ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 125 за 2019 г.

ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Суков С.А.

Метод сжатия координат вершин тетраэдральных сеток

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Суков С.А. Метод сжатия координат вершин тетраэдральных сеток // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2019. № 125. 16 с. http://doi.org/10.20948/prepr-2019-125
URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-125

О р д е н а   Л е н и н а
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Р о с с и й с к о й   а к а д е м и и   н а у к

С.А. Суков

Метод сжатия координат вершин тетраэдральных сеток

Москва — 2019

Суков С.А.

Метод сжатия координат вершин тетраэдральных сеток

В работе рассматривается проблема компрессии координат вершин тетраэдральных сеток. Приводится описание эффективного метода сжатия координатного блока данных существенно нерегулярных тетраэдризаций. Представлены сравнительные результаты упаковки различными методами координат нескольких сеток, содержащих порядка одного миллиона вершин.

Ключевые слова: тетраэдральные сетки, сжатие данных

Sergey Alexandrovich Sukov

A compression method for a vertex coordinates of tetrahedral meshes

This paper contains the description of an effective vertex coordinates compression method for irregular tetrahedral meshes. The results of compression by various methods for several tetrahedralizations containing about one million vertexes are presented.

Key words: tetrahedral meshes, data compression

Оглавление

Введение

Производительность современных суперкомпьютеров позволяет выполнять расчеты задач математической физики на многомиллионных неструктурированных сетках. Описание их топологии занимает гигабайты дискового пространства. Поэтому для минимизации издержек, связанных с хранением и передачей данных между рабочей станцией и вычислительной системой, необходимо применение эффективных методов упаковки сеточной топологии.

Доля троек координат вершин может составлять до четверти от суммарного объема описания сетки. Конкретное соотношение между размерами координатного и топологического блоков данных зависит от типов сеточных многогранников и варианта записи вещественных чисел с одинарной (32 бита) или двойной (64 бита) точностью.

Прямая упаковка координат универсальным алгоритмом (например, ZLIB) характеризуется невысоким значением коэффициента сжатия. Специальные подходы к кодированию позиций вершин [1] относятся к классу методов обработки данных с контролируемой потерей точности. Основная идея методов отдельной упаковки координат без учета сеточной топологии состоит в предварительном огрублении и квантовании исходных величин. Количество отбрасываемых разрядов мантиссы числа с плавающей запятой и шаг квантования определяются исходя из фиксированной по сетке ошибки представления данных. В случае комплексной компрессии координат вершин и топологии элементов глобальные координаты заменяются локальными координатами. Начало локальной системы координат располагается в ближайшей окрестности вершины, а его конкретная позиция зависит от метода кодирования топологии элементов. С повышением плотности дискретизации интервалы значений локальных координат становятся значительно меньше длин ребер охватывающего сетку параллелепипеда, что при одинаковом шаге квантования позволяет сократить разрядность целочисленных переменных. В финале процедуры выполняется сжатие полученных массивов данных универсальными алгоритмами.

В настоящей работе приводится развернутое описание основных методов упаковки координатного блока данных тетраэдральных сеток. Формулируется критерий оценки и задания относительной погрешности кодирования позиций вершин, который учитывает размер сеточных элементов. Предлагается новый метод сжатия, основанный на квантовании локальных координат вершин после их масштабирования на характерный размер тетраэдров в ближайшей окрестности. На примере обработки нескольких нерегулярных сеток демонстрируется эффективность разработанного подхода.

1. Оценка погрешности методов сжатия координат

Эффективность алгоритмов компрессии координат сильно связана с допустимой погрешностью обработки данных. Огрубление вещественных чисел или их округление до ближайших уровней квантования равносильно сдвигу вершин. Поэтому наиболее очевидным критерием оценки погрешности кодирования будет расстояние (R_i) между пространственными положениями вершины до $\boldsymbol{x}_i = \{x_i, y_i, z_i\}$ и после $\tilde{\boldsymbol{x}}_i = \{\tilde{x}_i, \tilde{y}_i, \tilde{z}_i\}$ упаковки координат

$$R_i = |\boldsymbol{x}_i - \tilde{\boldsymbol{x}}_i|.$$

Ограничение погрешности на уровне R_i^{max} эквивалентно определению сферической области возможного расположения вершины (рис. 1). Здесь и далее для наглядности пояснительные иллюстрации частично приводятся на примерах обработки плоских треугольных сеток, где используются аналогичные принципы компрессии координат.

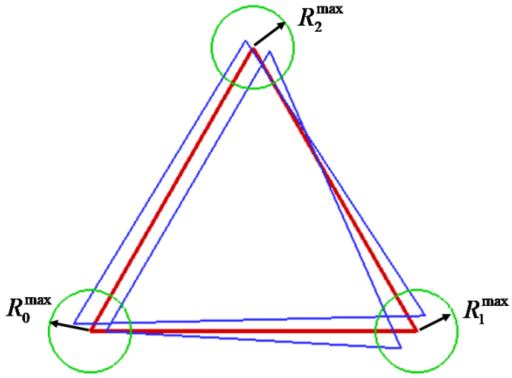


Рис. 1. Определение областей возможного расположения вершин.
Красным цветом показаны ребра исходного треугольника, синим цветом – возможные варианты границ треугольника после сдвига вершин.

Формально жесткая фиксация позиций вершин не относится к обязательным условиям возможности расчета на сетке. Исключение составляют вершины, находящиеся на границах области моделирования, и явно заданные точки верификации результатов экспериментов. Их координаты предпочтительно хранить отдельным блоком данных без потери точности. Основное требование к распределению большинства вершин состоит в соблюдении заданного шага дискретизации и близости величин двугранных углов ячеек к некоторым оптимальным в смысле точности численных алгоритмов значениям. Для гексаэдральных, призматических, пирамидальных и смешанных сеток неявно подразумевается принадлежность вершин четырехугольных граней одной плоскости.

Вне зависимости от подхода к оценке соответствия сеточной геометрии условиям применения того или иного численного метода диаметр области расположения вершины будет связан с локальной плотностью дискретизации.

Поэтому для обобщенного анализа точности кодирования данных на сетке нагляднее использовать относительные смещения вершин ($\bar{R}_i$), то есть нормировать смещение на характерный размер ячеек (h_i) в ближайшей окрестности

$$\bar{R}_i = R_i/h_i.$$

Тогда ошибка компрессионного алгоритма ограничивается предельным относительным сдвигом вершин $\bar{R}_{mesh}$, на основе которого далее вычисляются фактические размеры областей

$$R_i^{max} = \bar{R}_{mesh} h_i. \tag{1.1}$$

В настоящей работе за h_i принимается минимальная из всех высот тетраэдров, которым принадлежит вершина $\boldsymbol{x}_i$. Выполнение условия $\bar{R}_{mesh} < 1/2$ исключает вырождение (перекручивание) элементов при встречном сдвиге вершин. Кроме того, в подобластях тетраэдризации, заполненных преимущественно ячейками правильной формы, параметр $\bar{R}_{mesh}$ с точностью до коэффициента пропорциональности устанавливает допуск на относительное изменение длин ребер и объемов тетраэдров.

Следует отметить, что сдвиг вершин деформированных элементов может оказывать не только отрицательное, но и положительное влияние на близость их формы к правильным многогранникам. Кроме того, фактическая ошибка кодирования данных на практике часто оказывается ниже установленного предела. Поэтому для достижения максимального показателя компрессии в ряде случаев может потребоваться последовательность запусков процедуры упаковки с постепенным понижением требований к точности кодирования и проверкой фактической ошибки огрубления координат.

2. Алгоритмы компрессии координат с потерей точности

Стандартная процедура компрессии координатного блока данных включает в себя два этапа. Первый этап состоит в переходе от вещественных координат к целочисленным координатным индексам, соответствующим уровням квантования. На втором этапе массивы целочисленных переменных упаковываются с использованием универсальных алгоритмов.

Эффективность алгоритма компрессии координат оценивается по показателю плотности записи данных $\mathcal{L}_{mesh}$ или осредненному числу двоичных разрядов, которое требуется для хранения тройки координат одной сеточной вершины. Отсюда целью компрессионного алгоритма является минимизация $\mathcal{L}_{mesh}$. При использовании двухэтапной схемы кодирования плотность записи данных зависит от суммы разрядностей координатных индексов по отдельным осям

$$\mathcal{L}_{vtx} = \sum_{\chi=x,y,z} \mathcal{L}_{vtx}^{\chi}$$

и коэффициента их последующего сжатия (K_{ZIP}) универсальным алгоритмом

$$\mathcal{L}_{mesh} = \mathcal{L}_{vtx}/K_{ZIP}.$$

Основная проблема реализации двухэтапной схемы заключается в том, что коэффициент сжатия K_{ZIP} определяется числом и длинами последовательностей повторяющихся символов в обрабатываемом массиве данных, а не его абсолютным размером. Поэтому сокращение $\mathcal{L}_{vtx}$ за счет увеличения погрешности кодирования на первом этапе не гарантирует достижение минимальной плотности записи данных $\mathcal{L}_{mesh}$.

Далее в разделе приводится описание алгоритма прямого огрубления вещественных координат вершин и трех вариантов их квантования с контролируемой потерей точности.

2.1. Огрубление координат

Огрубление координат представляет собой самый простой и одновременно малоэффективный подход к сокращению размера соответствующего блока данных. Суть подхода заключается в отбрасывании N_{mesh}^{cut} младших разрядов мантиссы двоичного представления вещественных чисел. Фиксированное по сетке значение параметра N_{mesh}^{cut} подбирается, как правило, на основе эмпирической оценки количества значащих цифр.

В случае ввода ограничений на изменение шага дискретизации максимальное число отбрасываемых разрядов отдельной вершины (N_i^{cut}) должно удовлетворять условию

$$\left| \boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_i^{N_i^{cut}} \right| \leq R_i^{max}.$$

Сдвиг вершины после сокращения длины мантиссы зависит от конкретных значений координат. Поэтому параметр N_i^{cut} может меняться в довольно широких пределах.

На рис. 2 показан пример распределения числа отбрасываемых разрядов при огрублении 32-битных вещественных координат вершин равномерной (шаг $h_{mesh} = 0.2$) треугольной сетки, построенной внутри окружности (радиус окружности $r_{circle} = 50$). Центр расчетной области совпадает с началом системы координат. Сетка состоит из 224983 вершин и 448392 ячеек. Смещение вершин ограничивается расстоянием $R_i^{max} = 0.05 h_{mesh} = 0.01$.

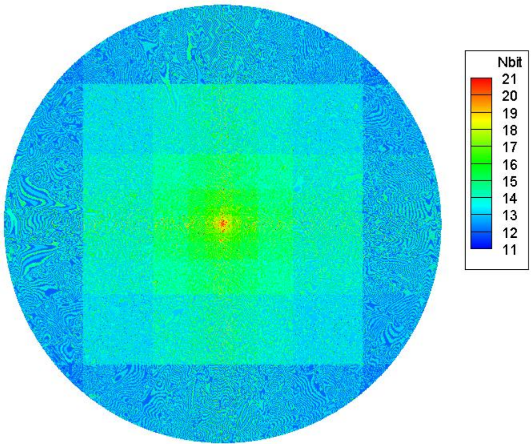


Рис. 2. Распределение значений параметра огрубления отдельных вершин.

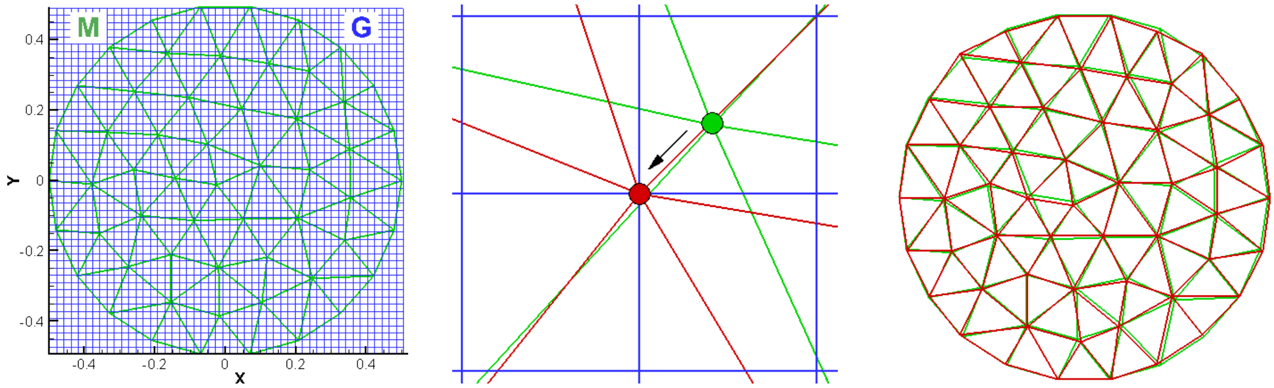
Допустимая степень огрубления падает при увеличении абсолютных значений координатных компонент. В целом по сетке параметр меняется на отрезке $N_i^{cut} \in [11; 21]$. При этом координаты более чем 90% вершин могут быть записаны с огрублением 12-15 разрядов мантиссы (рис. 3), а доля вершин с минимальным значением $N_i^{cut} = 11$ составляет 0.02% от их общего числа. И, соответственно, для минимизации объема записываемых данных необходимо дополнительно кодировать параметр огрубления каждой вершины.

Рис. 3. Соотношение долей вершин с разной степенью огрубления.

В настоящей работе огрубление координат рассматривается как улучшенный аналог их прямого сжатия без потери точности. Число отбрасываемых разрядов мантиссы фиксируется на уровне $N_{mesh}^{cut} = \min_i N_i^{cut}$.

2.2. Квантование глобальных координат

Квантование вещественных координат можно считать самым распространенным методом кодирования позиций вершин. Его популярность объясняется логической простотой реализации и возможностью обработки сеток с произвольным типом элементов. Суть подхода геометрически описывается следующим образом (рис. 4).



а) исходная сетка и решетка в охватывающем прямоугольнике

б) сдвиг узлов (квантование координат)

в) исходная (зеленые линии) и огрубленная (красные линии) сетки

Рис. 4. Квантование координат.

Вокруг расчетной сетки **M** строится минимальный охватывающий параллелепипед, ребра которого параллельны координатным осям. Объем параллелепипеда заполняется кубической решеткой **G** с фиксированным шагом

$$q_G = \frac{2}{\sqrt{3}} \min_i R_i^{max}. \qquad (2.1)$$

Кодирование координат состоит в переносе вершин **M** в ближайшие узлы **G**, что эквивалентно квантованию компонент $\boldsymbol{x}_i$ с шагом q_G. В результате тройка вещественных чисел заменяется тройкой целочисленных индексов $\mathbf{I_i} = \{\mathrm{I}_i^x, \mathrm{I}_i^y, \mathrm{I}_i^z\}$, где

$$\mathrm{I}_i^{\chi=x,y,z} = \left\lfloor \frac{\chi_i - \min_i \chi_i}{q_G} + 0.5 \right\rfloor.$$

Символ $\lfloor \cdot \rfloor$ обозначает округление до наименьшего целого.

Обратное декодирование огрубленных значений выполняется по правилу

$$\tilde{\chi}_i = \min_i \chi_i + \mathrm{I}_i^\chi q_G.$$

Погрешность квантования по одному направлению ограничивается $q_G/2$, а суммарное расстояние сдвига с учетом (2.1) отвечает условию заданной точности кодирования $R_i \le \min_i R_i^{max}$.

Разрядность координатных индексов зависит от числа уровней квантования по направлению их осей

$$\mathcal{L}_{vtx}^\chi = \left\lceil \log_2 \left(\frac{\max_i \chi_i - \min_i \chi_i}{q_G} \right) + 1 \right\rceil. \qquad (2.2)$$

Символ $\lceil \cdot \rceil$ обозначает округление до наибольшего целого.

В соответствии с (2.2) плотность записи данных $\mathcal{L}_{vtx}$ определяется размерами расчетной области и минимальным шагом сетки, от которого в свою очередь зависит шаг квантования. И, например, $\mathcal{L}_{vtx}$ у локально сгущающихся сеток для расчетов задач внешнего обтекания тел будет меняться пропорционально расстоянию от объектов до внешних границ области. Кроме того, фиксированная по сетке точность кодирования данных здесь оказывается избыточной в области дальнего поля, заполненной небольшим количеством ячеек максимального размера.

2.3. Квантование локальных координат

Алгоритмы комплексной упаковки геометрии тетраэдральных сеток [2] реализуют переход от явной записи топологии элементов к кодированному описанию процедуры генерации сетки путем продвижения фронта [3]. В процессе решения задачи координаты вершин последовательно записываются в отдельный поток данных. Новая вершина добавляется в поток, если она используется для построения очередного сеточного элемента, но не принадлежит фронту. При этом позиция вершины, как вариант, может быть задана ее локальными координатами $\hat{\boldsymbol{x}}_i = \{\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i\}$:

$$\begin{aligned}
\hat{x}_i &= \hat{\imath}_i^x\left(x_i - x_{\hat{O}_i}\right) + \hat{\imath}_i^y\left(y_i - y_{\hat{O}_i}\right) + \hat{\imath}_i^z\left(z_i - z_{\hat{O}_i}\right);\\
\hat{y}_i &= \hat{\jmath}_i^x\left(x_i - x_{\hat{O}_i}\right) + \hat{\jmath}_i^y\left(y_i - y_{\hat{O}_i}\right) + \hat{\jmath}_i^z\left(z_i - z_{\hat{O}_i}\right);\\
\hat{z}_i &= \hat{k}_i^x\left(x_i - x_{\hat{O}_i}\right) + \hat{k}_i^y\left(y_i - y_{\hat{O}_i}\right) + \hat{k}_i^z\left(z_i - z_{\hat{O}_i}\right).
\end{aligned}$$

Центр правой декартовой прямоугольной системы координат $\hat{\boldsymbol{O}}_i = \left\{x_{\hat{O}_i}, y_{\hat{O}_i}, z_{\hat{O}_i}\right\}$ совпадает с центром треугольника фронта в основании тетраэдра. Ориентация осей $\hat{O}x_i$, $\hat{O}y_i$, $\hat{O}z_i$ с базисными векторами $\hat{\boldsymbol{\imath}}_i = \left\{\hat{\imath}_i^x, \hat{\imath}_i^y, \hat{\imath}_i^z\right\}$, $\hat{\boldsymbol{\jmath}}_i = \left\{\hat{\jmath}_i^x, \hat{\jmath}_i^y, \hat{\jmath}_i^z\right\}$ и $\hat{\boldsymbol{k}}_i = \left\{\hat{k}_i^x, \hat{k}_i^y, \hat{k}_i^z\right\}$ соответственно устанавливается следующим образом. Оси $\hat{O}x_i$ и $\hat{O}y_i$ лежат в плоскости треугольника, а ось $\hat{O}z_i$ направлена внутрь объема тетраэдра ($\hat{z}_i > 0$). На рис. 5 показан пример инициализации локальной системы координат для кодирования тетраэдра ABCD по основанию ABC с добавлением вершины D в координатный поток. Центр локальной системы координат помещен в центр масс треугольника ABC. Ось $\hat{O}x_D$ лежит в плоскости основания и параллельна ребру AB. Ось $\hat{O}z_D$ перпендикулярна плоскости треугольника.

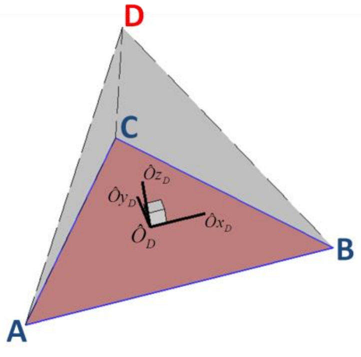


Рис. 5. Пример построения локальной системы координат.

Вычисление компонент локальных координатных индексов

$$\hat{\mathrm{I}}_i^{\chi=x,y,z} = sign(\hat{\chi}_i)\left\lfloor\frac{\hat{\chi}_i}{q_g} + 0.5\right\rfloor$$

происходит одновременно с добавлением вершины. Ребра решетки $\widehat{\mathbf{G}}_{\mathrm{i}}$ параллельны осям $\hat{O}xyz_i$, а ее центр (вершина с нулевыми индексами по всем направлениям) совпадает с $\widehat{\boldsymbol{O}}_i$ (рис. 6).

Рис. 6. Квантование локальных координат.

Затем выполняется обратная последовательность действий по определению координаты $\widetilde{\boldsymbol{x}}_i$, которая становится актуальной позицией новой вершины фронта. Инициализация $\hat{O}xyz_i$ и $\widehat{\boldsymbol{x}}_i$ на основе огрубленных координат ранее обработанных вершин является обязательным условием корректной работы алгоритма декодирования.

Целочисленные координаты $\hat{\mathrm{I}}_i^{\chi=x,y}$ могут принимать как положительные, так и отрицательные значения. Перед сжатием данных с использованием универсального алгоритма их целесообразно преобразовать к положительным сдвигам относительно минимальных значений по сетке

$$\widehat{\mathrm{Ip}}_i^{\chi} = \hat{\mathrm{I}}_i^{\chi} - \min_i \hat{\mathrm{I}}_i^{\chi}.$$

Переход от $\hat{\mathrm{I}}_i^{\chi}$ к $\widehat{\mathrm{Ip}}_i^{\chi}$ в частных случаях позволяет сократить отведенный под знак разряд переменной.

Вне зависимости от ориентации глобальной и локальных систем координат размеры охватывающих параллелепипедов отдельных тетраэдров будут меньше размеров охватывающего параллелепипеда области построения сетки. Таким образом, справедливо неравенство

$$\max_i \hat{\chi}_i - \min_i \hat{\chi}_i \ll \max_i \chi_i - \min_i \chi_i.$$

И, следовательно, плотность записи данных после квантования локальных координат с шагом q_G будет ниже плотности записи глобальных индексов, соответствующих аналогичному шагу квантования.

Теоретически эффективность метода может быть повышена путем минимизации длин отрезков $[\min_i \hat{\chi}_i; \max_i \hat{\chi}_i]$ за счет переноса $\widehat{\boldsymbol{O}}_i$ в ближайшую окрестность $\boldsymbol{x}_i$. Главная проблема реализации данного подхода состоит в присутствии вырожденных элементов среди ячеек тетраэдральных сеток. Алгоритмы предсказания позиции четвертой вершины базируются на предположении о стремлении формы ячейки к правильному многограннику. Поэтому погрешность определения координат недостающей вершины деформированного тетраэдра оказывается сопоставима с длиной ребра его охватывающего параллелепипеда. И, таким образом, обсуждаемая модификация алгоритма, как правило, не дает практического результата.

2.4. Квантование локальных координат с масштабированием

Основной недостаток метода квантования локальных координат состоит в зависимости между плотностью записи данных и видом функции сгущения сетки. В соответствии с (1.1) и (2.1) глобальный шаг квантования кратен погрешности огрубления координат вершин в зоне минимального сеточного шага. В свою очередь, интервалы изменения координатных компонент $\hat{\chi}_i$ увеличиваются пропорционально максимальному шагу сетки. И, следовательно, суммарная разрядность координатных индексов $\mathcal{L}_{vtx}$ будет возрастать вместе с коэффициентом $K_h = \max_i h_i / \min_i h_i$. Кроме того, как и в случае квантования глобальных координат, не используется потенциальная возможность смягчения требований к точности кодирования в зонах разгрубления сетки.

Одним из условий проведения расчетов на тетраэдральной сетке является ограничение степени деформации ее элементов. Как вариант, качество тетраэдра или правильность его формы характеризуется значением критерия $Q_i = l_i^{max} / l_i^{min}$, который равен отношению максимальной и минимальной длин его ребер. То есть ячейки сетки должны отвечать условию $Q_i \leq Q_{max}$ вне зависимости от своего размера. Отсюда можно предположить, что интервал изменения локальных координат вершин после их масштабирования на среднюю длину ребер ($\hat{l}_i^{ref}$) соответствующих фронтальных треугольников

$$\hat{\chi}_i^{ref} = \frac{\hat{\chi}_i}{\hat{l}_i^{ref}}$$

уже не должен зависеть от параметров функции сгущения сетки. Ширина интервала будет определяться значением критерия качества сетки $Q_{mesh} = \max_i Q_i$.

Допустимый шаг квантования $\hat{\chi}_i^{ref}$ для отдельной вершины вычисляется по формуле

$$\hat{q}_i^{ref} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{R_i^{max}}{\hat{l}_i^{max}},$$

где $\hat{l}_i^{max}$ – максимальная из осредненных длин ребер противолежащих граней тетраэдров, которым принадлежит вершина. Глобальный шаг квантования масштабированной координаты задается как

$$\hat{q}_G^{ref} = \gamma \min_i \hat{q}_i^{ref}. \qquad (2.3)$$

Таким образом, применительно к исходной задаче для квантования локальных координат каждой вершины будет использоваться своя решетка с индивидуальным шагом

$$\hat{q}_i = \hat{q}_G^{ref} \hat{l}_i^{ref}.$$

Значения параметров $\hat{l}_i^{max}$ и $\hat{q}_G^{ref}$ вычисляются на основе координат $\boldsymbol{x_i}$ до начала процедуры компрессии сеточной топологии. Коэффициент $\gamma \leq 1$ в (2.3) компенсирует возможное увеличение $\hat{l}_i^{max}$ после огрубления координат в процессе решения задачи. Оптимальное значение γ подбирается экспериментально.

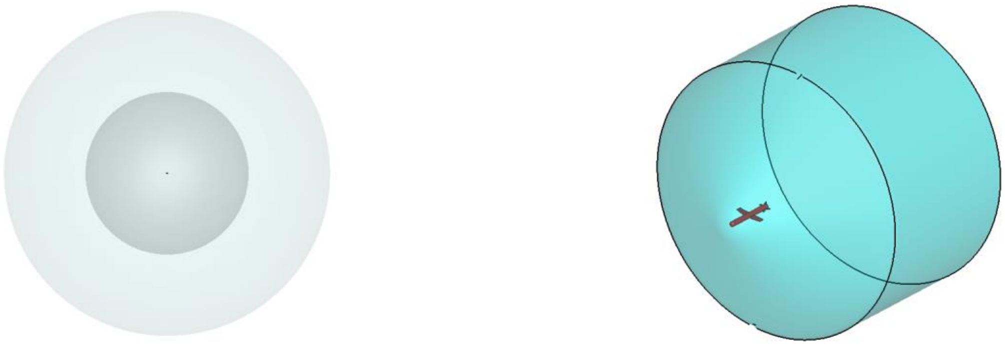
Использование описанного метода позволяет стабилизировать плотность записи координатных индексов вершин неравномерных сеток ($K_h \gg 1$) и варьировать погрешность кодирования данных в соответствии с характерным размером ячеек.

3. Результаты экспериментов

В данном разделе работы приводятся сравнительные результаты упаковки координатного блока данных трех сгущающихся тетраэдральных сеток, содержащих от 0.88 до 1.05 миллиона вершин.

3.1. Расчетные сетки

Эффективность различных методов упаковки данных оценивается на примере компрессии координат вершин трех неравномерных тетраэдральных сеток. Двусвязная область генерации тестовой сетки **SPH1** представляет собой сферу, в центре которой находится вторая сфера с единичным диаметром. Область построения сетки **SPH2** выглядит аналогичным образом и отличается увеличенным в два раза радиусом сферической поверхности на внешней границе (рис. 7а). Тетраэдризация **FLY** является примером расчетной сетки для моделирования обтекания объекта сложной формы (рис. 7б).



а) **SPH1** и **SPH2** б) **FLY**

Рис. 7 Области построения сеток.

Алгоритмы сгущения сеток визуально отображены на рис. 8. Плотность пространственной дискретизации увеличивается вблизи поверхностей внутренних объектов. Сетки **SPH1** и **SPH2** совпадают в зоне пересечения расчетных областей.

а) **SPH1** и **SPH2** б) **FLY**

Рис. 8. Алгоритм сгущения сеток.

Характерные параметры тетраэдризаций приводятся в табл. 1. Охватывающие параллелепипеды расчетных областей по форме близки к кубам. Коэффициент K_h меняется от 424 до 2005 раз, но критерий качества Q_{mesh} принимает довольно близкие значения.

Таблица 1

Параметр	Сетка		
	SPH1	SPH2	FLY
Число вершин	8817121		1 048 276
Число тетраэдров	5200877		5 694 706
Размеры охватывающих параллелепипедов	100 x 100 x 100	200 x 200 x 200	44.5 x 50 x 50
K_h	824	2005	424
Q_{mesh}	3.42	3.42	4.03

Координаты вершин изначально записываются генераторами в текстовом формате. Используется нормализованная экспоненциальная форма записи вещественных чисел с мантиссой, содержащей от 8 до 12 десятичных цифр после запятой. В процессе обработки данных исходные значения хранятся как 64-разрядные переменные типа double.

3.2. Результаты компрессии данных

Погрешность кодирования координат всех сеточных вершин, включая триангуляцию границ области, ограничивается на уровне $\bar{R}_{mesh} = 5 \cdot 10^{-3}$. Условные обозначения применяемых на первом этапе методов кодирования даны в табл. 2. На втором этапе для сжатия данных без потери точности используются программные модули библиотеки ZLIB [4].

Таблица 2

Метод	Условное обозначение
Огрубление с отбрасыванием младших разрядов мантиссы (раздел 2.1)	CutBit
Квантование глобальных координат (раздел 2.2)	qBoundingBox
Квантование локальных координат (раздел 2.3)	qAdvFront
Квантование локальных координат с масштабированием (раздел 2.4)	qAdvFrontScale

Плотность записи данных $\mathcal{L}_{vtx}$ (единица измерения – бит на одну вершину) после первого этапа кодирования приводится в табл. 3. Координаты вершин всех сеток могут быть преобразованы к вещественным переменным одинарной точности. Далее в пределах заданной погрешности возможно отбрасывание только 4-7 разрядов мантиссы. При этом сложно сформулировать какую-либо зависимость между плотностью записи огрубленных координат и параметрами сетки. Результаты квантования глобальных координат вершин сеток **SPH1** и **SPH2** четко демонстрируют снижение коэффициента компрессии при увеличении длин ребер охватывающего параллелепипеда. Переход к квантованию локальных координат повышает коэффициент упаковки данных в среднем на 25%. Но и здесь видна взаимосвязь между эффективностью метода и значением параметра K_h . Максимальный коэффициент компрессии демонстрирует подход, основанный на квантовании локальных координат после их масштабирования. Шаг квантования $\hat{q}_G^{ref}$ вычисляется с подстановкой в (2.3) значения параметра $\gamma = 1$. Из представленных результатов следует, что плотность записи координатных индексов не зависит от алгоритма сгущения сетки и размеров расчетной области. Для рассматриваемых примеров масштабирование улучшает коэффициент сжатия в 1.4 – 1.6 раза. Однако следует еще раз отметить, что снижение плотности записи данных обусловлено плавающей погрешностью их кодирования. В случае $R_i^{max} = const$

квантование локальных координат как с масштабированием, так и без него должно давать примерно одинаковый результат.

Таблица 3

	SPH1	SPH2	FLY
CutBit	75	75	84
qBoundingBox	66	72	66
qAdvFront	54	59	51
qAdvFrontScale	36	36	36

Коэффициенты повторного сжатия данных с использованием подпрограмм библиотеки ZLIB представлены в табл. 4.

Таблица 4

	SPH1	SPH2	FLY
CutBit	1.33	1.32	1.54
qBoundingBox	1.21	1.27	1.37
qAdvFront	1.27	1.37	1.56
qAdvFrontScale	1.11	1.11	1.27

Коэффициент упаковки данных без потери точности составляет от 1.11 до 1.56 раза. Минимальным значением K_{ZIP} характеризуются результаты сжатия массивов индексных переменных, полученных после квантования локальных координат с масштабированием. При этом вне зависимости от метода кодирования координат на первом этапе в дальнейшем лучше всего упаковываются данные, относящиеся к сетке **FLY**.

Таблица 5

	SPH1	SPH2	FLY
CutBit	56.58	56.70	54.70
qBoundingBox	54.58	56.52	48.24
qAdvFront	42.57	43.10	32.65
qAdvFrontScale	32.49	32.49	28.25

Финальные значения плотности записи $\mathcal{L}_{mesh}$ даны в табл. 5. Несмотря на заметные отличия результатов второго этапа сжатия данных, полученная на первом этапе расстановка методов по эффективности сохраняется. Минимальной плотностью $\mathcal{L}_{mesh}$ характеризуется метод, основанный на квантовании локальных координат с масштабированием. В среднем по трем сеткам для хранения координат требуется 31.07 бита на одну вершину, что соответствует коэффициенту упаковки 3.1 раза относительно представления координатных компонент как вещественных чисел одинарной точности.

В табл. 6 представлены отклонения геометрических параметров расчетной сетки **FLY** после кодирования координат с использованием метода qAdvFrontScale.

Таблица 6

Параметр	Значение параметра	
	Максимальное	Среднее
$\bar{R}_i$	$3.32 \cdot 10^{-3}$	$7.42 \cdot 10^{-4}$
Изменение длины ребра тетраэдра (%)	0.26	0.03
Изменение объема тетраэдра (%)	0.45	0.05
Изменение двугранного угла (град)	0.21	0.02

Максимальный относительный сдвиг вершины с исходной позиции составляет 66% от заданной величины $\bar{R}_{mesh}$. Изменение длин сеточных ребер и объемов тетраэдров не превосходит 0.5%. Таким образом, можно утверждать, что огрубление координат не приводит к заметному изменению формы сеточных ячеек.

Заключение

В настоящей работе сформулирован критерий оценки относительной погрешности алгоритмов, применяемых для компрессии координат вершин нерегулярных сеток. Предложен метод кодирования позиций вершин тетраэдральных сеток, основанный на квантовании их локальных координат с масштабированием на характерный размер элементов. Показано, что при использовании алгоритмов комплексного сжатия координатного и топологического блоков данных применение метода обеспечивает максимальный коэффициент компрессии координат.

Список литературы

1. Maglo A., Lavoué G., Dupont F., Hudelot C. 3D mesh compression: Survey, comparisons, and emerging trends. ACM Computing Surveys (CSUR) 47 (3), 44
2. Суков С.А. Метод сжатия топологии тетраэдральных сеток // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 134. 22 с. doi:10.20948/prepr-2018-134 URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-134
3. Суков С.А. Методы генерации тетраэдральных сеток и их программные реализации // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2015. № 23. 22 с. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-23
4. Электронный ресурс: zlib. http://zlib.net/