

<u>ИПМ им.М.В.Келдыша РАН</u> • <u>Электронная библиотека</u> <u>Препринты ИПМ</u> • <u>Препринт № 60 за 2019 г.</u>

ISSN 2071-2898 (Print) ISSN 2071-2901 (Online)

#### Гуо Пэн, Ивашкин В.В.

Анализ точностей определения орбит опасных астероидов моделированием оптических измерений космической системы «Небосвод»

*Рекомендуемая форма библиографической ссылки:* Гуо Пэн, Ивашкин В.В. Анализ точностей определения орбит опасных астероидов моделированием оптических измерений космической системы «Небосвод» // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2019. № 60. 32 с. doi:<u>10.20948/prepr-2019-60</u>

URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-60

### Ордена Ленина ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М.В.Келдыша Российской академии наук

## П. Гуо, В.В. Ивашкин

## Анализ точностей определения орбит опасных астероидов моделированием оптических измерений космической системы «Небосвод»

#### П. Гуо, В.В. Ивашкин

## Анализ точностей определения орбит опасных астероидов моделированием оптических измерений космической системы «Небосвод»

Работа посвящена исследованию навигационных характеристик, В «Небосвод», частности, точностей навигации космической системы предназначенной для обнаружения опасных небесных тел. Разработаны методика и алгоритмы для определения параметров орбитального движения опасных астероидов по оптическим космическим измерениям системы «Небосвод» и для оценки точностей навигации по этим измерениям с учетом уточнения параметров мешающих факторов и практических ограничений на наблюдений. Получены оценки точностей проведение навигации при наблюдении опасных астероидов Апофис, 2008 ТСЗ и Челябинского метеорита с помощью космической системы «Небосвод».

*Ключевые слова:* определение орбиты, опасное небесное тело, космическая система «Небосвод», астероид Апофис, Челябинский метеорит, астероид 2008 ТСЗ, точность навигации, мешающие факторы

#### Peng Guo, Vyacheslav Vasilievich Ivashkin

#### An accuracy analysis for determining the orbits of hazardous asteroids by modeling the "Nebosvod" space system optical measurements

The paper is devoted to the study of navigation characteristics, in particular, the navigation accuracy for the "Nebosvod" space system, which is being aimed to detect hazardous celestial bodies. The methods and algorithms have been developed for determining the parameters of the orbital motion of hazardous asteroids using the optical space measurements by the "Nebosvod" system and for estimating the navigation accuracies based on these measurements, taking into account nuisance parameters corrections and practical limitations on the observations. The estimates of navigation accuracies have been obtained for observing asteroid Apophis, asteroid 2008 TC3 and Chelyabinsk meteorite based on modeling measurements by the "Nebosvod" space system.

*Keywords:* orbit determination, hazardous celestial body, "Nebosvod" space system, asteroid Apophis, Chelyabinsk meteorite, asteroid 2008 TC3, navigation accuracy, nuisance parameters

### Введение

В настоящее время одной из актуальных задач в проблеме обеспечения астероидно-кометой безопасности Земли является создание космической системы космического мониторинга обсерватории как лля массового обнаружения опасных для Земли небесных тел (ОНТ) с помощью современных космических телескопов. Важным шагом к реализации такой системы явился запуск космического телескопа WISE/NEOWISE (НАСА) в 2009 г., который был размещен на солнечно-синхронной орбите Земли на высоте ~500 км. Известны также канадский спутник NEOSSat (2013 г.), немецкий спутник Asteroid Finder (2014 г.) и др. Кроме того, Фонд В612 (США) проектирует новый инфракрасный космический телескоп «Охранник» (лат. Sentinel), который предлагается разместить на близкой к Венере гелиоцентрической орбите. В России также исследуются возможности создания космических систем для обнаружения ОНТ, таких как системы «ЭКОЗОНТ», «Космический барьер», «СОДА», «ОЗСО» и др. Российской корпорацией «Комета» проектируется космическая система «Небосвод» для обнаружения и мониторинга опасных небесных тел, а также крупных элементов космического мусора в околоземном космическом пространстве [1, 2].

В последние годы астероид 99942 Апофис [3-7], который опасно сблизится с Землёй в 2029 г. и далее, стал весьма важным объектом для исследования различных аспектов проблемы АКО. Для астероида Апофис существует некоторая теоретическая вероятность его столкновения с Землёй в 2036 г. и в последующие годы. Вероятность таких столкновений непосредственно связана с характеристиками тесного сближения Апофиса с Землёй в 2029 г. Хотя к настоящему времени с достаточной уверенностью можно утверждать, что не будет столкновения Апофиса с Землёй в 2036 г., тем не менее важно разработать средства уточнения его орбиты.

Исходя из этого в настоящей работе рассмотрены задачи моделирования движения, наблюдения и измерений системой «Небосвод», определения параметров орбиты опасных астероидов на основе данных оптических измерений и оценки точностей навигации с учетом практических ограничений на проведение этих наблюдений.

Численный анализ характеристик навигации системы «Небосвод» выполнен для астероида Апофис и для недавно столкнувшихся с Землёй астероида 2008 ТСЗ и Челябинского метеороида. Это помогает лучше выявить возможности системы «Небосвод» в обнаружении не только крупных и средних, но и мелких опасных космических объектов, а также «дневных» астероидов, приближающихся к Земле со стороны Солнца и трудно наблюдаемых с помощью наземных оптических средств.

### 1. Алгоритм решения навигационных задач определения и оценки точности определения орбиты опасного астероида по оптическим космическим измерениям системы «Небосвод»

Данный раздел посвящен разработке методики и алгоритмов решения навигационных задач по определению орбиты опасного астероида и оценке точности навигации на основе оптических космических измерений системы «Небосвод». Описаны структура системы «Небосвод» и её состав. Выполнено моделирование оптических измерений с борта КА системы «Небосвод» с введением ошибок измерений и мешающих факторов. Разработаны методика и алгоритмы для оптимальной обработки измерений, определения орбиты астероида и оценки точности навигации с учетом мешающих факторов и практических ограничений на видимость астероида при наблюдении системой «Небосвод».

В состав системы «Небосвод» включаются два космических комплекса [1, «Небосвод-1» Первый космический комплекс – 2]. – c двумя КА, орбитах (КАГСО), установленными на геосинхронных близких к геостационарной орбите. Он регулярно осматривает всю небесную сферу, кроме околосолнечной области из-за засветки Солнцем оптической аппаратуры. Для КАГСО выбраны следующие основные параметры начальных орбит для того, чтобы обеспечить управление ими из районов Подмосковья и Дальнего Востока России: наклонение орбит  $i=11^{\circ}...12^{\circ}$ , географическая долгота восходящего узла орбит  $\Omega_G \approx 35^\circ$  и 135°, период обращения 86164 с  $\approx 23$  ч 56 мин, высота перигея 34000 км, аргумент перигея  $\omega = 0^{\circ}$  [1]. Второй космический комплекс – «Небосвод-2» – с одним или двумя космическими аппаратами, установленными на гелиоцентрической орбите Земли (КАГЦО) на расстоянии около 40 млн км от Земли, регулярно осматривает «сбоку» пространство между Солнцем и Землёй, недоступное для наблюдения оптическими средствами с Земли и с околоземных орбит, в том числе с КАГСО [2]. На каждом КА системы «Небосвод» устанавливаются один или два высокоточных телескопа с апертурой 1.5 м. Предполагается, что с помощью системы «Небосвод» можно будет оперативно обнаруживать ОНТ размером 50–100 м и более и быстро определять параметры его орбиты до столкновения с Землей — для выдачи сигналов космическим системам противодействия или в МЧС для принятия соответствующих мер по снижению ущерба от столкновения [1, 2].

В рамках анализа характеристик навигации на основе моделирования измерений системы «Небосвод» рассмотрим вариант системы, включающий в себя четыре КА. Для простоты обозначим два КАГСО из комплекса «Небосвод-1» через КА-1 и КА-2, а два КАГЦО из комплекса «Небосвод-2» – через КА-3 и КА-4, причем КА-3 – впереди Земли, а КА-4 – позади Земли. На рис. 1 показана схема размещения КА системы «Небосвод» в околоземном пространстве. Полагаем, что опасный астероид может тесно сблизиться с Землей. Расстояния от КА-3 и КА-4 до Земли приняты  $d_1 \approx d_2 \approx 40$  млн км (0.267 а.е.), при этом углы между направлениями от Солнца на КА-3 (и КА-4) и на Землю

*θ*<sub>1</sub>≈*θ*<sub>2</sub>≈15.3° (см. рис. 1).

В таблице 1 приведены принятые элементы начальных орбит КА системы «Небосвод». Элементы орбит КА-1 и КА-2 приведены в геоцентрической геоэкваториальной инерциальной прямоугольной системе координат (СК) на эпоху J2000. Большая полуось орбит КА-1 и КА-2: a=42164 км. Период 86164 с. Их эксцентриситеты обеспечат перигейную высоту равной 34000 км. Долготы всходящего узла  $\Omega$  для КА-1 и КА-2 выбираются так, чтобы их начальные географические долготы восходящего узла  $\Omega_G$  были равны 35° и 135° соответственно. Время прохождения перигея  $t_{\pi}$  для КА-1 и КА-2 было условно взято 0 ч, 01.03.2029 г. Элементы орбит КА-3 и КА-4 относятся к гелиоцентрической эклиптической СК на эпоху J2000, они близки к элементам орбиты Земли. Здесь  $t_{\pi e} = 2456661.135699795$  (JD) – время, близкое к времени прохождения через перигелий для Земли. Для обеспечения расстояния от КА-3, 4 до центра Земли близким к 40 млн км принят момент времени прохождения перигелия для КА-3 (впереди Земли) и КА-4 (позади Земли) равным  $t_{\pi e}$  –15.6 сут и  $t_{\pi e}$  +15.6 сут (см. табл. 1).



Рис. 1. Схема размещения КА космической системы «Небосвод»

Параметры	КА-1	КА-2	КА-3	КА-4
а, км	42164	42164	149598261.14144	149598261.14144
е	0.04235841	0.04235841	0.01671123	0.01671123
i, °	11	12	0	0
ω (π), °	0	0	102.94719	102.94719
Ω, °	194.0836	294.0836	—	—
$\Omega_{ m G},^{\circ}$	35	135	_	—
$t_{\pi}$ , UTC	01.03.2029	01.03.2029	<i>t</i> <sub><i>πе</i></sub> -15.6 сут	<i>t<sub>πe</sub></i> +15.6 сут

Таблица 1. Принятые начальные элементы орбит КА системы «Небосвод».

Для номинальных траекторий движения КА системы «Небосвод» рассмотрены разные математические модели их описания. Для этого векторы состояния КА-1 и КА-2 определяются численным интегрированием

дифференциальных уравнений (ДУ) движения ИСЗ в геоцентрической геоэкваториальной инерциальной прямоугольной СК с учетом основных возмущений – несферичности Земли, а также притяжения Луны и Солнца. При учете несферичности Земли применена стандартная модель гравитационного поля EGM2008 и учтены гармоники до 10 степени включительно. Для КА-3 и КА-4 принято невозмущенное кеплеровское движение.

Математическая модель орбитального движения наблюдаемого астероида вокруг Солнца описывается с помощью системы ДУ в гелиоцентрической геоэкваториальной инерциальной СК ОХҮZ на эпоху J2000 с учетом возмущений от притяжения больших небесных тел (Меркурий, Венера, Земля, Луна, Юпитер и др.) как точечных тел, сжатия Земли (с точностью до второй зональной гармоники  $J_2$ ), а также давления солнечного света. Предполагается, что с борта КА системы «Небосвод» выполняется визирование неба, опознавание звезд и астероида, определение его положения на фоне звезд, расчет углов – прямого восхождения  $\alpha$  и склонения  $\delta$ , определяющих линию визирования КА-астероид и принимаемых за измерения, на основе которых определяется орбита астероида.

Разработан алгоритм анализа видимости астероида при его наблюдении с борта КА системы «Небосвод» с учетом практических ограничений на условия оптического наблюдения астероида – по затенению Землёй и Луной, засветке Солнцем (угол  $\beta$  между направлениями с КА на астероид и на центр Солнца должен быть не меньше 30°) и допустимой яркости астероида. Видимая звездная величина (зв.в.)  $m_{\beta}$  на момент наблюдения не должна превышать проницающую силу телескопа, характеризующуюся предельной зв.в. *т*<sub>прел</sub> при наблюдении наиболее слабых звезд. Яркость астероида для КА-наблюдателя зависит не только от расстояния наблюдения, фазового угла Солнца, но и от его физических характеристик, в том числе размера и альбедо. При этом видимая зв.в. *т*<sub>в</sub> астероида определяется по широко применяемой полуэмпирической формуле Боуэлла, которая является функцией от абсолютной зв.в.  $m_a$  и местоположения астероида относительно Солнца и КА-наблюдателя. Для проектируемых космических телескопов системы «Небосвод» с апертурой 1.5 м принято, что *m*<sub>пред</sub>=25<sup>m</sup>. Для выявления зоны видимости астероида для КА рассмотрены их движения относительно Солнца и Земли во вращающейся СК.

На рис. 2 теневыми показаны доступные области визирования для наблюдения объектов с абсолютной зв.в.  $m_a=20^{\rm m}-25^{\rm m}$  ( $D\sim340-34$  м) с борта КА системы «Небосвод». Здесь исключена недоступная область наблюдения из-за засветки Солнцем при  $\beta < 30^{\circ}$ . Видно, что наблюдение слабых объектов с  $m_a=25^{\rm m}$  ( $D\sim34$  м) доступно в относительно малой области, имеющей форму «сердца». С уменьшением  $m_a$ , т.е. с увеличением размера объекта, расширяется зона видимости для КА. Заметим, что для каждой зоны видимости имеется предельная дальность наблюдения  $r_{\rm max}$  с борта КА, при превышении которой объект нельзя увидеть. Для  $m_a=25^{\rm m}$  ( $D\sim34$  м) будет  $r_{\rm max}\approx3$  а.е. в теневой стороне Земли при нулевом угле фазы. Для  $m_a=20^{\rm m}$  ( $D\sim340$  м) будет  $r_{\rm max}\approx3$  а.е. в околосолнечной области при  $\beta=30^{\circ}$ .

На рис. 3 приведена зависимость предельной дальности наблюдения  $r_{\rm max}$  с

борта КА от абсолютной зв.в.  $m_a$  (или диаметра D) наблюдаемого объекта и проницающей силы телескопа  $m_{пред}$ . Для большинства астероидов, имеющих альбедо  $A_g \approx 0.15$ , абсолютные зв.в.  $m_a$  соответствуют их размерам. Доступная область наблюдения существенно расширяется с увеличением проницающей силы телескопа  $m_{пред}$ .



Рис. 2. Доступные области при наблюдении объектов с абсолютной зв.в.  $m_a$  от  $20^m$  до  $25^m$  с борта КА системы «Небосвод»



Рис. 3. Предельная дальность наблюдения  $r_{\text{max}}$  с борта КА в зависимости от абсолютной зв.в. объекта  $m_a$  и проницающей силы телескопа  $m_{\text{прел}}$ 

Рассмотрена постановка задачи определения орбиты астероида по измерениям системы «Небосвод» с учетом мешающих факторов, в том числе ошибок модели движения астероида и модели измерительной системы, априорной информации о начальном состоянии, а также систематических ошибок измерений. Полагаем, что вероятностные характеристики этих факторов и ошибок измерений известны: они имеют нормальное распределение с заданными математическими ожиданиями и ковариационными матрицами.

Для определения среднеквадратичных (с/к) отклонений или ошибок (СКО) прямого восхождения  $\alpha$  и склонения  $\delta$  использованы соотношения:  $\sigma_a = \sigma_{\mu}/\cos\delta$ ,  $\sigma_{\delta} = \sigma_{\mu}, \sigma_{\mu} = (\sigma_{\mu 1}^{2} + \sigma_{\mu 2}^{2})^{1/2},$  где  $\sigma_{\mu 1} - CKO$  угловых измерений, для него рассмотрены три варианта: 1"; 0.2"; 0.02";  $\sigma_{\mu 2}$  – СКО измерений за счет неточечного характера объекта, зависящее от размера объекта и расстояния наблюдения;  $\sigma_{\mu}$  – суммарное СКО угловых измерений. Рассмотрены две модели систематических ошибок угловых измерений. Для первой модели их значения приняты постоянными  $\mu_a$  $\mu_{\alpha} = \mu_{\delta} = \sigma_{\text{H1}}.$ Для второй модели значения и  $\mu_{\delta}$ : ИХ случайные рассматриваются (одинаковые для как всех измерений), распределенные по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и СКО  $\sigma_{\mu\alpha}$  и  $\sigma_{\mu\delta}$ . Принято:  $\sigma_{\mu\alpha} = \sigma_{\mu\delta} = \sigma_{\mu1}$ .

Математическая модель движения астероида вокруг Солнца описана выше. В качестве ошибок модели движения астероида рассмотрены неточно известные параметры: средний радиус, плотность и альбедо астероида, влияющие на расчет возмущающего ускорения от давления солнечного света. Они образуют вектор мешающих параметров c с ковариационной матрицей S.

Также полагаем, что задана модель движения КА и, в качестве начальных условий, параметры его вектора состояния  $z_i$ , i=1, ..., M, на время  $t_i$ . Полагаем, что они обновляются в моменты времени  $t_i$  ( $t_i < t_{i+1}$ ) на мерном интервале измерений. Обозначаем набор векторов  $z_i$ , i=1, ..., M, через  $z_I$ . В этом случае параметры состояния КА  $z_k$  на момент измерения  $t_k$ , k=1, ..., N, и их ошибки получаются прогнозированием движения КА от ближайшего предыдущего момента  $t_i$ , где  $t_i \leq t_k < t_{i+1}$ . При этом полагаем, что априорно заданные параметры состояния  $\overline{z_i}$  на момент  $t_i$  отклоняются от их истинных значений  $z_i$ , имея некоторые ошибки, ковариационная матрица которых есть  $Q_i$ . Также рассмотрен частный случай, когда априорно задаются параметры состояния КА и их ошибки на каждый момент измерений, т.е.  $t_i=t_k, z_i=z_k$  и  $Q_i=Q_k$ . Так как измеряемые углы  $\alpha$  и  $\delta$  зависят только от текущего положения КА и астероида, в этом частном случае изучается влияние ошибок положения КА на результаты обработки измерений.

Разработаны методики и алгоритмы обработки измерений и определения параметров орбиты астероида, они состоят из двух частей. Сначала определяется начальное приближение орбиты вновь открытого астероида на основе метода Гаусса и метода Херрика-Гиббса. Затем после набора некоторого достаточного числа измерений выполняется статистическая обработка измерений и итерационно уточняются параметры орбиты астероида. За основу алгоритма уточнения параметров орбиты астероида по данным траекторных измерений применен метод наименьших квадратов Гаусса-Лежандра, описанный и развитый в применении к решению задач механики космического полета в работах Акима Э.Л., Энеева Т.М., Эльясберга П.Е., Ястребова В.Д., Шапиро И., Бажинова И.К., Белоусова Л.Ю., Почукаева В.Н., Тучина А.Г., Tapley B., Vallado D.A. и др. [8-12].

Учитывая наличие и влияние на результаты навигации ряда мешающих факторов, в том числе систематических ошибок измерений, ошибок модели

движения астероида и априорной информации о начальном состоянии астероида, ошибок обновления и прогнозирования состояния КА, рассмотрены оценки точности навигации для двух вариантов алгоритма обработки навигационных измерений. В первом случае оценивается только начальное состояние системы  $x_0$ , при этом мешающие параметры есть, но они не оцениваются (будем называть этот вариант алгоритма классическим методом наименьших квадратов и кратко обозначаем его через МНК). В конструкции алгоритма фильтрации производится линеаризация нелинейных функций модели динамической и измерительной систем, а также модели измерения в окрестности приближенного решения на предыдущей итерации, которое называется опорным. Получены алгоритмы вычисления оценок вектора начального состояния системы  $x_0$ , а также его ковариационной матрицы  $K_{x0}$ :

$$\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{x}_{0}} = \left(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{P}_{0}^{-1}\right)^{-1} + \left(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{P}_{0}^{-1}\right)^{-1} \boldsymbol{B} \left(\boldsymbol{R}_{s} + \boldsymbol{H}_{c} \boldsymbol{S} \boldsymbol{H}_{c}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{H}_{z} \boldsymbol{Q} \boldsymbol{H}_{z}^{\mathrm{T}}\right) \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}} \left(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{P}_{0}^{-1}\right)^{-1}, \quad (1)$$
$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{x}_{0}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{x}_{0}}, \quad \boldsymbol{B} = \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{x}_{0}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{R}^{-1},$$

где **R** и  $R_s$  – ковариационные матрицы векторов случайных и систематических ошибок измерений;  $P_0$  – ковариационная матрица вектора ошибки априорной информации о начальном векторе состояния астероида; S – ковариационная матрица вектора c ошибок модели движения астероида; Q – ковариационная матрица вектора мешающих параметров  $z_I$  из-за ошибок обновления и прогнозирования состояния КА;  $H_{x0}$ ,  $H_c$  и  $H_z$  – матрицы частных производных от вектора измеряемых параметров по оцениваемому вектору начального состояния  $x_0$  и мешающим параметрам c и  $z_I$ , индекс T – знак транспонирования.

Во втором случае частично или полностью учитываются и уточняются мешающие параметры в динамической и измерительной системах. При этом обработки разработан алгоритм оптимальной измерений на основе модифицированного метода наименьших квадратов, или так называемого метода мешающих параметров (ММП) [9]. Суть метода заключается в том, что с точки зрения рассматриваются мешающие параметры елиной как дополнительные параметры оценивания и измеряемые параметры. Оценка определяется из условия минимизации функционала, зависящего как от невязок измерений, так и от невязок определяемых возмущений. Общая теория оценивания с уточнением мешающих параметров по данным измерений, т.н. расширенная задача оценивания, представлена в работах ряда авторов: Аким Э.Л., Энеев Т.М., Эльясберг П.Е., Тарley В., Бахшиян Б.Ц., Назаренко А.И., Назиров Р.Р., Тучин А.Г. и др. [8-12]. В данной работе получены алгоритмы вычисления оценок вектора начального состояния системы и мешающих параметров, а также их соответствующих ковариационных матриц. В частности, ковариационная матрица  $K_{x0}$  ошибок оценки начального состояния системы  $x_0$  в случае уточнения всех мешающих параметров имеет вид [12]:

$$\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{x}_{0}} = \boldsymbol{P}_{0} - \boldsymbol{P}_{0}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{x}_{0}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Re}^{-1}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{x}_{0}}\boldsymbol{P}_{0} = \left(\boldsymbol{P}_{0}^{-1} + \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{x}_{0}}^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{\Re} - \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{x}_{0}}\boldsymbol{P}_{0}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{x}_{0}}^{\mathrm{T}}\right)^{-1}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{x}_{0}}\right)^{-1}, \quad (2)$$
$$\boldsymbol{\Re} = \boldsymbol{R} + \boldsymbol{R}_{s} + \boldsymbol{H}_{\boldsymbol{x}_{0}}\boldsymbol{P}_{0}\boldsymbol{H}_{\boldsymbol{x}_{0}}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{H}_{c}\boldsymbol{S}\boldsymbol{H}_{c}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{H}_{z}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{H}_{z}^{\mathrm{T}},$$

где  $\Re$  – совместная ковариационная матрица ошибок всей информации.

Для разработаны алгоритмы цели прогноза анализа точности прогнозирования параметров движения астероида с учетом мешающих факторов. получается аналитически Оценка точности навигации методом ковариационного анализа – и численно – методом Монте-Карло. Для основной задачи оценки точностей определения параметров орбиты опасного астероида получены, кроме вектора уточняемых параметров, оценки некоторых других важных параметров: по перигейному расстоянию  $r_{\pi}$  и времени прохождения перигея  $t_{\pi}$ , по компонентам вектора **b** прицельной дальности в картинной плоскости у Земли ( $\xi$ ,  $\eta$ ), а также по географическим координатам (долготе  $\lambda_c$  и широте  $\varphi_c$ ) условной точки падения на Землю (без учета влияния атмосферы) и времени столкновения t<sub>c</sub> с поверхностью Земли для попадающих траекторий. Здесь ось  $\xi$  направлена по вектору прицельной дальности **b**<sub>0</sub> номинальной траектории астероида, ось  $\eta$  по вектору  $C_0 = b_0 \times V_{\infty 0}$ , где  $V_{\infty 0}$  – номинальная скорость на бесконечности. Оценены также максимальные ошибки этих параметров – в смысле 3 $\sigma$ , они обозначены через:  $\delta r_{\pi}$ ,  $\delta t_{\pi}$ ,  $\delta \mathbf{b}(\delta \boldsymbol{\xi}, \delta \eta)$ ,  $\delta \lambda_c$ ,  $\delta \varphi_c$ ,  $\delta t_c$ . Также определяем ошибку  $\delta b = (\delta \xi^2 + \delta \eta^2)^{1/2}$ , которая характеризует разброс вектора прицельной дальности в картинной плоскости.

При этом оцениваемое перигейное расстояние находится в диапазоне  $r_{\pi 0}\pm\delta r_{\pi}$ , здесь  $r_{\pi 0}$  – перигейное расстояние для номинальной траектории астероида. Если выполняется условие  $r_{\pi 0}+\delta r_{\pi}< R_E$  ( $R_E$  – радиус Земли), то по закону 3 $\sigma$  (с вероятностью 0.997) можно достаточно уверенно утверждать, что будет столкновение астероида с Землёй. В противном случае, если  $r_{\pi 0} - \delta r_{\pi} > R_E$ , то с большой вероятностью (0.997) не будет столкновения с Землёй.

# 2. Численный анализ задачи навигации на основе моделирования измерений системы «Небосвод»

## 2.1. Анализ задачи навигации при наблюдении астероида Апофис с помощью системы «Небосвод»

Для астероида Апофис выполнен численный анализ задачи навигации моделированием работы системы «Небосвод». В качестве номинальных начальных данных уравнений движения астероида Апофис и их возможных отклонений были использованы результаты ИПА РАН по обработке оптических и радиолокационных наблюдений астероида Апофис в 2005 г. Ввиду некоторой неточности этих данных по орбите Апофиса существует теоретическая вероятность его столкновения с Землёй в 2036 г. и в последующие годы. Все астероида множество столкновительных орбит Апофис порождает столкновительную полосу на поверхности Земли. Особый интерес представляет выявление вероятной зоны падения на Землю Апофиса в 2036 г., её ранее привели R. Schweickart и Gennery D.B. Эта же зона нами тоже получена и приведена на рис. 4. В работе [6] подробно изучены характеристики этой зоны падения и вероятных столкновительных с Землёй в 2036 г. траекторий Апофиса.

Для моделирования процесса космической навигации с помощью системы «Небосвод» в работе была взята близкая к номинальной виртуальная траектория астероида Апофис, ведущая к столкновению в 2036 г. На рис. 5 показаны

гелиоцентрические орбиты астероида Апофис и Земли в 2021-2036 гг. Здесь явно заметно изменение орбиты астероида Апофис после тесного сближения с Землёй в 2029 г., когда астероид Апофис переходит с низкоэнергической на высокоэнергическую орбиту вокруг Солнца.



Рис. 4. Вероятная столкновительная полоса Апофиса на поверхности Земли



Рис. 5. Орбита астероида Апофис и Земли до тесного сближения с Землёй в 2029 г. и после него в 2029-2036 гг.

В таблице 2 приведены расчетные оскулирующие элементы гелиоцентрических орбит астероида Апофис до и после тесного сближения в 2029 г. По элементам орбиты астероида Апофис на эпоху 11.04.2029 г. (до сближения) расстояния в перигелии и афелии орбиты составляют 0.744 а.е. и 1.099 а.е. Энергия орбиты  $h = -962.395 \text{ км}^2/\text{c}^2$ . Период обращения Апофиса составляет 323.26 сут = 0.8856 г.  $\approx$  7:8 периода обращения Земли. При тесном сближении с Землёй 13.04.2029 г. гравитационное воздействие Земли ускоряет

астероид Апофис. Он переходит на орбиту с расстояниями в перигелии 0.895 а.е. и в афелии 1.329 а.е., энергией  $h = -797.72 \text{ кm}^2/\text{c}^2$ , период обращения Апофиса будет 428.35 сут $\approx$ 1.1736 г. $\approx$ 7:6 периода обращения Земли. Видно, что энергия орбиты астероида Апофис увеличивается на 164.67 км $^2/\text{c}^2$ , что составляет  $\sim$ 17% энергии орбиты до сближения. Отметим, что последующие измерения позволили несколько уточнить орбиту Апофиса [3, 4], последние элементы его орбиты немного отличаются от нашей принятой системы номинальных элементов орбиты астероида Апофис.

Таблица 2. Расчетные элементы столкновительной гелиоцентрической орбиты астероида Апофис до и после его тесного сближения в 2029 г.

Параметры	До сближения в 2029 г.	После сближения в 2029 г.
<i>a</i> , a.e.	0.9217921	1.1120773
e	0.1926887	0.1950615
i, °	3.3675039	2.2135315
$\omega, ^{\circ}$	126.7483036	70.1549745
$\varOmega, \circ$	203.8086949	203.6424881
$M_0, \circ$	249.3023706	310.8250516
$T_0$	0 ч. 11.04.2029 г.	0 ч. 15.04.2029 г.
Период Т, сут	323.2570 (0.8856 г.)	428.3521 (1.1736 г.)

Таблица 3. Расчетные параметры и элементы геоцентрических орбит астероида Апофис в 2029 и 2036 годах.

Параметры	Пролет в 2029 г.	Столкновение в 2036 г.
<i>р</i> , км	189779.1184	4501.2269
e	4.15295	1.17411
i, °	140.49478	65.62473
<i>ω</i> , °	50.26490	130.20522
$\Omega, ^{\circ}$	167.70781	195.10042
$r_{\pi}$ , KM	36829.2	2070.4
$b_0$ , км	47082.7	7316.1
$b_{\text{пред}}$ , км	13775.6	13869.1
<i>V</i> ∞, км/с	5.84	5.79
$t_{\pi}$	21:45:27, 13.04.2029 г.	8:53:42, 13.04.2036 г.

Для принятой нами модельной столкновительной орбиты астероида Апофис анализ геоцентрического движения астероида показывает, что он проходит в 2029 г. через перигей в момент времени  $t_{\pi 29}$ = 21 ч 45 мин 27 с, 13 апреля, на расстоянии от Земли  $r_{\pi 29}$ =36829.2 км≈5.77  $R_E$  и далее столкнется с Землёй в 2036 г. на момент времени  $t_c$ =8 ч 46 мин 3 с, 13 апреля 2036 г., JD( $t_c$ )= 2464796.8653125. Географические координаты номинальной условной (без учета влияния атмосферы) точки соударения с Землей по широте  $\varphi_c$ =23.7° и долготе  $\lambda_c$ = –126.3° (область А0 на рис. 4), эта точка находится в Тихом океане, примерно в 1000 км от западного побережья Мексики. Время прохождения через условный перигей в 2036 г. составляет  $t_{\pi 36}$ =8 ч 53 мин 42 с, 13 апреля (~8 мин позже столкновения), имея условное перигейное расстояние  $r_{\pi 36}$ =2070.4 км. Расчетные параметры и элементы геоцентрических орбит астероида Апофис в момент этих сближений приведены в таблице 3, где также приведено предельное значение прицельной дальности  $b_{\text{пред}}$  в случае касания орбиты Апофиса с Землёй.

Для анализа навигационных характеристик системы «Небосвод» рассмотрены два участка полета астероида Апофис. Первый участок имеет «пролетный» вариант орбиты астероида Апофис до его сближения с Землёй в апреле 2029 г. Предполагается, что измерения и навигация начинаются с момента достижения расстояния ~100 млн км от Земли до астероида Апофис в июне 2028 г. и продолжаются до пролета астероида мимо Земли 13 апреля 2029 г. Второй участок соответствует модельному (при наличии видимости). «попадающему» в Землю в 2036 г. варианту орбиты астероида Апофис. При этом принимается, что измерения и навигация начинаются после тесного сближения астероида Апофис с Землёй в 2029 г. и продолжаются до их столкновения 13 апреля 2036 г. (при наличии видимости). В работе выполнен анализ видимости и точностей навигации при применении системы «Небосвод» для наблюдения и измерения астероида Апофис на обоих участках полета, результаты частично изложены в работах [5, 7].

Анализ видимости Апофиса показал, что на обоих участках его полета, кроме зон невидимости из-за засветки Солнцем, его расчетная видимая звездная величина (зв.в.) не превышает 23<sup>m</sup>, она ярче принятой предельной видимой зв.в. (25<sup>m</sup>) для наблюдения с телескопов системы «Небосвод». При этом видимость Апофиса значительно ограничена засветкой Солнцем. На первом участке полета Апофиса в 2028-2029 гг. для каждого КА присутствует зона невидимости продолжительностью примерно месяц, а на втором участке его полета в 2029-2036 гг. для каждого КА есть зона невидимости в течение ~2.25 года в 2032-2034 г., когда Апофис находится в околосолнечной области.

Рассмотрены три участка навигации для «*пролетного*» варианта орбиты Апофиса в 2028-2029 гг.: 1) *дальний*, с расстоянием от Земли до Апофиса от 100 млн км до его прохождения перигея – с 1 июня 2028 г. по 13 апреля 2029 г., всего 317 суток; 2) *средний*, с расстоянием до Апофиса от 50 млн км – с 14 января 2029 г. до перигея, всего 90 суток; 3) *близкий*, с начальным расстоянием до Апофиса от 3.5 млн км – за 7 суток до перигея. Предполагаем, что измерения выполняются с начального момента каждого участка и продолжаются до перигея при наличии видимости.

Сделан сравнительный анализ точностей определения орбиты Апофиса двумя методами: аналитически – методом ковариационного анализа, и численно – методом Монте-Карло, для случая наличия только ошибок измерений, а также для случая наличия и оценивания мешающих параметров. Получены эллипсы рассеивания ошибок вектора прицельной дальности в картинной плоскости у Земли для обоих методов оценки точности навигации. Оба метода дали близкие результаты. Анализ для разных вариантов ошибок измерений ( $\sigma_{u1}=1"$ ; 0.2"; 0.02") показал, что в случае наличия только ошибок измерений полученные точности

навигации примерно линейно пропорциональны с/к ошибке измерений σ<sub>и1</sub>.

В случае обработки измерений при наличии мешающих параметров в качестве примера рассмотрена программа измерения, когда измерения и навигация проводятся с борта КА-1 на ближнем участке (начало – за неделю до перигея в 2029 г.) полета Апофиса через  $\Delta t=4$  ч. Здесь предполагается, что существуют не только случайные и систематические ошибки измерений, но и ошибки положения КА-1 на каждый момент измерений. Точность угловых измерений принята  $\sigma_{и1}=0.2''$ , систематические ошибки измерений приняты постояными и равными  $\sigma_{и1}$ , с/к ошибки  $\sigma(x, y, z)$  по компонентам координат КА-1 на каждый момент измерений 1 км.



(*a*). МНК – без оценивания мешающих (б). ММП – с уточнением мешающих параметров

Рис. 6. Эллипсы рассеивания (3 $\sigma$ ) ошибок вектора прицельной дальности в картинной плоскости – аналитически (штриховые) и численно (сплошные) для случая измерений с КА-1 на ближнем участке,  $\Delta t$ =4 ч,  $\sigma_{\mu 1}$ =0.2",  $\sigma(x, y, z) = 1$  км и определения орбиты по: (*a*) – МНК; (*б*) – ММП

На рис. 6а приведены разброс ошибок вектора прицельной дальности и эллипсы рассеивания в картинной плоскости для двух способов расчета: аналитического (штриховая) и численного (сплошная) в соответствии с применением классического МНК без оценивания положения КА-1. Близость обоих эллипсов рассеивания показывает надежность полученных результатов. Здесь оценка точности по прицельной дальности  $\delta b = (\delta \xi^2 + \delta \eta^2)^{1/2}$  дает 3 км. На рис. 6б приведены результаты для случая уточнения мешающих параметров, координат КА. При применении метода мешающих параметров для обработки измерений здесь совместно уточняются начальный вектор состояния Апофиса на данном участке полета и координаты КА-1 на каждый момент измерений. Аналитическим методом и методом Монте-Карло (3000 испытаний) получены эллипсы рассеивания вектора прицельной дальности в картинной плоскости (см. рис. оценки точности навигации (Монте-Карло *6б*). Оба метода И аналитический) в этом случае тоже дали близкие результаты. Получена оценка  $\delta b \approx 1.7$  км. При этом уточнением координат КА-1 точность навигации  $\delta b$ 

улучшена на 43%.

Таким образом, при априорном задании вероятностных характеристик ошибок измерений и мешающих параметров точность навигации может быть эффективно оценена аналитически – методом ковариационного анализа в соответствии с применённым методом оценивания – МНК или ММП. Показано, что применение ММП с уточнением мешающих параметров позволяет уменьшить их влияние на точность навигации по сравнению с классическим МНК без оценивания мешающих параметров.

Получены зависимости точностей навигации по прицельной дальности  $\delta b$ , перигейному расстоянию  $\delta r_{\pi}$ , времени прохождения перигея  $\delta t_{\pi}$  от мерного интервала и интервала времени между измерениями  $\Delta t$  на дальнем, среднем и ближнем участках навигации в 2028-2029 гг. При этом предполагается, что для каждого КА принято  $\sigma_{\mu l}=0.2''$ , а для систематических ошибок приняты их случайные величины, соответствующие СКО  $\sigma_{ua} = \sigma_{ub} = \sigma_{u1}$ . Также задаются ошибки положения КА на каждый момент измерений: для КА-1 и КА-2 они приняты равными 1 км, а для КА-3 и КА-4 они приняты равными 5 км. Учтены Апофиса. На каждый ошибки модели движения момент измерений одновременно проводятся наблюдения с борта каждого КА системы «Небосвод» при наличии видимости. Точность навигации получается аналитическим способом в соответствии с применением метода мешающих параметров с уточнением всех мешающих параметров.

Для принятой номинальной орбиты Апофиса при его сближении с Землёй в 2029 г. имеем  $r_{\pi 29}$ =36829.2 км (см. табл. 3). При этом для выявления факта отсутствия падения на Землю в 2029 г. надо иметь оценку точности навигации:

$$\delta r_{\pi} < r_{\pi 29} - R_E = 30451$$
 км. (3)

На дальнем участке навигации для случая совместных измерений с бортов KA-1 и KA-2,  $\Delta t$ =5 сут, через ~0.2 г. (2.4 месяца) измерений полученная точность навигации  $\delta r_{\pi}$  будет удовлетворять условию (3), при этом можно сказать, что с большой вероятностью (0.997) не будет столкновения Апофиса с Землёй в 2029 г. Точность навигации резко улучшается с роста числа измерений до перигея:  $\delta b$  =2-5.6 км,  $\delta r_{\pi}$ =1.6-4.6 км,  $\delta t_{\pi}$ =1.6-6 с.

При измерениях с бортов КА-1 и КА-2 на среднем участке навигации на рис. 7 приведена точность навигации  $\delta b$  в зависимости от мерного интервала для  $\Delta t=12$  ч; 1 сут; 5 сут. Через ~10 сут точность навигации по перигейному расстоянию  $\delta r_{\pi}$  будет удовлетворять условию (3) для выявления факта отсутствия падения астероида. До конца данного участка точность навигации улучшается:  $\delta b= 2-27$  км,  $\delta r_{\pi} \approx 1.5-27$  км,  $\delta t_{\pi} = 3-76$  с.

На рис. 8 приведена зависимость точности навигации по прицельной дальности  $\delta b$  от мерного интервала на среднем участке навигации при измерениях с бортов КА-1, 2 или КА-1, 3, или КА-3, 4. ( $\sigma_{u1}=0.2$ ",  $\Delta t=12$  ч). Анализ показал, что измерения с КА-3 и КА-4 в начале участка лучше, чем с КА-1 и КА-2. А в конце участка точность навигации с КА-1 и КА-2 выше, чем с КА-3 и КА-4. При этом через ~2-3 сут измерений получается  $\delta b < 10$  тыс. км, и можно сказать на основании этого, что столкновение Апофиса с Землёй в 2029 г.

будет маловероятно.

На ближнем от Земли участке навигации для измерений с бортов КА-3 и КА-4,  $\Delta t$ =1 ч получается до перигея точность навигации  $\delta b$ = 254 км,  $\delta r_{\pi}$ = 231 км,  $\delta t_{\pi}$ = 3.3 с. А для случаев измерений с бортов КА-1 и КА-2 или КА-1 и КА-3 получается более высокая точность навигации:  $\delta b \approx 1$  км,  $\delta r_{\pi} \approx 0.8$  км,  $\delta t_{\pi} \approx 0.5$  с.



Рис. 7. Зависимость точности навигации по прицельной дальности δb от мерного интервала на среднем участке навигации (за 90 сут до тесного сближения с Землёй в 2029 г.) при измерениях с бортов КА-1 и КА-2 (σ<sub>и1</sub> = 0.2", Δt =12 ч; 1 сут; 5 сут)



Рис. 8. Зависимость точности навигации по прицельной дальности от мерного интервала на среднем участке навигации (за 90 сут до тесного сближения с Землёй в 2029 г.) при измерениях с бортов разных КА (σ<sub>и1</sub> = 0.2", Δt =12 ч)

Аналогично для анализа *столкновительного* варианта орбиты Апофиса при полете в 2029-2036 гг. рассмотрены четыре участка навигации с помощью

системы «Небосвод»: 1) *дальний* – от начала первого длительного сеанса наблюдения Апофиса с КА-1 и КА-2 (4 мая 2029 г.) и до его столкновения с Землёй в 2036 г., всего ~7 лет; 2) *средний* – от начала второго длительного сеанса наблюдения Апофиса с КА-1 и КА-2 (14 июля 2034 г.) до столкновения Апофиса с Землёй в 2036 г., всего ~1.7 лет; 3) *1<sup>ый</sup> ближний*, начало – за месяц до столкновения; 4) *2<sup>ой</sup> ближний*, начало – за неделю до столкновения.

Для столкновительного варианта орбиты астероида точности навигации получаются не только по определению вектора прицельной дальности в картинной плоскости, перигейного расстояния, времени прохождения перигея для геоцентрической орбиты в 2036 г., но и по координатам (географическим долготе  $\lambda_c$  и широте  $\varphi_c$ ) условной точки падения и времени столкновения  $t_c$  с Землёй. Принятая попадающая в 2036 г. орбита Апофиса имеет условное перигейное расстояние  $r_{\pi 36}$ =2070.4 км, при этом для выявления факта столкновения Апофиса с Землёй в 2036 г. требуется довольно высокая точность определения перигейного расстояния  $\delta r_{\pi}$ , удовлетворяющая условию:

$$\delta r_{\pi} < R_E - r_{\pi 36} = 4307.7 \text{ KM.}$$
 (4)

На дальнем участке навигации при измерениях с бортов КА-1 и КА-2, или КА-1 и КА-3, или с КА-3 и КА-4,  $\Delta t = 5$  сут, через ~ 1 год измерений полученная точность навигации удовлетворяет условию (4), что необходимо для подтверждения факта столкновения Апофиса с Землёй в 2036 г.



Рис. 9. Зависимость точности навигации по прицельной дальности δb от мерного интервала на среднем участке (~за 1.7 лет до столкновения) при измерениях с бортов KA-1 и KA-2 (σ<sub>и1</sub> = 0.2", Δt =1; 5; 10 сут)

На рис. 9-12 соответственно приведена зависимость точностей навигации по прицельной дальности  $\delta b$ , по времени столкновения  $\delta t_c$ , по долготе  $\delta \lambda_c$  и широте  $\delta \varphi_c$  точки падения на Землю от мерного интервала на среднем участке при измерениях с бортов КА-1 и КА-2 для случая  $\sigma_{u1}=0.2$ ",  $\Delta t = 1-10$  сут. Анализ показал, что через 0.58 года измерений получаются точности навигации:

 $\delta b \approx 2200-6138$  км,  $\delta t_c \approx 153-430$  с,  $\delta \lambda_c \approx 10-30^\circ$ ,  $\delta \varphi_c \approx 5.5-15.5^\circ$ , и можно уверено утверждать, что будет столкновение Апофиса с Землёй в 2036 г. За месяц до столкновения точности навигации к моменту столкновения Апофиса становятся лучше:  $\delta b \approx 50$  км,  $\delta \lambda_c \approx 0.42^\circ$ ,  $\delta \varphi_c \approx 0.24^\circ$ ,  $\delta t_c \approx 11$  с.



Рис. 10. Зависимость точности навигации по времени столкновения  $\delta t_c$  от мерного интервала на среднем участке (~за 1.7 лет до столкновения) при измерениях с бортов КА-1 и КА-2 ( $\sigma_{\mu 1} = 0.2$ ",  $\Delta t = 1$ ; 5; 10 сут)



Рис. 11. Зависимость точности навигации по долготе точки падения  $\delta \lambda_c$  от мерного интервала на среднем участке (~за 1.7 лет до столкновения) при измерениях с бортов КА-1 и КА-2 ( $\sigma_{\mu 1}$ = 0.2",  $\Delta t$  =1; 5; 10 сут)



Рис. 12. Зависимость точности навигации по широте точки падения  $\delta \varphi_c$  от мерного интервала на среднем участке (~за 1.7 лет до столкновения) при измерениях с бортов КА-1 и КА-2 ( $\sigma_{\mu 1} = 0.2$ ",  $\Delta t = 1$ ; 5; 10 сут)

На 1<sup>ом</sup> ближнем (начало – за месяц до столкновения) участке навигации при измерениях с бортов КА-1 и КА-2 через  $\Delta t = 1$  ч–1 сут за 5 сут измерений точность навигации  $\delta r_{\pi}$  будет достаточной для проверки условия (4). И за 1 сут до столкновения получается довольно высокая точность навигации:  $\delta b\approx 0.6-7$  км,  $\delta \lambda_c \approx 0.01-0.11^\circ$ ,  $\delta \varphi_c \approx 0.003-0.001^\circ$ ,  $\delta t_c \approx 2-20$  с. Также получена точность навигации для 2<sup>ого</sup> ближнего (начало – за неделю до столкновения) участка навигации. При  $\Delta t \leq 1$  ч требуются лишь 2-3 часа измерений с бортов КА-1 и КА-2, чтобы точность навигации  $\delta r_{\pi}$  подтверждала условие (4) и можно было уверенно утверждать, что будет столкновение астероида с Землёй. Для  $\sigma_{\mu 1}=0.2$ " и  $\Delta t=1$  ч–12 ч получаются достаточно высокие точности навигации, за 1 сут до столкновения:  $\delta b\approx 0.6-5$  км,  $\delta \lambda_c \approx 0.02-0.08^\circ$ ,  $\delta \varphi_c \approx 0.005-0.02^\circ$ ,  $\delta t_c \approx 4-16$  с.

## 2.2. Анализ задачи навигации при наблюдении астероида 2008 ТСЗ с помощью системы «Небосвод»

Большинство падающих на Землю небесных тел имеет меньшие размеры, чем астероид Апофис. Для выявления возможности обнаружения и наблюдения таких слабых объектов с помощью системы «Небосвод» в данной работе также рассматривается задача навигации упавших на Землю астероида 2008 TC3 и Челябинского метеорита. На основании опубликованных данных об орбитах и физических свойствах обоих объектов выполнено моделирование их наблюдения с борта КА системы «Небосвод». Представлены результаты по анализу видимости и точности навигации при приближении астероида 2008 TC3 (см. п. 2.2) и Челябинского метеорита (см. п. 2.3) к Земле.

Астероид 2008 ТСЗ стал первым небесным телом, чьё падение на Землю

было предсказано [13, 14]. Он был открыт в обсерватории Маунт-Леммон в Аризоне (UTC-7:00) США 6:39 UTC, 6 октября 2008 года (примерно за 20 часов до столкновения) и затем был обнаружен астрономами в 26 обсерваториях мира. Последние наблюдения астероида 2008 TC3 проводились перед его входом в тень Земли – за час до столкновения. Утром около 5 часов по местному времени 7 октября астероид 2008 TC3 вошел в атмосферу и разрушился в Судане (UTC+2:00) в Восточной Африке [13, 14]. В этот период, за ~19 часов астрономами получены всего более 840 наблюдений, среди них около 560 наблюдений получены из США, а около 260 – из ГАО РАН [14].



Рис. 13. Трасса астероида 2008 ТСЗ при подлете к Земле

По результатам наблюдений астрономами были определены его орбита, а также физические свойства (см. табл. 4). Первоначальные результаты изучения астероида 2008 ТСЗ были представлены в работе [13], в которой содержатся его оцениваемые элементы гелиоцентрической орбиты перед столкновением. По характеристикам орбиты астероид 2008 ТСЗ принадлежит к группе Аполлона. Масса астероида оценена в ~ 80 тонн, диамер ~4 м, плотность  $\rho_A \sim 1.5$  г/см<sup>3</sup>, альбедо  $A_g \sim 0.1\pm0.03$ , абсолютная зв.в.  $m_a \sim 30.4^{\text{m}} \pm 0.03^{\text{m}}$  [14].

В таблице 5 приведены расчетные элементы геоцентрической орбиты и параметры движения астероида 2008 ТСЗ при приближении к Земле. По нашим расчетам, время столкновения составляет  $t_c$ =2:46:37.716 (TT), 07.10.2008 г., на поверхности Земли астероид попадает в точку с координатами:  $\lambda_c$ =31.19°,  $\varphi_c$ =20.97°, относительная скорость столкновения  $V_c$ =12.46 км/с. Азимуты  $A_z$  в моменты времени столкновения и входа в атмосферу составляют 101.3° и 100.4°. Угол  $\theta_{\text{атм}}$  и скорость  $V_{\text{атм}}$  входа в атмосферу составляют –22.0° и 12.38 км/с. Отметим, что, так как на данном этапе анализа не учтено влияние атмосферы на движение астероида, расчетные координаты условной точки падения немного отличаются от реальных. На рис. 13 приведена трасса астероида 2008 ТСЗ при подлете к Земле, там же указано местоположение на соответствующий момент времени, в том числе момент проведения первых и последних наблюдений. Также треугольником отмечено место нахождения

обсерватории Маунт-Леммон (Аризона, США).

Таблица 4. Физические параметры и элементы достолкновительных орбит астероида 2008 TC3 и Челябинского метеорита.

Параметры	2008 TC3		ЧМ	
<i>a</i> , a.e.	$1.308201 \pm 0.000009$	[13]	$1.8804986 \pm 0.068$	[17, 18]
e	$0.312065 \pm 0.0000057$		$0.608988648 {\pm} 0.017$	
<i>i</i> , °	$2.54220 \pm 0.000041$		5.938266±0.427	
ω, °	$234.44897 {\pm}\ 0.000076$		108.926276±0.536	
Ω, °	$194.101138 \pm 0.0000018$		326.445884±0.002	
$M_0, \circ$	$330.7541 \pm 0.00014$		16.872985±1.069	
$T_0$	2008.10.07.0 TT		2013.02.15.0 TT	
Т, г.	~1.50		~2.58	
2 <i>R</i> <sub>A</sub> , м	$4.8\pm0.8$	[14]	~19.8	
$ρ_A$ , $Γ/cm^3$	~1.5		~3.1	
т, кг	$\sim 8 \times 10^4$		$\sim 1.3 \times 10^{7}$	[15-18]
$A_g$	$0.1\pm0.03$		_	
$m_a$	$30.4^{m}\pm0.03$		_	
$t_c$ , UTC	~02:46, 7.10.2008 г.		~3:20, 15.02.2013 г.	

Таблица 5. Расчетные параметры и элементы геоцентрических орбит астероида 2008 ТСЗ и Челябинского метеорита.

Параметры	2008 TC3	ЧМ
<i>р</i> , км	14929.3183140273	34944.5118387035
e	1.58538486237278	4.80433591191573
i, °	23.4201053406622	124.695315511901
ω, °	148.698137358548	104.337317967295
Ω, °	330.066135194448	334.186497898041
$t_{\pi}, \mathrm{TT}$	2:50:57.563, 07.10.2008 г.	3:23:40.367, 15.02.2013 г.
$r_{\pi}$ , KM	5774.5	6020.4
<i>b</i> <sub>0</sub> , км	12135.5	7436.4
<i>b</i> <sub>пред</sub> , км	12899.0	7801.9
$V_\infty$ , км/с	6.36	15.87
$t_c$ , TT	2:46:37.715, 07.10.2008 г.	3:21:44.640, 15.02.2013 г.
$(\lambda_c, \varphi_c), \circ$	(31.19, 20.97)	(60.05, 54.95)
<i>V<sub>c</sub></i> , км/с	12.46	19.93
$A_z(t_c), \circ$	101.3	279.0
$t_c - t_{\text{atm}}, c$	22.2	16.4
$V_{\rm atm}$ , км/с	12.38	19.88
$\overline{A_z(t_{\text{atm}})}, \circ$	100.4	282.6
$ heta_{atm}, \circ$	-22.0	-19.0

При анализе видимости наблюдения астероида 2008 TC3 с помощью

системы «Небосвод» сначала определяем доступную область его наблюдения в ближней окрестности каждого КА, для которого проницающая сила телескопов на КА принята  $m_{\rm npeg}=25^{\rm m}$ . Абсолютная звездная величина астероида 2008 ТСЗ принята  $m_a=30.4^{\rm m}$ . При этом по расчетам доступная область для каждого КА имеет форму «сердца» (теневые области на рис. 14б) во вращающейся СК относительно системы Солнце-Земля, предельная дальность наблюдения  $r_{\rm max}$  составляет ~11.5 млн км (0.077 а.е.).



Рис. 14. Орбита астероида 2008 ТСЗ относительно системы Солнце-Земля во вращающейся СК и зоны видимости (теневые) системы «Небосвод»: (*a*) – за 4 года до столкновения (2005-2008 гг.); (*б*) – за 3 месяца до столкновения.

На рис. 14а приведена орбита астероида 2008 ТСЗ относительно системы Солнце-Земля во вращающейся СК с 01.01.2005 г. до его столкновения в течение ~ 3.77 года. Здесь также указаны линии визирования из КА при  $\beta$ =30°, через которые выделяются зоны невидимости из-за засветки Солнцем. Увеличивая масштаб рис. 14а, получим изображение траектории астероида в ближней окрестности КА на рис. 14б, здесь теневые области соответствуют доступным зонам наблюдения с борта КА системы «Небосвод». Отсюда наглядно видим, что за последние четыре месяца астероид 2008 ТСЗ приближается к Земле с её теневой стороны и за последние ~15 суток он входит в доступную зону видимости для КА-1 и 2 системы «Небосвод», а далеко проходит от доступных зон видимости для КА-3 и КА-4. Зоны видимости для КА-1 и КА-2 близки друг к другу, они имеют следующие времена наблюдений: для КА-1 – с 10:30, 22.09.2018 г. до столкновения, а для КА-2 – с 8:00, 22.09.2018 г. до столкновения. Длительность сеанса составляет ~14.7 сут. В начале сеанса наблюдения расстояние от астероида до Земли составляет ~8.3 млн км (~0.055 a.e.).

Минимальное расстояние от астероида 2008 ТСЗ до КА-3 и КА-4 в течение 4 лет (2005-2008 гг.) составляет ~40 млн км (0.267 а.е.), что значительно превышает их предельную дальность наблюдения  $r_{\text{max}}$ ~11.5 млн км, при этом нет

видимости астероида 2008 ТСЗ для КА-З и КА-4. Несомненно, что, если у астероида 2008 ТСЗ был бы больше размер, тогда было бы доступно наблюдение с борта КА-3 или КА-4. По расчетам, для того чтобы была видимость для КА-3, астероид 2008 ТСЗ должен был иметь абсолютную зв.в. менее 26.2<sup>m</sup>, соответственно, его диаметр должен бы более 24 м. Аналогично, при наблюдении астероида с борта КА-4 астероид 2008 ТСЗ должен был иметь размер более 38 м, абсолютная зв.в. которого менее 25.2<sup>m</sup>.

По результатам анализа видимости при наблюдении астероида 2008 ТСЗ с помощью системы «Небосвод» существуют зоны видимости за последние ~14.7 сут до столкновения для КА-1 и КА-2 системы «Небосвод». Рассмотрим точность навигации на данном мерном интервале. При этом полагаем, что измерения проводятся с бортов КА-1 и КА-2 с начального момента входа астероида в зону видимости и через  $\Delta t=1$  ч; 6 ч; 12 ч. На каждый момент времени измерения присутствуют ошибки положения КА-1 и КА-2 со СКО 1 км по их координатам, угловая точность измерения  $\sigma_{и1}$  принята 0.2". Предполагается наличие также систематических ошибок измерений ( $\sigma_{\mu\alpha}=\sigma_{\mu\delta}=\sigma_{u1}$ ) и ошибки модели движения астероида. Методом ковариационного анализа получены оценки точностей навигации по прицельной дальности  $\delta b$ , по координатам точки падения  $\delta \lambda_c$ ,  $\delta \varphi_c$  и по времени столкновения  $\delta t_c$ , соответственно приведенные на рис. 15-18. Здесь уточняются все мешающие параметры.

Требуемая точность определения параметров орбиты астероида 2008 TC3 для выявления факта его столкновения с Землёй составляет:

$$\delta r_{\pi} < R_E - r_{\pi} = 603.6 \text{ km.}$$
 (5)

При этом видно из рис. 15, что это условие (5) будет выполняться после обработки измерений с бортов КА-1 и КА-2 в течение начальных 4 сут, т.е. необходимо не более 4 сут измерений с помощью системы «Небосвод» для того, чтобы уверенно утверждать, что астероид 2008 ТС3 столкнётся с Землёй. С ростом числа измерений существенно улучшается точность навигации. Получены точности навигации за 1 сут до столкновения:  $\delta r_{\pi} \approx 1-6$  км,  $\delta \lambda_c \approx 0.2-0.8^{\circ}$ ,  $\delta \varphi_c \approx 0.01^{\circ}$ , и  $\delta t_c \approx 2-12$  с, по которым можно достаточно точно прогнозировать место и время падения данного астероида на Землю. Отметим, что, для точностей оценки параметров орбиты астероида 2008 ТС3 на основе фактических наземных наблюдений астрономов (см. табл. 4) за последние 20 ч до столкновения, получается  $\delta r_{\pi} \approx 1300$  км, что хуже, чем точность навигации с помощью системы «Небосвод».



Рис. 15. Зависимость точности навигации по перигейному расстоянию  $\delta r_{\pi}$  от мерного интервала (начало за ~14.7 сут до столкновения) при измерениях астероида 2008 ТСЗ с бортов КА-1 и КА-2 ( $\sigma_{\mu 1}$ =0.2",  $\Delta t$  =1 ч; 6 ч; 12 ч)



Рис. 16. Зависимость точности навигации по долготе точки падения  $\delta \lambda_c$  от мерного интервала (начало за ~14.7 сут до столкновения) при измерениях астероида 2008 ТСЗ с бортов КА-1 и КА-2 ( $\sigma_{\mu 1}$ =0.2",  $\Delta t$  =1 ч; 6 ч; 12 ч)



Рис. 17. Зависимость точности навигации по широте точки падения  $\delta \varphi_c$  от мерного интервала (начало за ~14.7 сут до столкновения) при измерениях астероида 2008 ТСЗ с бортов КА-1 и КА-2 ( $\sigma_{u1}$ =0.2",  $\Delta t$  =1 ч; 6 ч; 12 ч)



Рис. 18. Зависимость точности навигации по времени столкновения  $\delta t_c$  от мерного интервала (начало за ~14.7 сут до столкновения) при измерениях астероида 2008 ТСЗ с бортов КА-1 и КА-2 ( $\sigma_{\mu 1}$ =0.2",  $\Delta t$  =1 ч; 6 ч; 12 ч)

## 2.3. Анализ задачи навигации при наблюдении Челябинского метеороида с помощью системы «Небосвод»

Челябинский метеороид (ЧМ) неожиданно вошел в атмосферу около 8 часов утра по местному времени (UTC+5:00) 15 февраля 2013 г., сопровождаясь ярким болидом и мощным взрывом [15-18]. Мощность взрыва оценивалась в 300-500 килотонн ТНТ, размер ЧМ – в 19.8 м. Падение Челябинского метеорита считается самым крупным за последние 100 лет после Тунгусского события

(1908 г.). Челябинское событие уникально и привлекло к себе большое внимание, поскольку впервые столкновение с довольно крупным небесным телом было детально задокументировано. Данное событие имеет важное значение с точки зрения оценки астероидно-кометной опасности (АКО), поиска средств и методов противодействия. Предварительное исследование эффектов падения Челябинского метеороида изложено в работах [15-17] и в специальном сборнике научных трудов института динамики геосфер (ИДГ) РАН [18].

Наши расчеты опираются на основные факты о Челябинском метеорите, которые приведены выше в табл. 4, включая полученную астрономами орбиту Челябинского метеорита. Период вращения ЧМ вокруг Солнца составляет ~2.58 г. Большая полуось 1.88 а.е., эксцентриситет e=0.608, наклон орбиты относительно эклиптики  $i = 5.9^{\circ}$ . В таблице 5 приведены расчетные параметры геоцентрического движения ЧМ, в том числе элементы геоцентрической орбиты, время и скорость столкновения с Землёй, координаты условной точки падения и др. Время прохождения перигея  $t_{\pi} = 3:23:40.367$  (TT). Номинальное перигейное расстояние составляет  $r_{\pi} = 6020.4$  км.



Рис. 19. Трасса подлета ЧМ к Земле на карте мира

На рис. 19 приведена трасса подлета ЧМ к Земле, которая соответствует участку полета ЧМ в атмосфере примерно на последние 20 секунд до столкновения. Видно, что метеорит пролетает мимо г. Челябинск с минимальным расстоянием ~40 км. Угол азимута на момент столкновения  $A_z(t_c)$ =279.0°. Относительная скорость столкновения V<sub>c</sub>=19.93 км/с. Время столкновения  $t_c$  = 3:21:44.670 (TT), 15 февраля 2013 г. Здесь TT – земное время. Так как в 2013 г. коррекция секунд составляет ~35 с, при этом время столкновения по всемирному времени составляет 3:20:37.5 (UT1=TT-32.182-35 с.). ЧМ входит в атмосферу за 16.4 с до его столкновения с углом наклона к горизонту –19.0°. Относительная скорость входа в атмосферу V<sub>атм</sub>=19.88 км/с. Азимут в этот момент времени  $A_z(t_{aтм}) = 282.6^\circ$ . Подробно см. таблицу 5.

Расчетные географические координаты (долгота  $\lambda_c$  и широта  $\varphi_c$ ) условной точки падения Челябинского метеорита (ЧМ) на поверхности Земли составляют  $\lambda_c$ =60.05°,  $\varphi_c$ =54.95°. Эта условная точка падения находится на западе от реальной точки падения, в озере Чебаркуль, на расстоянии 27 км. Так как не

учтено влияние атмосферы на движение ЧМ, то расчетная (условная) точка падения немного отличается от реальной (в озере Чебаркуль), отмеченной звездой на рис. 19.

Анализ видимости при наблюдении Челябинского метеороида С помощью системы «Небосвод». Для расчета альбедо Челябинского метеороида взято 0.3, диаметр ЧМ принят 19.8 м, при этом абсолютная звездная величина составляет 25.4<sup>т</sup>. Для наблюдения ЧМ доступные области КА системы «Небосвод» приведены на рис. 20а и 20б. Они имеют форму теневого «сердца» во вращающейся СК, предельная дальность r<sub>max</sub> наблюдения ЧМ с борта КА системы «Небосвод» составляет ~80.6 млн км (0.54 а.е.). На рис. 20а и 20б также построена орбита ЧМ относительно системы Солнце-Земля на интервале времени с 01.01.2011 г. до столкновения с Землёй 15.02.2013 г. Увеличивая масштаб, получим рис. 20б (за 6 месяцев до столкновения). Видим, что ЧМ приближает к Земле со стороны Солнца. В частности, на конечном участке он входит в зону невидимости из-за засветки Солнцем для всех КА-1-4. Т.е. на рассмотренном мерном интервале вообще нет видимости для КА системы «Небосвод», это соответствует реальному случаю, когда перед входом ЧМ в атмосферу никакими наземными средствами он не наблюдался.



Рис. 20. Орбита Челябинского метеороида относительно системы Солнце-Земля во вращающейся СК и теневые зоны видимости системы «Небосвод»: (*a*) – за 3 года до столкновения (2011-2013 гг.); (*б*) – за 6 месяцев до столкновения

По расчетам, для того чтобы была видимость для КА-1 или КА-2, ЧМ должен иметь абсолютную зв.в. не более  $23.45^{\rm m}$ , соответственно, его диаметр должен быть более 40 м. Аналогично для наблюдения с КА-3 и КА-4 диаметр ЧМ должен превышать 24.4 м и 38.7 м соответственно. Штриховые кривые на рис. 20б соответствуют диаметру ЧМ D=50 м. Видим существенное улучшение условий наблюдения ЧМ и возможность его наблюдения за последние ~14 сут с бортов КА-3 и КА-4 для этого размера астероида. Анализ показывает также улучшение условий наблюдения, если уменьшить расстояние от КА до Земли до

~4 млн км. Однако здесь велики расходы топлива на поддержание КА в точке орбиты Земли.

наблюдении Рассмотрим навигации точность при модельного Челябинского метеорита для D=50 м с бортов КА-3 и КА-4 системы «Небосвод» на последних ~14 сут до его столкновения с Землей. При этом предполагается, что измерения проводятся с начального момента входа астероида в зону видимости КА-3 и КА-4, через ∆t=1 ч; 6 ч; 12 ч, на каждый момент времени измерения присутствуют ошибки положения КА-3 и КА-4 со СКО 5 км по угловая точность измерения 0.2", координатам,  $\sigma_{{}_{\!M}1}$ принята и есть систематические ошибки измерений ( $\sigma_{\mu\alpha} = \sigma_{\mu\delta} = \sigma_{\mu l}$ ). Методом ковариационного анализа в случае уточнения всех мешающих параметров получены точности навигации по перигейному расстоянию  $\delta r_{\pi}$ , по координатам точки падения  $\delta \lambda_c$ ,  $\delta \varphi_c$ , и по времени столкновения  $\delta t_c$  в зависимости от мерного интервала. Они приведены на рис. 21-24. Отметим, что в течение первых 2 сут есть видимость только для КА-4, после этого будет видимость ЧМ для обоих КА-3 и КА-4, при этом на этих рисунках существуют резкие улучшения точности навигации за счет добавления измерений с КА-3.

Для выявления факта столкновения Челябинского метеорита с Землёй в 2013 г. требуется точность определения перигейного расстояния:

$$\delta r_{\pi} < R_E - r_{\pi} = 357.7 \text{ KM},$$
 (6)

при этом, согласно полученным результатам на рис. 21, через 2-3 сут измерений будет выполняться (6), и можно уверено утверждать, что будет столкновение ЧМ с Землёй. За 1 сут до его столкновения получаются хорошие точности навигции:  $\delta r_{\pi} \approx 14-50$  км, по координатам точки падения  $\delta \lambda_c \approx 1-3.4^\circ$ ,  $\delta \varphi_c \approx 1-3.4^\circ$ , и по времени столкновения  $\delta t_c \approx 4-14$  с.



Рис. 21. Зависимость точности навигации по перигейному расстоянию  $\delta r_{\pi}$  от мерного интервала (начало навигации за ~14 сут до столкновения) при измерениях ЧМ с бортов КА-3 и КА-4 ( $\sigma_{\mu 1}$ =0.2",  $\Delta t$  =1 ч; 6 ч; 12 ч)



Рис. 22. Зависимость точности навигации по долготе точки падения  $\delta \lambda_c$  от мерного интервала (начало навигации за ~14 сут до столкновения) при измерениях ЧМ с бортов КА-3 и КА-4 ( $\sigma_{\mu 1}$ =0.2",  $\Delta t$  =1 ч; 6 ч; 12 ч)



Рис. 23. Зависимость точности навигации по широте точки падения  $\delta \varphi_c$  от мерного интервала (начало навигации за ~14 сут до столкновения) при измерениях ЧМ с бортов КА-3 и КА-4 ( $\sigma_{\mu 1}=0.2$ ",  $\Delta t = 1$  ч; 6 ч; 12 ч)



Рис. 24. Зависимость точности навигации по времени столкновения  $\delta t_c$  от мерного интервала (начало за ~14 сут до столкновения) при измерениях ЧМ с бортов КА-3 и КА-4 ( $\sigma_{u1}$ =0.2",  $\Delta t$  =1 ч; 6 ч; 12 ч)

#### Выводы

Разработаны алгоритмы для определения орбиты опасного астероида и для оценки точности определения его орбиты при космических оптических измерениях системой «Небосвод» с учетом как случайных и систематических ошибок измерений, так и априорной информации, а также ряда мешающих факторов, таких как ошибки модели движения астероида, а также ошибки обновления и прогнозирования вектора состояния КА.

Выполнен анализ точностей навигации системы «Небосвод» при измерениях астероидов Апофис, 2008 ТСЗ и Челябинского метеорита на разных участках полёта с учётом уточнения мешающих параметров и практических ограничений работы системы «Небосвод». Получены оценки точностей навигации: по прицельной дальности, перигейному расстоянию и времени прохождения перигея, а также по географическим координатам (долготе и широте) точки падения на Землю, времени столкновения.

Показано, что применение метода уточнения мешающих параметров позволяет заметно уменьшить влияние ошибок этих параметров на точность навигации по сравнению со случаем без их уточнения.

Анализ показал потенциальную возможность наблюдений системой «Небосвод» и высокоточного определения орбит не только крупных астероидов, но и средних астероидов типа Апофиса (~320 м), а также более мелких (до 4...50 м) небесных тел, приближающихся к Земле, в том числе и дневных астероидов, при обеспечении достаточно высокой точности навигации.

Авторы признательны Ю.П. Кулешову и его коллегам из АО «Корпорация «Комета», а также А.Г. Тучину, М.А. Вашковьяку и В.А. Степаньянцу за многократное обсуждение работы и ряд полезных советов.

### Список литературы

- 1. Кулешов Ю.П., Егоров В.Л., Мисник В.П., Яковенко Ю.П. и др. Принципы и основные технические решения создания астрономического космического комплекса обнаружения и определения параметров движения опасных для Земли астероидов и комет (комплекс «Небосвод») // Экологический вестник научных центров ЧЭС. 2013. № 4. Т. 2. С. 89–97.
- 2. Патент РФ №2610066. Космическая система обзора небесной сферы для наблюдения небесных объектов и обнаружения опасных для Земли небесных тел астероидов и комет.
- 3. Plescia J.B., Barnourin O., Lawrence D., et al. The Asteroid Probe Experiment (APEX) Mission // 31st Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites, 2017, SSC17-VI-05, 8 p.
- 4. Souchay J., et al. Rotational changes of the asteroid 99942 Apophis during the 2029 close encounter with Earth // Astron. Astrophys. 2014. Vol. 563. A24. 6 p.
- 5. Гуо П., Ивашкин В.В. Оценка точности определения параметров орбиты опасного астероида по оптическим измерениям комплекса «Небосвод» // Изв. вузов. Физика. 2016. Т. 59. № 10/2. С. 51–56.
- 6. Ивашкин В.В., Стихно К.А., Гуо П. О структуре множества вероятных траекторий соударения астероида Апофис с Землёй в 2036 г // ДАН. 2017. Т. 475. № 4. С. 389–394.
- Гуо П., Ивашкин В.В. Оценка точности определения столкновительной с Землёй орбиты опасного астероида Апофис по оптическим измерениям комплекса «Небосвод» // Некоторые аспекты современных проблем механики и информатики: сб. науч. ст. М.: ИКИ РАН. 2018. С. 212–226.
- 8. Аким Э.Л., Энеев Т.М. Определение параметров движения космического летательного аппарата по данным траекторных измерений // Космические исследования. 1963. Т. 1. Вып. 1. С. 5–50.
- Тучин А.Г. Баллистико-навигационное проектирование полётов к Луне, планетам и малым телам Солнечной системы // Диссертация на соискание учёной степени доктора физико-математических наук. ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2010. 238 с.
- 10. Боровин Г.К., Голубев Ю.Ф., Грушевский А.В. и др. Баллистиконавигационное обеспечение полетов автоматических космических аппаратов к телам Солнечной системы / под ред. д.ф.-м.н. А.Г. Тучина. Химки: Издатель АО «НПО Лавочкина», 2018. 336 с.: ил.
- 11. Назаренко А.И. Задачи стохастической космодинамики: Математические методы и алгоритмы решения. М.: Ленанд, 2018. 352 с.
- 12. Гуо П., Ивашкин В.В. Оценка точности определения параметров движения нелинейной динамической системы по результатам измерений при наличии мешающих параметров // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2018. № 213. 36 с.
- 13. Jenniskens P., Shaddad M. H. et al. The impact and recovery of asteroid 2008 TC3 // Nature. 2009. Vol. 458. Iss. 7237. Pp. 485–488. doi: 10.1038/nature07920.

- 14. Алешкина Е.Ю., Куприянов В.В. и др. Астрометрические и фотометрические и сследования упавшего на Землю астероида 2008 ТСЗ // Астроном. вестник. 2011. Том 45. № 1. С. 36–44.
- 15. Popova O.P., Jenniskens P., Emel'yanenko V. et al. Chelyabinsk Airburst, Damage Assessment, Meteorite Recovery, and Characterization // Science. 2013. № 342. Pp. 1069–1073.
- 16. Brown P.G. and 32 co-authors. A 500-kiloton airburst over Chelyabinsk and an enhanced hazard from small impactors // Nature. 2013. Vol. 503. Pp. 238–241.
- 17. Емельяненко В.В., Попова О.П., Чугай Н.Н. и др. Астрономические и физические аспекты Челябинского события 15 февраля 2013 г. // Астроном. вестник. 2013. Т. 47, №4. С. 1–16.
- 18. Динамические процессы в геосферах. Выпуск 5. Геофизические эффекты падения Челябинского метеороида: сборник научных трудов ИДГ РАН. Специальный выпуск. / Под ред. Ю.И. Зецера. М.: ГЕОС, 2014. 160 с.

### Оглавление

Введение	3
1. Алгоритм решения навигационных задач определения и оценки точности определения орбиты опасного астероида по оптическим космическим измерениям системы «Небосвод»	4
<ol> <li>Численный анализ задачи навигации на основе моделирования измерений системы «Небосвод»</li></ol>	0
2.1. Анализ задачи навигации при наблюдении астероида Апофис с помощью системы «Небосвод»10	0
2.2. Анализ задачи навигации при наблюдении астероида 2008 ТСЗ с помощью системы «Небосвод»	9
2.3. Анализ задачи навигации при наблюдении Челябинского метеороида с помощью системы «Небосвод»	5
Выводы	0
Список литературы3	1