

<u>ИПМ им.М.В.Келдыша РАН</u> • <u>Электронная библиотека</u> <u>Препринты ИПМ</u> • <u>Препринт № 97 за 2018 г.</u>



ISSN 2071-2898 (Print) ISSN 2071-2901 (Online)

Коптев М.Д., <u>Трофимов С.П.</u>

Проектирование, развертывание и поддержание тетраэдральной формации наноспутников на высокоэллиптических орбитах

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Коптев М.Д., Трофимов С.П. Проектирование, развертывание и поддержание тетраэдральной формации наноспутников на высокоэллиптических орбитах // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 97. 28 с. doi:10.20948/prepr-2018-97

URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-97

Ордена Ленина ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М.В. Келдыша Российской академии наук

М.Д. Коптев, С.П. Трофимов

Проектирование, развертывание и поддержание тетраэдральной формации наноспутников на высокоэллиптических орбитах

Коптев М.Д., Трофимов С.П.

Проектирование, развертывание и поддержание тетраэдральной формации наноспутников на высокоэллиптических орбитах

В работе изучается возможность использования наноспутников для построения тетраэдральной формации на высокоэллиптической околоземной орбите. С помощью вычислительного кластера К-60 находятся оптимальные орбиты спутников для обеспечения наилучшего качества геометрической конфигурации формации. Рассматриваются возможные схемы выведения группировки, учитывается влияние ошибок выведения.

Ключевые слова: наноспутник, спутниковая формация, высокоэллиптическая орбита

Исследование поддержано грантом РНФ №17-71-10242.

Michael Koptev, Sergey Trofimov

Design, deployment and keeping of nanosatellite-based tetrahedral highly elliptical orbit formation

The problem of designing, deploying, and keeping a highly elliptical orbit tetrahedron formation of one chief microsatellite and several deputy nanosatellites is examined. To maximize formation quality, initial orbital elements of all the satellites are searched using the K-60 supercomputing cluster. Formation deployment schemes are proposed taking into account possible orbit injection errors.

Key words: nanosatellite, satellite formation flying, highly elliptical orbit

The research is supported by the Russian Science Foundation grant $N^{0}17-71-10242$.

1. Введение

В последние годы все больше внимания уделяется исследованию магнитосферы Земли — области пространства вокруг планеты, поведение плазмы в которой зависит от геомагнитного поля.

Одним из способов изучения магнитосферы является непосредственное измерение ее параметров с помощью космических аппаратов (далее – KA). За последние 30 лет в России, США, Европе, Китае и Японии было запущено несколько десятков спутников и спутниковых группировок (проекты ISEE, AMPTE, «Интербол», Geotail, Wind, Polar, Cluster, Double Star, THEMIS, MMS) [1, 2, 3, 4], с установленной на борту научной аппаратурой массой от нескольких десятков до нескольких сотен килограммов, которая предназначалась для измерения широкого набора параметров электромагнитных полей.

Совсем недавно, в 2015 году, агентством NASA была реализована миссия Magnetospheric Multiscale (MMS). Ее основная цель состоит в изучении явления магнитного пересоединения, происходящего в удаленных регионах магнитного поля Земли. Для получения интересующих измерений необходимо как минимум четыре аппарата, при этом нужно, чтобы в интересующей области пространства аппараты находились в вершинах правильного тетраэдра с заданной длиной сторон [5]. Поддержание такой формации является одной из ключевых операций в миссии; поэтому, помимо научного оборудования, на борту спутников находится массивная система управления движением, включающая в себя двигатели с необходимым запасом топлива. В результате каждый из четырех аппаратов на старте весил 1362 килограмма.

Большой объем служебной аппаратуры и исполнительных органов системы управления имеет немалую стоимость, однако еще дороже обходится космическому агентству каждый килограмм, выводимый на орбиту. Так, бюджет миссии MMS превысил 800 миллионов долларов. Одним из возможных способов снизить итоговую стоимость миссии является применение нано- и микроспутников – аппаратов с массой от 1 до 10 или от 10 до 100 килограммов соответственно. Они являются наиболее доступными из ныне используемых классов КА с точки зрения цены и сроков создания, однако обладают рядом ограничений. Самое важное ограничение связано с возможностью маневрирования: из-за малых размеров таких КА на них не могут быть установлены маршевые двигатели с достаточно большим уровнем тяги для управления орбитальным движением. В лучшем случае возможно использование электрореактивных двигателей малой тяги, активно разрабатываемых в настоящее время.

В представляемой работе рассматривается возможность использования наноспутников в задаче построения и поддержания тетраэральной формации на высокоэллиптических орбитах. Из-за вышеупомянутых ограничений на управление акцент сделан на исследовании пассивного движения четырех аппаратов. При моделировании орбитального движения принимается во внимание влияние несферичности Земли, а также притяжение Солнца и Луны. Эти эффекты ведут к неизбежным вековым изменениям орбит аппаратов и, как следствие, постепенной деградации любых формаций при пассивном движении. В связи с этим главной задачей является задача глобального поиска и дальнейшей оптимизации начальных орбит для каждого КА. Кроме того, в препринте проанализированы возможные схемы выведения группировки на орбиту. В частности, проводятся серии испытаний Монте-Карло для исследования влияния возможных ошибок выведения на общую продолжительность миссии.

2. Постановка задачи

2.1. Области интереса и параметры опорной орбиты

Задача об измерении магнитного поля определяет интересующие области в пространстве, в которых должна будет находиться группировка КА для проведения требуемых измерений. Особое внимание в миссии MMS было направлено на две области магнитосферы, отмеченные на рис. 1 красным. Миссия состояла из двух фаз: в течение первой исследуется удаленный от Земли примерно на 80 тысяч километров регион A, затем орбита корректируется, чтобы группировка аппаратов пролетала через область B, лежащую в хвосте магнитосферы на значительном удалении от планеты — порядка 150-200 тысяч километров. Для определенности будем рассматривать лишь вторую фазу с исследованием более удаленной части магнитосферы.

В качестве опорной орбиты (орбиты, к которой близки орбиты всех спутников) примем высокоэллиптическую орбиту с высотой перигея 2000 км и высотой апогея 200000 км. Представляющий интерес регион — это все точки орбиты, удаленные от Земли более чем на 110 тысяч километров. Задав размеры эллипса, можем рассчитать значения его большой полуоси *a* и эксцентриситета *e*.

Поскольку интересующие области магнитного поля Земли преимущественно находятся вблизи плоскости эклиптики, необходимо, чтобы плоскость орбиты была как можно ближе к ней. Земной экватор наклонен к плоскости эклиптики примерно на 23.4°. Кроме того, при одноимпульсном выведении наклонение орбиты относительно плоскости экватора не может быть меньше широты точки старта [7]. Из этого следует, что идеальным будет старт с низких широт. Миссия MMS находилась в выгодном положении, поскольку пуск осуществлялся с космодрома на мысе Канаверал, имеющего широту 28.5°. За неимением подобных



Рис. 1. Структура магнитного поля Земли [6]

альтернатив для отечественных миссий будем рассматривать выведение аппаратов на орбиту с космодрома Байконур, которое обеспечивает наклонение орбиты 51.6°. При этом минимально возможное наклонение орбиты относительно плоскости эклиптики составляет $51.6^{\circ} - 23.4^{\circ} = 28.2^{\circ}$ и достигается при долготе восходящего узла $\Omega = 0^{\circ}$.

Заметим, что хвост магнитосферы ориентирован примерно вдоль линии Земля-Солнце, вращающейся в инерциальном пространстве за счет движения Земли по орбите со скоростью порядка одного градуса в сутки. Для проведения измерений необходимо, чтобы апогей опорной орбиты был расположен в области хвоста магнитосферы. Подбирая долготу восходящего узла Ω и аргумент перицентра ω опорной орбиты, можно добиться требуемой ее ориентации при старте в разные дни в течение года. В частности, можно зафиксировать $\Omega = 0^{\circ}$ для обеспечения близости плоскости орбиты и плоскости эклиптики и для каждого дня в году найти оптимальное значение аргумента перицентра ω , при котором достигается минимальный угол α между направлением на апогей и направлением на Солнце. Соответствующие графики приведены на рис. 2. Можно видеть, что α обращается в ноль дважды в течение года, в дни весеннего и осеннего равноденствия.



Рис. 2. Связь между датой старта, минимальным углом α и соответствующим аргументом перицентра ω

Подробный анализ выбора даты старта будет проведен в соответствующем разделе, пока же будем считать $\Omega = \omega = 0^{\circ}$, что соответствует нахождению апогея в центральной области хвоста магнитосферы в день весеннего равноденствия. Полный набор параметров опорной орбиты приведен в табл. 1, а сама орбита и область интереса изображены на рис. 3.

Таблица 1. Ко	еплеровы	элементы	опорной	орбиты
---------------	----------	----------	---------	--------

а, км	e	і, град	Ω, град	ω , град
107378.1370	0.9220	51.6000	0.0000	0.0000

2.2. Желаемая конфигурация и функционал качества формации

Рассмотрим теперь относительную конфигурацию аппаратов группировки. Чтобы провести измерение некоторой физической характеристики геомагнитного поля в фиксированной точке пространства, достаточно и одного аппарата. Однако, чтобы получить представлении о пространственном распределении значений этой характеристики в один момент времени, необходимо большее количество синхронных измерений в различных точках пространства. Так, разместив два



Рис. 3. Опорная высокоэллиптическая орбита с отмеченной на ней красным цветом областью интереса

аппарата, по их измерениям можем получить представление о распределении измеряемой величины на прямой; воспользовавшись тремя КА, можем судить о поведении этой величины в плоскости. Чтобы исследовать магнитное поле в пространстве, важно иметь как минимум четыре КА. Очевидно также, что наилучшей будет ситуация, когда все четыре аппарата равноудалены друг от друга, т.е. образуют правильный тетраэдр (см. рис. 4).

Важно определить масштабы тетраэдра. За определяющий фактор примем длину стороны тетраэдра. Для научных целей интерес представляют величины 10000 км, 1000 км, 100 км, 10 км. Так, в миссии MMS масштаб формации колеблется от 10 до 400 километров. Следует отметить, что чем меньше расстояние между KA, тем сложнее поддерживать формацию. В дальнейшем для определенности рассмотрим только один из масштабов и будем считать, что идеальным является расположение аппаратов в вершинах правильного тетраэдра со стороной 100 км. Чтобы как-то формализовать это требование, введем показатель качества формации — некоторый коэффициент, который по положению четырех аппаратов в данный момент времени будет оценивать близость образованного этими KA тетраэдра к номинальному.



Рис. 4. Оптимальная геометрическая конфигурация четырех спутников

Существуют разные способы определить показатель качества тетраэдральной формации [8, 9, 10]. В нашей работе будем следовать подходу из статьи [8] и представим показатель качества Q в виде произведения двух составляющих: коэффициента Q_v , отвечающего за качество формы тетраэдра, и коэффициента Q_s , характеризующего его размеры (масштаб). Опишем эти множители подробнее.

Чтобы оценить, насколько пирамида, в вершинах которой лежат четыре аппарата, близка к правильному тетраэдру, можно посмотреть на отношение объема этой фигуры V_a к объему правильного тетраэдра V_r , имеющего сторону, равную среднему расстоянию между аппаратами L. Будем рассматривать КА как материальные точки. Принимая одну из них за начало отсчета, будем считать, что положения трех других КА заданы радиус-векторами r_1 , r_2 , r_3 соответственно. Тогда объем пирамиды, в вершинах которой лежат КА, равен:

$$V_a = \frac{1}{6} |\boldsymbol{r_1} \cdot (\boldsymbol{r_2} \times \boldsymbol{r_3})|. \tag{1}$$

Также известно, что объем правильного тетраэдра со стороной L равен

$$V_r = \frac{L^3}{6\sqrt{2}}.$$
(2)

Из (1) и (2) следует, что

$$Q_v = \frac{V_a}{V_r} = \frac{\sqrt{2}}{L^3} |\boldsymbol{r_1} \cdot (\boldsymbol{r_2} \times \boldsymbol{r_3})|.$$
(3)

Введенный показатель обладает следующим важным свойством [8]:

 $0 \leqslant Q_v \leqslant 1.$

Показатель Q_v будет равен 1, если имеющийся тетраэдр правильный, и нулю, если все четыре КА лежат в одной плоскости.

Чтобы определить коэффициент масштаба, воспользуемся полиномиальной функцией [8]

$$Q_{s}(L) = \begin{cases} 0, & L < l_{1}. \\ \frac{(L-l_{1})^{2}(L+l_{1}-2l_{2})^{2}}{(l_{2}-l_{1})^{4}}, & l_{1} \leq L < l_{2}; \\ 1, & l_{2} \leq L \leq l_{3}; \\ \frac{(L-l_{4})^{2}(L-2l_{3}+l_{4})^{2}}{(l_{4}-l_{3})^{4}}, & l_{3} \leq L < l_{4}; \\ 0, & L > l_{4}. \end{cases}$$
(4)

В выражении (4) константы l_1 , l_2 , l_3 и l_4 характеризуют отклонение размеров тетраэдра от заданного масштаба формации. Так, поскольку нас интересует тетраэдр со стороной 100 километров, примем $l_1 = 65$ км, $l_2 = 85$ км, $l_3 = 115$ км, $l_4 = 135$ км. Действительно, как было выявлено ранее для миссии MMS [5], отклонение в пределах 15% не ухудшает качества измерений.

Таким образом, для показателя качества формации имеем:

$$Q = Q_s Q_v = \frac{\sqrt{2}Q_s}{L^3} |\boldsymbol{r_1} \cdot (\boldsymbol{r_2} \times \boldsymbol{r_3})|.$$
(5)

Когда конфигурация формации близка к правильному тетраэдру со стороной 100 километров, значение функционала Q стремится к единице, а с ухудшением качества формации, величина Q убывает вплоть до нуля.

Поскольку нас интересует качество формации не в один момент времени, а на заданном участке орбиты — в области интереса, введем интегральный показатель среднего качества формации на временном интервале $[t_1, t_2]$:

$$Q_{int} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} Q dt.$$
 (6)



Рис. 5. График $Q_s(L)$. Пунктиром отмечены значения констант l_i .

Базируясь на опыте миссии MMS [8], будем считать, что для получения хороших измерений среднее качество формации в областях интереса не должно быть ниже 0.7.

2.3. Решаемые задачи

Любой тетраэдр будет со временим деградировать ввиду внешних возмущений: нецентральности гравитационного поля Земли, притяжения Луны и Солнца, светового давления и т.д. В американской миссии MMS используются аппараты большой массы, позволяющие корректировать орбиты по мере ухудшения качества формации. Однако если использовать наноспутники, то необходимо учитывать ограничения на управляющие воздействия. Поэтому немаловажной частью работы будет исследование пассивного движения аппаратов группировки. В частности, необходимо решить задачу нахождения оптимальных начальных параметров орбиты для каждого аппарата, позволяющих получить наибольшее число витков, на которых интегральный показатель качества формации (6) будет превышать значение 0.7.

Отдельной задачей является построение схемы выведения группировки KA на орбиту. Реальным является сценарий, при котором на орбиту выводится относительно большой микроспутник, несущий на борту необходимую аппаратуру для измерений и радиосвязи с другими KA группировки и наземными станциями, некоторый запас топлива, а также три наноспутника. В дальнейшем последние отделяются в нужных направлениях. Необходимо найти начальную орбиту материнского аппарата, а также моменты и импульсы отделения наноспутников.

3. Оптимальный выбор начальных орбит

3.1. Оптимизируемый функционал

Начальный вектор состояния одного KA может быть описан шестью параметрами. При оптимизации орбит для четырех спутников нужно найти 24 неизвестных параметра. Будем максимизировать следующий функционал:

$$\overline{Q}_{int}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{N_{rev}} \sum_{i=1}^{N_{rev}} \hat{Q}_{int}^{i}(\boldsymbol{x}),$$
(7)

где N_{rev} — число орбитальных периодов, на которых проводится оптимизация. Этот параметр находится эмпирическим путем; его значение должно несколько превышать максимально возможную длительность миссии.

В выражении (7) \hat{Q}_{int}^i обозначает модифицированный интегральный показатель качества формации на *i*-м витке. Этот показатель представляет собой составную функцию, записываемую как

$$\hat{Q}_{int}^{i} = \begin{cases} 0.7 + p_a (Q_{int}^{i} - 0.7), & Q_{int}^{i} > 0.7, \\ p_b \ Q_{int}^{i}, & Q_{int}^{i} < 0.7; \end{cases}$$
(8)

где $p_a = 0.05$, $p_b = 0.1$ – веса, выбранные таким образом, чтобы алгоритм оптимизации стремился увеличивать \overline{Q}_{int} за счет добавления новых витков с $Q_{int}^i > 0.7$. Необходимость использования \hat{Q}_{int}^i вместо Q_{int}^i объясняется тем, что требуется максимизировать не среднее значение качества формации на протяжении миссии, а число витков, на которых $Q_{int}^i > 0.7$.

Оптимизирумый функционал зависит от вектора

$$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, ..., x_{24}),$$

в котором дифференциальные орбитальные элементы $x_1, ..., x_6$ задают отклонение первого KA — материнского микроаппарата — от опорной орбиты, элементы $x_7, ..., x_{12}$ описывают отклонение орбиты второго KA (первого дочернего наноспутника) относительно орбиты материнского KA, $x_{13}, ..., x_{18}$ — третьего KA (второго дочернего), а $x_{19}, ..., x_{24}$ — четвертого KA (третьего дочернего).

Процесс оптимизации построен таким образом, что орбита материнского аппарата ищется в некоторой V-окрестности опорной орбиты, заданной в табл. 1, а орбиты трех дочерних наноспутников находятся в U-окрестности орбиты материнского КА. Границы областей поиска V и U указаны в табл. 2.

	Δa , км	Δe	Δi , град	$\Delta\Omega$, град	$\Delta \omega$, град	Δu , град
V	± 318.9068	± 0.0050	± 0.2865	± 5.7296	± 5.7296	±0
U	± 63.7813	± 0.0010	± 0.0573	± 0.0573	± 0.0573	± 0.0573

Таблица 2. Границы окрестностей, в которых проводится оптимизация

Расчет значения оптимизируемого функционала включает в себя численное моделирование орбитального движения с учетом возмущений от второй зональной гармоники геопотенциала, а также притяжения Луны и Солнца. После этого находятся положения аппаратов в областях интереса в одинаковые моменты времени, и для каждого витка вычисляется значение $\hat{Q}_{int}^{i}(\boldsymbol{x})$.

3.2. Оптимизация с использованием суперкомпьютера

Для решения задачи глобальной оптимизации был использован многопроцессорный суперкомпьютер К-60, созданный в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Можно выделить три основных подхода к параллелизации оптимизационных задач. Поскольку основные временные затраты при оптимизации приходятся на многократное вычисление оптимизируемой функции, часто достаточно считать параллельно только ее. В нашем случае целевой функцией является \overline{Q}_{int} , для чего необходимо проинтегрировать траектории четырех аппаратов. Так как операция численного интегрирования не поддается параллелизации, то, независимо от имеющихся вычислительных мощностей, можно достичь лишь четырехкратного ускорения, параллельно рассчитывая траектории КА.

Вторым способом применения большого числа процессоров для ускорения оптимизации является использование алгоритмов, которым на каждом шаге оптимизации необходимо вычислять множество значений оптимизируемой функции. Примером могут служить генетические алгоритмы или алгоритмы дифференциальной эволюции. В этом случае вычисление значений функции для разных «особей» в «популяции» является независимым процессом, который можно выполнять параллельно. Однако такой подход накладывает значительные ограничения на спектр возможных алгоритмов.

В нашей работе остановимся на третьем подходе, так называемой *островной модели*. Она является обобщением двух предыдущих подходов, но использует некоторые особенности параллельных систем для получения наилучших результатов. Такой подход позволяет задействовать любые доступные вычислительные мощности, не нарушая целостности оптимизационного процесса. Суть островной модели заключается в создании множества островов, на которых одновременно решается поставленная оптимизационная задача. На различных островах могут быть использованы различные оптимизационные методы, при этом на промежуточных этапах острова обмениваются своими наилучшими решениями подобно генетическим алгоритмам. Большую роль играет выбранная топология островов, от которой зависят связи между ними и пути миграций лучших решений.

Для того чтобы решить задачу на суперкомпьютере К-60, потребовалось переписать код Matlab на язык C++. Для интегрирования дифференциальных уравнений движения KA использовалась библиотека **boost**. Реализация островной модели была взята из библиотеки **pagmo**, разрабатываемой сотрудниками Европейского космического агентства (European Space Agency, ESA) специально для решения различных астродинамических задач. На момент выполения работы была доступна новая версия библиотеки, **pagmo2**, однако в ней отсутствовала поддержка интерфейса MPI, позволяющего проводить расчеты на многопроцессорных системах без общей памяти. Помимо островной модели в библиотеке **pagmo** реализованы популярные оптимизационные алгоритмы, а также имеется поддержка таких оптимизационных библиотек как SNOPT и NLOPT.

При решении задачи была выбрана топология «колесо», в которой все острова формируют кольцо, при этом соседние острова связаны между собой, т.е. имеют возможность обмена данными. Кроме того, один дополнительный остров находится в центре этого кольца и имеет двустороннюю связь со всеми островами кольца. На островах, находящихся на кольце, было решено использовать различные методы глобальной оптимизации. На центральном острове был применен алгоритм локальной оптимизации, основной задачей которого стало улучшение результатов, полученных с других островов. Расположение островов проиллюстрировано на рис. 6.

Для выбора алгоритмов из широкого набора, предоставляемого различными библиотеками, была смоделирована тестовая задача. Она также заключалась в нахождении орбит аппаратов для максимизации \overline{Q}_{int} , однако длительность миссии составляла всего 1 виток, а в уравнениях движения не учитывались сторонние возмущения, что позволило снизить затраты времени на проведение испытаний. По результатам тестирования для глобальной оптимизации были выбраны алгоритмы дифференциальной эволюции (DE), эволюции ковариационной матрицы (CMAES), роя частиц (PSO) и последовательного квадратичного программирования (SQP). Начальные приближения для алгоритмов глобальной оптимизации генерировались равномерным распределением в заданных границах, что обеспечило наилучшее покрытие исследуемой области. Для центрального острова был выбран subplex-алгоритм (SBPLX), являющийся мо-



Рис. 6. Расположение островов и используемых алгоритмов при оптимизации на суперкомпьютере

дификацией метода Нелдера-Мида. Политика мигрирования была выбрана такой, что наилучшие решения с островов кольца передавались на центральный остров, уточнялись процедурой локальной оптимизации, а затем возвращались обратно на внешние острова.

На рис. 6 показана схема с использованием 9 островов. Для наилучшей параллелизации нужно использовать количество процессоров, равное числу островов. Использование суперкомпьютера К-60 позволило увеличить размер схемы до 361 острова. Все последующие оптимизации проводились на 361 вычислительном ядре в составе суперкомпьютера К-60.

3.3. Влияние возмущений на конфигурацию формации

Деградация формации со временем прежде всего связана с тем, что на аппараты, находящиеся на различных орбитах, действуют различные возмущающие силы, связанные с несферичностью Земли, а также притяжением Луны и Солнца. Очевидно, что последние возмущения нестационарны и зависят от взаимного расположения планет. Этот факт может оказать значительное влияние на

14

срок активного существования формации в зависимости от даты старта миссии (датой старта миссии в дальнейшем будем считать время, начиная с которого отслеживается изменение Q_{int}).

Для определения оптимальной даты старта необходимо рассмотреть множество миссий с одинаковыми начальными условиями, но разной датой старта. Чтобы найти такие начальные условия, можно построить оптимальные орбиты в простой модели движения формации в центральном гравитационном поле Земли. Оптимизационная схема, описанная выше, применима для решения такой оптимизационной задачи — с тем лишь отличием, что нет необходимости использовать численное моделирование, поскольку задача двух тел решается аналитически.

Найденные орбиты представлены в табл. 3, а соответствующий им график Q_{int} и эволюция Q_{int} для этих орбит в полной модели (с учетом гармоники J2 геопотенциала и лунно-солнечных возмущений) — на рис. 7.

	a, KM	e	і, град	Ω, град	ω , град	ν, град
Материнский КА	107378.1370	0.9220	51.6000	0.0000	0.0000	180.0000
Дочерний КА 1	107378.1192	0.9222	51.5930	0.0112	0.0212	179.9915
Дочерний КА 2	107378.1200	0.9220	51.6001	0.0377	-0.0155	179.9975
Дочерний КА 3	107378.1197	0.9217	51.6012	0.0146	0.0156	179.9926

Таблица 3. Орбиты, оптимизированные в простой модели

Для определения зависимости между скоростью деградации орбит и датой старта миссии проинтегрируем полученные орбиты в течение 100 витков для каждого из 365 дней, начиная с 1 января 2018 года. Нас интересует количество витков, в течение которых функционал качества формации превышает значение 0.7.

Можно также заметить, что в начале интегрирования $Q_{int} > 0.7$, а значит, говоря о полной модели, можно воспользоваться интегрированием в обратном времени, для того чтобы определить, на сколько можно сместить дату старта назад от момента начала интегрирования. Другими словами, рассмотрим 365 миссий с различными датами старта, в которых орбиты всех четырех КА в один из дней года (для каждой миссии — свой) совпадают. Для того чтобы лучше понять характер зависимости, проанализируем дополнительно два случая: с учетом только J2-гармоники и притяжения Солнца и с учетом только



Рис. 7. Изменение *Q_{int}* для найденного решения в простой модели (синим) и полной модели движения (красным)

J2-гармоники и притяжения Луны. Было замечено, что картина периодична, с периодом примерно полгода, поэтому для удобства отображения на рис. 8 приведены соответствующие гистограммы только для 180 дней.

Анализируя данные, представленные на рис. 8, можно заметить, что и Луна, и Солнце оказывают значительное влияние на время жизни миссии (интервал времени, когда средний показатель качества формации превышает 0.7). Чтобы скорость разрушения формации за счет лунно-солнечных возмущений была наименьшей, необходимо правильно выбрать дату старта миссии. Влияние Солнца уменьшается по мере приближения весеннего равноденствия, т.е. когда апогей лежит на максимальном удалении от Солнца. Таким образом, для выбранной нами опорной орбиты с $\Omega = \omega = 0^{\circ}$ весеннее равноденствие является оптимальным временем для измерений с точки зрения скорости деградации формации.

Поскольку основной целью работы является построение формации для магнитосферных измерений, необходимо подобрать дату старта таким образом, чтобы апогей опорной орбиты находился в хвосте геомагнитосферы в первые месяцы миссии. Нулевой угол между направлением на перигей и направлением на Солнце достигается в день весеннего равноденствия. Чтобы с течением времени апогей опорной орбиты пересекал хвост магнитосферы, нужно начинать миссию заранее. Полагая, что апогей перескает хвост магнитосферы за 90 дней, в дальнейшем будем считать, что формация выводится на орбиту за полтора месяца до дня весеннего равноденствия, 06.02.2018 00:00 UTC.



Рис. 8. Количество витков для найденной конфигурации формации в зависимости от времени начала интегрирования

Дней с 01.01.2018

Найденные орбиты и эволюция Q_{int} представлены в табл. 4 и на рис. 9 соответственно. При выведении на эти орбиты спутники могут сохранять удовлетворительное качество формации в течение 83 орбитальных периодов, что составляет около 340 дней. Также на рис. 10 представлена анимация движения тетраэдральной формации в области интереса на 40-м витке, на котором достигается максимальное качество формации.

	a, KM	e	і, град	Ω, град	ω , град	u, град
Материнский КА	107347.0524	0.9170	51.5708	1.0619	-5.7097	180.0000
KA 1	107347.1706	0.9173	51.5740	1.0599	-5.7112	180.0026
KA 2	107347.0639	0.9170	51.5925	1.0342	-5.6734	179.9949
KA 3	107347.3580	0.9173	51.5622	1.0830	-5.7021	179.9953

Таблица 4. Орбиты, оптимизированные в полной модели



Рис. 10. Эволюция тетраэдра в области интереса на 40-м витке

4. Выведение группировки на орбиту

4.1. Анализ чувствительности задачи к начальным условиям

В этой части работы предлагается найти наилучшую схему для выведения группировки спутников на найденные ранее оптимальные орбиты. Поскольку группировка состоит из управляемого микроспутника и трех неуправляемых наноспутников, возможна схема выведения, в которой управляемый материнский аппарат доставляется на орбиту ракетой-носителем, а затем от него последовательно отделяются дочерние наноспутники.

Процесс выведения может представлять собой последовательные коррекции орбиты управляемого микроспутника и отстрелы дочерних наноспутников. Традиционно отделение малых КА производится при помощи пружинных толкателей. Нахождение схемы выведения представляет собой нетривиальную задачу оптимизации. Необходимо также промоделировать возможные ошибки выведения, поскольку нельзя всецело полагаться на прецизионность изготовленых пружин и точность алгоритмов управления. При этом сперва необходимо понять, насколько чувствительна решаемая задача к возмущениям начальных условий (н.у.).

Проанализируем орбиты, параметры которых приведены в табл. 4. Внесем нормально распределенные возмущения в исходные векторы положений и скоростей каждого из четырех КА в окрестности этих орбит. Для различных значений среднеквадратичного отклонения σ проведем серии испытаний Монте-Карло. Их результаты представлены на рис. 11. Черным цветом обозначено время жизни миссии равное 90 дням. За это время апогей опорной орбиты полностью пересечет хвост магнитосферы и покинет область, в которой нужно проводить измерения. В дальнейшем будем считать, что допустимыми являются ошибки выведения, при которых время жизни миссии превышает 90 дней. Можно видеть, что задача является чувствительной к начальным условиям, поэтому необходимо найти максимально точную схему выведения.



Рис. 11. Время жизни миссии (в днях) для различных возмущений н.у.

4.2. Выведение со стандартными пружинными толкателями

Попробуем реализовать выведение путем отстрела наноспутников от материнского KA с помощью стандартных пружин для отделения кубсатов. Будем считать, что на весь процесс выведения нужно затратить не более трех орбитальных витков (около 12 дней), по одному на отделение каждого дочернего аппарата. Общая схема такова: материнский КА выводится на некоторую орбиту, а затем чередует пружинный отстрел дочерних КА и этапы коррекции собственной орбиты. Из-за отделения наноспутников масса материнского КА постепенно уменьшается, и отстрел пружиной имеет все большее воздействие на материнский КА. Положим массы апаратов следующими:

$$M_c = 30 \text{ Kr}, \quad m_d = 5 \text{ Kr},$$

где M_c — масса материнского аппарата без дочерних наноспутников, а m_d — масса дочерних КА. Таким образом, в начальный момент времени микроспутник, несущий в себе три наноспутника, весит $M_c + 3m_d = 45$ кг. После отстрела третьего наноспутника масса материнского КА станет равной $M_c = 30$ кг.

Задача выведения в такой постановке содержит 30 неизвестных. Из них 6 неизвестных отвечают за параметры начальной орбиты, с которой материнский микроспутник начинает процесс выведения группировки. Еще 24 неизвестных соответствуют шести импульсам, среди которых три импульса соответствуют пружинному отделению наноспутников и три импульса отвечают за коррекцию орбиты материнского КА. Каждый импульс описывается четырьмя переменными — временем приложения импульса и тремя компонентами приращения вектора скорости КА. Импульсы разделения воздействуют как на материнский КА, так и на отстреливаемый наноспутник, согласно закону сохранения импульса.

Для решения краевой задачи выведения всех КА на требуемые орбиты сведем ее к задаче оптимизации расходуемого на импульсы коррекции топлива. Для этого воспользуемся матлабовской функцией *fmincon*, реализующей алгоритм последовательного квадратичного программирования (SQP). За оптимизируемый функционал примем

$$J(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=2,4,6} |\Delta \boldsymbol{v}_i| \longrightarrow min,$$

что означает стремление выполнять промежуточные коррекции с наименьшими затратами характеристической скорости. Величины импульсов разделения (*i* = 1, 3, 5) ограничим сверху значением в 2 м/с.

Краевые условия описываются четырьмя ограничениями типа равенство, имеющими следующий вид:

$$oldsymbol{c}_i(oldsymbol{x}) = oldsymbol{P}_i^{des} - oldsymbol{P}_i^{obt},$$

где для *i*-го (i = 1, 2, 3, 4) спутника P_i^{des} — оптимальное значение вектора состояния, а P_i^{obt} — положение и скорость, полученные в результате выведения. В качестве начального приближения для параметров импульсов была выбрана последовательность нулевых импульсов, а за исходную орбиту была принята опорная орбита.

Решение, найденное оптимизатором *fmincon* для поставленной задачи с нелинейными ограничениями, представляет собой параметры орбиты материнского аппарата, с которой начинается процесс выведения, а также серию из шести импульсов, в которой импульсы пружинного разделения чередуются с импульсами коррекции орбиты материнского аппарата. Результаты приведены в таблицах 5 и 6. Времена импульсов даны в днях с начала процесса выведения.

Таблица 5. Элементы орбиты материнского КА на момент начала выведения

а, км	e	і, град	Ω, град	ω , град	u, град
107464.1598	0.9126	50.5855	1.4241	353.7158	180.2077

Ν	Тип импульса	t,дн	$\Delta V_x, { m M/c}$	$\Delta V_y,$ м/с	$\Delta V_z,$ м/с	$\Delta V,$ м/с
1	Разведение	0.3971	0.1787	0.0739	-0.1957	0.2751
2	Коррекция	3.4971	-0.5595	-0.4159	0.2883	0.7544
3	Разведение	4.4971	-0.0229	0.9425	0.0618	0.9448
4	Коррекция	7.4971	-0.0759	0.2102	-1.1465	1.1681
5	Разведение	8.4971	-0.0021	-1.3353	0.8685	1.5930
6	Коррекция	11.7471	0.9031	0.6600	-0.6231	1.2804

Таблица 6. Импульсы для выведения группировки на орбиту

Полученное решение позволяет с большой точностью привести спутники на найденные ранее оптимальные орбиты. При этом затраты характеристической скорости на импульсы коррекции материнского КА реализуемы с использованием современных двигателей для микро- и наноспутников, а величины импульсов разделения лежат в допустимом диапазоне для эксплуатируемых в настоящее время пружинных блоков выведения КА [11, 12]. Возможные ошибки в процессе выведения КА на орбиты главным образом связаны с неидеальностью маневрирования материнским КА, а также с погрешностями в работе пружинных толкателей. Подобные ошибки могут привести к тому, что время жизни миссии уменьшится до нескольких витков.

Считая, что материнский КА маневрирует с идеальной точностью, проведем серию испытаний Монте-Карло для оценки допустимых ошибок в импульсах отделения КА от материнского аппарата посредством пружинного блока.

Результаты моделирования приведены на рис. 12. Несмотря на идеальную точность навигации материнского КА, для достижения требуемого времени жизни миссии в 90 дней требуется повышенная прецизионность пружин: ошибка импульса отделения не должна превосходить 2° по его направлению и 5% по величине, тогда как для кубсатовских пружинных толкателей считается типичной ошибка в 30% по величине импульса и 10° по направлению [11, 12]. В связи с этим рассмотрим другую стратегию выведения группировки на орбиты.



пружинных толкателей

4.3. Выведение с низкоскоростным отделением

В документе [13], опубликованном ESA, упоминается, что в настоящий момент разрабатываются пружинные толкатели, способные отделять наноспутники от материнского аппарата с относительной скоростью около 0.05 м/с. Такое низкоскоростное выведение позволяет избежать большой ошибки в скорости выво-

димого на орбиту КА даже при погрешности в 30% по величине разделяющего импульса. Поскольку теперь импульсы разделения малы по величине и не могут быть частью процедуры коррекции орбиты материнского КА между отстрелами наноспутников, необходимо изменить подход к поиску оптимального процесса отделения спутников. В этой схеме предполагается старт материнского аппарата с орбиты, близкой к орбите одного из дочерних наноспутников, а затем предлагается чередовать отделение дочерних КА и серии из двух импульсов, позволяющие совершить переход на орбиту следующего отделяемого наноспутника.

Для определения оптимального порядка отделения наноспутников рассмотрим задачу облета орбит дочерних КА. Сравним целевые орбиты всех четырех аппаратов, уделяя при этом основное внимание попарной разнице в значениях большой полуоси и наклонения, как двух самых затратных для коррекции элементов орбиты. Введем параметр δ_{jk} , позволяющий определить близость двух выбранных орбит по большой полуоси *a* и наклонению:

$$\delta_{jk} = \sqrt{(a_j - a_k)^2 + (i_j - i_k)^2}.$$
(9)

Легко заметить, что $\delta_{jk} = \delta_{kj}$.

Поскольку существует всего 24 различных способа облететь орбиты всех четырех аппаратов, решение можно найти с помощью прямого перебора. Оптимальным является порядок (2, 3, 1, 4). Тогда материнским надо считать аппарат под номером 4 (ранее — дочерний КА №3), а начальной орбитой следует выбрать орбиту, близкую к орбите второго спутника (ранее — дочерний КА №1).

Как и ранее, будем полагать, что вся процедура выведения группировки должна занять не более трех орбитальных периодов. Поскольку после разделения дочерний и материнский КА будут иметь близкие скорости, для избежания столкновений необходимо, чтобы импульсы коррекции орбиты материнского КА совершались по прошествии некоторого времени.

Почти всегда оптимальный переход между орбитами имеет импульс в апогее, поэтому будем считать, что пружинное отделение наноспутника происходит за 12 часов до апогея, а два импульса коррекции возможны начиная с момента прохождения апогея и заканчивая моментом за 24 часа до прохождения следующего апогея. Таким образом гарантируется, что импульсы коррекции не будут совершаться за 12 часов до и 12 часов после отделения наноспутника от материнского KA.

Для простоты можно также считать, что пружинное отделение наноспутников происходит строго по вектору скорости КА. Зная величину импульса отделения (5 см/с) и соотношение масс на каждом этапе процесса выведения, можем вычислить целевые орбиты для каждого маневра материнского микроспутника. Таким образом, задача выведения группировки разделяется на три независимых задачи перехода между близкими орбитами. Имея четкие временные границы и заданные орбиты на момент начала маневра и его окончания, можем найти импульсы коррекции. Они приведены в таблице 7.

N	<i>t</i> , дней	$\Delta V_x,{ m m/c}$	$\Delta V_y,$ м/с	$\Delta V_z,{ m m/c}$	$\Delta V,{ m m/c}$
Разведение	-0.5000	-0.0338	-0.0199	-0.0208	0.0444
Коррекция	0.0000	0.7467	0.4406	-0.2861	0.9129
Коррекция	3.0548	-0.2275	-0.1919	1.0908	1.1307
Разведение	3.5548	-0.0332	-0.0195	-0.0207	0.0438
Коррекция	4.0549	-0.2275	-0.3561	-0.4633	0.6271
Коррекция	7.1176	0.3504	-0.2324	-0.2354	0.4818
Разведение	7.6176	-0.0324	-0.0192	-0.0204	0.0429
Коррекция	8.4692	-0.2310	1.0162	0.0896	1.0460
Коррекция	11.6610	-0.8682	-0.6087	0.6005	1.2186

Таблица 7. Импульсы для выведения группировки на орбиту с использованием пружин малой скорости

Проведем теперь серию испытаний Монте-Карло с целью определения требуемой точности приведения материнского КА на промежуточные целевые орбиты в процессе выведения группировки. При этом примем 3σ -разброс ошибок пружин равным 20% по величине и 10° по направлению [13]. Цветовая карта зависимости времени жизни миссии от неточностей в положении и скорости главного микроспутника в момент пружинного отстрела наноспутников приведена на рис. 13. Для обеспечения времени жизни в 90 дней необходимо обеспечить навигационную точность материнского КА в 0.8 км по положению и 1.6 см/с по скорости. Такая точность маневрирования является вполне достижимой для современных КА.



Рис. 13. Время жизни миссии (в днях) в зависимости от навигационных ошибок управления материнским КА

5. Заключение

В работе было рассмотрено движение спутников на высокоэллиптических орбитах. С помощью оптимизации на суперкомпьютере были найдены оптимальные параметры начальных орбит четырех аппаратов для достижения максимального времени пассивного существования тетраэдральной формации.

При пассивном движении геометрическая конфигурация деградирует с течением времени, однако показатель качества не падает ниже минимально требуемого значения в течение 83 витков (около 340 дней). Ввиду изменения положения орбиты относительно хвоста магнитосферы для проведения измерений достаточно обеспечить время жизни миссии в 90 дней.

Были предложены несколько схем по орбитальному выведению группировки. Из-за высокой чувствительности задачи к возмущениям начальных условий действенным оказался способ с использованием низкоскоростного отделения дочерних КА. С учетом возможных ошибок пружинного разделения в 20% по величине импульса и 10° по направлению требуемое время жизни миссии в 90 дней достигается при навигационной точности материнского КА в 0.8 км по положению и 1.6 см/с по скорости.

В качестве продолжения работы можно провести исследование, в котором будет рассматриваться аналогичная задача для десятков аппаратов, а образуемые различными четверками КА тетраэдры будут иметь разные масштабы.

Список литературы

- [1] Galeev, A.A., Galperin Yu.I., and Zelenyi L.M. The INTERBALL Project to Study Solar-Terrestrial Physics, Cosmic Research, 1996, Vol. 34, pp. 339–363.
- [2] Frank, L.A. and Paterson, W.R. Survey of Electron and Ion Bulk Flows in the Distant Magnetotail with the Geotail Spacecraft, Geophysical Research Letters, 1994, Vol. 21, pp. 2963-2966.
- [3] Angelopoulos, V., Sibeck, D., Carlson, C.W. et al. First Results from the THEMIS Mission, Space Science Reviews, 2008, Vol. 141, pp. 453-476.
- [4] Burch, J., Moore, T., Torbert, R., and Giles, B. Magnetospheric Multiscale Overview and Science Objectives, Space Science Reviews, 2016, Vol. 199, pp. 5-21.
- [5] Guzman, J. and Edery, A. Mission Design for the MMS Tetrahedron Formation, 2004 IEEE Aerospace Conference Proceedings, Big Sky, Montana, USA, March 6-13, 2004, Vol. 1, pp. 533-540.
- [6] NASA. Mission MMS. Science. URL: http://mms.gsfc.nasa.gov/science. html (дата обращения: 06.05.2018)
- [7] Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. М.: Наука, 1975. 800 с.
- [8] Roscoe, C.W.T., Vadali, S.R., and Alfriend, K.T. Optimal Formation Design for Magnetospheric Multiscale Mission Using Differential Orbital Elements, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2011, Vol. 34, No. 4, pp. 974–985.
- [9] Маштаков Я.В., Шестаков С.А. Поддержание тетраэдральной конфигурации группы спутников при помощи одноосного управления. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2016, №95, 27 с.
- [10] Маштаков Я.В., Шестаков С.А. Построение некоторых опорных относительных орбит для тетраэдральной конфигурации спутников. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2017, №84, 26 с.
- [11] NanoRacks CubeSat Deployer (NRCSD) Interface Control Document. URL: http://nanoracks.com/wp-content/uploads/NanoRacks-CubeSat-Interface-Control-Document-CubeSat-Guide.pdf (дата обращения: 06.05.2018)

- [12] Poly Picosatellite Orbital Deployer Mk. III Rev. E User Guide. URL: http://gaussteam.com/services/launch-services/gpod/ (дата обращения: 06.05.2018)
- [13] LV-POD Executive Summary Report. URL: http://gsp.esa.int/documents/10192/46710/C4000116588ExS.pdf (дата обращения: 06.05.2018)

Оглавление

1.	Введение	3
2.	Постановка задачи 2.1. Области интереса и параметры опорной орбиты 2.2. Желаемая конфигурация и функционал качества формации 2.3. Решаемые задачи	4 4 6 10
3.	Оптимальный выбор начальных орбит 3.1. Оптимизируемый функционал	11 11 12 14
4.	Выведение группировки на орбиту 4.1. Анализ чувствительности задачи к начальным условиям 4.2. Выведение со стандартными пружинными толкателями 4.3. Выведение с низкоскоростным отделением	19 19 20 23
5.	Заключение	26
Ст	писок литературы	27