

<u>ИПМ им.М.В.Келдыша РАН</u> • <u>Электронная библиотека</u> <u>Препринты ИПМ</u> • <u>Препринт № 67 за 2019 г.</u>



ISSN 2071-2898 (Print) ISSN 2071-2901 (Online)

<u>Поздняков С.Г., Ершов С.В.,</u> <u>Волобой А.Г., Денисов Е.Ю.,</u> Потемин И.С.

Реконструкция параметров объемного рассеяния среды на основе измерений реальных образцов

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Реконструкция параметров объемного рассеяния среды на основе измерений реальных образцов / С.Г.Поздняков [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2019. № 67. 16 с. doi:<u>10.20948/prepr-2019-67</u> URL: <u>http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-67</u>

Ордена Ленина ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М.В. Келдыша Российской академии наук

С.Г. Поздняков, С.В. Ершов, А.Г. Волобой, Е.Ю. Денисов, И.С. Потемин

Реконструкция параметров объемного рассеяния среды на основе измерений реальных образцов

С.Г. Поздняков, С.В. Ершов, А.Г. Волобой, Е.Ю. Денисов, И.С. Потемин Реконструкция параметров объемного рассеяния среды на основе измерений реальных образцов

Настоящая работа посвящена детальному описанию процедуры вычисления параметров объемного рассеяния на основе стандартных измерений на измерительной установке, разработанной и построенной в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. В основе вычисления используются простые и достаточно ясные физический и математические принципы. Предложена процедура вычисления таких параметров с помощью лучевой результате применения этой процедуры спектральном трассировки. В В представлении были вычислены параметры объемного рассеяния для реальных образцов. Результаты вычислений были проверены с помощью моделирования световых характеристик виртуальных моделей реальных образцов. Показано, что вычислений соответствует декларированной достигнутая точность точности измерительной установки.

Ключевые слова: моделирование освещенности, стохастическая среда, объемное рассеяние, трассировка лучей, оптические измерения

Sergey Georgievich Pozdnyakov, Sergey Valentinovich Ershov, Alexey Gennadievich Voloboy, Evgeny Yurievich Denisov, Igor Stanislavovich Potemin

Reconstruction of volumetric scattering parameters based on measurements of real samples

This paper is devoted to a detailed description of the procedure for calculating the parameters of volume scattering on the basis of standard measurements on a measurement setup designed and built at KIAM RAS. The basis of the calculation uses simple and fairly clear physical and mathematical principles. The preprint proposes a procedure for calculating such parameters using ray tracing. As a result of applying this procedure in the spectral mode, the parameters of volume scattering for real samples were calculated. The results of the calculations were verified by simulating the light characteristics of virtual models of real samples. It is shown that the achieved accuracy of calculations corresponds to the declared accuracy of the measurement setup.

Key words: lighting simulation, stochastic scattering medium, volume scattering, ray tracing, optical measurement

Работа поддержана грантами РФФИ 17-01-00363 и 19-01-00435.

1. Введение

В настоящее время в научной литературе достаточно большое внимание уделяется распространению света в стохастических средах, а также построению и анализу физических и математических моделей, описывающих этот процесс. Например, в биологии и медицине при помощи световых импульсов, включая ультракороткие, в живых тканях удается обнаружить различные "нетипичные" неоднородности, в том числе злокачественные новообразования. Очевидны преимущества такого исследования биологических объектов: оно выполняется дистанционно и не требуется никакого повреждающего воздействия на исследуемый объект.

Еще одним направлением подобных исследований является распространение света в атмосфере или морской воде, содержащей различные случайные неоднородности. Эти исследования могут доставить ценную информацию о природе таких неоднородностей и их концентрации: например, различные аэрозоли, облака, туман и т.п. [1].

В современной оптической промышленности широко применяются материалы со свойствами объемного рассеяния, например, прозрачные вещества, содержащие рассеивающие включения. Из таких материалов изготавливаются различные оптические устройства и компоненты: диффузоры, подсвеченные приборные шкалы, светопроводы, выходные линзы светодиодов и т.д. Естественно, для проектирования и оптического моделирования таких устройств и компонент необходим достаточно точный расчет распространения освещения внутри их материала.

В большинстве практических случаев распространение света в материалах с объемным рассеянием хорошо описывается в рамках Уравнения Переноса Излучения (УПИ, см. ниже). Однако для применения УПИ необходима информация, позволяющая адекватно описывать рассеяние света в такой среде. Эта информация едва ли может быть получена на основе информации о физико-химических свойствах составляющих применяемого материала и сведениях о процессе его изготовления. Как правило, сколько-нибудь точное физико-химическое описание процесса изготовления такого материала весьма сложно. Кроме этого, сведения о процессе изготовления составляют коммерческую тайну производителя.

Вследствие этого возникает актуальная задача получения информации, описывающей распространение света в средах с объемным рассеянием, с помощью доступных оптических измерений и последующей математической обработки результатов этих измерений.

Следует отметить, что ведущие фирмы, работающие В области оптического проектирования и моделирования, например фирма "SPEOS", выполняют процедуру нахождения параметров объемного рассеяния и предоставляют своим клиентам такую возможность. Однако описание процедуры нахождения параметров, естественно, не публикуется.

В Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН разработана установка, на которой возможно проводить измерения рассеяния света с хорошей точностью. Установка многократно применялась для измерений отражения и пропускания света различными образцами, в основном плоскими Результаты измерений были успешно использованы пластинками. при моделировании различных объектов виртуальных сцен. оптическом И посвящена Настоящая публикация описанию процедуры определения параметров объемного рассеяния с помощью стандартных измерений на этой установке и решению соответствующей математической задачи.

2. Физическая модель распространения света в среде

С формальной точки зрения, точный расчет распространения света в стохастической случайным пространственным среде, т.е. среде co распределением показателя преломления, должен быть основан на уравнениях Максвелла. В настоящей публикации рассматриваются только немагнитные среды. Альтернативой служит приближение геометрической оптики, которое адекватно в том случае, когда пространственные размеры неоднородностей показателя преломления (размеры рассеивающих включений, радиусы кривизны их поверхностей и т.п.) много больше длины волны освещающего излучения. Если характерные размеры задачи сравнимы или меньше длины волны, приближение геометрической оптики может быть неприменимо.

Как правило, в практических случаях материал с объемным рассеянием представляет собой некоторую (изначально прозрачную и однородную) объемлющую среду, содержащую небольшие рассеивающие включения. Предполагается, что эти включения распределены внутри объемлющей среды случайно и однородно. Размеры, форма и другие физические свойства рассеивающих включений, как правило, неизвестны. Использование уравнений Максвелла в этом случае невозможно. В случае, когда характерные размеры рассеивающих включений сравнимы со световой длиной волны, применение геометрической оптики также проблематично.

Однако, если среда достаточно "разрежена", т.е. среднее расстояние между рассеивателями (точнее, средняя длина свободного пробега излучения) много больше длины световой волны, возможно применение гибридного подхода. Такой гибридный метод известен как УПИ. Он с успехом применялся и применяется для расчета распространения света в стохастических средах. Описанию УПИ и его применениям посвящено громадное количество отдельных публикаций и монографий (см., например [2]). Само по себе приближение УПИ является феноменологическим. В общем случае оно не может быть строго получено из уравнений Максвелла. При некоторых дополнительных условиях УПИ может быть получено в рамках статистической радиофизики [3].

Опишем вкратце суть приближения УПИ. Свет внутри стохастической среды между актами рассеяния движется по прямой, как и в геометрической

оптике в однородной среде. Акт рассеяния не описывается геометрической оптикой, а должен учитывать волновую природу света. В идеале все величины, описывающие рассеяние, должны находиться из решений уравнений Максвелла при соответствующих граничных условиях. В действительности в общем виде такие решения в аналитическом или полуаналитическом виде практически не существуют. Исключение составляет рассеяние на уединенном шаре (теория Mie).

Однако хорошо известно, что в случае фиксированной длины волны освещения в разреженной стохастически однородной и изотропной среде рассеяние описывается довольно просто с помощью всего трех величин и одной функции. К ним относятся: концентрация рассеивающих объектов, сечение рассеяния, сечение поглощения и фазовая функция, которая является плотностью вероятности распределения угла рассеяния, при этом рассеяние считается аксиально симметричным вокруг направления налетающего света.

В действительности концентрация рассеивателей и сечения входят в решение УПИ в определенной комбинации. Вследствие этого количество числовых параметров уменьшается до двух: средняя длина свободного пробега и коэффициент поглощения или эквивалентные им (например, коэффициент экстинкции и длина поглощения или иные). В настоящей публикации будут использоваться длина свободного пробега и коэффициент поглощения.

В принципе, зная коэффициенты преломления объемлющей среды и материала рассеивателей, форму и размеры рассеивателей, можно найти фазовую функцию путем численного решения уравнений Максвелла при соответствующих граничных условиях. Однако такой путь нахождения фазовой функции не всегда возможен и весьма трудоемок. Кроме этого, "теоретические" (вычисленные) параметры и фазовая функция могут существенно отличаться от "реальных", поскольку структура реального материала может заметно отличаться от идеального случая.

Технически фазовую функцию можно измерить с помощью измерений рассеяния света оптически тонкой пластинкой среды с объемным рассеянием. Напомним, что оптическая толщина есть просто толщина пластинки, выраженная в единицах средней длины свободного пробега. В случае оптически тонкой пластинки будет преобладать однократное рассеяние, и достаточной точностью может быть функция измерена фазовая с непосредственно. Однако, кроме того, что при таких измерениях необходимо учитывать преломление на границах среда-воздух, возникают ограничения, связанные с полным внутренним отражением. В результате фазовая функция не может быть измерена для скользящих (по отношению к поверхностям пластинки) направлений рассеянного света.

Ограничения, связанные с полным внутренним отражением, могут быть устранены, если поверхности пластинки иммерсионно соединены с двумя прозрачными полусферами (оптический контакт). Коэффициент преломления материала полусфер должен быть близким к коэффициенту преломления объемлющей среды. При этом и падающее освещение, и рассеянное излучение проходят через одну из полусфер. Следует отметить, что измерения с помощью полусфер достаточно сложны и трудоемки и не всякая измерительная установка для них пригодна.

Кроме этого, в реальном материале длина свободного пробега может быть достаточно небольшой: часто порядка 0.1 мм и менее. В этом случае изготовление оптически тонкой пластинки может быть достаточно затруднительным. Вообще говоря, можно изготовить не слишком тонкую пластинку с пониженной концентрацией рассеивателей. Однако такой способ едва ли выглядит реалистическим. Обычно производители соответствующих материалов предоставляют образцы только с "реалистическими" толщинами. Дополнительное изготовление сложных образцов может быть не оправдано, например, финансово.

Также следует учитывать, что вполне возможна ситуация, когда свойства рассеивающего материала зависят от концентрации рассеивателей сложнее, чем следует из решений УПИ с "теоретическими" параметрами. Из этого факта совсем не следует неприменимость УПИ, поскольку оно является феноменологическим уравнением. Как правило, при не слишком больших концентрациях УПИ остается применимым, но числовые параметры и фазовая функция могут заметно отличаться от "теоретических". В любом случае, значительно надежнее находить параметры объемного рассеяния с помощью оригинальных образцов производителя.

Поскольку непосредственное измерение фазовой функции или ее вычисление "из первых принципов" достаточно сложны, в реальных расчетах используются некоторые феноменологические распределения, содержащие один или более подгоночных параметров. Например, в изотропном случае можно использовать рассеяние Mie или индикатрису Henyey-Greenstein (см. ниже). Подгоночные параметры определяются из условия согласия решений УПИ с надежно измеренными данными.

В заключение этого раздела необходимо упомянуть еще один эффект, связанный с рассеянием вблизи или на поверхности объекта, изготовленного из материала с объемным рассеянием. Как правило, поверхность объекта не гладкой (полированной), a "содержит" является идеально некоторый микрорельеф. При этом поверхности объекта могут вносить некоторый диффузный вклад в распределение отраженного и прошедшего излучения. В большинстве случаев объекты с объемным рассеянием используются для получения более диффузного распределения освещения, чем выходное распределение источника освещения. Чаще всего наиболее существенным является пропускание света объектом, а распределение отраженного света менее критично.

Дополнительно к рассеянию на поверхностном рельефе следует упомянуть, что поверхность может влиять на рассеяние и внутри материала с объемным рассеянием, если рассеиватель расположен недалеко от этой поверхности. Однако если условия применимости УПИ выполнены, такое влияние будет достаточно мало и им следует пренебречь, т.е. рассеяние внутри и на поверхности объема учитываются независимо.

Формально говоря, поверхностные эффекты не имеют отношения к объемному рассеянию. Но поскольку определение параметров объемного рассеяния выполняется на основе измерений, возможно, что необходимо учитывать влияние поверхности достаточно точно. При этом априори неясно, является ли поверхностный вклад в рассеяние существенным для распределения прошедшего излучения или нет.

3. Описание измерений и их результатов

При определении параметров объемного рассеяния предполагалось использовать измерения на установке ИПМ в стандартном режиме. Материал с объемным рассеянием был представлен в виде трех пластинок с толщинами 1.55 мм, 1.98 мм и 3.15 мм. Если измерения могут быть выполнены с высокой точностью, то вполне достаточно одной пластинки. В используемой установке ошибка измерений оценивается порядка ~7%÷10%. При такой точности следует использовать несколько пластинок разной толщины: результаты вычислений будут надежнее, а сама вычислительная процедура – устойчивее. Визуально образцы представляли собой пластинки из молочного пластика белого или слегка голубоватого цвета. Для всех трех пластинок зеркальное отражение отсутствовало. Прямое пропускание даже в случае самой тонкой пластинки также отсутствовало. При стандартных измерениях выполняется измерение двунаправленной функции диффузного отражения (ДФО) и пропускания (ДФП) для углов падения освещения 10° , 20° , 30° , 45° и 60° . Кроме этого выполняются измерения ДФП для угла падения 0° . По естественным причинам измерение полной ДФО при 0⁰ невозможно. Измерения отражения и пропускания проводились в спектральном виде для фиксированного набора длин волн освещения, покрывающего большую часть видимого спектра. При измерениях была обнаружена заметная флюоресценция при длине волны $\lambda \leq 420 nm$. Вследствие этого определение параметров рассеяния выполнялось начиная с длины волны $\lambda = 430 nm$.

В стандартном режиме измерение зеркальных компонент ДФО и ДФП не может быть выполнено. Как уже было отмечено выше, для всех образцов зеркальное отражение отсутствует. Однако поверхности образцов достаточно гладкие. В этом случае ДФО является чисто диффузным распределением, которое содержит заметный максимум в направлении зеркального отражения. При стандартном режиме измерений из-за ограниченности диапазона яркости установки величины ДФО, соответствующие зеркальному направлению и в угловом конусе $\theta \leq 2^0$ от этого направления также не измеряются.

Форма измеренных ДФО для всех трех толщин практически одинакова. С достаточной точностью ДФО можно представить как сумму резкого пика для

направлений, близких к направлению зеркального отражения, и плавного диффузного "основания", почти постоянного для всех направлений вплоть до горизонта. Визуально пик полностью исчезает при $\theta \ge 15^{0}$. При анализе ДФО было установлено, что рельефы поверхностей различных образцов несколько отличаются друг от друга. Кроме этого, при измерениях было определено, что рельефы заметно отличаются от изотропных. В этом случае учет влияния рельефов может быть выполнен только приближенно. Также следует отметить слабую спектральную зависимость ДФО для всех трех образцов. При этом величина диффузного "основания" ДФО увеличивается с толщиной образца.

Форма ДФП несколько сильнее зависит от толщины образца. Для всех трех образцов распределение яркости прошедшего света очень плавно зависит от направления. В случае самой толстой пластинки ДФП слабо меняется при изменении направления от направления прямого пропускания вплоть до направлений, близких к горизонту. При уменьшении толщины угловая зависимость становится более выраженной.

Кроме этого, ДФП демонстрирует более сильную спектральную зависимость по сравнению с ДФО: пропускание в длинноволновой части спектра заметно больше, чем в коротковолновой. Такая спектральная зависимость ДФП вполне ожидаема и полностью соответствует т.н. "закону Ангстрема", при котором для рассеивающих частиц с размерами порядка световой длины волны рассеяние увеличивается с ее уменьшением. Закон Ангстрема подобен закону Рэлея, он применим для более крупных рассеивающих частиц, чем в рэлеевском случае, и является приближенным соотношением [4].

В конце этого раздела следует указать, что в стандартном режиме для получения финальных распределений ДФО и ДФП измеренные распределения дополнительно подвергаются процедуре сглаживания, а при необходимости могут масштабироваться величиной, близкой к единице: обычно менее чем ~1.03. Более детально процедура стандартных измерений и описание измерительной установки приведены в препринте [5]. Особо отметим, что декларируется характерная точность измерения ДФО и ДФП: ошибка не превышает 7% ÷ 10%.

4. Математическая постановка задачи

Как уже было описано в разделе 2, для описания объемного рассеяния необходимы два численных параметра: средняя длина свободного пробега – μ , коэффициент поглощения – κ и фазовая функция – $\varphi(\theta)$, здесь θ – угол рассеяния. Естественно, все эти величины и распределения могут зависеть от длины волны излучения. При этом фазовая функция может задаваться в аналитическом виде, зависящем от нескольких параметров.

Методом проб и ошибок был определен вид фазовой функции, адекватный настоящей задаче:

$$\varphi(\theta) = \frac{A}{[1+2g\cos(\theta)+g^2]^{\Gamma}}.$$

Здесь A – нормировочный множитель, g – т.н. параметр "асимметрии". Вид использованной фазовой функции близок к виду широко использующейся индикатрисы Henyey-Greenstein [6]. По сравнению с индикатрисой Henyey-Greenstein в настоящей работе используется дополнительный параметр Г. У оригинальной индикатрисы Henyey-Greenstein степень знаменателя фиксирована: $\Gamma = 3/2$.

Если задать некоторые величины μ , κ и параметры, определяющие фазовую функцию, то для известной толщины образца с помощью решения УПИ можно вычислить "пробные" (теоретические) распределения ДФО и ДФП. Тогда вычисление параметров объемного рассеяния может быть сведено к решению обратной задачи: определению величин μ , κ и параметров, задающих фазовую функцию (g и Γ), исходя из согласия измеренных и теоретических распределений для ДФО и ДФП.

Преимущество такого подхода заключается в том, что полная задача поиска спектральных распределений для искомых параметров может быть расщеплена на несколько подзадач для фиксированных длин волн. При этом, естественно, полное искомое решение должно обладать свойством "непрерывности" по длине волны, т.е. значения найденных параметров для близких длин волн также должны быть, в некотором смысле, близки. Это позволит применять найденные распределения для промежуточных длин волн, используя интерполяцию и, возможно, экстраполяцию.

Решение обратной может задачи быть получено с помощью соответствующей процедуры минимизации, естественно, при разумном определении целевой функции. В настоящем случае целевую функцию можно определить как сумму квадратов относительных отклонений теоретических и измеренных распределений. Полная сумма вычисляется для ДФО и ДФП для трех толщин образцов и какой-то части входных и выходных углов. При необходимости различные слагаемые в сумме для целевой функции могут входить в нее с различными весами, учитывающими различия в точности измерений, например, для различных углов падения.

Наиболее простым способом вычисления ДФО и ДФП является "рутинная" Монте–Карло трассировка лучей. Описание такой трассировки многократно опубликовано в литературе (см., например, [2]). Основным недостатком Монте–Карло трассировки является очень большая длительность вычислений, которая необходима для уменьшения уровня стохастического шума. При произвольном угле падения длительность вычисления с приемлемой точностью распределений отраженного и прошедшего излучения на одном процессоре современного компьютера составляет несколько часов. В результате задача минимизации с такой целевой функцией практически нерешаема. Исключение составляют только вычисления для направления освещения вдоль нормали к поверхности образца. В этом случае уровень шума может быть заметно уменьшен за счет усреднения по азимуту.

Скорость вычислений, естественно, может быть значительно увеличена с помощью параллельных вычислений. В данном случае Монте–Карло вычисления прекрасно распараллеливаются. Однако даже в случае десятков используемых процессоров необходимое время вычисления ДФО и ДФП все еще остается слишком большим.

Альтернативным способом вычисления пробных ДФО и ДФП является метод сложения–удвоения [7], который обеспечивает высокую точность и при этом не требует больших временных затрат. По сравнению с трассировкой лучей метод сложения–удвоения существенно сложнее и требует длительного программирования и отладки. Кроме того, метод сложения–удвоения может быть достаточно просто применим только в случае пластинок с идеально плоскими поверхностями. Для поверхностей с рельефом применение этого метода требует знания с высокой точностью полных поверхностных ДФО и ДФП как при направлении освещения из воздуха в материал, так и для направления освещения из материала в воздух.

Вычисление таких ДФО и ДФП возможно с помощью обычной Монте– Карло трассировки лучей, если известны показатель преломления объемлющей среды и распределение высот рельефа в явном виде. Известно, что материал пластинки (объемлющая среда) – это РММА со слабой дисперсией показателя преломления, а средний по видимому диапазону показатель преломления равен $\eta = 1.495$. В настоящем случае непосредственное измерение профилей рельефов невозможно из-за отсутствия соответствующего оборудования.

Другой возможный способ получения поверхностных ДФО и ДФП основан на результатах настоящих измерений для ДФО. Распределение отраженного излучения состоит из двух частей: излучения, отраженного только освещаемой поверхностью, и излучения, прошедшего через эту поверхность, проникшего внутрь рассеивающего материала, затем вернувшегося назад к поверхности и вышедшего через эту поверхность наружу. При не слишком больших углах падения и "мелком" рельефе основной вклад в первую часть дает излучение, испытавшее на поверхности только однократное рассеяние. Если удается выделить вклад от однократного отражения на поверхности, то возможно вычислить плотность вероятности распределения углов наклона нормалей рельефа. С помощью найденной плотности вероятности наклонов (в этом случае поверхность задается неявно и приближенно) можно также приближенно вычислить поверхностные ДФО и ДФП. Однако применение этих приближенных распределений вместе с методом сложения-удвоения может привести к значительным погрешностям. В методе удвоения необходимы полные поверхностные ДФО и ДФП, а точность их вычислений при неявном задании поверхности (т.е. пренебрежение более чем однократным рассеянием на поверхности), особенно при скользящих углах падения, может быть недостаточной.

Для небольших углов падения и невысокого и плавного рельефа найденное распределение наклонов нормалей можно без труда включить в лучевую трассировку. Исходя из вышесказанного было принято решение ограничиться достаточно простым программированием и попытаться использовать простую лучевую трассировку. При этом целевая функция не сможет использовать всю информацию, полученную с помощью измерений. Полная задача минимизации расщепляется на две части и решается в два этапа. Естественно, такое решение достижимо только при правильном выборе вида фазовой функции.

Возможность такого подхода основана на следующем факте. Для одной пластинки с рельефом, характерным для представленных образцов, при нормальном падении освещения и фиксированных величинах длины волны и параметра Γ с помощью изменения трех других параметров μ , κ , g удается воспроизвести интегральные коэффициенты отражения и пропускания такой пластинки. При этом интегральные коэффициенты могут быть заданы произвольно и удовлетворять только закону сохранения энергии. Естественно, что при различных значениях параметра Γ формы распределения отраженного и прошедшего излучения также будут различными.

Вследствие этого с большой уверенностью можно предположить, что результаты подгонки интегральных коэффициентов для всех трех пластинок и при нескольких углах падения (такая подгонка выполняется только с помощью параметров μ , κ и g) при некотором значении параметра Γ удовлетворительно воспроизведут формы распределений отраженного и прошедшего излучения. В результате будет найден набор четырех параметров, для которого соответствующие решения УПИ согласуются с распределениями, полученными при помощи измерений.

При этом использованная целевая функция при фиксированном значении Г была выбрана в следующем виде:

$$\Phi(\mu,\kappa,g) = \sum_{h} \sum_{\sigma} \left\{ \left[\frac{R_T(h,\sigma)}{R_E(h,\sigma)} - 1 \right]^2 + \left[\frac{T_T(h,\sigma)}{T_E(h,\sigma)} - 1 \right]^2 \right\} \cdot w(\sigma)$$

Здесь $R_E(h,\sigma)$ и $T_E(h,\sigma)$ – интегральные коэффициенты отражения и пропускания, полученные с помощью измерений, такие же величины, но с индексом "T" – вычисленные интегральные коэффициенты. Внешнее суммирование выполняется по всем трем толщинам пластинок *h*, внутренняя сумма вычисляется по четырем значениям угла падения σ : 10⁰, 20⁰, 30⁰ и 45⁰. Величина $w(\sigma)$ является весом, который учитывает меньшую точность измерений при $\sigma = 45^{0}$: $w(\sigma = 45^{0}) = 1/2$. При остальных углах падения $w(\sigma) = 1$. Случай, при котором освещение направлено по нормали к поверхности, в целевой функции не учитывается. Распределение прошедшего излучения при $\sigma = 0^{0}$ используется для нахождения величины параметра Г, исходя из условия наилучшего согласия между вычисленным и измеренным распределениями прошедшего излучения. Напомним, что все величины могут быть функциями длины волны, для краткости в формулах она не указана.

5. Описание вычислений и их результатов

В настоящей работе вычисление значений целевой функции, описанной в предыдущем разделе, выполняется методом лучевой трассировки. При этом неизбежно возникает вычислительный шум, уровень которого может быть уменьшен только с помощью увеличения количества используемых лучей. По нашему мнению, наиболее эффективным методом поиска минимумов "зашумленных" функций является метод Нелдера–Мида [8]. Вообще говоря, однократное применение этого метода даже при невысоком уровне шума может дать результат, заметно отличающийся от оптимального. Для того чтобы избежать подобной ситуации, нужно просто применить метод несколько раз, стартуя из различных многомерных точек, несколько отличающихся от уже найденных.

Возникает вопрос о единственности найденного решения. Вообще говоря, для вычисления параметров объемного рассеяния вполне достаточно всего одного образца (одной толщины) и одного угла падения. Но при этом требуется достаточно высокая точность измерений и вычисление распределений отраженного и прошедшего излучения также с высокой точностью. Но даже в этом случае решение может быть неединственным. Если оптическая толщина образца велика, то небольшие изменения параметров, например, параметров фазовой функции, очень слабо влияют на форму и величину вычисленных распределений, особенно это касается распределения отраженного излучения.

Дополнительная информация, используемая в целевой функции, если и не исключает полностью возможность появления нескольких минимумов, то делает ситуацию более приемлемой. При большем объеме информации глубина побочных минимумов по сравнению с "нужным", как правило, меньше, а сами такие минимумы становятся более сепарированными. Именно для этого при расчетах использовались три образца и несколько углов падения. Кроме этого, использование образцов с разными толщинами повышает точность вычисления параметров и делает результаты более надежными. В настоящем случае для выбора "нужных" минимумов применялась непрерывность по длине волны и, при необходимости, выбирался тот из них, который давал лучшие результаты для распределения прошедшего излучения при освещении по нормали к поверхности самого тонкого образца.

Выбор самого тонкого образца для критерия формы распределения неслучаен. В нашем случае даже этот образец имеет достаточно большую оптическую толщину: > 10, и в результате – весьма диффузное распределение прошедшего излучения. При этом чувствительность формы распределения к изменению параметров фазовой функции достаточно мала. Для более толстых образцов распределения еще более диффузные (близки к ламбертовскому распределению), а чувствительность еще слабее.

Таким образом, была использована следующая вычислительная процедура. При длине волны излучения, наиболее близкой к середине видимого диапазона (в нашем случае при $\lambda = 560 nm$), при нескольких равноотстоящих значениях параметра Г были вычислены минимумы целевой функции Φ(μ, κ, g). Затем для каждого из найденных наборов четырех параметров Г, µ, к, g вычислялось распределение прошедшего излучения при нормальном освещении наиболее тонкого образца (h = 1.55mm).Далее вычислялись невязки между измеренными и вычисленными распределениями, с их помощью определялась оптимальная величина параметра $\Gamma = 2.386$. В результате был найден набор из четырех параметров объемного рассеяния для этой длины волны излучения.



Рис. 1. Вычисленные спектральные зависимости параметров объемного рассеяния.

Ранее уже была отмечена слабая спектральная зависимость результатов измерений. Кроме этого, при определении оптимального параметра Γ также было установлено, что прошедшее излучение достаточно слабо меняется при небольших изменениях этого параметра. Как и следовало ожидать, небольшое изменение Γ достаточно хорошо компенсируется изменениями трех других параметров. В результате было предположено (а впоследствии и проверено), что с достаточной точностью значение $\Gamma = 2.386$ может быть использовано для всех измеренных длин волн. Таким образом, вычисления для всех других длин

волн выполнялось в обе стороны, начиная с $\lambda = 560nm$. Спектральная зависимость вычисленных значений параметров представлена на рисунке 1.

Следует отметить, что утверждение о возможности использования значения параметра Г, не зависящего от длины волны, достаточно хорошо подтверждается. При этом сильнее всего на форму распределения прошедшего излучения влияют параметры, определяющие фазовую функцию.





В настоящем случае спектральное изменение вычисленного параметра асимметрии *g* достаточно мало: различие между максимальным и минимальным значениями менее 5%. Спектральные зависимости остальных двух параметров μ и κ также не слишком значительны.

На рис. 2 представлены измеренные и вычисленные распределения отраженного и прошедшего излучения при освещении самого тонкого образца по нормали к поверхности для длины волны $\lambda = 560nm$. Вычисленные распределения соответствуют $\Gamma = 2.386$. Рисунок 2 иллюстрирует "качество" вычисления параметра Γ . Напомним, что интегральные коэффициенты при $\sigma = 0^0$ не дают вклада при вычислении целевой функции $\Phi(\mu, \kappa, g)$. При этом распределение прошедшего излучения измеряется непосредственно, а "измеренное" распределение отраженного излучения при $\sigma = 0^0$ вычисляется с

помощью экстраполяции, исходя из измеренных распределений для $\sigma = 10^{0}$, 20^{0} , 30^{0} и последующего усреднения вокруг направления освещения.

В процессе определения параметров объемного рассеяния была выполнена процедура вычисления плотности вероятности распределения наклонов нормалей поверхностного рельефа. Процедура выполнялась итерационно. Для вычисления стартового распределения использовались измеренные данные для $\sigma = 10^{\circ}$. Распределения отраженного излучения, представленные на рис. 2, демонстрируют вполне удовлетворительную точность, обеспечиваемую этой процедурой.

6. Заключение

Настоящая публикация посвящена процедуре вычисления параметров объемного рассеяния исходя из стандартных оптических измерений, выполненных на действующей установке ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. Материал с объемным рассеянием был предоставлен в виде трех плоских образцов (пластинок) различной толщины. При этом даже самая тонкая пластинка имела значительную оптическую толщину, а распределения отраженного и прошедшего излучения были достаточно диффузными.

В процессе вспомогательных вычислений было определено влияние параметров, описывающих фазовую функцию, на формы распределений отраженного И прошедшего излучения при заданных интегральных коэффициентах отражения пропускания. полученной И С помощью информации был сформулирован математический подход, использующий для получения искомого набора параметров решение двух последовательных обратных задач. Обе задачи решались с помощью соответствующих процедур изменения минимизации. Внешняя задача помощью с параметра Γ минимизировала различие между измеренным вычисленным И распределениями прошедшего излучения. А внутренняя – минимизировала невязку вычисленных совокупную для И измеренных интегральных коэффициентов отражения и пропускания. Внешняя задача решалась С помошью вычисления МИНИМУМОВ аппроксимирующих полиномов, a внутренняя – с помощью метода Нелдера-Мида. В результате были получены распределения для использованных четырех спектральные параметров объемного рассеяния. Достигнутая точность вычисления параметров соответствует точности проведенных измерений.

При всей простоте описанный подход не свободен от недостатков. Метод лучевой трассировки, примененный для вычисления целевой функции внутренней задачи, малопригоден для вычисления целевой функции, использующей распределения отраженного и прошедшего излучения, из-за значительной длительности таких вычислений и, соответственно, большой длительности процедуры минимизации.

Скорость вычислений может быть значительно увеличена за счет применения метода сложения—удвоения, который, в свою очередь, может потребовать решения задачи вычисления рельефа поверхности образца в явном виде. Учитывая, что математический подход этого метода достаточно сложен, а разработка соответствующей программы потребует заметных усилий и времени, использование метода сложения—удвоения целесообразно только в случае "массового" применения описанного подхода.

7. Библиографический список

1. Optical backscattering properties of the "clearest" natural waters. M.S. Twardowski et al. // Biogeosciences, 4, pp.1041–1058, 2007.

2. Сушкевич Т.А. Математические модели переноса излучения. М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2006.

3. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Введение в статистическую радиофизику. Часть 2. М.: "Наука", Главная редакция физико-математической литературы, 1978.

4. Русина Е.Н., Радионов В.Ф., Сибир Е.Е. Изменчивость аэрозольнооптических параметров атмосферы в северной и южной полярных областях после 2000 г. // Проблемы Арктики и Антарктики, 1, с.51-60, 2013.

5. Волобой А.Г. и др. Аппаратно-программный комплекс для измерения светорассеивающих свойств поверхностей // Информационные технологии и вычислительные системы, № 4, 2006, с.24-39.

6. Henyey-Greenstein phase function, URL: <u>https://www.astro.umd.edu/~jph/</u><u>HG_note.pdf</u>

7. Sergey Ershov et al. Reverse engineering approach to appearance-based design of metallic and pearlescent paints // The Visual Computer 20(8): 586-600, January 2004 8. Nelder–Mead method, URL: <u>https://en.wikipedia.org/wiki/Nelder-Mead_method</u>

Оглавление

| Введение | 3 |
|---|------|
| Физическая модель распространения света в среде | 4 |
| Описание измерений и их результатов | 7 |
| Математическая постановка задачи | 8 |
| Описание вычислений и их результатов | . 12 |
| Заключение | . 15 |
| Библиографический список | . 16 |
| | |