

<u>ИПМ им.М.В.Келдыша РАН</u> • <u>Электронная библиотека</u> <u>Препринты ИПМ</u> • <u>Препринт № 90 за 2018 г.</u>



ISSN 2071-2898 (Print) ISSN 2071-2901 (Online)

Ивашкин В.В., Лан А.

Построение траекторий космического аппарата для экспедиции Земляастероид-Земля с учетом выбора орбит пребывания у астероида

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Ивашкин В.В., Лан А. Построение траекторий космического аппарата для экспедиции Земля-астероид-Земля с учетом выбора орбит пребывания у астероида // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 90. 27 с. doi:10.20948/prepr-2018-90

URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-90



Ордена Ленина ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М.В. Келдыша Российской академии наук

В.В. Ивашкин, А. Лан

ПОСТРОЕНИЕ ТРАЕКТОРИЙ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ДЛЯ ЭКСПЕДИЦИИ ЗЕМЛЯ-АСТЕРОИД-ЗЕМЛЯ С УЧЕТОМ ВЫБОРА ОРБИТ ПРЕБЫВАНИЯ У АСТЕРОИДА

Ивашкин В.В., Лан А.

Построение траекторий космического аппарата для экспедиции Земля-астероид-Земля с учетом выбора орбит пребывания у астероида

баллистико-траекторных Работа посвящена исследованию характеристик экспедиции к потенциально опасному астероиду с пребыванием космического аппарата (КА) и специального мини-спутника у астероида в течение некоторого времени и возвратом к Земле - для изучения этого астероида и уменьшения астероидной опасности. Разработаны двухэтапная методика построения энергетически оптимальных межпланетных траекторий Земля – астероид и астероид – Земля, а также методика анализа орбит спутника астероида. Определены и проанализированы оптимальные по максимуму полезной массы КА траектории для экспедиции Земля-Апофис-Земля с двигательными установками большой тяги. Проанализировано пассивное орбитальное движение основного КА и мини-спутника с радиомаяком около астероида Апофис с учетом возмущений от притяжения небесных тел, несферичности астероида и давления солнечного света.

Ключевые слова: экспедиция к астероиду, оптимальные межпланетные траектории, орбитальное движение спутника астероида, несферичность астероида, давление солнечного света, астероид Апофис, «время жизни» спутника астероида

Vyacheslav Vasilievich Ivashkin, Anqi Lang

Trajectory design for the Earth-asteroid-Earth mission taking into account the choice of the near-asteroid stay orbits

This paper investigates spacecraft (SC) trajectories for the mission to a potentially dangerous asteroid, staying there for some time and following returning its samples to Earth in order to study the asteroid and reduce the asteroid hazard. This paper develops a two-step method for constructing interplanetary trajectories of the Earth-asteroid and asteroid-Earth transfers, as well as a method for analyzing the asteroid's satellite orbits. Optimal interplanetary trajectories for the Earth-Apophis-Earth mission using high thrust engines are found by maximizing the spacecraft payload mass. The near Apophis orbital motions of the main SC and the mini-satellite with a radio beacon have been studied taking into account three types of perturbations: the gravitational effects from some distant celestial bodies, the nonsphericity of Apophis and the solar radiation pressure (SRP).

Keywords: space mission to an asteroid, optimal interplanetary trajectories, asteroid's satellite orbital motion, nonsphericity of an asteroid, solar radiation pressure, asteroid Apophis, "lifetime" of asteroid's satellite

Введение

В настоящее время возрастает роль экспедиций к малым телам Солнечной системы, предполагающих взятие образцов вещества небесного тела, возврат КА к Земле после исследования этого тела и доставку спускаемого аппарата результатами на поверхность Земли [1-6]. (CA) c научными При проектировании траекторий полета КА для такой экспедиции надо выполнить оптимизацию межпланетных траекторий перелета КА между небесными телами - для уменьшения энергетики полета, а также выбрать рациональные орбиты спутника астероида - для повышения «времени жизни» этого спутника у астероида. В работе рассмотрена методика построения энергетически оптимальных, по максимуму полезной массы КА, межпланетных траекторий Земля – астероид и астероид – Земля, а также методика построения и анализа орбит спутника астероида.

Рассмотрена следующая схема экспедиции Земля-астероид-Земля. Ракетаноситель (РН) выводит КА с разгонным блоком (РБ) на опорную орбиту. После пассивного движения по ней в некоторый оптимальный момент t₀ блоком РБ сообщается импульс скорости ΔV_1 , производится разгон КА, в результате чего КА переводится на орбиту полета к астероиду. Затем РБ отделяется от КА, и дальнейшие маневры осуществляются с помощью второй двигательной установки большой тяги, ДУ2. В момент *t*_{1сд} аппарат выходит из сферы действия Земли. Далее, в момент t₂ КА подлетает к астероиду. С помощью ДУ2 сообщается импульс скорости ΔV_2 , осуществляется торможение КА, и КА переходит на орбиту спутника астероида. В окрестности астероида КА пребывает некоторое время Δt_{23} , это – «время ожидания». В течение этого времени возможны посадка на поверхность астероида, взятие образцов его грунта и другие исследования. Одной из главных целей экспедиции считается выведение мини-спутника астероида с радиомаяком с целью более точного определения орбиты астероида. Поэтому полагаем, что после специальных маневров от основного КА отделяется и оставляется на некоторой орбите спутника астероида мини-аппарат с радиомаяком, который должен летать вокруг астероида в течение нескольких лет. Затем, в момент t_3 основному КА сообщается импульс скорости ΔV_3 , КА разгоняется и переходит на траекторию возвращения к Земле. В момент t_{4сл} КА подлетает к сфере действия Земли. От КА отделяется спускаемый аппарат, и в основном варианте анализа в момент t_f происходит его гиперболический вход в атмосферу Земли, аналогично [1-4], затем – аэродинамическое управляемое торможение, посадка. В этом случае энергетические затраты на экспедицию в номинале определяются тремя величинами импульсов скорости ΔV_1 , ΔV_2 , ΔV_3 . Дополнительно рассмотрен также вариант эллиптического входа в атмосферу Земли с предварительным ракетным торможением.

Задача построения оптимальных межпланетных траекторий решается в два этапа. На первом этапе гелиоцентрические траектории перелета КА Земляастероид и астероид-Земля определяются в модели точечных сфер действия

Земли и астероида, в импульсной постановке. Орбиты перелетов Земля астероид и астероид – Земля находятся с помощью решения задачи Эйлера-Ламберта в центральном ньютоновском поле притяжения Солнца. Задача оптимизации заключается в нахождении граничных времен: *t*₁ (отлет с орбиты Земли), t_2 (подлет к орбите астероида), t_3 (отлет с орбиты астероида), t_4 (подлет к орбите Земли), максимизирующих полезную массу КА. На втором этапе анализа уточняются характеристики полученных оптимальных межпланетных траекторий. При этом движение КА рассчитывается с учетом возмущений (от притяжения небесных тел, сжатия Земли (J₂), ДСС), координаты небесных тел определяются по эфемеридам JPL, а траектории КА определяются численным интегрированием системы дифференциальных уравнений движения КА и решением краевых задач для выполнения граничных условий. На втором этапе массово-энергетических коррекция характеристик выполнена также экспедиции. Для этого учтены гравитационные потери при разгоне КА у Земли из-за конечности тяги; предусмотрены дополнительные импульсы скорости на коррекцию траекторий; уточнены массовые характеристики отделяемых частей РБ; предусмотрены гарантийные запасы топлива; введены отделяемые массы около астероида – для мини-спутника астероида и посадочного устройства. Выполняется оптимизация уточненных траекторий по граничным временам.

При анализе орбитального движения КА вокруг астероида применяется численный метод - интегрированием уравнений движения КА с учетом трех типов возмущений: притяжения нескольких дальних небесных тел (Солнца, Земли, Луны, Венеры и Юпитера и др.), несферичности астероида как вытянутого эллипсоида вращения и давления солнечного света с учетом возможного затенения КА астероидом.

1. Построение оптимальных траекторий КА для полета к околоземному астероиду с возвращением к Земле

С учетом сложности силового поля в космическом пространстве разработана двухэтапная методика построения оптимальных траекторий экспедиции. На первом этапе анализа используется метод точечных сфер действия Земли и астероида. На втором этапе учитываются возмущения.

1.1. Построение гелиоцентрических межпланетных участков траектории перелета КА – этап 1 методики

На данном первом этапе анализа для определения траекторий перелета КА используется метод точечных сфер действия Земли и астероида в центральном ньютоновском поле притяжения Солнца. Процесс заключается в следующем:

1. Выбрать граничные времена (*t*₁, *t*₂, *t*₃, *t*₄,), где *t*₁ – время отлета от орбиты Земли, *t*₂ – время подлета к астероиду (цели), *t*₃ – время отлета от цели и *t*₄ – время подлета к орбите Земли;

- 2. Определить: положения Земли $\mathbf{R}_{\rm E}(t_1)$, $\mathbf{R}_{\rm E}(t_4)$; скорости Земли $\mathbf{V}_{\rm E}(t_1)$, $\mathbf{V}_{\rm E}(t_4)$; положения и скорости цели $\mathbf{R}_{\rm A}(t_2)$, $\mathbf{V}_{\rm A}(t_2)$, $\mathbf{R}_{\rm A}(t_3)$, $\mathbf{V}_{\rm A}(t_3)$ по их элементам орбиты или по эфемеридам;
- 3. Определить: угловые дальности u_{12} (между векторами $\mathbf{R}_{\rm E}(t_1)$, $\mathbf{R}_{\rm A}(t_2)$), u_{34} (между векторами $\mathbf{R}_{\rm A}(t_3)$, $\mathbf{R}_{\rm E}(t_4)$) и задать число полных оборотов по орбите КА на каждом участке перелета N₁, N₂;
- 4. Двукратно решить задачу Ламберта методом Иццо [7] с помощью известных данных: $(t_2 t_1)$, u_{12} , N_1 , $\mathbf{R}_E(t_1)$, $\mathbf{R}_A(t_2)$ и $(t_4 t_3)$, u_{34} , N_2 , $\mathbf{R}_A(t_3)$, $\mathbf{R}_E(t_4)$. Определить векторы скорости КА $\mathbf{V}_{\mathrm{KA}}(t_1)$, $\mathbf{V}_{\mathrm{KA}}(t_2)$, $\mathbf{V}_{\mathrm{KA}}(t_3)$, $\mathbf{V}_{\mathrm{KA}}(t_4)$ и параметры орбит перелета КА;
- 5. Определить скорости «на бесконечности» в начале и конце перелетов:

$$\mathbf{V}_{\scriptscriptstyle \infty i} = \mathbf{V}_{\scriptscriptstyle K\!A}(t_i) - \mathbf{V}^*(t_i), \quad i = 1, 2, 3, 4;$$
(1)

где $\mathbf{V}^*(t_i) = \mathbf{V}_{\mathrm{E}}(t_i)$ при *i*=1, 4; $\mathbf{V}^*(t_i) = \mathbf{V}_{\mathrm{A}}(t_i)$ при *i*=2, 3. Данные скорости позволят определить импульсы скорости для маневров:

$$\Delta V_i = \sqrt{V_{\infty i}^2 + \frac{2\mu_i}{r_i}} - \sqrt{\frac{\mu_i}{r_i}}, \quad i = 1, 2, 3,$$
(2)

где ΔV_1 - импульс разгона от Земли, ΔV_2 - импульс торможения у астероида, ΔV_3 - импульс разгона от астероида; $\mu_i = \mu_E$, r_i -радиус опорной околоземной орбиты при i = 1; $\mu_i = \mu_A$, r_i - радиус орбиты искусственного спутника цели-астероида при i = 2, 3. Характеристической скоростью является сумма величин этих трех импульсов скорости:

$$V_{xap} = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \Delta V_3. \tag{3}$$

Эта скорость часто используется для оценки затрат топлива при анализе оптимальных перелетов КА.

Если эти импульсы скорости сообщаются одной двигательной установкой и без отделения промежуточных масс, то минимум характеристической скорости приводит к максимуму конечной массы. В более общем случае, когда используются разные двигательные установки для маневров около Земли и около астероида и есть отделение масс, более эффективно применять для оптимизации траектории экспедиции максимизацию конечной массы m_f . Еще более точно энергетическую эффективность траектории отражает максимизация полезной массы m_P [8, 9]. Конечная и полезная масса КА определяются следующим образом:

1) Масса КА в начале гелиоцентрического полета определяется уравнением:

$$m(t_1) = m(t_0) \exp(-\Delta V_1 / c_1) - m_{1E}, \qquad (4)$$

где $m(t_0)$ – начальная масса КА на опорной орбите ИСЗ, c_1 - скорость истечения газов из двигателя разгонного блока, m_{1E} - масса отделяемого блока.

2) По импульсам ΔV_2 и ΔV_3 вычисляются массы КА после их приложения с помощью ДУ2, в частности, конечная масса КА m_f .

$$m(t_2) = m(t_1) \exp(-\Delta V_2 / c_2), \quad m_f = m(t_2) \exp(-\Delta V_3 / c_2), \quad (5)$$

где *c*₂ - скорость истечения для ДУ2. 3) Вычисляем массу ДУ2:

$$m_{2E} = m_{20} + a_{T2}m_{T2}, m_{T2} = m(t_1) - m_f;$$
(6)

здесь m_{20} - постоянная составляющая массы ДУ2, a_{T2} - коэффициент массы топливных баков, m_{T2} - масса топлива на торможение и разгон у астероида. Вычитая эту массу ДУ2 из конечной массы, получаем полезную массу m_p :

$$m_p = m_f - m_{2E}.$$
 (7)

Влияние коррекций и отделений масс у астероида будет учтено на этапе 2.

1.2. Оптимизация гелиоцентрических траекторий перелета КА для экспедиции Земля-астероид-Земля

Для основного анализа в качестве функционала оптимизации взята полезная масса КА *m_p*. Для оптимальной траектории максимально значение *m_p*:

$$m_p \to \max.$$
 (8)

Рассмотрено несколько задач оптимизации.

1. Основная задача оптимизации сформулирована следующим образом: при заданной общей продолжительности экспедиции $\Delta t_{\Sigma} = t_4 - t_1$, и заданном времени пребывания КА у астероида $\Delta t_{23} = t_3 - t_2$ оптимизируются время старта t_1 и время перелета от Земли до астероида $\Delta t_{12} = t_2 - t_1$, чтобы выполнялось (8). При этом оптимизируемые времена t_1 и Δt_{12} берутся в заданных множествах. Эта постановка близка к [10].

- 2. При заданном времени Δt_{23} и ограничении на общую продолжительность экспедиции Δt_{Σ} (например, $\Delta t_{\Sigma} \leq 2$ года) оптимизируются t_1 , Δt_{12} , и Δt_{Σ} .
- 3. При заданном времени Δt_{Σ} оптимизируются t_1 , Δt_{12} и Δt_{23} .
- 4. При ограничении на Δt_{Σ} оптимизируются времена Δt_{Σ} , t_1 , Δt_{12} и Δt_{23} .
- 5. Полная четырехпараметрическая оптимизация времен Δt_{Σ} , t_1 , Δt_{12} и Δt_{23} с учетом ограничения на скорость входа КА в атмосферу Земли $V_{\text{вх}}$: $V_{\text{вх}} \leq V_{\text{max}}$.

Для поиска оптимальных траекторий на данном этапе использовано

несколько методов: метод И.М. Соболя [11], генетический алгоритм (ГА)[12], квазиньютоновский BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) метод [13]. Метод И.М. Соболя с точками ЛП_{τ} - последовательностей, которые очень равномерно распространены в пространстве, позволяет найти области, где расположены локальные оптимумы и глобальный оптимум. Запуск ГА в этих областях определяет глобальный оптимум с точностью до суток. Для реализации простого ГА используются следующие основные операторы: рулеточный отбор для выбора «родителей»; одноточечный кроссинговер с вероятностью $P_c = 0.8$; одноточечная мутация с вероятностью $P_m = 0.01$ и элитарный отбор «особей» в следующее поколение. BFGS метод позволяет затем быстро (за 2-8 итераций) уточнить оптимум.

После определения оптимальных гелиоцентрических траекторий перелета КА на первом этапе, эти траектории проверяем на выполнение необходимых условий оптимальности в классе многоимпульсных перелетов с помощью сопряженных функций для функционала - максимум полезной массы КА (8). Получены выражения для базис-вектора Лоудена **р** (сопряженного к скорости КА вектора λ_v) в граничные времена t_1, t_2, t_3, t_4 [9]:

$$\mathbf{p}_{1} = \boldsymbol{\lambda}_{\nu} \left(t_{1} \right) = \frac{c_{2}m(t_{0})\mu_{1}}{c_{1}m_{f}} \left(\mu_{2}\mu_{3} - \frac{a_{T2}}{1 + a_{T2}} \right) \frac{\mathbf{V}_{\infty 1}}{V_{p1}},$$

$$\mathbf{p}_{2} = \boldsymbol{\lambda}_{\nu} \left(t_{2} \right) = -\frac{\mathbf{V}_{\infty 2}}{V_{\infty 2}}, \quad \mathbf{p}_{3} = \boldsymbol{\lambda}_{\nu} \left(t_{3} \right) = \frac{\mathbf{V}_{\infty 3}}{V_{\infty 3}}, \quad \mathbf{p}_{4} = \boldsymbol{\lambda}_{\nu} \left(t_{4} \right) = 0,$$
(9)

где $\mu_1 = e^{-\Delta V_1/c_1}$, $\mu_2 = e^{-\Delta V_2/c_2}$, $\mu_3 = e^{-\Delta V_3/c_2}$; $V_{p1} = \sqrt{V_{\infty 1}^2 + 2\mu_E/r_0}$ – скорость в перигее орбиты отлета от Земли; притяжение астероида здесь для простоты не учитывается. Зная эти граничные сопряженные переменные, можно определить текущие сопряженные переменные по переходной матрице Φ , удовлетворяющей уравнениям:

$$\begin{bmatrix} \delta \mathbf{r}_{f} \\ \delta \dot{\mathbf{r}}_{f} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{1} & \Phi_{2} \\ \Phi_{3} & \Phi_{4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \mathbf{r}_{0} \\ \delta \dot{\mathbf{r}}_{0} \end{bmatrix},$$
(10)

где

$$\Phi_1 = \frac{\partial \mathbf{r}_f}{\partial \mathbf{r}_0}, \quad \Phi_2 = \frac{\partial \mathbf{r}_f}{\partial \dot{\mathbf{r}}_0}, \quad \Phi_3 = \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}_f}{\partial \mathbf{r}_0}, \quad \Phi_4 = \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}_f}{\partial \dot{\mathbf{r}}_0}.$$

Поскольку переходная матрица для ($\mathbf{p}, \dot{\mathbf{p}}$) идентична матрице для ($\delta \mathbf{r}, \delta \dot{\mathbf{r}}$), производная базис-вектора $\dot{\mathbf{p}}$ в начальный момент определяется по $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_f$:

$$\dot{\mathbf{p}}_0 = \Phi_2^{-1} \cdot \left(\mathbf{p}_f - \Phi_1 \cdot \mathbf{p}_0 \right). \tag{11}$$

Тогда с помощью \mathbf{p}_0 , \mathbf{p}_f (9) и $\dot{\mathbf{p}}_0$ (11), можно определить изменение базисвектора на всей траектории:

$$\mathbf{p}(t) = \Phi_1(t,t_0)\mathbf{p}_0 + \Phi_2(t,t_0)\dot{\mathbf{p}}_0,$$

при этом Φ_1 , Φ_2 пересчитываются по (10) в каждый момент *t*. Выполнение условия

$$p(t) = \left| \mathbf{p}(t) \right| \le 1 \tag{12}$$

необходимо для оптимальности траекторий в классе многоимпульсных перелетов. Если это условие не выполняется на некотором участке, то траекторию можно улучшить введением дополнительных импульсов или вариацией граничных времен.

1.3. Уточнение параметров траекторий КА – этап 2 методики

На данном этапе характеристики полученных оптимальных траекторий уточняются в двух направлениях. Во-первых, проводится коррекция траекторий численным методом с учетом реального гравитационного поля, давления солнечного света и точных эфемерид Земли и астероида. Во-вторых, выполняется коррекция массово-энергетических характеристик экспедиции с учетом гравитационных потерь, обусловленных конечностью тяги, введением импульсов скорости для коррекции траектории КА и управления движением КА около астероида, а также с учетом отделяемых масс мини-спутника астероида и посадочного устройства.

Определяются параметры траектории на геоцентрическом участке разгона, в частности, ориентация опорной орбиты ИСЗ и начальные параметры t_0 , \mathbf{r}_0 , \mathbf{V}_0 для перелета Земля-астероид, аналогично [14, 15, 16].

В данной работе на стадии проектировании траектории экспедиции при возвращении КА к Земле нужно обеспечить, чтобы КА в момент t_{4CA} подлетал к сфере действия Земли, и дальше входил в сферу действия Земли со скоростью V_{CA3} по гиперболической орбите с некоторым расстоянием условного перигея r_{p4} . При этом оценивается величина скорости входа в атмосферу V_{BX} (в момент t_f , $r = r_a$) с помощью скорости V_{CA3} или $V_{\infty 4}$:

$$V_{\rm BX}^2 = V_{\infty 4}^2 + \frac{2\mu_E}{r_a} = V_{CA3}^2 - \frac{2\mu_E}{r_{CA3}} + \frac{2\mu_E}{r_a}, \quad r_a = R_E + h_a, \tag{13}$$

где R_E – средний радиус Земли, для границы атмосферы берем h_a =125 км [3].

1.3.1 Уточнение траектории КА с учетом возмущений

Уточнение траекторий выполняется численным интегрированием системы дифференциальных уравнений движения КА, имеющих вид:

$$\frac{d^{2}\mathbf{r}}{dt^{2}} = -\frac{\mu_{0}}{\left|\mathbf{r}\right|^{3}}\mathbf{r} - \sum_{i}\mu_{i}\left(\frac{\mathbf{r}_{i}}{\left|\mathbf{r}_{i}\right|^{3}} + \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_{i}}{\left|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{i}\right|^{3}}\right) + \Delta_{1} + \Delta_{2}; \qquad (14)$$

где $\mathbf{r}(x, y, z)$ – радиус-вектор КА в прямоугольной невращающейся системе координат; \mathbf{r}_i – радиус-вектор *i*-го небесного тела (из Эфемериды DE421); μ_0 и μ_i – гравитационные параметры центрального тела и *i*-го небесного тела; Δ_1 , Δ_2 - ускорения за счет сжатия Земли (гармоники J₂) и давления солнечного света. сфере действия Земли, Если КА движется В то рассматривается геоцентрическая геоэкваториальная СК на эпоху 2000.0, при этом $\mu_0 = \mu_E$. Если КА выходит из сферы действия Земли, то рассматривается гелиоцентрическая геоэкваториальная СК на эпоху 2000.0, при этом $\mu_0 = \mu_s$. Во втором случае возмущение Δ_1 (δ_{1x} , δ_{1y} , δ_{1z}) не учитывается. В первом случае оно учитывается и определяется по формулам:

$$\begin{cases} \delta_{1x} = \frac{\varepsilon}{r^4} (5\frac{z^2}{r^2} - 1)\frac{x}{r}, \\ \delta_{1y} = \frac{\varepsilon}{r^4} (5\frac{z^2}{r^2} - 1)\frac{y}{r}, \\ \delta_{1z} = \frac{\varepsilon}{r^4} (5\frac{z^2}{r^2} - 3)\frac{z}{r}, \\ \frac{\varepsilon}{r^4} = \frac{3}{2} (\frac{\mu_E}{r^2}) J_2 (\frac{R_{_{3KG}}}{r})^2, \end{cases}$$
(15)

где $\mu_{\rm E}$ - гравитационная постоянная Земли, $R_{_{3\kappa\theta}} \approx 6378.136$ км, $J_2 = 1.0826348 \times 10^{-3}$, координаты КА соответствуют геоцентрическому положению. При вычислении возмущения Δ_2 принято, что плоскость солнечных панелей КА перпендикулярна направлению солнечных лучей и КА всегда освещен Солнцем. Оно определяется соотношением:

$$\Delta_2 = (C_{SC}F_{SC} + C_{SP}F_{SP})(P_{SR} / d^2(AU)) \cdot (\mathbf{d} / d) / m_{SC}.$$
(16)

Здесь: C_{SC} , C_{SP} – коэффициенты, учитывающие отражение, для КА и панелей солнечных батарей. F_{SC} – миделева средняя площадь КА; F_{SP} – площадь солнечных панелей. P_{SR} ($\approx 4.6 \times 10^{-6}$ H/м²) – давление солнечного света на расстоянии в 1 а.е. от Солнца. **d** – радиус-вектор КА относительно Солнца; $d=|\mathbf{d}|$; d (AU) = $d(\kappa m)/1$ AU; 1AU = 149.59787×10⁶ км; m_{SC} – масса КА. Здесь принято, что отражение света от КА происходит симметрично относительно направления на Солнце.

Для первой части полета: начальное время - момент начала пассивного полета после разгона КА вблизи Земли, $t_{in1} = t_0$, конечное время - момент подлета КА к астероиду, $t_{f1} = t_2$.

КА в конечный момент t_2 имеет вектор состояния (r_f , V_f). Из-за возмущений, КА на первой итерации не будет попадать в астероид. Поэтому решается краевая задача - с помощью варьирования начальных параметров при отлете с опорной орбиты к астероиду (Ω_0 – долготы восходящего узла, ω_0 – аргумента перигея и $h_0 = V_{\infty 1}^2$) добиваемся попадания в астероид.

Во второй части полета: начальное время - момент отлета КА от астероида, $t_{in2} = t_3$, за конечное время принимается: сначала момент подлета КА к сфере действия Земли: $t_{f2} = t_{4CD}$, затем момент входа в атмосферу Земли $t_{f2} = t_{BX}$. В этом случае варьируются 3 компоненты вектора скорости $V_{\infty 3}$. При этом добиваемся, чтобы возмущенное расстояние в условном перигее равнялось заданному значению r_p .

1.3.2 Коррекция массово-энергетических характеристик экспедиции

На данном этапе, прежде всего, был учтен неимпульсный характер разгона КА у Земли, что приводит к конечному времени работы двигателя. Это неизбежно вызывает увеличение требуемого импульса скорости, связанного с гравитационными потерями. Тогда характеристическая скорость при отлете от Земли составляет сумму расчетного импульса скорости ΔV_1 (2) и величину «гравитационных потерь» скорости δV_{1gr} :

$$\Delta V_1^* = \Delta V_1 + \delta V_{1gr}.$$
(17)

Величина этих «гравитационных потерь» определяется на основе формулы [17 - 19]:

$$\delta V_{1gr} \approx k(\mu/r^3) t_e^2 \Delta V_1; \quad k \approx 0.019, \tag{18}$$

где t_e - время работы двигателя для создания импульса скорости ΔV_1 конечной тягой на расстоянии *r* от центра с гравитационным параметром μ :

$$t_e = \frac{m(t_0)}{\dot{m}} \left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta V_1^*}{c_1}\right) \right).$$
(19)

Здесь \dot{m} - секундный расход топлива, $\dot{m}=P_1/c_1$, P_1 - тяга разгонного блока, используемого для создания импульса скорости ΔV_1 .

Для уменьшения этого дополнительного расхода скорости δV_{1gr} рассматривается режим разгона у Земли с двумя-тремя включениями двигателя, как и в [19]. В случае двух включений двигательной установки: в результате первого включения КА перейдет на промежуточную эллиптическую орбиты. Сделав по ней полный виток, он вернется к перигею. Затем двигатель

включается второй раз, и КА переводится на гиперболическую орбиту полета к астероиду. Анализ показал, что для минимизации потери, полный импульс ΔV_1 следует разбиваться на два импульса, удовлетворяющих соотношению [20]:

$$\Delta V_1 = \Delta V_{11} + \Delta V_{12}, \quad \Delta V_{11} \approx 0.4 \Delta V_1.$$
 (20)

Для случая трех включений двигателя: совершается два оборота по эллиптическим орбитам.

При торможении и разгоне около астероида также возникают «гравитационные потери», но они не учитываются при экспедиции к Апофису, так как гравитация Апофиса мала ($\mu_A \sim 2 - 3 \text{ м}^3/\text{c}^2$) и эти потери малы.

Для коррекции массо-энергетических характеристик также предусмотрены дополнительные импульсы скорости на коррекцию ΔV_{K1} (коррекция траектории полета от Земли к астероиду), ΔV_{K2} (управление движением КА у астероида), ΔV_{K3} (коррекция траектории полета от астероида к Земле); уточнены массовые характеристики отделяемых частей РБ; предусмотрены гарантийные запасы топлива; введены отделяемые массы – для мини-спутника астероида Δm_{A1} и посадочного устройства Δm_{A2} . С учетом этого формулы (4-7) для расчета массы КА и функционала m_p уточняются.

1.3.3 Оптимизация траекторий экспедиции после уточнения

Траектории, определенные на основе вышеуказанной методики этапа 1, являются «квазиоптимальными», т.к. для них оптимизация осуществляется только на первом этапе - в приближенной модели. Из-за разницы между упрощенной моделью и более точной моделью, оптимальные решения после уточнения несколько меняются. Теперь уточняются также начальный и конечный моменты t_0 , t_f . В упрощенной модели КА отправляется с орбиты Земли и по возвращении прилетает также на орбиту Земли. А в точной модели КА отправляется в момент t_0 с перигея отлетной траектории и возвращается в момент t_f к Земле, на границу ее атмосферы. Поэтому на основе уточненных траекторий выполняется их оптимизация методом покоординатного спуска [21] по временам t_0 , t_2 , t_3 , t_f . Тогда траектории, полученные после этой оптимизации, будем называть оптимальными.

2. Математическая модель орбитального движения КА вокруг астероида

Здесь принят численный метод анализа с использованием дифференциальных уравнений астероидоцентрического движения КА с учетом трех типов возмущений:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{V}; \quad \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{a}_0 + k_1 \cdot \mathbf{a}_1 + k_2 \cdot \mathbf{a}_2 + k_3 \cdot \mathbf{a}_3, \tag{21}$$

где *t*, **r** (x, y, z), **V** (V_x, V_y, V_z) - вектор состояния КА в невращающейся прямоугольной геоэкваториальной системе координат ОХҮZ с центром в центре масс астероида; **a**₀ - центральное ускорение силы тяжести астероида **a**₀ = - (μ_A/r^3) **r**; **a**₁ – суммарное возмущающее ускорение от притяжения удаленных небесных тел; **a**₂ – возмущающее ускорение от несферичности астероида; **a**₃ – возмущающее ускорение от ДСС; k₁, k₂, k₃ = (0; 1) – коэффициенты для учета возмущения.

2.1. Возмущающее ускорение от притяжения удаленных небесных тел

Возмущающее ускорение a_1 от притяжения удаленных небесных тел вычисляется, для повышения точности расчета, в модифицированной форме. При этом обычное выражение для возмущения, являющееся разностью двух близких ускорений, сообщаемых возмущающим телом космическому аппарату и центральному телу, преобразуется, чтобы выделить непосредственно малое Пусть: $\mathbf{r}_{j} = (x_{j}, y_{j}, z_{j}) = \mathbf{R}_{pj} - \mathbf{R}_{A}, r_{j} = |\mathbf{r}_{j}|$ вектор возмущение. _ положения небесного тела (Солнце, Земля, Луна, Венера, Юпитер и др.) относительно астероида; \mathbf{R}_{Pi} –вектор положения небесного тела относительно Солнца (из ftp://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/planets/bsp); $\mathbf{R}_{\rm A}$ – Эфемериды DE421 вектор положения астероида относительно Солнца, он определяется по сайту JPL (http://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi). Тогда [22]:

$$\mathbf{a}_{1} = \sum_{j=1}^{n} \mathbf{a}_{1j}; \quad \mathbf{a}_{1j} = -\mu_{j} \left(\mathbf{r} + f_{j} \cdot \mathbf{r}_{j}\right) / \left|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{j}\right|^{3};$$

$$f_{j} = \frac{3 + 3q_{j} + q_{j}^{2}}{1 + (1 + q_{j})^{3/2}} \cdot q_{j}; \quad q_{j} = \frac{x}{r_{j}} \cdot \left(\frac{x}{r_{j}} - 2\frac{x_{j}}{r_{j}}\right) + \frac{y}{r_{j}} \cdot \left(\frac{y}{r_{j}} - 2\frac{y_{j}}{r_{j}}\right) + \frac{z}{r_{j}} \cdot \left(\frac{z}{r_{j}} - 2\frac{z_{j}}{r_{j}}\right).$$
(22)

2.2. Возмущающее ускорение от несферичноси астероида

Для определения возмущения a_2 от несферичности астероида на данном этапе исследования использована приближенная модель однородного вытянутого эллипсоида вращения, см. Рис.1. Формы реальных малых небесных тел (малых астероидов, ядер комет) часто близки к такой [23, 24]. Наблюдения астероида Апофис также показали [25], что он геометрически и динамически близок к вытянутому эллипсоиду вращения.



Рис.1. Модель астероида.

Для определения возмущения \mathbf{a}_2 (a_{2X}, a_{2Y}, a_{2Z}) сначала получаем это ускорение во вращающейся СК ОХ_{A2}Y_{A2}Z_{A2} (СК ОХ_AY_AZ_A на Рис. 1), используя формулы для компонент ускорения «вытянутого» эллипсоида вращения [26, 23]:

$$\begin{cases} a_{2X} = -\frac{3\mu_A}{2l^3 a_A^3} \Big[-\ln(\sqrt{1+l^2 u^2} + lu) + lu\sqrt{1+l^2 u^2} \Big] x_2 + \frac{\mu_A}{r_2^2} \frac{x_2}{r_2}; \\ a_{2Y} = -\frac{3\mu_A}{2l^3 a_A^3} \Big[-\ln(\sqrt{1+l^2 u^2} + lu) + lu\sqrt{1+l^2 u^2} \Big] y_2 + \frac{\mu_A}{r_2^2} \frac{y_2}{r_2}; \\ a_{2Z} = -\frac{3\mu_A}{l^3 a_A^3} \Big[\ln(\sqrt{1+l^2 u^2} + lu) - \frac{lu}{\sqrt{1+l^2 u^2}} \Big] z_2 + \frac{\mu_A}{r_2^2} \frac{z_2}{r_2}; \end{cases}$$
(23)

$$a_{A} = R_{A} / \sqrt[3]{\alpha}; \ l = \sqrt{\alpha^{2} - 1}; r_{2} = \sqrt{x_{2}^{2} + y_{2}^{2} + z_{2}^{2}}; l^{2}u^{2} = \frac{2l^{2}a_{A}^{2}}{\sqrt{\beta^{2} + 4\gamma a_{A}^{2}} + \beta};$$

$$lu = \sqrt{l^2 u^2}; \beta = r_2^2 - l^2 a_A^2; \quad \gamma = (r_2^2 - z_2^2) l^2 = (x_2^2 + y_2^2) l^2;$$

где μ_{A} – гравитационный параметр астероида; $\mathbf{r}_{2}(\mathbf{x}_{2}, \mathbf{y}_{2}, \mathbf{z}_{2})$ – радиус-вектор КА во вращающейся СК; ось ОZ_{A2} – по большой оси эллипсоида *с*_A; *R*_A – средний радиус астероида, соответствующий однородному шару с массой астероида; a_A , b_A , c_A – малая, средняя, большая полуоси эллипсоида для астероида. $\alpha = c_A/a_A - c_A/a_A$ удлинение Данное ускорение преобразуется эллипсоида. затем В невращающуюся СК ОХҮΖ для использования в уравнениях (21). Для этого надо знать вращение астероида вокруг его центра масс и его ориентацию. На данном этапе анализа полагаем, что астероид равномерно вращается вокруг малой оси **a**_A с периодом *P*_A, причем эта ось вращения имеет постоянную ориентацию в пространстве по вектору L, определяемому в эклиптической системе координат долготой λ_L и широтой β_L .

2.3. Возмущающее ускорение от давления солнечного света

При учете светового давления (\mathbf{a}_3) принято, что плоскость солнечных панелей основного КА перпендикулярна направлению солнечных лучей. Ускорение, сообщаемое ДСС астероиду, обычно намного меньше, чем сообщаемое КА, поэтому здесь им пренебрегаем. Тогда возмущающее ускорение \mathbf{a}_3 определяется соотношением, аналогично (16):

$$\mathbf{a}_{3} = K_{SH} (C_{SC} F_{SC} + C_{SP} F_{SP}) (P_{SR} / d^{2} (AU)) \cdot (\mathbf{d} / d) / m_{SC}.$$
(24)

Здесь: K_{SH} – коэффициент тени: K_{SH} = 1, если спутник освещен Солнцем, K_{SH} = 0 – в противном случае. При определении коэффициента тени K_{SH} используется цилиндрическая модель тени (не учитывается полутень), также учитывается несферичная форма астероида. На данном этапе анализа коэффициент K_{SH} определяется с учетом тени для астероида как эллипсоида вращения.

3. Численные результаты для экспедиции Земля–Апофис–Земля

3.1. Оптимальные траектории для экспедиции Земля-Апофис-Земля

В соответствии с разработанной методикой, для экспедиции к астероиду Апофис «Земля – Апофис – Земля» определяются и исследуются энергетически оптимальные, по максимуму полезной массы КА, межпланетные траектории с запуском КА в течение 2019-2022 гг. [27].

Ввиду малости расстояния между Апофисом и Землей в 2021 г. дата отлета от Земли t_1 рассмотрена в диапазоне T_1 =[01.05.2019; 31.12.2022]. Общая продолжительность экспедиции Δt_{Σ} выбиралась из множества T_S =[390; 420; 450; 510; 540; 570; 600; 630; 660; 690; 730] сут. Сначала исследован вариант с использованием РН «Союз-ФГ» и РБ «Фрегат». Применительно к двигательной установке ДУ2 принято, что ее удельная тяга 304 с; постоянная составляющая массы m_{20} =100 кг; коэффициент массы топливных баков a_{T2} = 0.15. Начальный радиус низкой орбиты ИСА для основного КА 500 м.

Рассмотрено несколько задач оптимизации. Для основной задачи (1) оптимизации фиксированы время ожидания $\Delta t_{23} = t_3 - t_2 = 7$ суток и суммарное время Δt_{Σ} из множества T_s , меняются t_1 в T_1 и $\Delta t_{12} = t_2 - t_1$. Решение этой основной задачи на первом этапе анализа дало оптимальные траектории для разных времен Δt_{Σ} . Среди них максимальная полезная масса КА $m_p = 272$ кг получена для траектории N_2 **16** с характеристиками: $\Delta t_{\Sigma} = 690$ сут, $t_1 = 24.05.2019$, $\Delta t_{12} = t_2 - t_1 = 335$ сут., $t_4 = 13.04.2021$, см. Рис. 2.



Рис.2. Зависимость полезной массы от времен t_1 и Δt_{12} для варианта Δt_{Σ} =690 сут, Δt_{23} =7 сут.: (а) глобальный и локальный оптимумы; (б) изолинии полезной массы.

Видим, что есть только две области с положительной полезной массой. Для этой траектории $V_{xap} = 6.618$ км/с, $m_f = 527$ кг. На Рис.3 приведены в проекции на плоскость эклиптики ее орбиты перелета: (а) от Земли (P_1) до Апофиса (P_2); (б) от Апофиса (P_3) до Земли (P_4). Во второй части (б) КА совершает один пассивный виток по орбите. Возврат КА к Земле происходит у восходящего узла орбиты Апофиса относительно эклиптики.



Рис.3. Межпланетные перелеты КА для траектории № 16: (а) перелет от Земли (*P*₁) до Апофиса (*P*₂); (б) перелет от Апофиса (*P*₃) до Земли (*P*₄)



Рис.4. Зависимость V_{xap} , m_f , m_p от времени Δt_{23}

Решением задачи (2) - трехмерной оптимизации при заданном времени ожидания $\Delta t_{23} \in [7; 30; 60; 90; 120; 130]$ сут., при $\Delta t_{\Sigma} \leq 2$ года, определено оптимальное время ожидания КА у Апофиса, $\Delta t_{23\text{opt}} \sim 90 - 120$ сут, Рис 4. При оптимальном времени ожидания полезная масса увеличивается до ~ 328 кг. Так, для траектории с $\Delta t_{23} = 120$ сут.: $t_1=06.05.2020$, $\Delta t_{12}=297$ сут., $\Delta t_{\Sigma} =716$ сут., $m_p=328$ кг.

Решены также дополнительные задачи: (3) – трехмерной оптимизации при задании Δt_{Σ} (= 690 сут.), и (4) – полной четырехмерной оптимизации при условиях $\Delta t_{\Sigma} \leq 2$ года; $\Delta t_{23} \geq 7$ сут. В табл. 1 приведены характеристики полученных оптимальных траекторий \mathcal{N} **19**, \mathcal{N} **20**, соответственно. Полезная масса здесь увеличивается - по сравнению с \mathcal{N} **16**. Для этих вариантов возврат к Земле происходит также вблизи восходящего узла орбиты Апофиса. Картинки траекторий \mathcal{N} **19**, **20** в проекции на плоскость эклиптики даны на Рис.5 и Рис.6.

Таблица 1.

Номер	Δt_{Σ} , сут.	t_1	Δt_{12} , сут.	Δt_{23} , сут.	t_4	<i>V</i> _{хар} , км∕с	m_{f} , КГ	<i>т</i> р, кг
19	690	23.05.2019	336	93	12.04.2021	6,519	544	293
20	716	05.05.2020	300	112	21.04.2022	6,343	545	329

Характеристики оптимальных траекторий № 19, 20



Рис.5. Межпланетные перелеты КА для варианта № 19: (а) перелет от Земли (P₁) до Апофиса (P₂); (б) перелет от Апофиса (P₃) до Земли (P₄)



Рис.6. Межпланетные перелеты КА для траектории № 20: (а) перелет от Земли (*P*₁) до Апофиса (*P*₂); (б) перелет от Апофиса (*P*₃) до Земли (*P*₄)

Для полученных траекторий построены сопряженные функции, в частности, модуль базис-вектора. Так как для траектории N_2 16 $\Delta t_{23} = 7$ сут. < $\Delta t_{23\text{opt}}$, то на некотором ее участке, вблизи момента t_3 отлета от Апофиса, p(t) > 1. В этом случае увеличение Δt_{23} и t_3 позволяет увеличить полезную массу. Это подтверждается характеристиками траектории N_2 19, у которой время ожидания $\Delta t_{23} = 93$ сут. На Рис.7 представлено изменение p(t) для этой траектории ($p \le 1$).



Рис.7. Изменение модуля базис-вектора на траектории № 19: (а) перелет от Земли до Апофиса; (б) перелет от Апофиса до Земли

Далее, на втором этапе анализа, выполнено уточнение характеристик полученных на первом этапе оптимальных траекторий. В окрестности граничных времен полученных траекторий выполнена оптимизация задачи на множестве уточненных траекторий - методом покоординатного спуска. Получены оптимальные траектории N_2 16а, N_2 19а, N_2 20а. Характеристики этих траекторий приведены в табл.2. Здесь $\Delta t_s = t_f - t_0$. Уточнение на втором этапе привело к некоторому уменьшению полезной массы.

Таблица 2.

Номер	Δt_s , cyt.	t_0	t_2	t_3	t_{f}	<i>V</i> _{хар} , км∕с	<i>т</i> f, кг	т _р , кг
16a	692	21.05.2019	24,04,2020	01,05,2020	12.04.2021	6,721	492	226
19a	691	21.05.2019	24,04,2020	22,07,2020	11.04.2021	6,624	509	245
20a	715	06.05.2020	02,03,2021	23,06,2021	21.04.2022	6,447	517	290

Характеристики траекторий № 16а, 19а, 20а

Кроме РН «Союз-ФГ», рассмотрено использование РН «Союз-2.1б» и «Зенит» с РБ «Фрегат». В табл. 3 приведены значения масс *m_f* и *m_p* для траекторий № 16а, 19а, 20а при использовании этих РН. При этом для РН «Союз» при разгоне у Земли РБ делается два включения, для РН «Зенит» - три включения РБ.

Таблица 3.

Конечная и полезная масса КА для траекторий № 16а, 19а, 20а (после уточнения) с использованием разных РН

	Союз-ФГ			Союз-2.1б			Зенит		
m_0 (кг)	7130		8250			14000			
Номер	16a	19a	20a	16a	19a	20a	16a	19a	20a
$m_f(\kappa\Gamma)$	492	509	517	604	624	611	1193	1233	1287
m_p (кг)	226	245	290	301	325	362	700	748	877

Для полученных траекторий при возврате к Земле оценена скорость входа КА в атмосферу Земли V_{BX} : $V_{BX} = 12,74$ км/с, 12,32 км/с, 13,26 км/с, соответственно, для траекторий \mathcal{N} **16a**, **19a**, **20a**. Отметим, что в проекте "*Stardust*" $V_{BX} = 12,9$ км/с, в проекте "*Hayabusa*" $V_{BX} = 12,5$ км/с, в проекте "OSIRIS-REX" $V_{BX} = 12,2$ км/с, т.е. современные технологии позволяют приземлять КА при скорости V_{BX} до 12.9 км/с. Учитывая это, решена еще задача (5) - полной четырехпараметрической оптимизации с ограничением на скорость входа, $V_{BX} \leq 12.8$ км/с – для траектории **20a**. В Таблице 4 приведены результаты анализа зависимости полезной массы от V_{BX} (12.8 км/с – 13.26 км/с). Первая строка – ограничения в скорости входа в атмосферу Земли. Пятая строка – V_{BX} для полученной оптимальной траектории при заданном ограничении. Отметим, что при этом для PH «Союз-2.16» и PH «Зенит» полезная масса все же остается большей, чем сухая масса КА "*Stardust*"(300 кг).

Таблиц а 4.

<i>V</i> _{вх max} (км/с)	12.8	12.9	13	13.1	13.2	13.26
m_p (кг) Союз-ФГ	275.3	280	284	287.5	289	290
<i>m</i> _p (кг) Союз-2.1б	343.6	349	354	358	361	362
<i>m</i> _p (кг) Зенит	839.6	852	861	869.8	876	877
$V_{\scriptscriptstyle m BX}$ (км/с)	12.799	12.899	12.999	13.098	13.197	13.26

Изменение полезной массы со скоростью V_{вх}

3.2. Орбитальное движение спутника Апофиса

Главные результаты анализа орбитального движения КА около Апофиса были приведены в работах [28-31]. Для анализа движения спутника в окрестности Апофиса за начальную дату выбрана дата t_2 прилета КА к Апофису для оптимальной траектории $N \ge 16 - 23$ апреля 2020. Начальная орбита КА взята круговой с радиусом r_0 в диапазоне 0.5-2 км. Для основного КА взято: $F_{SC} = 5\text{м}^2$, $F_{SP} = 10\text{м}^2$, $C_{SC} = 1.4$, $C_{SP} = 1.1$, $m_{SC} = 600$ кг. Для мини-спутника принято, что он имеет форму шара с диаметром D = 40 см, массой m = 10 кг, для него $C_{SC} = 1.4$, по рекомендации АО «НПО Лавочкина».

астероида Апофис. Для анализа влияния несферичности Модель работе использована приближенная модель однородного астероида В эллипсоида вращения, на результатов последних вытянутого основе наблюдений Апофиса [25]. Принято: μ_A = 1.8-2.86 м³/c², R_A = 160 м; $a_A = b_A$, удлинение $\alpha = c_A/a_A = (1.3; 1.5; 1.7)$. Главное внимание уделено варианту $\alpha =$ 1.7. В основном варианте анализа астероид вращается вокруг малой оси *а*_A с периодом P_A= 30.56 ч, и ось вращения ориентирована в пространстве по вектору *L*, заданному в эклиптической системе $\lambda_L = 250^\circ$ и $\beta_L = -75^\circ$.

Анализ движения КА у астероида под действием частных возмущений. Чтобы иметь качественное представление о величинах центрального ускорения

 \mathbf{a}_0 и возмущений \mathbf{a}_1 , \mathbf{a}_2 , \mathbf{a}_3 , на Рис.8 приведены величины этих ускорений на круговых орбитах радиусом от 500 м до 5 км. Здесь для ускорения \mathbf{a}_2 удлинение α =1.7. Возмущение \mathbf{a}_3 здесь вычисляется для основного КА, а возмущение \mathbf{a}_3^* - для мини-спутника. Видно, что на низкой орбите ИСА главное возмущение – от несферичности Апофиса, а на орбите с большим радиусом – от ДСС. Возмущение \mathbf{a}_1 обычно на несколько порядков меньше, чем от ДСС.



Рис.8. Изменение величин всех ускорений для случая t_0 = 23.04.2020, r_0 = 0.5-5км, e_0 =0, μ_A = 1.8 м³/c²

Анализ показал, что влияние удаленных небесных тел обычно очень мало и увеличивается с ростом начального радиуса орбиты r_0 . Следует отметить, что в апреле 2029 г. будет тесное сближение Апофиса с Землей, и возмущение за счет притяжения Земли резко увеличивается, орбита спутника сильно изменяется, и КА улетает от астероида или ударяется о его поверхность.

несферичности Апофиса обычно больше, Влияние чем влияние удаленных небесных тел, но все же мало. В общем, оно уменьшается с увеличением начального радиуса орбиты r_0 . Но когда радиус орбиты близок к величинам, изменения параметров орбиты «резонансным» КА ΜΟΓΥΤ увеличиваться. Обнаружено резкое увеличение в изменении расстояния r при r_0 = 0.8 км (период движения КА вокруг астероида $P_{\text{KA}} \approx P_{\text{A}}$) и $r_0 = 1.3$ км ($P_{\text{KA}} \approx 1.5$ $P_{\rm A}$) по сравнению с вариантами $r_0 = 0.5$ км и $r_0 = 1$ км, соответственно.

При варьировании начальной ориентации плоскости низкой орбиты радиусом 0.5 км, найдены два типа орбит: плоскость орбиты будет либо вращаться по долготе восходящего узла ДВУ Ω (в ротационном режиме), см. Рис. 9 (а), либо колебаться по наклону и узлу (в либрационном режиме), см. Рис. 9 (б). Выявлены две стационарные точки: (1) $\Omega_0 \approx 208.6^\circ$, $i_0 \approx 169.35^\circ$; (2) $\Omega_0 \approx 28.6^\circ$, $i_0 \approx 10.65^\circ$. Они соответствуют экваториальной плоскости астероида. Первая точка указана в центре «окружности» на Рис. 9 (б).



Рис.9. Изменение углов Ω и *i* за 30 сут. при учете возмущения только от несферичности; $r_0 = 0.5$ км, $\mu_A = 1.8 \text{ м}^3/\text{c}^2$, $\alpha = 1.7$, вращение вокруг малой оси *a*: (а) для случая вращательного движения по Ω ($\Omega_0 = 45^\circ$, $i_0 = 30^\circ$); (б) для случая колебательного движения в координатах (Ω , *i*) у стационарной точки (1).

Анализ влияния давления солнечного света показал, что ДСС может вызывать значительные изменения в орбитальных элементах КА за относительно короткий промежуток времени.



Рис.10. Движение основного КА около астероида с учетом влияния только ДСС для случая $\mu_A=2,86 \text{ м}^3/\text{c}^2$, $\Omega_0=0$, $i_0=90^\circ$, $r_0=0,5 \text{ км}$, $e_0=0$. P_0 , P_f – начало и конец движения КА; S – Солнце; A – астероид.

Таких ситуаций обычно нет в классической астродинамике, где возмущения достаточно малы и требуется много оборотов по орбите или большое время, чтобы их влияние стало значительным. При этом важную роль играет ориентация плоскости орбиты КА относительно направления на Солнце. На Рис. 10 показана эволюция орбиты КА из-за ДСС, когда солнечные лучи лежат близко к плоскости орбиты (при $\Omega_0 = 0$). Тогда КА через ~ 5 суток (9 оборотов на орбите) столкнется с Апофисом.

С точки зрения «времени жизни» КА рациональная начальная ориентация плоскости орбиты КА является перпендикулярной к направлению на Солнце.

Если заданы «прямое восхождение» α_S и «склонение» δ_S – астероидоцентрические угловые координаты Солнца, то для такой орбиты:

$$\Omega_0 = 90^{\circ} + \alpha_s; \ i_0 = 90^{\circ} - \delta_s.$$
(25)

На Рис. 11 показана эволюция параметров орбиты КА только за счет ДСС для случая Ω_0 = 90°. При этом солнечные лучи примерно перпендикулярны плоскости начальной орбиты, плоскость орбиты КА прецессирует, следит за Солнцем, а линейный размер орбиты КА меняется в небольших пределах, см. Рис. 11 (б). Видно из Рис. 11 (а), что угол β между нормалью к орбите КА и направлением на Солнце за 9 лет остается малым, рациональная ориентация плоскости орбиты КА сохраняется. И «время жизни» КА здесь более 9 лет.



Рис.11. Эволюция орбиты основного КА за счет ДСС в 2020-2029 гг. для варианта μ_A =2.86 м³/с², Ω_0 = i_0 =90°, r_0 =0.5 км, e_0 =0: (а) угол β между нормалью к плоскости орбиты КА и направлением от КА к Солнцу; (б) расстояние от КА до центра масс Апофиса.

Совместное влияние трех возмущений на орбитальное движение КА около Апофиса. Здесь ситуация усложняется. Большие и близкие значения возмущающих ускорений от несферичности и давления солнечного света и их корреляция могут вызвать неустойчивость параметров движения КА. Близость орбиты КА к синхронной может привести к явлениям типа резонансных. В результате при совместном действии возмущений ситуация может сильно ухудшиться по сравнению с вариантами при учете отдельных, частных возмущений.

Для оценки «времени жизни» КА *T* оно определено условиями: $r/R_{\ni} \ge 1.1$ и $r \le 10$ км, где r/R_{\ni} - отношение расстояния от центра масс астероида до КА к расстоянию от центра масс астероида до подспутниковой точки на поверхности астероида-эллипсоида.

Таблица 5.

спутника Апофиса при разных значениях μ_A и удлинения α для случая возмущениями

μ_A , M^3/c^2	α	<i>Т</i> , сут.
	1.3	136
1.8	1.5	88
	1.7	38
	1.3	71
2.86	1.5	333
	1.7	60

«Время жизни» основного КА на орбите «Время жизни» мини- аппарата на орбите спутника Апофиса при разных значениях $\mu_{\rm A}$, удлинения α и начального радиуса r_0 $r_0=0.5$ км, $e_0=0$, $i_0=\Omega_0=90^\circ$, со всеми для случая $e_0=0$, $i_0=\Omega_0=90^\circ$, со всеми возмушениями

2			
μ_A , M^3/c^2	α	<i>г</i> о, км	Т
	1.3 - 1.5	1.5	~9 лет
18		0.9	~1.2 года
1.0	1.7	1.5	~9 лет
		2.0	~80 сут
	1.7	1.0	~ 2 года
2.86		1.5	~9 лет
2.00	1.3 - 1.7	2.0	~9 лет
		2.5	~90 cyt

Для случая совместного действия всех возмущений в табл. 5 приведено «время жизни» Т основного КА на низкой орбите спутника Апофиса с начальным радиусом 0.5 км, $i_0=\Omega_0=90^\circ$ при разных значениях параметра μ_A и удлинения α . Анализ показал, что «время жизни» *T* основного КА при $r_0=0.5$ км можно обеспечить достаточно большим, свыше 30 сут.

Анализ движения основного КА на орбите спутника Апофиса с бо́льшим радиусом, при $r_0 = 0.9-1.2$ км, показал, что в этом случае для всех рассмотренных значений μ_A и α , «время жизни» основного КА T > 120 сут. Т.е. увеличением r₀ можно использовать оптимальное время ожидания КА у Апофиса (90-120 сут.), полученное во втором разделе.

Отметим, что нами выполнен также приближенный качественный анализ точек либрации астероида. При этом за основу взята модель Белецкого В.В. [32] гантелеобразного астероида, порождающая обобщенную ограниченную круговую задачу трех тел. Данная модель дала две треугольные точки либрации, находящиеся на расстоянии ~ 816 - 955 м от центра масс астероида. Влияние других возмущений меняет картину движения КА у этих точек. Тем не менее, видно увеличение времени жизни КА для орбит вблизи этих точек либрации.

Сделана также оценка необходимых затрат характеристической скорости для коррекции орбиты основного КА при необходимости обеспечения большего времени жизни, ~ 4 месяца, при реализации оптимального времени ожидания КА у астероида до отлета к Земле. Получено, что необходимая скорость коррекции мала, < 1 м/с.

В табл. 6 приведено «время жизни» Т около Апофиса для мини-спутника с учетом всех трех возмущений при разных значениях μ_A, удлинения α и начального радиуса орбиты r_0 ($i_0=\Omega_0=90^\circ$). Видно, что в окрестности радиуса $r_0=1.5$ км, для рассмотренных значений μ_A , α , мини-спутник всегда может стабильно держаться у Апофиса в течение ~ 9 лет - до тесного сближения Апофиса с Землей в 2029 году. На Рис. 12 (а) приведена картина движения мини-спутника с 2020 г. по 2029 г. во вращающейся плоскости, перпендикулярной направлению с астероида на Солнце для варианта $\mu_A=1.8$ м³/с², $\alpha=1.7$, $r_0=1.5$ км, $i_0=\Omega_0=90^\circ$. Отлет КА от астероида происходит вблизи показанной на Рис. 12 (а) точки P_0 сближения Апофиса с Землей до расстояния ~38 тыс км, 13.04.2029 г. Точки P_n (n=1, 2, 3) на дуге отлета соответствуют времени полета n суток после сближения в точке P_0 . Стрелки E_2 , M_2 показывают на Землю и Луну через 2 суток после отлета. На Рис. 12 (б) дано относительное расстояние r/R_3 для данного варианта.



Рис.12. Движение мини-спутника около Апофиса в течение 2020-2029 для случая $\mu_A=1.8 \text{ м}^3/\text{c}^2$, $\alpha=1.7$, $r_0=1.5 \text{ км}$, $i_0=\Omega_0=90^\circ$, со всеми возмущениями.



Рис.13. Изменение относительного расстояния мини-спутника при учете всех возмущений, Ω₀=*i*₀=90°, α=1.7, μ_A=1.8 m³/s².

При значительном увеличении радиуса орбиты r_0 центральное притяжение становится уже недостаточным для удержания КА, и КА быстро улетает от астероида под влиянием ДСС, см. Рис.13(а). При достаточно малом радиусе орбиты r_0 время жизни также уменьшается, см. Рис.13(б).

Более подробный анализ при варьировании начального радиуса орбиты r_0 показал, что есть некоторый диапазон значений радиуса r_0 , для которого, при

начальной ориентации орбиты, перпендикулярной к направлению на Солнце, мини-спутник в течение 9 лет (2020-2029) остается в окрестности астероида. При α =1.5-1.7, μ_A =1.8 м³/c², $P\approx$ 30 ч. для этого диапазона $r_0 \approx$ 1.3-1.6 км. Для более тяжелого астероида, μ_A =2.86 м³/c², при α =1.7 указанный диапазон значений радиуса орбиты мини-спутника составляет $r_0\approx$ 1.4-2 км.

Для анализа надежности результатов варьировался также ряд других основных характеристик, в частности: масса, удлинение, параметры вращения астероида, масса и параметры начальной орбиты КА (ее плоскость, начальная большая полуось, эксцентриситет). Основные результаты анализа, представленные выше, сохраняются в этих случаях.

Варьировался и гипотетический начальный момент t_0 движения спутника Апофиса. Результаты также подтвердились. Так, для $t_0=2004$ г. устойчивое движение мини-спутника сохранилось вплоть до сближения с Землей в 2029 г., т.е. в течение 25 лет. При начале движения после сближения в 2029 г., анализ в течение 10 лет, до 2039 г., также показал стабильное движение мини-спутника у астероида. На Рис.14 приведено изменение относительного расстояния миниспутника при $\alpha=1.7$, $\mu_A=1.8$ м³/с², $P_A=30.56$ ч, $r_0=1.5$ км для вариантов $t_0=01$, 06, 2004 и $t_0=18$. 04. 2029, соответственно. При этом начальная ориентация орбиты мини-спутника соответствует (25).



Рис.14. Относительное расстояние при варьировании начального времени t_0 для варианта α =1.7, μ_A =1.8 м³/c², P_A =30.56 ч, r_0 =1.5 км: а) t_0 = 01. 06. 2004 (Ω_0 =93°, i_0 =87°); б) t_0 = 18. 04. 2029 (Ω_0 =116°, i_0 =79°)

4. Выводы

В препринте рассмотрена методика построения оптимальных траекторий экспедиции КА для полета от Земли к астероиду, пребывания КА у астероида и последующего возвращения КА к Земле с помощью ДУБТ, включая - 26 -

формирование орбиты искусственных спутников астероида. Разработанная методика является двухэтапной. Она максимизирует полезную массу межпланетных траекторий КА для данной экспедиции. Разработана также методика анализа характеристик орбитального движения спутника астероида с учетом возмущений от небесных тел, несферичности астероида, давления солнечного света и собственного вращения астероида вокруг малой оси. Приведены численные результаты для экспедиции к астероиду Апофис. Построены и исследованы оптимальные траектории для экспедиции Земля-Апофис-Земля с суммарной продолжительностью до 2 лет при полете в 2019-2022 гг. Показано, что существует принципиальная возможность реализации космической экспедиции Земля-Апофис-Земля с использованием обычных двигателей большой тяги и PH «Союз-ФГ», «Союз-2.1б», «Зенит». Определены характеристики орбит движения основного КА и мини-аппарата как спутников Апофиса. Выявлены параметры начальной круговой орбиты (ориентация и радиус), при которых «время жизни» спутника Апофиса будет большим: более месяца для основного КА на низкой орбите и несколько лет, до сближения с Землей в 2029 г., для мини-спутника. При этом «оптимальной» является начальная ориентация плоскости орбиты КА, перпендикулярная к направлению на Солнце.

Библиографический список

- 1. Atkins K L, Brownlee D E, Duxbury T, et al. STARDUST: Discovery's InterStellar dust and cometary sample return mission [C] // Aerospace Conference, 1997. Proceedings, IEEE, 1997, 4. Pp. 229-245.
- 2. Brownlee D.E., Tsou P., Anderson J. D., et al. Stardust: Comet and interstellar dust sample return mission // Journal of geophysical research. Vol. 108, No. E10, 8111, doi:10.1029/2003JE002087, 2003.
- 3. Sandford S.A. The Power of Sample Return Missions-Stardust and Hayabusa. Proceedings of the International Astronomical Union, 2011, 7(S280): 275-287.
- 4. Ajluni T, Everett D, Linn T, et al. OSIRIS-REx, returning the asteroid sample [C] // Aerospace Conference, IEEE, 2015. Pp. 1-15.
- 5. Хаябуса-2. URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Хаябуса-2
- 6. OSIRIS-REx. URL: <u>https://ru.wikipedia.org/wiki/OSIRIS-REx</u>
- 7. Izzo D. Revisiting Lambert's problem // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, Vol. 121, No. 1. Pp. 1–15, Jan. 2015. ISSN 0923-2958. doi:10.1007/s10569-014-9587-y.
- 8. Ивашкин В.В., Крылов И.В., Лан А. Оптимальные траектории для экспедиции КА к астероиду Апофис с возвращением к Земле // Астрономический вестник. 2013. Т. 47. № 4. С. 361-372.
- 9. Ивашкин В.В., Лан А. Анализ оптимальности траекторий экспедиции Земляастероид-Земля // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2017. № 113, 25 с. doi:10.20948/prepr-2017-113.

- Ильин В.А., Кузмак Г.Е. Оптимальные перелеты космических аппаратов. М.: Наука. 1976 г. 744 с.
- 11. Соболь И.М., Статинков Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многим критериями. М.: Наука, 1981. 110 с.
- 12. Панченко Т.В. Генетические алгоритмы: учебно-методическое пособие / под ред. Ю.Ю. Тарасевича. Астрахань: Издательский дом «Астраханский университет», 2007. 87с.
- 13. Nocedal, Jorge; Wright, Stephen J. Numerical Optimization. 2nd edition. USA: Springer, 2006. ISBN 978-0-387-30303-1.
- 14. Ивашкин В.В. Оптимизация космических маневров при ограничениях на расстояния до планет. М.: Наука, 1975. 392 с.
- 15. Кубасов В.Н., Дашков А.А. Межпланетные полеты. М.: Машиностроение, 1979. 272 с.
- 16. Охоцимский Д.Е., Сихарулидзе Ю.Г. Основы механики космического полета: Учеб. Пособие. М.: Наука. Гл. ред. Физ. мат. лит., 1990. 448с.
- 17. Robbins H.M. An Analytical Study of the Impulsive Approximation. AIAA Journal, 1966, vol. 4, no. 8. Pp. 1417–1423.
- 18. Хохулин В.С., Чумаков В.А. Проектирование космических разгонных блоков с ЖРД. Учебное пособие для курсового и дипломного проектирования. М.: Изд-во МАИ, 2000. 72 с.
- 19. Бычков А.Д., Ивашкин В.В. Проектно-баллистический анализ создания многоразовой транспортной системы Земля-Луна-Земля на основе ядерного ракетного двигателя // Космонавтика и ракетостроение. 2014, № 1. С. 68 76.
- 20. Vyacheslav V. Ivashkin, and Anqi Lang. Optimal Spacecraft Trajectories For Flight To Asteroid Apophis With Return To Earth Using Chemical High Thrust Engines // Advances in the Astronautical Sciences. Vol. 153. Published by Univelt. P.O. Box 28130. San Diego, California 92198. 2015. Pp. 1653-1667.
- 21. Аббасов М.Э. Методы оптимизации: Учеб. пособие. СПб.: Издательство "BBM", 2014. 64 с.
- 22. Бэттин Р. Наведение в космосе. Перевод с англ. М.: Машиностроение, 1966. 448 с.
- 23. Ивашкин В.В. Модель орбитального движения КА вблизи ядра кометы. I // Препринты ИПМ им. М.В Келдыша. 1998. № 60. 32 с.
- 24. Jewitt D.C., and Meech K.J. Optical properties of cometary nuclei and preliminary comparison with asteroids // Astrophysical Journal. 1988. V. 328. Pp. 974-986.
- 25. Pravec P., Scheirich P., Durech J., et al. The tumbling spin state of (99942) Apophis // Icarus, 2014. V. 233. Pp. 48–60.
- 26. Дубошин Г.Н. Теория притяжения. М.: ГИФМЛ. 1961. 288 с.

- 27. Ивашкин В.В., Лан А. Определение и анализ оптимальных космических траекторий для организации экспедиции Земля Апофис Земля с применением двигательных установок большой тяги // Космонавтика и ракетостроение. Вып. 5 (98). 2017. С. 63-71.
- 28. Ивашкин В.В., Лан А. Анализ орбитального движения космического аппарата вокруг астероида Апофис // Доклады Академии наук. 2016. Т. 468, № 4. С. 403-407.
- 29. Ивашкин В.В., Лан А. Анализ орбитального движения спутника астероида Апофис // Космические исследования. 2017. Т. 55, № 4. С. 268-277.
- 30. Anqi Lang, V.V. Ivashkin. Dynamics of Spacecraft Orbital Motion around Asteroid Apophis // International Astronautical Congress IAC-2016. Proceedings. 2016. Paper IAC-16-C1,6,2,x33922, 12 p.
- 31. Лан Аньци. Анализ космических траекторий для экспедиции Земля– Апофис–Земля и движения космического аппарата вокруг астероида Апофис. Инженерный журнал: наука и инновации, 2017. № 7(67). С. 1-19
- 32. Белецкий В.В. Обобщенная ограниченная круговая задача трех тел как модель динамики двойных астероидов // Космические исследования, 2007, т. 45, № 5.

Оглавление

	Введение	3					
1	Построение оптимальных траекторий КА для полета к околоземному						
	астероиду с возвращением к Земле	4					
2	Математическая модель орбитального движения КА вокруг астероида 1						
3	Численные результаты для экспедиции Земля–Апофис–Земля						
4	Выводы	25					
	Библиографический список	26					

Contents

	Introduction.	3
1	Construction of optimal spacecraft trajectories for the flight to a near-Earth	
	asteroid with a return to the Earth	4
2	Mathematical model of the spacecraft orbital motion around an asteroid	11
3	Numerical results for Earth–Apophis–Earth mission	14
4	Conclusions	25
	References	26