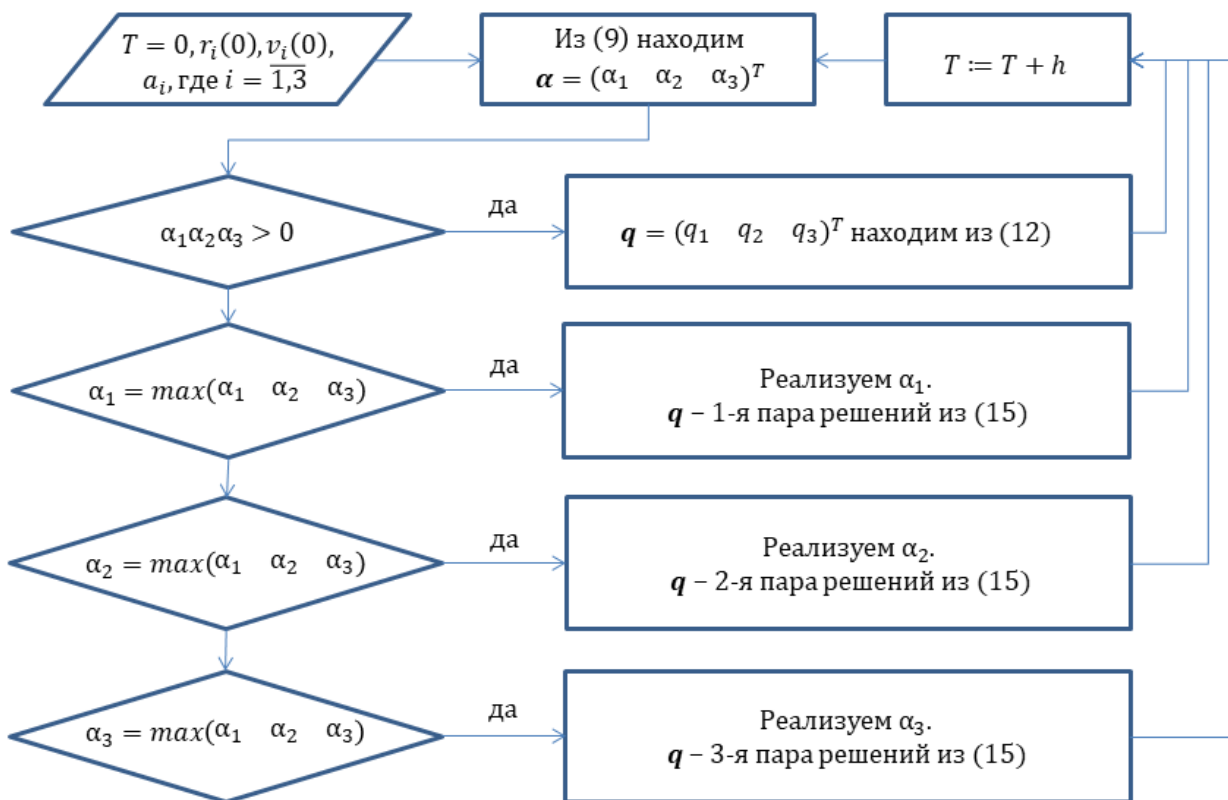


Рис. 4. Алгоритм управления формацией из трех спутников

Здесь T – текущее время работы алгоритма, h – шаг интегрирования по времени, $r_i(0), i = \overline{1,3}$, $v_i(0), i = \overline{1,3}$, – начальные положения и скорости трех спутников в орбитальной системе координат, $a_i, i = \overline{1,3}$, – требуемые относительные расстояния между ними.

2.3. Численное моделирование

Численное моделирование проводится для формации, состоящей из трех спутников с использованием управления, полученного в разделе 2.2. Задаются

координаты и скорости спутников в начальный момент времени, а также шаг интегрирования h , коэффициенты управления $k_i, g_i, i = \overline{1,3}$, и расстояния $a_i, i = \overline{1,3}$, на которые требуется развести спутники:

$$\begin{aligned}
 & x_1 = 2 \text{ м}, y_1 = 1 \text{ м}, z_1 = 1 \text{ м}, x_2 = 0 \text{ м}, y_2 = 1 \text{ м}, z_2 = 2 \text{ м}; \\
 & v_{x_1} = 1 \text{ М/с}, v_{y_1} = 0 \text{ М/с}, v_{z_1} = 1 \text{ М/с}, v_{x_2} = 0 \text{ М/с}, v_{y_2} = 0 \text{ М/с}, v_{z_2} = 0 \text{ М/с}; \\
 & (x_3 \quad y_3 \quad z_3 \quad v_{x_3} \quad v_{y_3} \quad v_{z_3})^T = \\
 & = -(x_1 \quad y_1 \quad z_1 \quad v_{x_1} \quad v_{y_1} \quad v_{z_1})^T - (x_2 \quad y_2 \quad z_2 \quad v_{x_2} \quad v_{y_2} \quad v_{z_2})^T; \quad (16) \\
 & g_1 = g_2 = g_3 = g = 1.4 \text{ с}^{-1}, k_1 = k_2 = k_3 = k = \frac{g^2}{4} \text{ с}^{-2}; \\
 & a_1 = a_2 = a_3 = 5 \text{ м}; h = 0.1 \text{ с}.
 \end{aligned}$$

Результаты расчетов при условиях (16) приведены на рисунках 5–8.

На рис. 5 описывается зависимость расстояний между спутниками от времени. Спутники расходятся на заданные расстояния и в установившемся режиме мало смещаются друг относительно друга. Из вышесказанного следует, что моделируемое управление поддерживает спутники на требуемом расстоянии с хорошей точностью.

На рис. 6 отражены зависимости управляющих воздействий от времени в установившемся режиме. Графики на рис. 7 и 8 изображают зависимость зарядов на спутниках и токов эмиссии от времени соответственно. Численное моделирование показало, что абсолютные значения зарядов не превышают максимально допустимого значения 4 мкКл. В свою очередь токи эмиссии в ходе изменения относительного расстояния между спутниками не превышают 0.1 мА. Сравнивая полученные значения с результатами, изложенными в разделе 1.3, можно заключить, что управление может быть реализовано на практике. Пики на графиках зависимости заряда и тока от времени (рис. 7, рис. 8) объясняются характером управления формацией. Они появляются в моменты переключения режимов управления, то есть при включении/выключении управления вдоль осей.

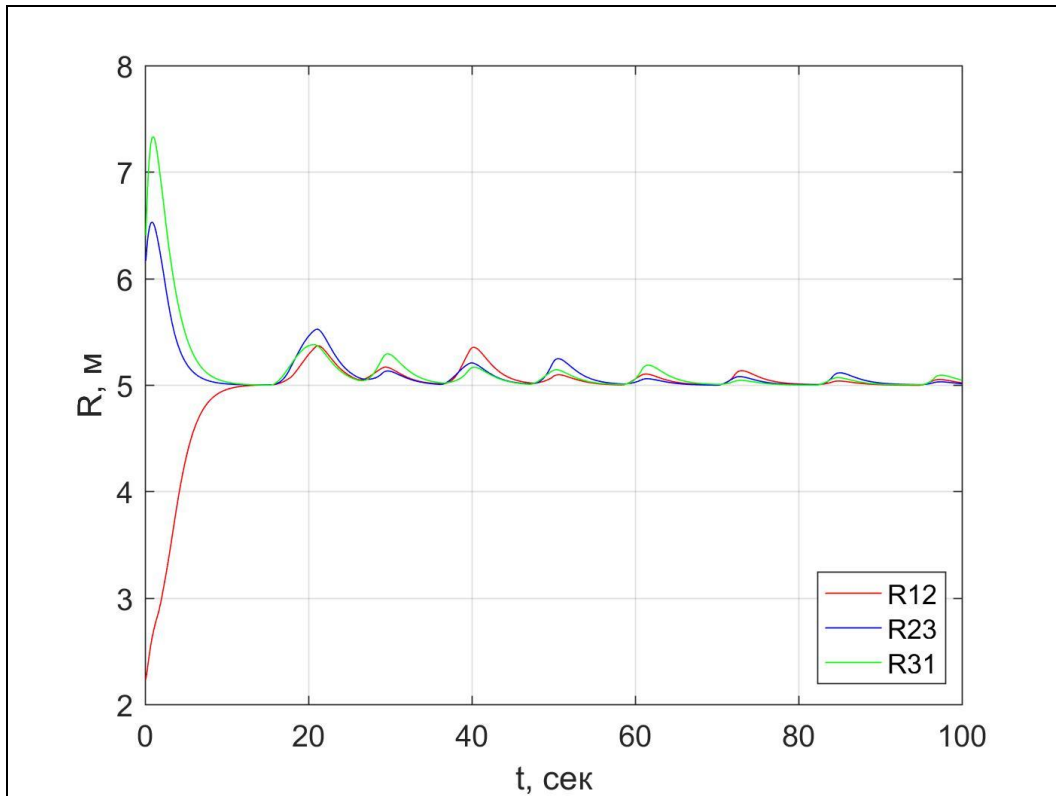


Рис. 5. Расстояния между спутниками от времени

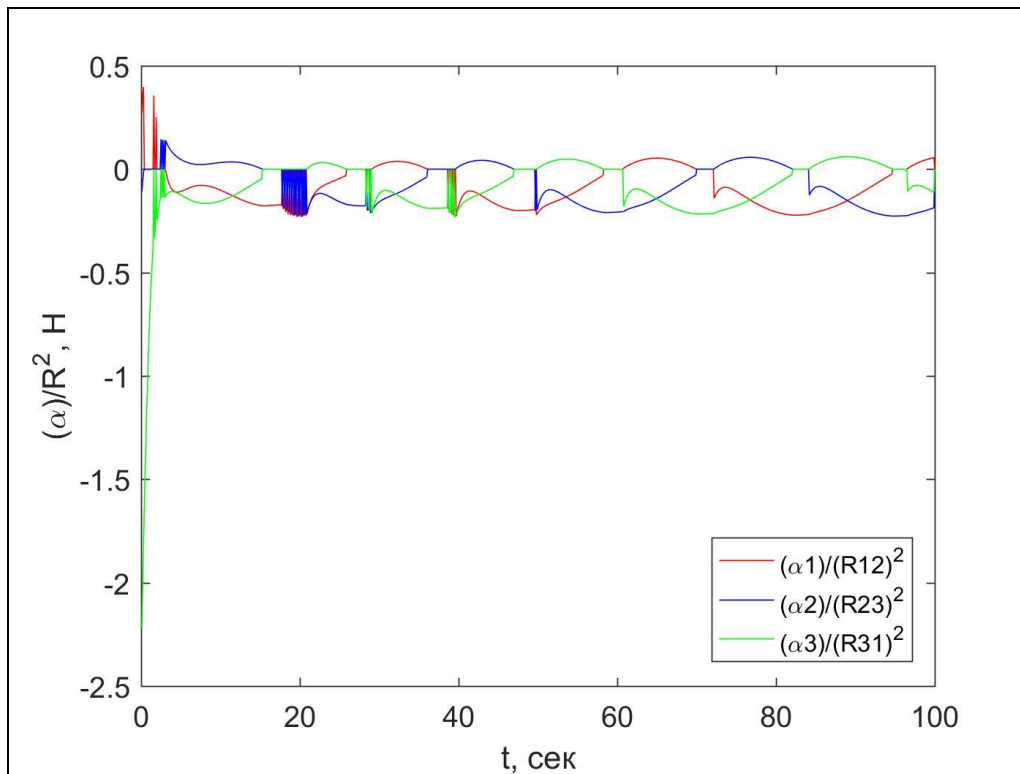


Рис. 6. Зависимость функций управления от времени

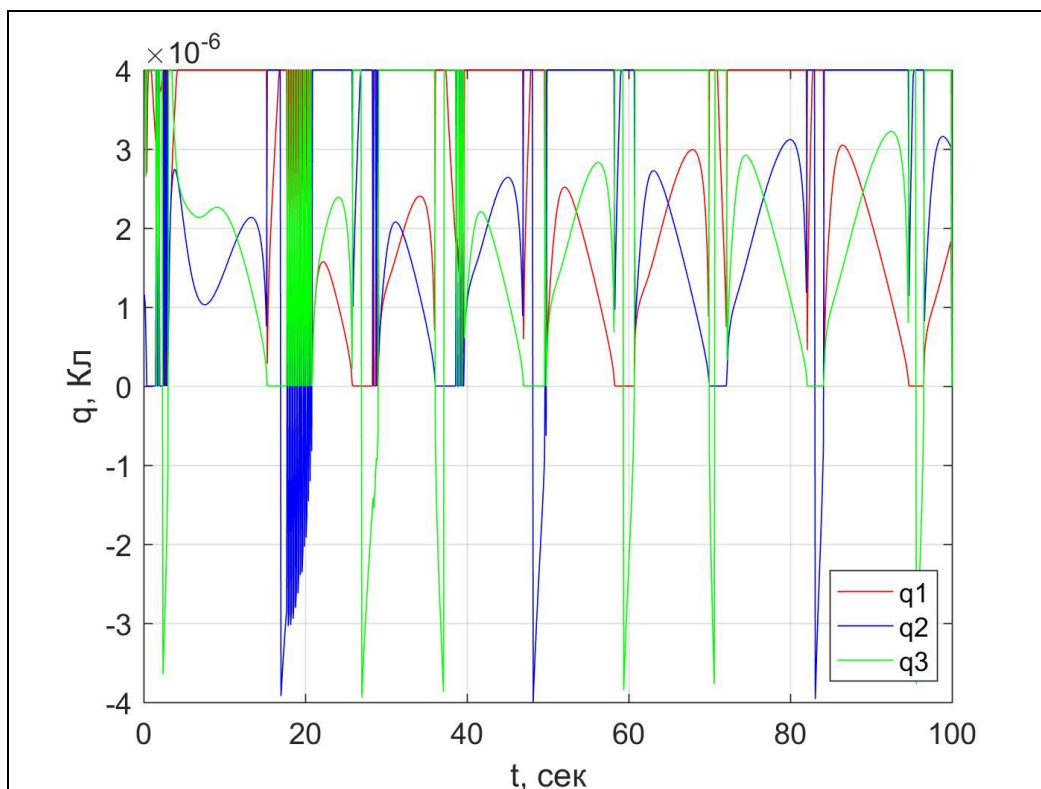


Рис. 7. Зависимость зарядов на спутниках от времени

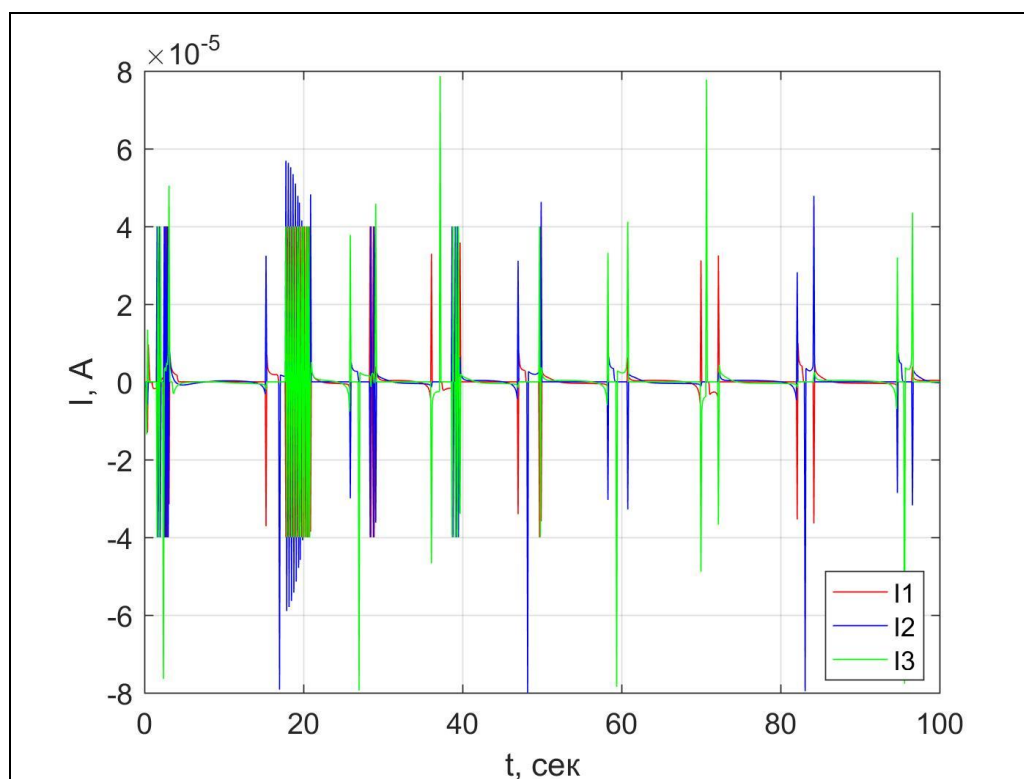


Рис. 8. Зависимость токов эмиссии от времени

Заключение

В работе построено модельное управление формацией из трех спутников, движущейся на геостационарной орбите. На его основе получено электростатическое управление, обеспечивающее асимптотическую устойчивость опорного движения формации. Результаты численного моделирования позволяют говорить о принципиальной реализуемости алгоритма управления движением трех спутников в реальных условиях.

Благодарности

Авторы выражают благодарность М.Ю. Овчинникову за внимание к работе и ценные замечания.

Список литературы

1. King L.B., Parker G.G., Deshmukh S. et al. Spacecraft Formation-Flying using Inter-Vehicle Coulomb Forces // Tech. rep., NASA/NIAC. January, 2002.
2. Berryman J., Schaub H. Analytical Charge Analysis for 2- and 3-Craft Coulomb Formations // AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics. Nov.–Dec., 2007. Vol. 30. pp. 1701–1710.
3. Natarajan A., Schaub H. Linear Dynamics and Stability Analysis of a Coulomb Tether Formation // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. July – Aug., 2006. Vol. 29, № 4. pp. 831 – 839.
4. Hussein I., Schaub H. Stability and Control of Relative Equilibria for the Three-Spacecraft Coulomb Tether Problem // Acta Astronautica. 2009. Vol. 65, № 5–6. pp. 738–754.
5. Schaub H., Parker G.G., King L.B. Challenges and Prospects of Coulomb Spacecraft Formation Control // Journal of the Astronautical Sciences. 2004. Vol. 52.
6. Joe H., Schaub H., Parker G.G. Formation Dynamics of Coulomb Satellites // Proceedings of the 6th International Conference on Dynamics and Control of Systems and Structures in Space, Cinque Terre, Liguria, Italy. July 18-22, 2004
7. Mullen E.G., Gussenhoven M.S., Hardy D.A. SCATHA Survey of High-Voltage Spacecraft Charging in Sunlight // Journal of the Geophysical Sciences. 1986. Vol. 91. pp. 1074-1090
8. Clohessy W.H., Wiltshire R.S. Terminal guidance system for satellite rendezvous // Journal of Aerospace Science. 1960. Vol.27. pp. 653-658.
9. Alfriend K., Vadali S.R., Gurfil P., How J., Breger L. Spacecraft Formation Flying: Dynamics, Control, and Navigation – Oxford: Butterworth-Heinemann, 2010. – 352 p.
10. Гантмахер Н.Н. Лекции по аналитической механике – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 264с.
11. Малкин И.Г. Теория устойчивости движения – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 431с.
12. Цыпкин Я.З., Бромберг П.В. О степени устойчивости линейных систем // Изв. АН СССР, ОТН, 1945, №12, с. 1163-1168.