



ISSN 2071-2898 (Print)  
ISSN 2071-2901 (Online)

**Жуков Б.И.**

Определение положения  
Солнца на борту КА по  
данным фотоэлектрического  
солнечного датчика

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Жуков Б.И. Определение положения Солнца на борту КА по данным фотоэлектрического солнечного датчика // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2019. № 9. 32 с. doi:[10.20948/prepr-2019-9](https://doi.org/10.20948/prepr-2019-9)  
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-9>

**Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В.Келдыша  
Российской академии наук**

**Б.И. Жуков**

**Определение положения Солнца  
на борту КА по данным  
фотоэлектрического  
солнечного датчика**

**Москва — 2019**

***Жуков Б.И.***

### **Определение положения Солнца на борту КА по данным фотоэлектрического солнечного датчика**

Рассматриваются вопросы разработки математической модели солнечного датчика, построенного на базе фотоэлектрических элементов, для его использования при управлении угловым движением КА в ходе построения и поддержания режима постоянной солнечной ориентации (ПСО).

Разработана математическая модель, позволяющая формировать выходные сигналы датчика в виде аналоговых токов (или напряжений) в зависимости от положения Солнца относительно датчика, а также алгоритмы, позволяющие по величине выходных токов фотоэлектрических элементов восстанавливать положение Солнца в приборной системе координат.

Проведен статистический анализ для оценки работоспособности алгоритмов управления КА при построении и поддержании режима ПСО совместно с математической моделью датчика и алгоритмами восстановления положения Солнца при различной начальной ориентации КА относительно Солнца.

***Ключевые слова:*** математическая модель солнечного датчика, фотоэлектрический солнечный датчик, наведение на Солнце.

***Boris Ilyich Zhukov***

### **Determination of the Sun position onboard the spacecraft by photoelectric solar sensor**

The preprint deals with the development of a mathematical model of the solar sensor on the basis of photoelectric elements to the spacecraft attitude motion to construct and maintain a constant solar orientation (CSO).

A mathematical model that allows to form the output of the sensor in the form of analog currents (or voltages) depending on the Sun position relative to the sensor is developed, as well as algorithms that restore the Sun position by magnitude of output currents of photoelectric cells in the instrument coordinate system.

A statistical analysis was carried out to estimate the performance of spacecraft control algorithms at construction and maintenance of the CSO mode together with a mathematical model of the sensor and algorithms for restoring the position of the Sun for different initial spacecraft orientation relative to the Sun.

***Keywords:*** mathematical model of solar sensor, photoelectric solar sensor, targeting to the Sun.

## Постановка задачи

Рассматриваются вопросы разработки математической модели пассивного солнечного датчика, построенного на базе фотоэлектрических элементов. Датчик предназначен для определения положения Солнца при управлении угловым движением космического аппарата в ходе построения и поддержания режима постоянной солнечной ориентации. Целью режима является приведение КА в такое положение относительно Солнца, которое обеспечивает наилучшую освещенность панелей солнечных батарей для максимального притока электроэнергии на борт КА.

При разработке математической модели рассматривается процесс формирования выходных сигналов датчика в зависимости от положения Солнца относительно датчика, а также алгоритм восстановления положения Солнца по выходным сигналам датчика.

Исследуется возможность использования датчика совместно с алгоритмом управления угловым движением КА для достижения поставленных задач при наличии ошибок восстановления положения Солнца.

## Математическая модель солнечного датчика

Прототип солнечного датчика представляет собой правильную усеченную четырехугольную пирамиду, на боковых гранях которой попарно расположены восемь прямоугольных пластин фотоэлектрических детекторов. Общие принципы работы фотоэлектрических детекторов изложены в [1], [2]. Боковые грани пирамиды наклонены к плоскости основания под углом  $68^\circ$ . Выходная информация прибора поставляется в виде четырёх дублированных аналоговых сигналов граней – токов или напряжений на встроенных сопротивлениях каждой из восьми пластин. Величина тока (напряжения) каждого детектора прямо пропорциональна интенсивности полного светового потока, попадающего на этот детектор. Максимальное значение тока равно  $I_{\max}$ .

Ось  $X_{\text{ПСК}}$  приборной системы координат (ПСК) перпендикулярна посадочной плоскости датчика (нижнему основанию усеченной пирамиды), совпадает с осью симметрии усеченной пирамиды и направлена в сторону пространства объектов (к вершине усеченной пирамиды), как показано на рисунке 1. По завершении построения заданной солнечной ориентации ось  $X_{\text{ПСК}}$  должна быть направлена на Солнце. Ось  $Y_{\text{ПСК}}$  параллельна посадочной плоскости датчика, расположена в плоскости нижнего основания пирамиды и перпендикулярна одному из ребер основания пирамиды. Привязка оси  $Y_{\text{ПСК}}$  к конкретному ребру основания пирамиды при построении математической модели значения не имеет. В частности, для конкретной технической реализации прибора ориентация оси  $Y_{\text{ПСК}}$  может быть задана, например, относительно места расположения разъемов выходных сигналов. Ось  $Z_{\text{ПСК}}$  дополняет систему координат до правой прямоугольной.

Схема поля зрения солнечного датчика для одной грани с учетом защитной бленды показана на рисунке 2.

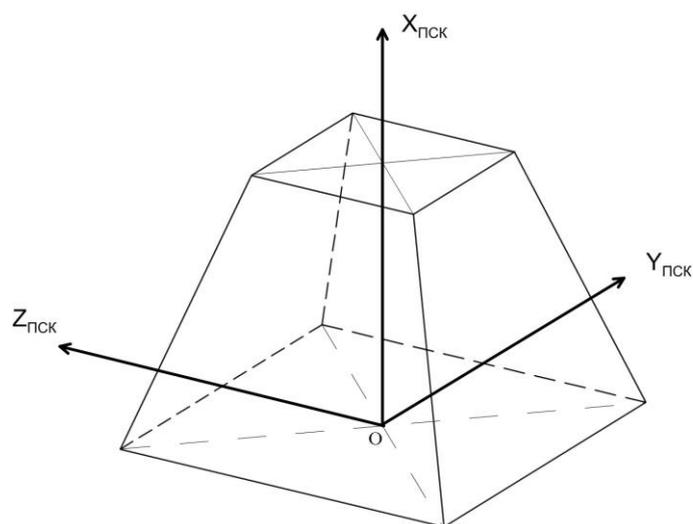


Рис.1. Приборная система координат солнечного датчика

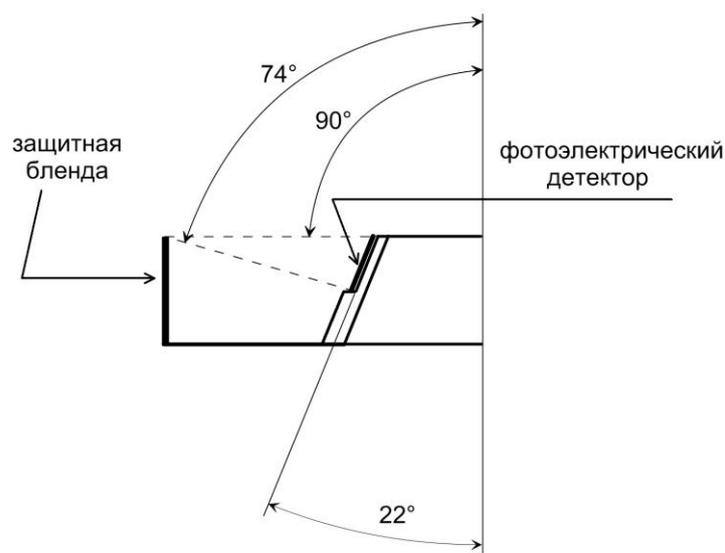


Рис. 2. Схема поля зрения солнечного датчика

Рассмотрим процесс формирования выходных сигналов солнечного датчика в зависимости от положения Солнца относительно осей ПСК. Для этого введем нумерацию граней относительно осей ПСК и отвечающую им нумерацию порождаемых токов в соответствии с рисунком 3. На рисунке 3 ось  $X_{\text{пск}}$  направлена от поверхности рисунка к нам.

При построении модели будем рассматривать только четыре сигнала – по одному сигналу от каждой грани прибора:  $i_1, i_2, i_3, i_4$ .

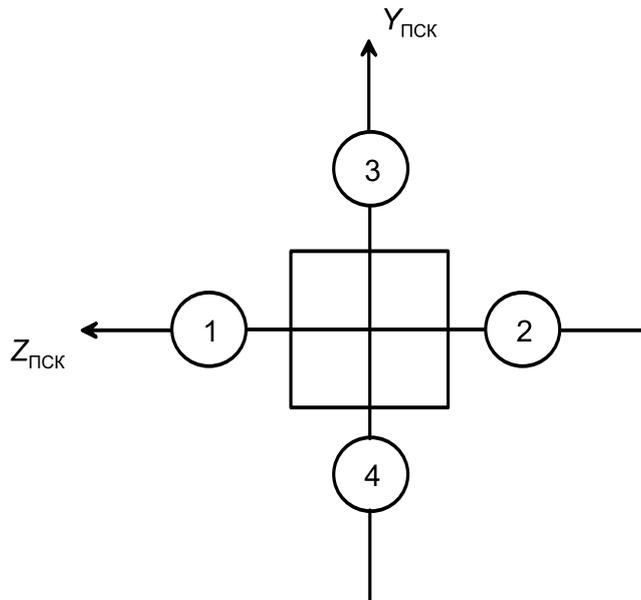


Рис. 3. Расположение нумерованных граней солнечного прибора относительно осей ПСК

Алгоритм формирования одного сигнала  $i_n$  для  $n$ -й грани прибора по двум дублированным сигналам от детекторов, расположенных на этой грани  $i_{n1}$  и  $i_{n2}$ , достаточно прост и здесь не рассматривается.

Сила тока, порождаемая детекторами каждой из четырех граней прибора, пропорциональна интенсивности полного светового потока, попадающего на эту грань. Интенсивность светового потока прямо пропорциональна косинусу угла падения луча Солнца, а также засвеченной площади детекторов. Таким образом, максимальная величина тока достигается при полностью засвеченной грани и при угле падения равном  $90^\circ$  для этой грани.

Пусть Солнце расположено в произвольной точке пространства относительно КА, и  $(X_{\text{ПСК}}, Y_{\text{ПСК}}, Z_{\text{ПСК}})$  – единичный вектор в направлении линии визирования Солнца в ПСК. Определим угол визирования  $\alpha_c$  (иногда называемый полярным расстоянием) как угол между положительным направлением оси  $X_{\text{ПСК}}$  и этим единичным вектором. Чтобы иметь возможность вычислять величину угла падения лучей для каждой из граней, определим в ПСК компоненты единичных векторов  $(X_n, Y_n, Z_n)$ , которые перпендикулярны граням (пластинам-детекторам) солнечного прибора, где  $n = 1, \dots, 4$  (номер грани солнечного прибора в соответствии с рисунком 3):

$$\begin{aligned}
 \text{Грань 1: } & (\sin 22^\circ, 0, \cos 22^\circ), \\
 \text{Грань 2: } & (\sin 22^\circ, 0, -\cos 22^\circ), \\
 \text{Грань 3: } & (\sin 22^\circ, \cos 22^\circ, 0), \\
 \text{Грань 4: } & (\sin 22^\circ, -\cos 22^\circ, 0).
 \end{aligned} \tag{1}$$

Косинус угла падения  $\varepsilon$  между вектором визирования Солнца и перпендикуляром к  $n$ -й грани прибора с учётом единичности векторов определяется из скалярного произведения:

$$\cos \varepsilon_n = \left( (X_{\text{СПСК}}, Y_{\text{СПСК}}, Z_{\text{СПСК}}), (X_n, Y_n, Z_n)^T \right) = X_{\text{СПСК}} X_n + Y_{\text{СПСК}} Y_n + Z_{\text{СПСК}} Z_n \quad (2)$$

Ток  $n$ -й грани  $i_n$  прямо пропорционален значению  $\cos \varepsilon_n$ .

Известно, что при больших углах падения у фотоэлектрических датчиков возникает эффект полного отражения. В этом случае ток датчика равен нулю. В рассматриваемой модельной задаче принято, что угол скольжения, при котором возникает эффект полного отражения, равен  $7^\circ$ . Таким образом, при углах падения  $\varepsilon_n \geq 83^\circ$  ток грани  $i_n$  равен нулю.

Величина угла визирования Солнца  $\alpha_C$  между осью  $X_{\text{ПСК}}$  и направлением на Солнце определяется только координатой Солнца  $X_{\text{СПСК}}$ :

$$\cos \alpha_C = X_{\text{СПСК}}. \quad (3)$$

Если этот угол  $\alpha_C > 90^\circ$ , то Солнце находится вне поля зрения солнечного прибора. В этом случае выходные сигналы прибора  $i_1 = i_2 = i_3 = i_4 = 0$ .

Если  $\alpha_C > 74^\circ$  (см. рисунок 2), то часть площади пластин затеняется блендой, и для определения интенсивности светового потока необходимо определить, какая часть площади пластин остается засвеченной.

Введем понятие коэффициента засветки  $K_C$  как отношение площади пластины, на которую попадают солнечные лучи, к полной площади пластины.

Рассчитаем площадь одной пластины грани 1, на которую попадает Солнце, при значениях угла  $\alpha_C$  в диапазоне  $74^\circ \dots 90^\circ$ . Рассмотрим случай, когда Солнце находится в плоскости  $X_{\text{ПСК}}OZ_{\text{ПСК}}$ , т.е. в плоскости, перпендикулярной грани 1. На рисунке 4 показана грань 1 и направление солнечных лучей для двух крайних значений углов рассматриваемого диапазона. При  $\alpha_C = 74^\circ$  (и меньше) пластины датчиков грани освещены целиком ( $K_C = 1$ ), при  $\alpha_C = 90^\circ$  (и больше) пластины датчиков грани полностью затенены блендой ( $K_C = 0$ ).

Рассмотрим треугольник  $ABC$ , где точка  $A$  расположена на верхней кромке бленды, точка  $B$  расположена на верхнем краю грани 1, а положение точки  $C$  на грани 1 определяется углом  $\alpha_C$  (угол отклонения Солнца от оси  $X_{\text{ПСК}}$ ). Для  $\alpha_C = 74^\circ$ , как показано на рисунке 4, точка  $C$  расположена на нижнем краю пластины датчика, для  $\alpha_C = 90^\circ$  точка  $C$  совмещается с точкой  $B$ . Расстояние  $AB$  фиксировано (определено геометрией прибора), отрезок  $AB$  параллелен оси  $Z_{\text{ПСК}}$ , так как высота бленды принята равной высоте усеченной пирамиды.

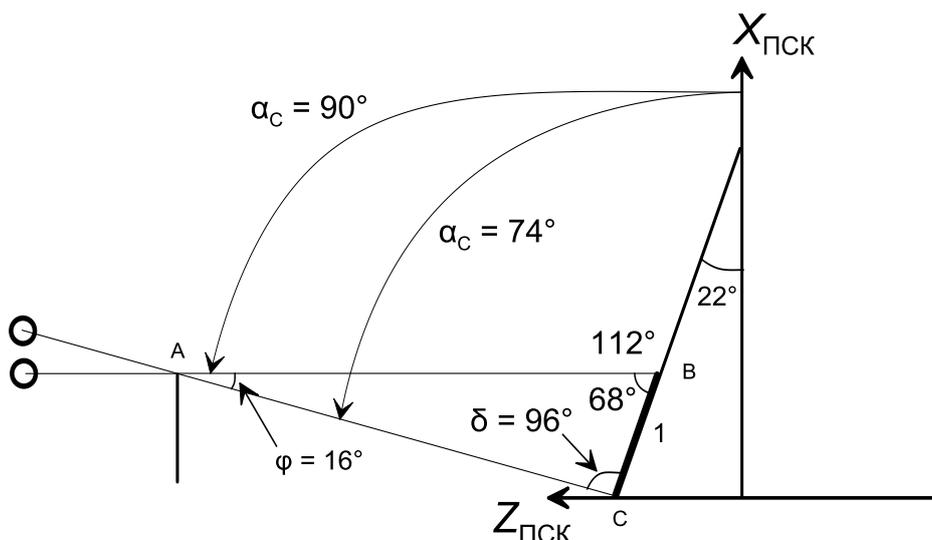


Рис. 4. Направление солнечных лучей для крайних положений засветки пластин

С использованием теоремы синусов для треугольника ABC при  $\alpha_C = 74^\circ$  определим фиксированное расстояние AB, считая, что  $CB = 1$ :

$$AB = \sin 96^\circ / \sin 16^\circ. \quad (4)$$

Тогда для  $74^\circ \leq \alpha_C \leq 90^\circ$  с учетом, что  $\varphi = (90^\circ - \alpha_C)$ , а  $\delta = (22^\circ + \alpha_C)$ , имеем:

$$CB = AB \cos(\alpha_C) / \sin(22^\circ + \alpha_C). \quad (5)$$

Подставив (4) в (5), получим:

$$K_C = CB = \sin 96^\circ \cos(\alpha_C) / \sin(22^\circ + \alpha_C) \sin 16^\circ. \quad (6)$$

Для  $\alpha_C \geq 90^\circ$   $K_C = 0$ , для  $\alpha_C \leq 74^\circ$   $K_C = 1$ . График изменения  $K_C$  в зависимости от угла визирования Солнца  $\alpha_C$  в соответствии с (6) приведен на рисунке 5.

Дополнительные искажения, которые возникают при произвольном положении Солнца вне плоскостей, перпендикулярных плоскостям граней, и связаны с увеличением расстояния от краев бленды до пластин, предполагаются малыми более высокого порядка.

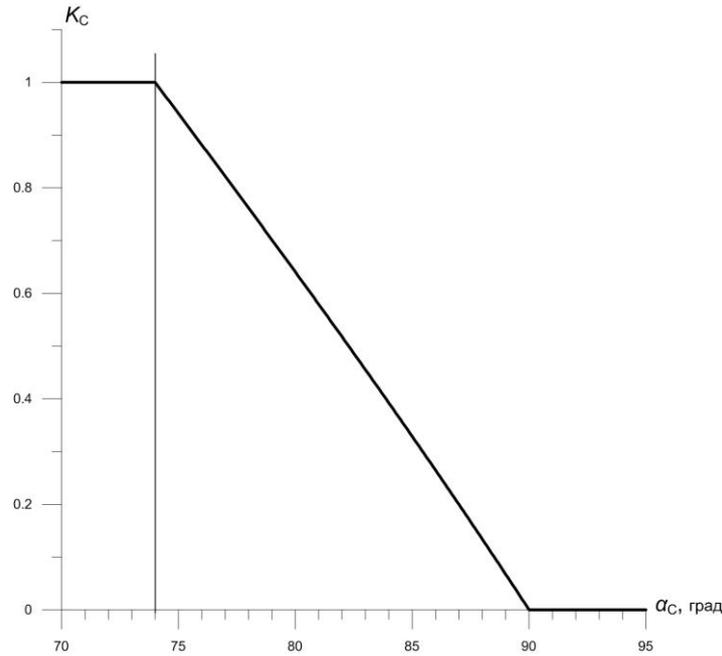


Рис. 5. Коэффициент засветки панелей

Последовательность вычислений, позволяющая определить выходные сигналы солнечного прибора  $i_1, i_2, i_3, i_4$ , выглядит следующим образом:

1. входной величиной являются единичный вектор визирования Солнца в ПСК –  $(X_{\text{СПСК}}, Y_{\text{СПСК}}, Z_{\text{СПСК}})$ ;
2. из соотношения (3) определяется угол визирования  $\alpha_C$  между осью  $X_{\text{СПСК}}$  и направлением на Солнце;
3. если  $\alpha_C \geq 90^\circ$ , то Солнце находится вне поля зрения солнечного прибора и выходные сигналы равны нулю:  $i_1 = i_2 = i_3 = i_4 = 0$ ;
4. если  $\alpha_C < 74^\circ$ , то коэффициент засветки граней  $K_C = 1$ , если  $74 \leq \alpha_C \leq 90^\circ$ , то коэффициент засветки граней  $K_C$  вычисляется как функция угла  $\alpha_C$  в соответствии с (6);
5. для каждой из четырех граней в соответствии с (2) определяется косинус угла падения и величина угла падения  $\varepsilon_n, n = 1, \dots, 4$ ;
6. если  $\varepsilon_n \geq 83^\circ$  (эффект полного отражения), то  $i_n = 0$ , если  $\varepsilon_n < 83^\circ$ , то  $i_n = I_{\text{max}} K_C \cos \varepsilon_n$ .

Соотношения для токов граней в соответствии с (2) записываются в следующем виде:

$$\begin{cases} i_1 = X_{\text{СПСК}} \sin 22^\circ + Z_{\text{СПСК}} \cos 22^\circ, \\ i_2 = X_{\text{СПСК}} \sin 22^\circ - Z_{\text{СПСК}} \cos 22^\circ, \\ i_3 = X_{\text{СПСК}} \sin 22^\circ + Y_{\text{СПСК}} \cos 22^\circ, \\ i_4 = X_{\text{СПСК}} \sin 22^\circ - Y_{\text{СПСК}} \cos 22^\circ. \end{cases} \quad (7)$$

Для системы (7) принято, что коэффициент пропорциональности между косинусом угла падения и током грани равен единице, т.е. все уравнения системы разделены на величину  $I_{\max}$ . Это не нарушает общности последующих выкладок, но делает их более прозрачными.

На рисунке 6 сплошной линией показан график изменения коэффициента  $K_C \cos \varepsilon_1$  (без учета значения  $I_{\max}$ ) для тока  $i_1$ , полученный согласно изложенной выше методике при движении Солнца в плоскости  $X_{\text{ПСК}}OZ_{\text{ПСК}}$ . Значению угла  $\text{Alfa} = -90^\circ$  соответствует расположение Солнца на направлении минус  $Z_{\text{ПСК}}$ . Значению угла  $\text{Alfa} = 90^\circ$  соответствует расположение Солнца на направлении плюс  $Z_{\text{ПСК}}$  (см. рисунок 3).

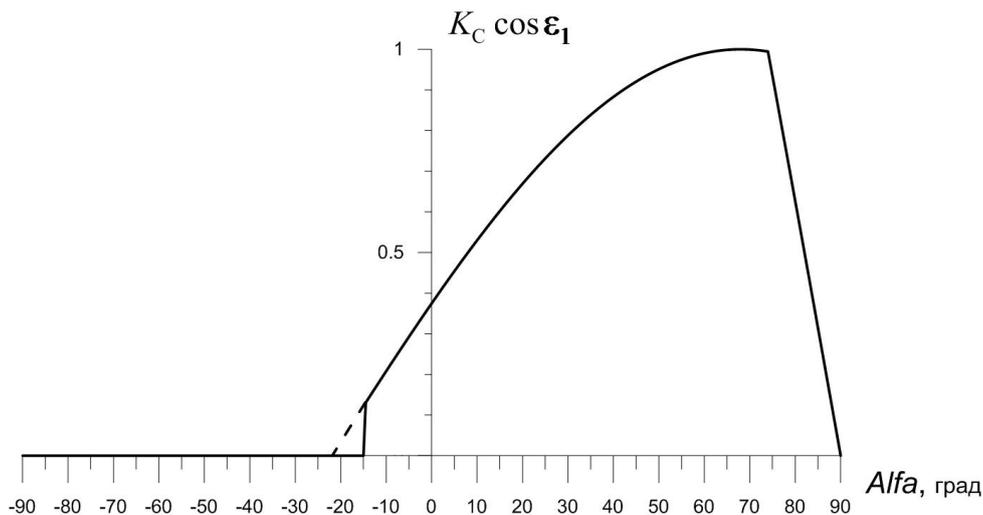


Рис. 6. Изменение коэффициента  $K_C \cos \varepsilon_1$  для тока  $i_1$

Линейное падение характеристики на участке  $74^\circ-90^\circ$  обусловлено изменением коэффициента засветки панелей  $K_S$  в соответствии с (6). Скачок характеристики при  $\text{Alfa} = -15^\circ$  обусловлен эффектом отражения лучей при угле скольжения менее  $7^\circ$  ( $15^\circ = 22^\circ - 7^\circ$ ). Пунктиром показано возможное поведение характеристики без учета эффекта отражения.

На рисунке 7 представлена модельная характеристика солнечного прибора для разности токов  $i_1 - i_2$  для того же случая движения Солнца в плоскости  $X_{\text{ПСК}}OZ_{\text{ПСК}}$ .

Вид этой характеристики, а именно, центральная симметрия относительно начала координат, показывает принципиальную возможность восстановления положения Солнца в ПСК по значениям четырех токов от четырех граней прибора.

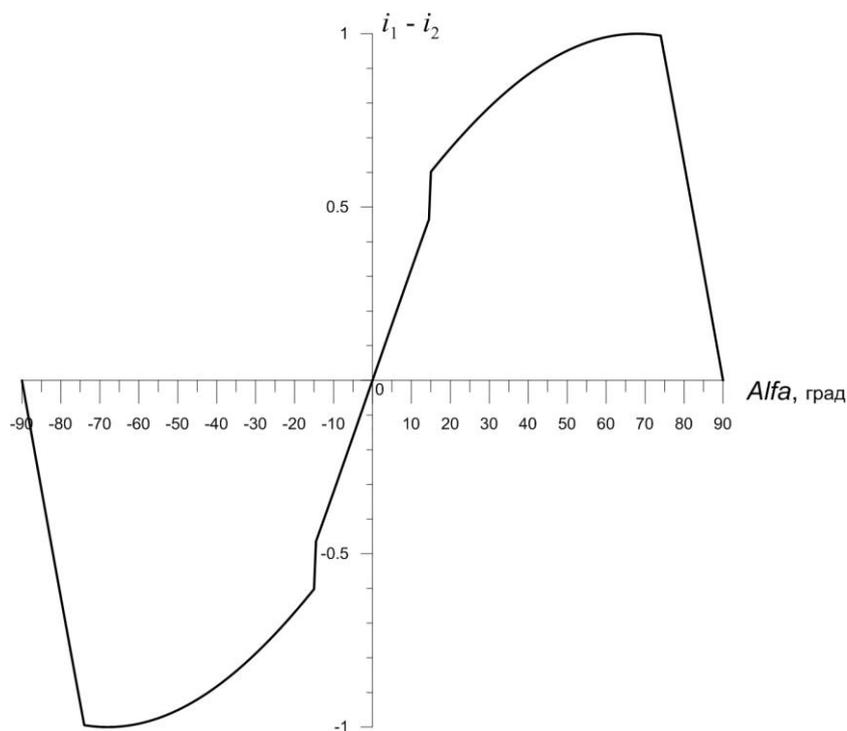


Рис. 7. Модельная характеристика солнечного прибора

## Определение ориентации на Солнце по выходным сигналам солнечного датчика

Предположим, что по крайней мере один из двух датчиков на каждой грани исправен, т.е. при падении солнечного потока на поверхность этой грани под углом меньше  $83^\circ$  выходной сигнал от неё имеет ненулевую величину.

Восстановление положения Солнца по выходным сигналам солнечного прибора производится только для случаев, когда Солнце находится в поле зрения прибора, то есть хотя бы один из выходных сигналов отличен от нуля.

Рассмотрим идеальный случай, для которого не учитываются нелинейности от уменьшения освещённой площади датчиков при расположении Солнца за краем бленды прибора. Погрешности дискретизации выходных сигналов также не учитываются.

В общем случае система (7) из четырёх уравнений с тремя неизвестными ( $X_{С\text{ ПСК}}$ ,  $Y_{С\text{ ПСК}}$ ,  $Z_{С\text{ ПСК}}$ ) является переопределённой.

Рассмотрим отдельные диапазоны для угла визирования  $\alpha_C$ , когда Солнце находится в зоне видимости и значение  $\alpha_C$  изменяется в интервале  $0^\circ$ – $90^\circ$ . При формировании границ диапазонов в качестве входных величин будем использовать сам угол визирования  $\alpha_C$  и азимут Солнца в ПСК  $\varphi_C$ , который отсчитывается от положительного направления оси  $Y_{\text{ПСК}}$  по кратчайшему направлению к оси  $Z_{\text{ПСК}}$ . По значениям  $\alpha_C$  и  $\varphi_C$  вычисляются компоненты единичного вектора  $X_{С\text{ ПСК}}$ ,  $Y_{С\text{ ПСК}}$ ,  $Z_{С\text{ ПСК}}$ :

$$\begin{aligned}
 X_{\text{СПСК}} &= \cos \alpha_C, \\
 Y_{\text{СПСК}} &= \sin \alpha_C \cos \varphi_C, \\
 Z_{\text{СПСК}} &= \sin \alpha_C \sin \varphi_C.
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Эти значения подставляются в (7) и определяют величину выходных сигналов солнечного прибора  $i_1, i_2, i_3, i_4$ . При этом, если  $\alpha_C \geq 74^\circ$ , учитывается величина  $K_C$  в соответствии с (6). Учитывается также эффект скольжения для каждой грани: если значение угла падения  $\varepsilon_n$ , определенное в соответствии с (2), превышает  $83^\circ$ , ток соответствующей грани обнуляется.

Если фактическая величина  $\alpha_C$  не превышает  $15^\circ$ , все *четыре выходных тока ненулевые*. Все грани солнечного прибора постоянно освещены, и эффект отражения на них не возникает. Величина  $15^\circ$  является граничной в смысле отсутствия/наличия эффекта отражения, так как  $22^\circ - 7^\circ = 15^\circ$ .

Для вариантов, когда все *четыре выходных тока ненулевые*, одно (любое) соотношение в системе (7) может быть отброшено, тогда система из трёх оставшихся уравнений имеет единственное решение. В идеальном случае полученное решение, подставленное в отброшенное соотношение, обращает его в тождество. Решение системы трёх уравнений с тремя неизвестными здесь не приводится в силу его тривиальности. Полученное решение нормируется с учетом условия:

$$X_{\text{СПСК}}^2 + Y_{\text{СПСК}}^2 + Z_{\text{СПСК}}^2 = 1. \tag{9}$$

Угол визирования Солнца  $\alpha_C$  и его азимут  $\varphi_C$  определяются из (8).

Таким образом, *первый диапазон для  $\alpha_C$  выглядит как  $0 \leq \alpha_C < 15^\circ$* . В этом диапазоне все четыре тока отличны от нуля при любом значении азимута  $\varphi_C$ .

Для этого и всех рассматриваемых далее диапазонов правая граница в диапазон не включается – имеет место строгое неравенство. Для текущего диапазона эта величина всегда является предельным недостижимым значением и левой включаемой границей для следующего диапазона. Характерным признаком правой границы диапазона является возможность появления вариантов с меньшим числом ненулевых токов или полная невозможность наличия вариантов с большим числом ненулевых токов, или одновременно и то и другое. Для отдельных диапазонов правая и левая граница определяется из других соображений.

Если угол визирования  $\alpha_C$  равен  $15^\circ$  (или незначительно превышает эту величину), то все грани прибора по-прежнему освещены Солнцем, но на одной из них может возникнуть эффект отражения. В этом случае один из четырех

токов равен нулю. Этот эффект, например, имеет место, когда Солнце расположено точно напротив одной из четырех граней, т.е. при значениях  $\varphi_C$   $0^\circ$  ( $360^\circ$ ),  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  или  $270^\circ$ . Таким образом, величина  $\alpha_C=15^\circ$  задает левую границу следующего (второго) диапазона. Определим правую границу этого диапазона, которая характеризуется возможностью появления варианта двух ненулевых токов. Эта правая граница не будет включена в рассматриваемый диапазон. Для  $\varphi_C=45^\circ$  (Солнце светит со стороны ребра между гранями 3 и 1) определим, при каком минимальном значении  $\alpha_C$  возникает эффект отражения на гранях 2 и 4 (см. рисунок 3). При заданном значении азимута  $\varphi_C=45^\circ$  по отношению к граням 2 и 4 картина симметричная, поэтому достаточно рассмотреть одну из двух граней, например грань 2.

Возьмем из (1) выражение для грани 2. Тогда с учетом (8),  $\varphi_C=45^\circ$  и  $\varepsilon_2=83^\circ$  (угол падения, при котором возникает эффект отражения) получим уравнение относительно  $\alpha_C$ :

$$\sin(22^\circ)\cos(\alpha_C) - \cos(22^\circ)\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(\alpha_C) = \cos(83^\circ). \quad (10)$$

Уравнение (10) приводится к квадратному уравнению относительно  $\cos(\alpha_C)$ :

$$(A^2 + 1)\cos^2(\alpha_C) - 2AB\cos(\alpha_C) + B^2 - 1, \quad (11)$$

где  $A = \sqrt{2} \tan(22^\circ)$ ,  $B = \sqrt{2} \cos(83^\circ) / \cos(22^\circ)$ .

Одно из двух решений уравнения (11):

$$\alpha_C = \arccos \frac{AB + \sqrt{A^2 - B^2 + 1}}{A^2 + 1} \approx 20.455^\circ. \quad (12)$$

Знак плюс перед дискриминантом при решении квадратного уравнения выбирается из необходимости определения минимального значения угла, т.е. максимальной положительной величины его косинуса.

Таким образом, второй диапазон для  $\alpha_C$  выглядит как  $15^\circ \leq \alpha_C < 20.445^\circ$ . Правая граница, определяемая выражением (12), в диапазон не включена. В этом диапазоне все грани по-прежнему освещены Солнцем, но на одной из граней при определенных значениях азимута  $\varphi_C$  может возникать эффект отражения. В этом случае один из четырех токов равен нулю. Для указанного диапазона количество ненулевых токов всегда равно трем или четырем.

Для четырёх возможных вариантов, когда *один из выходных токов равен нулю*, в системе (7) отбрасывается уравнение, которое соответствует этому

нулевому току. В каждом из вариантов рассматривается система из трёх уравнений с тремя неизвестными, которая имеет единственное решение. Полученное решение также нормируется с учетом условия (9).

Величина  $\alpha_C \approx 20.445^\circ$ , определяемая из выражения (12), задает левую границу следующего (третьего) диапазона. В этом диапазоне из-за эффекта скольжения уже невозможна реализация варианта четырех ненулевых токов и появляются варианты с двумя ненулевыми токами из-за того же эффекта скольжения одновременно на двух гранях. Варианты трех ненулевых токов на этом участке также имеют место.

Рассмотрим алгоритм восстановления положения Солнца по двум ненулевым токам. При безотказной работе всех панелей прибора для шести формальных вариантов, когда *два выходных тока равны нулю*, физически могут реализоваться только четыре варианта. Для нумерации панелей, показанной на рисунке 3, невозможны такие варианты расположения Солнца, когда одновременно равны нулю токи противоположных граней  $i_1$  и  $i_2$  или токи  $i_3$  и  $i_4$ . Одновременно равными нулю (или не равными нулю) могут быть только токи смежных граней:  $i_1$  и  $i_3$ ,  $i_3$  и  $i_2$ ,  $i_2$  и  $i_4$ ,  $i_4$  и  $i_1$ .

Рассмотрим более детально один из этих четырёх вариантов:  $i_1 \neq 0$ ,  $i_3 \neq 0$ ,  $i_2 = i_4 = 0$ .

Из (7) выбираются соотношения для ненулевых токов  $i_1$  и  $i_3$ , которые дополняются уравнением (9) для единичного вектора визирования Солнца:

$$\begin{cases} i_1 = X_{\text{СПСК}} \sin 22^\circ + Z_{\text{СПСК}} \cos 22^\circ, \\ i_3 = X_{\text{СПСК}} \sin 22^\circ + Y_{\text{СПСК}} \cos 22^\circ, \\ X_{\text{СПСК}}^2 + Y_{\text{СПСК}}^2 + Z_{\text{СПСК}}^2 = 1. \end{cases} \quad (13)$$

Выразив из первого и второго уравнений системы (13)  $Y_{\text{СПСК}}$ ,  $Z_{\text{СПСК}}$  и подставив их в третье уравнение, получим квадратное уравнение относительно  $X_{\text{СПСК}}$ :

$$(1 + \sin^2 22^\circ) X_{\text{СПСК}}^2 - 2X_{\text{СПСК}} (i_1 + i_3) \sin 22^\circ + (i_1^2 + i_3^2) - \sin^2 22^\circ = 0. \quad (14)$$

Уравнение (14) имеет два корня:

$$X_{\text{СПСК}1/2} = \frac{(i_1 + i_3) \sin 22^\circ \pm \sqrt{2i_1 i_3 \sin^2 22^\circ + \cos^2 22^\circ (1 + \sin^2 22^\circ) - i_1^2 - i_3^2}}{1 + \sin^2 22^\circ}. \quad (15)$$

Бóльшему значению  $X_{\text{СПСК}}$  (знак плюс перед квадратным корнем из дискриминанта) соответствует меньшее значение угла визирования  $\alpha_C$ , и,

наоборот, меньшему значению  $X_{\text{СПСК}}$  (знак минус перед квадратным корнем из дискриминанта) соответствует большее значение угла визирования.

Ситуацию с наличием двух решений сначала рассмотрим на базе плоской иллюстрации, приведенной на рисунке 8.

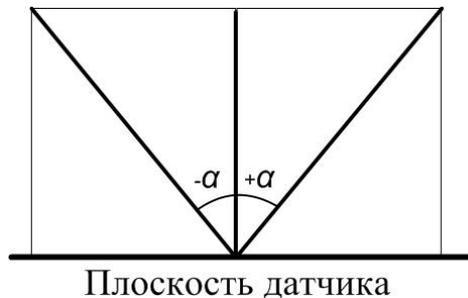


Рис. 8. Симметричное падение лучей на плоскость датчика

При вертикальном падении солнечных лучей на плоскость датчика, расположенную горизонтально, интенсивность светового потока максимальна – регистрируется максимальный ток. При отклонении направления падения лучей от вертикали в любую сторону в плоскости рисунка, т.е. на угол  $+\alpha$  или на угол  $-\alpha$ , световой поток уменьшается, причем на одну и ту же величину, независимо от того, в каком направлении лучи отклонились от вертикали. Угол падения лучей для обоих случаев один и тот же. Таким образом, только по величине изменения одного тока невозможно определить направление отклонения Солнца от вертикали.

В рассматриваемом случае мы имеем два ненулевых тока на двух смежных гранях пирамиды, которые образуют двугранный угол. Аналогом перпендикуляра к плоскости датчика на рисунке 8 является перпендикуляр, проведенный к боковому ребру пирамиды и проходящий через ее ось. Пусть Солнце находится на этом перпендикуляре. Тогда оно порождает два одинаковых световых потока (два равных тока) на обеих смежных гранях. Пусть движение Солнца происходит в плоскости, которая проходит через ребро пирамиды, образованное рассматриваемыми смежными гранями, и ее противоположное ребро. Перпендикуляр к боковому ребру пирамиды также лежит в этой плоскости. При отклонении Солнца в рассматриваемой плоскости от перпендикуляра на одинаковый угол в обоих направлениях (к вершине пирамиды или к основанию пирамиды) токи на обеих гранях меняются одинаково, т.к. картина для обеих граней симметрична относительно построенного к ребру пирамиды перпендикуляра. Движению к вершине пирамиды соответствует знак «+» перед дискриминантом в выражении (15) для решения уравнения (14), – большее значение  $X_{\text{СПСК}}$  и, соответственно, меньший угол визирования Солнца. Знак «-» дает, соответственно, меньшее значение  $X_{\text{СПСК}}$  и, соответственно, больший угол визирования Солнца.

Определим угол визирования Солнца  $\alpha_c$ , который соответствует описанному перпендикуляру к боковому ребру пирамиды. Угол между

боковым ребром и осью пирамиды вычисляется как  $\arctg(\sqrt{2} \operatorname{tg} 22^\circ)$ . Тогда для прямой, перпендикулярной к боковому ребру пирамиды и проходящей через ее центральную ось, угол визирования  $\alpha_c$  определяется как

$$\alpha_c = \operatorname{arcctg}(\sqrt{2} \operatorname{tg} 22^\circ) \approx 60.257^\circ. \quad (16)$$

Таким образом, третий диапазон для  $\alpha_c$  выглядит как  $20.445^\circ \leq \alpha_c < \operatorname{arcctg}(\sqrt{2} \operatorname{tg} 22^\circ) \approx 60.257^\circ$ .

Для этого диапазона возможны варианты трех или двух ненулевых токов. При этом для варианта двух ненулевых токов правильное решение уравнения (14) и, соответственно, системы (13), т.е. безошибочное восстановление положения Солнца в ПСК, получается, если перед квадратным корнем из дискриминанта в выражении (15) взят знак плюс. И это выполняется при любых значениях азимута Солнца  $\varphi_c$  в ПСК.

Суммируя вышесказанное, можно сделать вывод, что для трех перечисленных выше диапазонов изменения угла визирования Солнца  $\alpha_c$  его положение по показаниям солнечного прибора для двух, трех и четырех ненулевых токов восстанавливается без ошибок. Таким образом, для интервала, который покрывает 2/3 полного диапазона изменения  $\alpha_c$  ( $\approx 60^\circ$  из  $90^\circ$ ), положение Солнца восстанавливается точно.

Величина  $\alpha_c$  из (16) задает левую границу следующего диапазона. В этом диапазоне, так же как и в предыдущем, возможны варианты трех или двух ненулевых токов. При этом восстановление положения Солнца по двум токам осуществляется с ошибками. Наличие ошибок обусловлено тем, что для случая двух ненулевых токов в выражении (15) для корней квадратного уравнения всегда стоит знак «+». Такой выбор сделан исходя из того, что ширина предыдущего диапазона  $20.445^\circ \leq \alpha_c < 60.257^\circ$  ( $\approx 40^\circ$ ), для которого знак «+» в выражении (15) обеспечивает безошибочное восстановление координат Солнца в случае двух ненулевых токов, превышает ширину оставшегося диапазона  $60.257^\circ \leq \alpha_c < 90^\circ$  ( $\approx 30^\circ$ ). К тому же этот более широкий диапазон расположен ближе к нулевому значению  $\alpha_c$ , что позволяет при более близком наведении на Солнце свести ошибки к нулю.

Определим правую границу этого диапазона, которая характеризуется возможностью появления варианта одного ненулевого тока и одновременно невозможностью реализации варианта трех ненулевых токов. Эта правая граница не будет включена в рассматриваемый диапазон. Для  $\varphi_c = 90^\circ$  (Солнце светит со стороны грани 1) определим, при каком минимальном значении  $\alpha_c$  возникает эффект отражения на гранях 3 и 4 (см. рисунок 3). Так как при заданном значении  $\varphi_c = 90^\circ$  по отношению к граням 3 и 4 картина симметрична, достаточно рассмотреть одну из двух граней, например грань 3.

Запишем из (1) и (2) выражение для угла падения  $\varepsilon_3$  грани 3. Тогда с учетом (8),  $\varphi_C=90^\circ$  и  $\varepsilon_3=83^\circ$  (угол падения, при котором возникает эффект отражения) получим уравнение относительно  $\alpha_C$ :

$$\sin(22^\circ)\cos(\alpha_C) = \cos(83^\circ). \quad (17)$$

Из (17) следует:

$$\alpha_C = \arccos(\cos 83^\circ / \sin 22^\circ) \approx 71.015^\circ. \quad (18)$$

Таким образом, следующий четвертый диапазон для  $\alpha_C$  выглядит как  $\arccos(\sqrt{2} \operatorname{tg} 22^\circ) \approx 60.257^\circ \leq \alpha_C < \arccos(\cos 83^\circ / \sin 22^\circ) \approx 71.015^\circ$ . Для этого диапазона, так же как и для предыдущего, возможны варианты трех и двух ненулевых токов. Но для случая двух ненулевых токов, в отличие от предыдущего диапазона, восстановление положения Солнца (угла визирования  $\alpha_C$  и азимута  $\varphi_C$ ) осуществляется с ошибками.

В связи с тем, что восстановление положения Солнца для варианта двух ненулевых токов может происходить с ошибками, для случая двух ненулевых токов всегда осуществляется контроль значений восстановленных координат. Проверка проводится по следующим параметрам:

- восстановленное значение  $X_{\text{ПСК}}$  должно быть неотрицательным,
- восстановленное значение угла визирования Солнца  $\alpha_{\text{СВ}}$  должно превышать величину  $20.445^\circ$ , определяемую из (12) (только для углов визирования больших указанной величины возможно появление варианта двух ненулевых токов),
- восстановленное значение азимута Солнца  $\varphi_{\text{СВ}}$  должно находиться в четверти, которая однозначно определяется двумя ненулевыми токами – см. рисунок 3 (например, если  $i_1 \neq 0$ ,  $i_3 \neq 0$ ,  $i_2 = i_4 = 0$ , то восстановленное значение азимута  $\varphi_{\text{СВ}}$  должно удовлетворять условию  $0^\circ < \varphi_{\text{СВ}} < 90^\circ$ , первая четверть).

Если проверка по одному из проверяемых параметров дает отрицательный результат, то осуществляется попытка восстановления положения Солнца с использованием знака минус перед дискриминантом в выражении (15). Для повторно восстановленного положения Солнца проводится проверка по тем же перечисленным выше критериям. Если и эта проверка дает отрицательный результат, то восстановленное значение  $X_{\text{ПСК}}$  полагается равным нулю, и при подстановке этого нулевого значения в два уравнения из (7), которые соответствуют ненулевым токам, определяются  $Y_{\text{ПСК}}$  и  $Z_{\text{ПСК}}$ .

Величина  $\alpha_C$  из (18) задает левую границу следующего диапазона. В качестве правой границы диапазона выбирается величина  $\alpha_C=74^\circ$  –

максимальное значение угла визирования, при котором датчики еще полностью освещены Солнцем. В данном случае для правой границы диапазона используется нестрогое неравенство.

Таким образом, пятый диапазон для  $\alpha_C$  выглядит как  $\arccos(\cos 83^\circ / \sin 22^\circ) \approx 71.015^\circ \leq \alpha_C \leq 74^\circ$ . В этом диапазоне возможны варианты двух ненулевых токов и одного ненулевого тока. Вариант трех ненулевых токов на этом участке уже невозможен. Для этого диапазона, как и для предыдущего, в случае двух ненулевых токов восстановление положения Солнца (определение угла визирования  $\alpha_C$  и азимута  $\varphi_C$ ) осуществляется с ошибками.

Четыре варианта, для которых только *одно значение тока из четырёх отлично от нуля*, реализуются, когда Солнце находится вблизи плоскости, которая перпендикулярна грани с ненулевым током и проходит через ось  $X_{\text{ПСК}}$ . Это плоскость  $X_{\text{ПСК}}OY_{\text{ПСК}}$  или  $X_{\text{ПСК}}OZ_{\text{ПСК}}$ . Величина угла азимута  $\varphi_C$  при этом находится вблизи значений  $0^\circ$  ( $360^\circ$ ),  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  и  $270^\circ$ . На противоположной грани ток не возникает из-за непопадания лучей на эту грань. На боковых гранях ток не возникает из-за эффекта отражения.

Рассмотрим детально следующий вариант:  $i_1 \neq 0, i_2 = i_3 = i_4 = 0$ .

Вследствие того что Солнце расположено близко к плоскости  $X_{\text{ПСК}}OY_{\text{ПСК}}$ , полагаем  $Y_{\text{С ПСК}} = 0$ . Из соотношений (7) выбирается формула для  $i_1$ , которая дополняется уравнением для единичного вектора визирования Солнца:

$$\begin{cases} i_1 = X_{\text{С ПСК}} \sin 22^\circ + Z_{\text{С ПСК}} \cos 22^\circ, \\ X_{\text{С ПСК}}^2 + Z_{\text{С ПСК}}^2 = 1. \end{cases} \quad (19)$$

Выразим из первого уравнения системы (19)  $X_{\text{С ПСК}}$  и, подставив его во второе уравнение, получим квадратное уравнение относительно  $Z_{\text{С ПСК}}$ :

$$Z_{\text{С ПСК}}^2 - 2Z_{\text{С ПСК}}i_1 \cos 22^\circ + i_1^2 - \sin^2 22^\circ = 0. \quad (20)$$

Уравнение (20) имеет два корня. При его решении знак перед квадратным корнем из дискриминанта выбирается противоположным знаком коэффициента при первой степени  $Z_{\text{С ПСК}}$  (в данном случае выбирается знак «+»). Связано это с тем, что варианты с одним ненулевым током имеют место только при больших значениях угла визирования  $\alpha_C$ . Поэтому величина модуля компоненты  $Z_{\text{С ПСК}}$  (в данном случае) или  $Y_{\text{С ПСК}}$  должна быть существенно больше компоненты  $X_{\text{С ПСК}}$ . Следует учитывать, что допущение о равенстве нулю одной из координат ( $Y_{\text{С ПСК}}$  или  $Z_{\text{С ПСК}}$ ) приводит к тому, что восстановление положения Солнца по одному ненулевому току всегда происходит с ошибками.

Решение для остальных трёх вариантов, когда только один из четырёх токов не равен нулю, проводится по аналогичной схеме.

Последний шестой диапазон для  $\alpha_C$  выглядит как  $74^\circ < \alpha_C < 90^\circ$ . В этом диапазоне датчики прибора частично затенены блендой. Для этого диапазона, как и для предыдущего, возможны варианты двух ненулевых токов и одного ненулевого тока. Имеющаяся выходная информация о величине ненулевых токов не дает возможности определить, в каком диапазоне по углу визирования находится Солнце и присутствует ли затенение датчиков блендой. Поэтому при восстановлении положения Солнца по одному или по двум токам для всех диапазонов используются одни и те же методики, изложенные выше.

В таблице 1 представлена сводная информация по диапазонам изменения угла визирования Солнца  $\alpha_C$ .

Таблица 1

Сводная информация по диапазонам изменения угла визирования Солнца  $\alpha_S$

№	Границы диапазона по $\alpha_C$	Варианты ненулевых токов	Примечание
1	$0^\circ \leq \alpha_C < 15^\circ$	4 тока	
2	$15^\circ \leq \alpha_C < 20.455^\circ$	3 и 4 тока	Правая граница по формуле (12)
3	$20.455^\circ \leq \alpha_C < 60.257^\circ$	2 и 3 тока	Правая граница по формуле (16). Для случая двух токов восстановление без ошибок
4	$60.257^\circ \leq \alpha_C < 71.015^\circ$	2 и 3 тока	Правая граница по формуле (18). Для случая двух токов восстановление с ошибками
5	$71.015^\circ \leq \alpha_C \leq 74^\circ$	1 и 2 тока	Для случая одного и двух токов восстановление с ошибками
6	$74^\circ \leq \alpha_C < 90^\circ$	1 и 2 тока	

Оценим величину ошибок при восстановлении угла визирования Солнца  $\alpha_C$  и азимута  $\varphi_C$  для различных диапазонов фактического угла визирования.

Для фактических углов визирования  $\alpha_{Cф}$  в диапазоне  $0^\circ - 60.257^\circ$  (диапазоны 1–3) ошибки восстановления отсутствуют, т.е. восстановленное значение угла визирования  $\alpha_{Cв}$  всегда равно фактическому значению  $\alpha_{Cф}$ . Так же и для азимута Солнца в этом диапазоне: восстановленное значение азимута  $\varphi_{Cв}$  всегда равно фактическому значению  $\varphi_{Cф}$ .

На рисунках 9 и 10 показаны ошибки восстановления угла визирования  $\alpha_{Cв}$  и азимута  $\varphi_{Cв}$  для трех фиксированных значений фактического угла визирования Солнца  $\alpha_{Cф} = 61^\circ, 66^\circ$  и  $71^\circ$  из диапазона 4. Фактическое значение азимута  $\varphi_{Cф}$  изменяется в диапазоне  $0^\circ - 360^\circ$ .

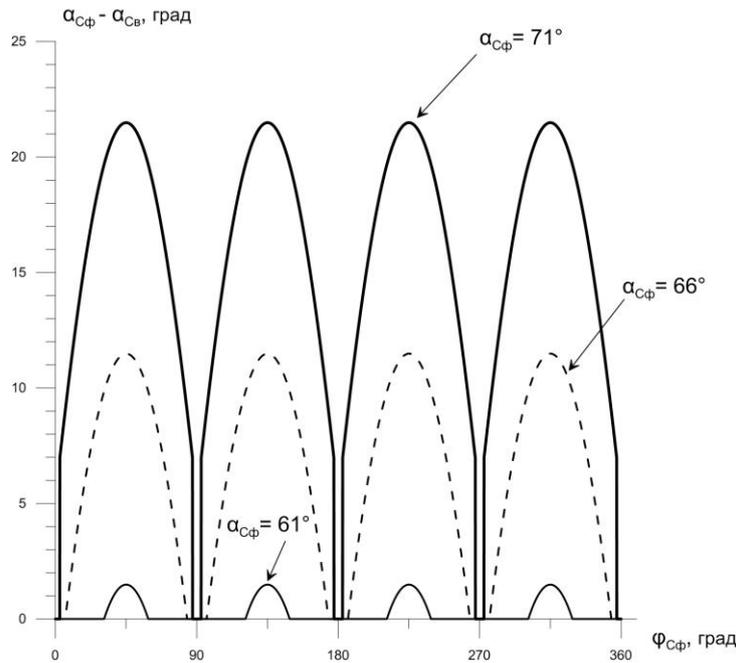


Рис. 9. Ошибки восстановления угла визирования  $\alpha_C$  для отдельных значений  $\alpha_{C\Phi}$  из диапазона 4

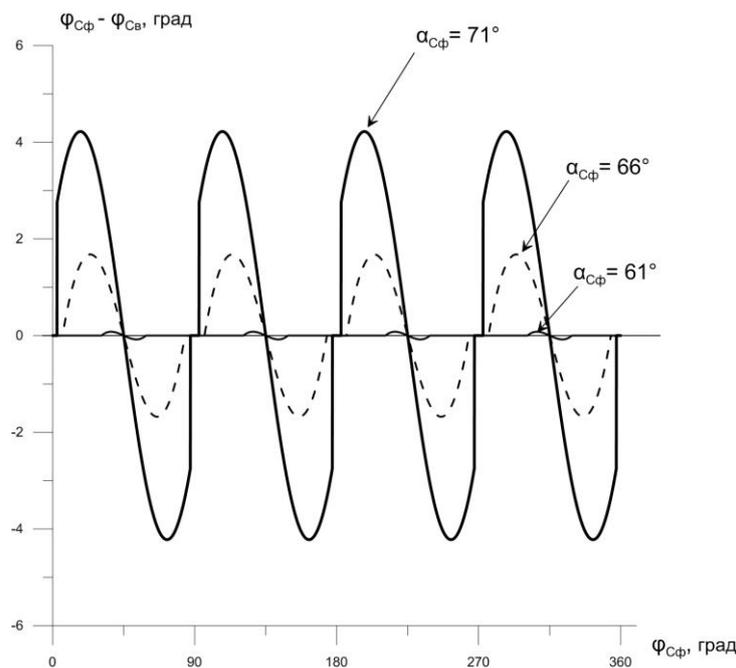


Рис. 10. Ошибки восстановления азимута  $\varphi_C$  для отдельных значений  $\alpha_{C\Phi}$  из диапазона 4

В данном случае ошибка восстановления угла – это разница между фактическим (заданным) и восстановленным значениями. Таким образом, при использовании перед квадратным корнем из дискриминанта в решении (15) уравнения (14) знака плюс получим, что для угла визирования  $\alpha_C$  восстановленное значение всегда меньше фактического (заданного).

Горизонтальные участки с нулевой ординатой на рисунках 9 и 10, значительные по протяженности для  $\alpha_{\text{Сф}}=61^\circ$  и практически незаметные для  $\alpha_{\text{Сф}}=71^\circ$ , соответствуют нулевым значениям ошибок восстановления. Рассмотрим эти участки подробнее. В ближайших окрестностях значений  $0^\circ$  ( $360^\circ$ ),  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  и  $270^\circ$  для азимута  $\varphi_{\text{Сф}}$  восстановление положения Солнца осуществляется без ошибок по ненулевым значениям трех токов. Назовем эти окрестности «окрестностями 3» (три тока). Для  $\alpha_{\text{Сф}}=61^\circ$  размер окрестности 3 составляет  $\pm 4.2^\circ$ , для  $\alpha_{\text{Сф}}=66^\circ$   $\pm 2^\circ$ . Для  $\alpha_{\text{Сф}}=71^\circ$  окрестность 3 вырождается в точку, т.к. значение  $\alpha_{\text{Сф}}=71^\circ$  фактически уже является правой границей диапазона 4 ( $71.015^\circ$ ), которая характеризуется появлением варианта одного ненулевого тока и одновременно невозможностью реализации варианта трех ненулевых токов.

Однако на рисунках 9 и 10 видно, особенно для случая  $\alpha_{\text{Сф}}=61^\circ$ , что протяженности горизонтальных участков существенно превышают указанные выше величины. В действительности протяженность горизонтального участка для  $\alpha_{\text{Сф}}=61^\circ$  составляет  $\pm 30.9^\circ$ , для  $\alpha_{\text{Сф}}=66^\circ$  –  $\pm 6.1^\circ$  и для  $\alpha_{\text{Сф}}=71^\circ$  –  $\pm 2.7^\circ$ . В этих окрестностях, которые можно назвать «окрестностями 2», восстановление положения Солнца осуществляется без ошибок по ненулевым значениям двух токов. Причем для случаев  $\alpha_{\text{Сф}}=61^\circ$  и  $\alpha_{\text{Сф}}=66^\circ$  безошибочное восстановление положения Солнца выполняется для знака «+» перед дискриминантом в формуле (15). Для  $\alpha_{\text{Сф}}=71^\circ$  знак «+» в формуле (15) уже приводит к ошибке: восстановленное значение азимута выходит за границы квадранта, который определяется ненулевыми токами. Эту ошибку можно обнаружить и затем осуществить попытку восстановления с использованием знака «минус» в упомянутой выше формуле. В окрестности 2 для  $\alpha_{\text{Сф}}=71^\circ$  попытка с использованием знака минус позволяет безошибочно восстановить положение Солнца, правда величина этой окрестности очень невелика. При выходе значения  $\varphi_{\text{Сф}}$  за границы окрестности 2 восстановленные по двум ненулевым токам ошибочные значения  $\alpha_{\text{Св}}$  и  $\varphi_{\text{Св}}$  находятся в допустимых пределах и не дают возможности распознать ошибку восстановления, что и иллюстрируется отличными от нуля ошибками на рисунках 9 и 10.

Максимальная величина ошибки по углу визирования для диапазона 4 составляет  $\approx 21.5^\circ$ . Максимальная ошибка по азимуту составляет  $\approx 4.2^\circ$ .

На рисунках 11 и 12 показаны ошибки восстановления угла визирования  $\alpha_{\text{С}}$  и азимута  $\varphi_{\text{С}}$  для двух фиксированных значений фактического угла визирования Солнца из диапазона 5:  $\alpha_{\text{Сф}}=71.3^\circ$  и  $\alpha_{\text{Сф}}=74^\circ$ . Заданное значение азимута  $\varphi_{\text{Сф}}$  также изменяется в диапазоне  $0-360^\circ$ .

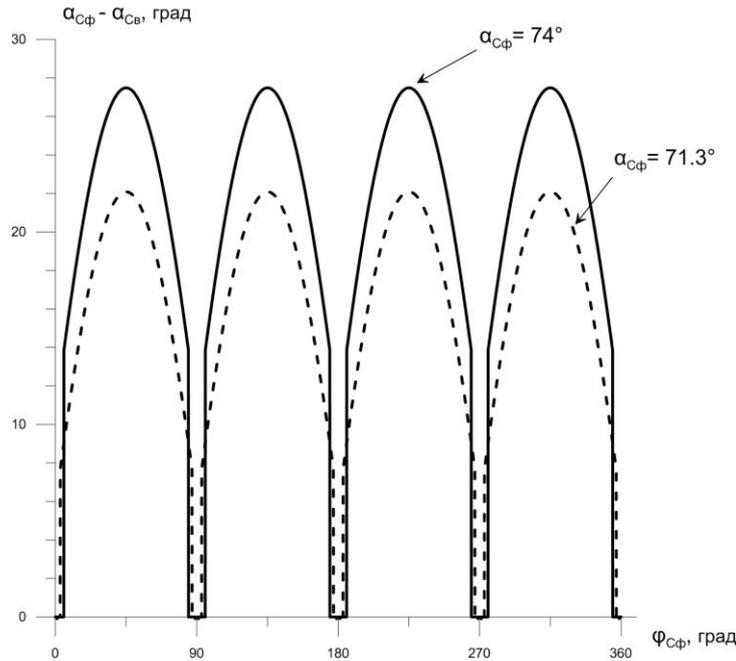


Рис. 11. Ошибки восстановления угла визирования  $\alpha_C$  для отдельных значений  $\alpha_{C\phi}$  из диапазона 5

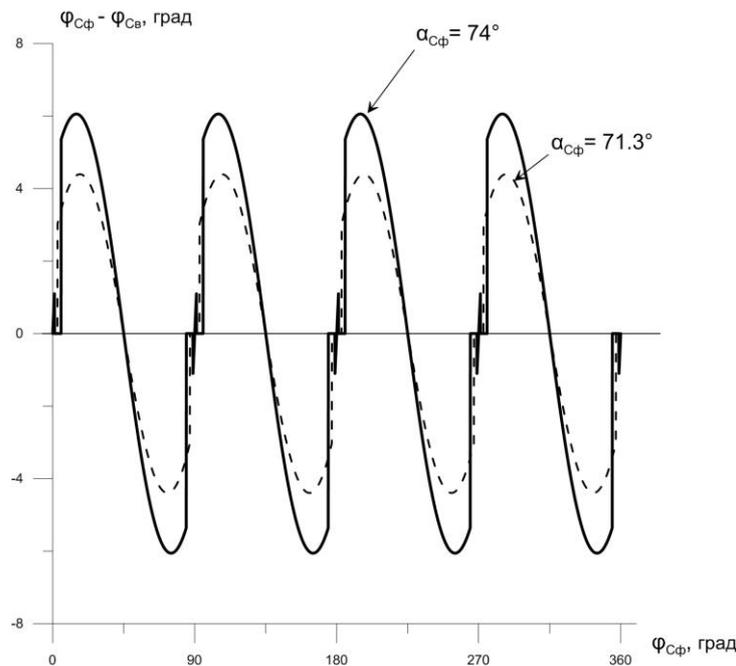


Рис. 12. Ошибки восстановления азимута  $\phi_C$  для отдельных значений  $\alpha_{C\phi}$  из диапазона 5

Скачки в окрестностях значений  $0^\circ$  ( $360^\circ$ ),  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  и  $270^\circ$  азимута  $\phi_{C\phi}$ , которые хорошо заметны на рисунке 12 и практически не видны на рисунке 11, вызваны переключениями алгоритма восстановления. В ближайших окрестностях перечисленных точек, которые можно назвать «окрестностями 1», восстановление значений осуществляется по одному ненулевому току. Вне окрестностей 1 восстановление осуществляется по двум ненулевым токам.

Причем для двух ненулевых токов восстановление осуществляется с теми же особенностями, которые были описаны выше для диапазона 4. Поэтому в ближайшей, очень небольшой окрестности указанных выше значений восстановление осуществляется без ошибок, а вне ее ошибка скачком растет до существенных величин.

Для значений угла визирования Солнца  $\alpha_{Сф}$  в диапазоне 6 ( $74^\circ$ – $90^\circ$ ) восстановление положения Солнца осуществляется по одному или двум ненулевым токам. Здесь существенное влияние на величину выходных токов оказывает факт частичного затенения датчиков блендой. Из-за этого ошибки восстановления положения Солнца возрастают.

Диапазон 6 можно разбить на два поддиапазона:  $74^\circ$ – $78^\circ$  и  $78^\circ$ – $90^\circ$ . Отметим, что протяженность первого поддиапазона ( $4^\circ$ ) в три раза меньше, чем протяженность второго ( $12^\circ$ ). Коэффициент засветки панелей  $K_C$  на границе этих поддиапазонов равен примерно 0.75–0.76, что фактически соответствует отношению 1 к 3. Первый из двух поддиапазонов ( $74^\circ$ – $78^\circ$ ) характеризуется незначительным затенением панелей, поэтому восстановленные по двум токам значения угла визирования  $\alpha_{Св}$  и азимута  $\varphi_{Св}$ , несмотря на фактически большие по величине ошибки, удовлетворяют формальным требованиям корректности, сформулированным выше. В результате в этом поддиапазоне возникают самые большие ошибки восстановления. Во втором поддиапазоне ( $78^\circ$ – $90^\circ$ ) из-за большого затенения панелей ошибки восстановления так велики, что полученные восстановленные значения углов ни при каких значениях азимута  $\varphi_{Сф}$  не удовлетворяют формальным требованиям корректности. Поэтому в этом поддиапазоне и для одного ненулевого тока и для двух ненулевых токов восстановленное значение  $X_{С ПСК}$  полагается равным нулю, что соответствует  $\alpha_{Св}=90^\circ$ . Поэтому максимальные ошибки восстановления в этом поддиапазоне существенно меньше, чем в предыдущем.

На рисунках 13 и 14 показаны ошибки восстановления угла визирования  $\alpha_{Св}$  и азимута  $\varphi_{Св}$  для двух фиксированных значений фактического угла визирования Солнца из первого поддиапазона ( $74^\circ$ – $78^\circ$ ) диапазона 6:  $\alpha_{Сф}=75^\circ$  и  $\alpha_{Сф}=78^\circ$ . Заданное значение азимута  $\varphi_{Сф}$  изменяется в диапазоне  $0^\circ$ – $360^\circ$ .

Пиковые выбросы на рисунках 13 и 14 соответствуют случаям, когда восстановленные углы удовлетворяют формальным требованиям корректности при восстановлении по двум ненулевым токам.

На рисунках 15 и 16 показаны ошибки восстановления угла визирования  $\alpha_{Св}$  и азимута  $\varphi_{Св}$  для трех фиксированных значений фактического угла визирования Солнца из второго поддиапазона ( $78^\circ$ – $90^\circ$ ) диапазона 6:  $\alpha_{Сф}=79^\circ$ ,  $\alpha_{Сф}=84^\circ$  и  $\alpha_{Сф}=89^\circ$ . Заданное значение азимута  $\varphi_{Сф}$  изменяется в диапазоне  $0^\circ$ – $360^\circ$ .

В этом поддиапазоне из-за больших ошибок восстановленное значение угла визирования всегда принимается равным  $90^\circ$  ( $X_{С ПСК} = 0$ ), поэтому ошибка восстановления угла визирования фиксирована и вычисляется как  $90^\circ - \alpha_{Сф}$  (см. рисунок 15). Ошибка восстановления азимута  $\varphi_{Св}$  не превышает по величине  $8^\circ$

и достигает максимального значения, когда значение  $\alpha_{C\phi}$  близко к  $90^\circ$  (рисунок 16 для  $\alpha_{C\phi} = 89^\circ$ ). Скачки в окрестностях значений  $0^\circ$  ( $360^\circ$ ),  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  и  $270^\circ$  для азимута  $\phi_{C\phi}$  вызваны переключениями алгоритма с восстановления по одному ненулевому току к восстановлению по двум ненулевым токам и обратно.

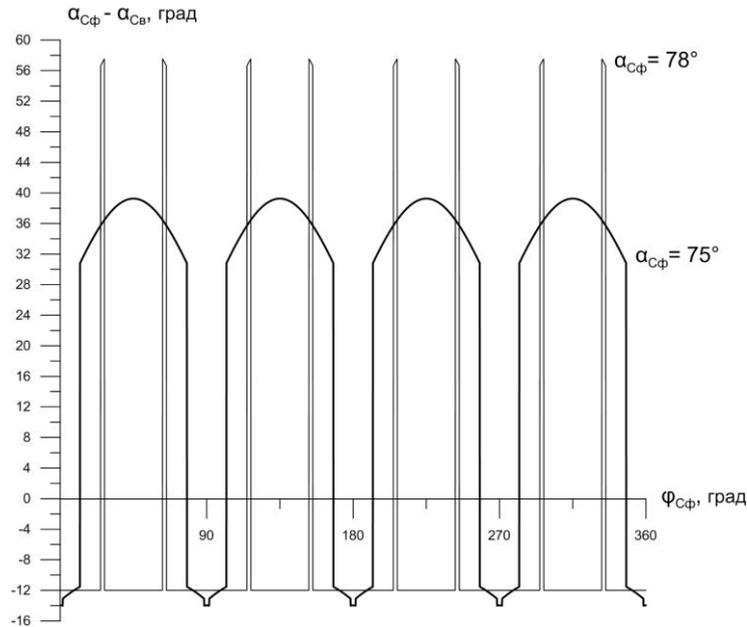


Рис. 13. Ошибки восстановления угла визирования  $\alpha_C$  для отдельных значений  $\alpha_{C\phi}$  из поддиапазона  $74^\circ$ – $78^\circ$  диапазона б

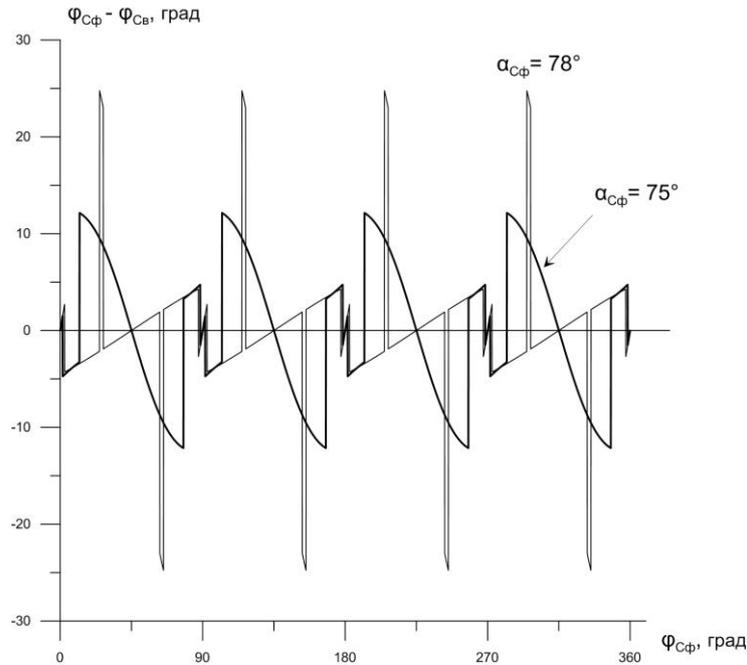


Рис. 14. Ошибки восстановления азимута  $\phi_C$  для отдельных значений  $\alpha_{C\phi}$  из поддиапазона  $74^\circ$ – $78^\circ$  диапазона б

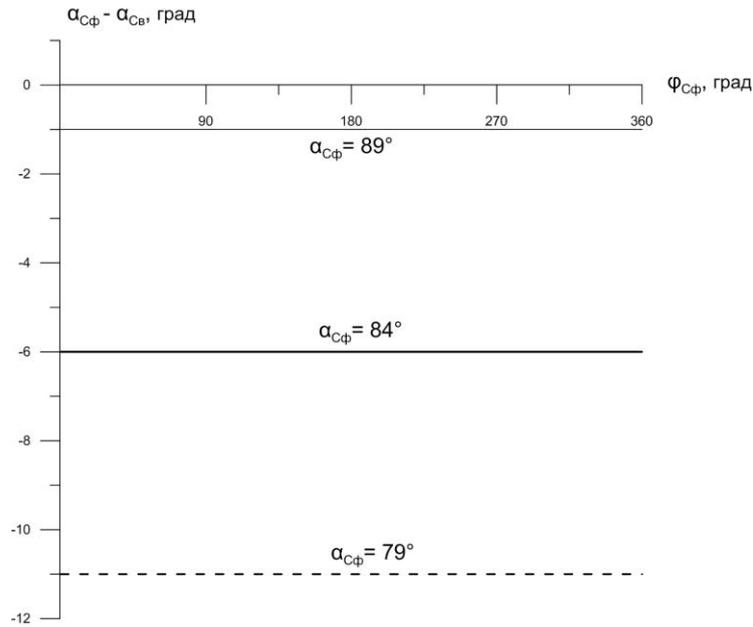


Рис. 15. Ошибки восстановления угла визирования  $\alpha_C$  для отдельных значений  $\alpha_{C\phi}$  из поддиапазона  $78^\circ$ – $90^\circ$  диапазона б

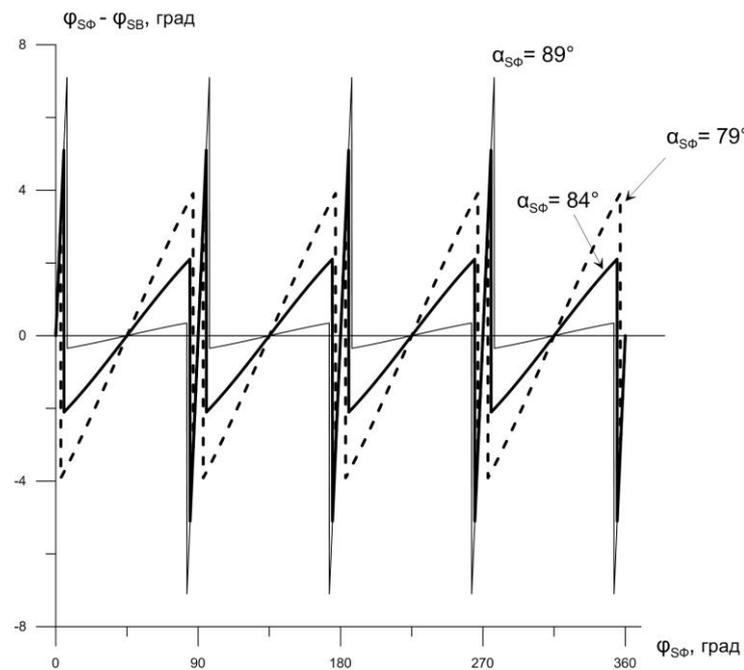


Рис. 16. Ошибки восстановления азимута  $\varphi_C$  для отдельных значений  $\alpha_{C\phi}$  из поддиапазона  $78^\circ$ – $90^\circ$  диапазона б

На рисунках 17 и 18 приведены зависимости абсолютных величин максимальных ошибок восстановления положения Солнца для угла визирования  $\alpha_C$  и азимута  $\varphi_C$  в диапазоне изменения угла визирования  $\alpha_{C\phi}$  от  $60^\circ$  до  $90^\circ$ . Графики построены с шагом  $0.1^\circ$  по  $\alpha_{C\phi}$ . Для  $\alpha_{C\phi}$  в диапазоне от  $0^\circ$  до  $60^\circ$  ошибки восстановления нулевые.

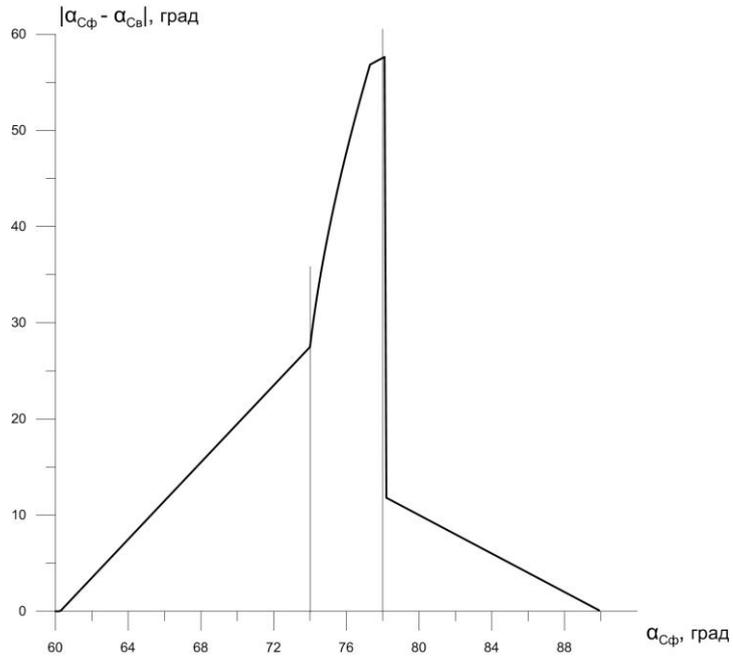


Рис. 17. Максимальные ошибки восстановления угла визирования  $\alpha_C$

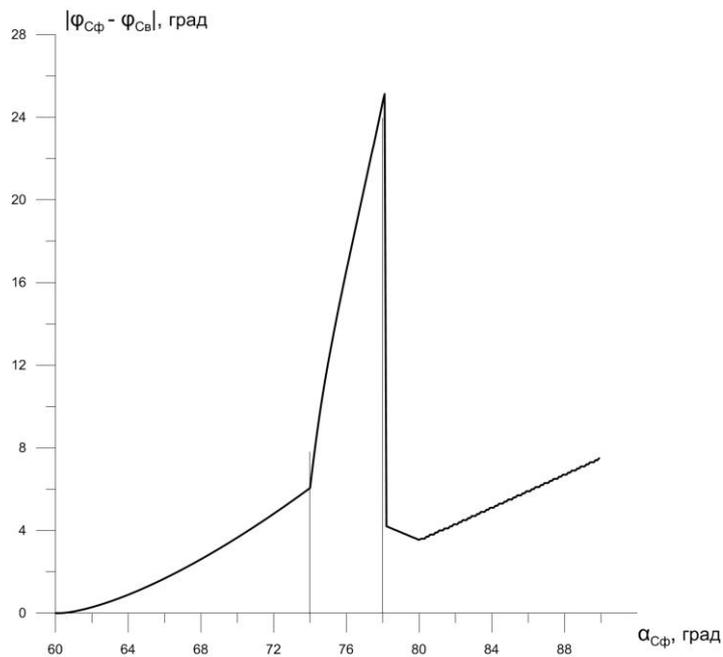


Рис. 18. Максимальные ошибки восстановления азимута  $\varphi_S$

Пиковые значения максимальных ошибок восстановления имеют место в узком диапазоне изменения  $\alpha_{CФ}$  от  $74^\circ$  до  $78.1^\circ$  (см. рисунки 13, 14).

## Построение и поддержание солнечной ориентации КА

Работа алгоритмов управления КА в режиме построения и поддержания режима солнечной ориентации при использовании близких к идеальным датчиков положения Солнца, которые позволяют восстановить положение Солнца практически без погрешностей, детально описана в [3]. В данном же случае мы имеем дело с датчиком, который не дает возможности восстановить положение Солнца без ошибок, и существенный интерес представляет именно возможность управления при наличии значительных ошибок в исходной информации. Преимуществом рассматриваемого датчика в сравнении с почти идеальным датчиком, описанным в [3], является его малый вес и нулевое энергопотребление.

В этом разделе рассматривается работа алгоритма управления в процессе наведения (разворота) на Солнце и в процессе поддержания угловой стабилизации КА в заданном положении относительно линии визирования на Солнце. Режимы программных разворотов в ходе поиска Солнце не рассматриваются. Таким образом, будем считать, что в исходном состоянии Солнце уже находится в поле зрения солнечного датчика. В общем случае начальный угол визирования  $\alpha_{сф}$  может иметь любое произвольное значение в диапазоне  $0^\circ-90^\circ$ . Отметим, что если Солнце попадает в поле зрения датчика в ходе выполнения поисковых разворотов, то значение начального угла визирования Солнца  $\alpha_{сф}$  близко к  $90^\circ$ .

При управлении угловым движением КА органы управления – двигатели малой тяги – создают управляющие моменты в связанной системе координат (ССК). Направление оси  $X_{ССК}$  обычно совпадает с направлением продольной оси КА. Направление осей  $Y_{ССК}$  и  $Z_{ССК}$ , образующих вместе с  $X_{ССК}$  правую систему координат, в данном случае принципиального значения не имеет и, как правило, связано с конструктивными особенностями конкретного КА, например с ориентацией панелей солнечных батарей. Возможное взаимное расположение осей ССК и ПСК показано на рисунке 19.

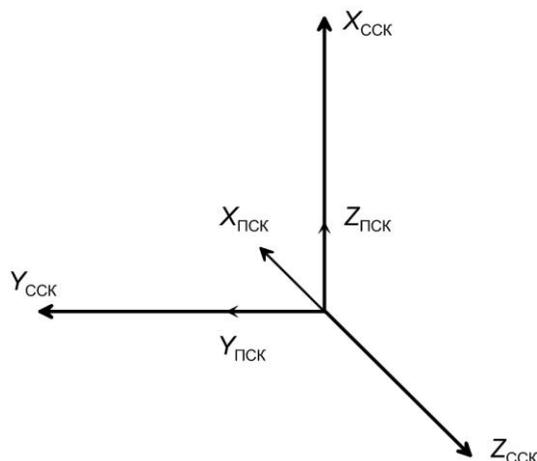


Рис. 19. Возможное взаимное расположение осей ССК и ПСК

Для такого взаимного расположения связь ПСК и ССК определяется соотношениями:

$$\begin{cases} X_{\text{ССК}} = Z_{\text{ПСК}} \\ Y_{\text{ССК}} = Y_{\text{ПСК}} \\ Z_{\text{ССК}} = -X_{\text{ПСК}} \end{cases} \quad (21)$$

Тогда матрица перехода от ПСК к ССК имеет вид:

$$\mathbf{C}_{\text{ПСК}}^{\text{ССК}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (22)$$

На участке разворота на Солнце осуществляется разворот КА в такое заданное положение относительно Солнца, которое обеспечивает наилучшие условия освещённости панелей солнечных батарей (с осью  $-OZ$  связанной СК в направлении на Солнце). При этом Солнце совмещается с заданным направлением (с осью  $X_{\text{ПСК}}$ ) в поле зрения солнечного прибора.

Для показанного на рисунке 19 расположения солнечного прибора на КА (с принятым относительным расположением осей ПСК и ССК) заданному направлению на Солнце соответствуют следующие проекции единичного вектора визирования Солнца на оси связанной системы координат:

$$\mathbf{e}_{\text{цССК}} = (0, 0, -1). \quad (23)$$

С помощью транспонированной матрицы перехода (22) из (23) можно получить вектор требуемых (целевых) координат Солнца в ПСК (осью  $X_{\text{ПСК}}$  на Солнце):

$$\mathbf{e}_{\text{цПСК}} = (1, 0, 0)^T, \quad (24)$$

где индекс  $S$  обозначает Солнце, а индекс  $ц$  – целевые координаты.

В момент, когда Солнце находится в поле зрения солнечного прибора, алгоритм восстановления координат позволяет с погрешностями определить текущие восстановленные координаты Солнца в приборной СК, связанной с солнечным прибором. Это – проекции на оси приборной СК единичного вектора, направленного на Солнце:

$$\mathbf{e}_{\text{СТВПСК}} = (X_{\text{СТВ}}, Y_{\text{СТВ}}, Z_{\text{СТВ}})^T. \quad (25)$$

Здесь индекс С также обозначает Солнце, индекс тв – текущие восстановленные координаты.

С помощью (25) и матрицы перехода (22) вычисляется вектор текущих восстановленных координат Солнца в связанной СК:

$$\mathbf{e}_{\text{СТВССК}} = \mathbf{C}_{\text{ПСК}}^{\text{ССК}} \mathbf{e}_{\text{СТВПСК}}. \quad (26)$$

Таким образом, в каждый момент времени в ССК имеются два единичных вектора: вектор целеуказания Солнца, или командный вектор (23), и вектор текущего положения Солнца (26).

Векторное произведение этих векторов

$$\mathbf{e}_{\text{ССК}} = \mathbf{e}_{\text{СТВССК}} \times \mathbf{e}_{\text{ЦССК}} \quad (27)$$

определяет единичный вектор в ССК, вокруг которого надо выполнить поворот КА для совмещения текущего и командного векторов. Скалярное произведение этих единичных векторов даёт величину целевого угла поворота  $\alpha_{\text{ц}}(t)$ , т.е. угла, на который надо осуществить этот поворот:

$$\cos \alpha_{\text{ц}}(t) = (\mathbf{e}_{\text{СТВССК}}, \mathbf{e}_{\text{ЦССК}}). \quad (28)$$

Тогда целевой кватернион поворота записывается как

$$\mathbf{q}_{\text{ц}}(t) = \left( \cos \frac{\alpha_{\text{ц}}(t)}{2}, \mathbf{e}_{\text{ССК}} \sin \frac{\alpha_{\text{ц}}(t)}{2} \right), \quad (29)$$

где  $\mathbf{e}_{\text{ССК}}$  определяется из (27), а  $\alpha_{\text{ц}}(t)$  – текущий целевой угол поворота из (28).

Фактически ориентация вектора  $\mathbf{e}_{\text{ССК}}$ , задающего направление поворота, определяется азимутом Солнца в ПСК, а угол  $\alpha_{\text{ц}}(t)$ , задающий величину поворота, есть угол визирования Солнца.

Синус и косинус половинного угла в (29) могут быть выражены через косинус целого угла из (28) по известным тригонометрическим формулам:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}; \quad \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}.$$

Угол поворота для ориентации на Солнце не превышает  $90^\circ$  (половина поля зрения солнечного прибора), поэтому синус и косинус половинного угла неотрицательны.

Кватернион текущего поворота, соответствующий нулевому углу поворота, записывается как

$$\mathbf{q}_T = (1, 0, 0, 0). \quad (30)$$

Соотношения (29) и (30) определяют целевой (командный) и текущий кватернионы поворота. Алгоритм выработки управляющих сигналов на двигатели по значениям командного и текущего кватернионов поворота с учётом командных и текущих угловых скоростей для управления угловым движением КА с использованием кватерниона рассогласования и модифицированных параметров Родрига [4] детально описан в [3]. В процессе ориентации на Солнце управление угловым движением КА осуществляется с нулевыми значениями командных угловых скоростей.

На рисунках 20–22 показаны результаты моделирования тестового разворота на Солнце от момента его обнаружения до окончания стабилизации. При моделировании использовался алгоритм управления угловым движением, описанный в [3]. На рисунке 20 сплошной линией показано изменение фактического угла визирования Солнца, пунктиром показано восстановленное значение угла визирования (командное значение угла поворота). На рисунке 21 сплошной линией и пунктиром показаны фактический и восстановленный азимуты Солнца при развороте. Максимальная ошибка восстановления угла визирования при развороте достигает  $\approx 57^\circ$ . Максимальная ошибка восстановления азимута составляет  $\approx 12^\circ$ . Величина максимальной ошибки при восстановлении значения угла визирования  $\alpha_C$  ( $\approx 57^\circ$ ) и диапазон значений  $\alpha_{C\phi}$ , на котором она реализуется ( $\approx 74^\circ - 78^\circ$ ), достаточно хорошо совпадают с данными, приведенными на рисунке 17.

Следует отметить, что алгоритм управления построен таким образом, что величина угла визирования используется только на заключительном этапе наведения на Солнце: при переходе к участку стабилизации заданной ориентации на Солнце и на самом участке стабилизации. Значение заданного угла визирования на этих участках, как правило, равно нулю для случая, когда выдерживается строгая ориентация на Солнце панелей солнечных батарей, или не превышает величины  $20^\circ$ , когда требуется затенение отдельных приборов

научной аппаратуры. Для таких заданных величин угла визирования ( $< 60^\circ$ ) ошибки восстановления положения Солнца отсутствуют.

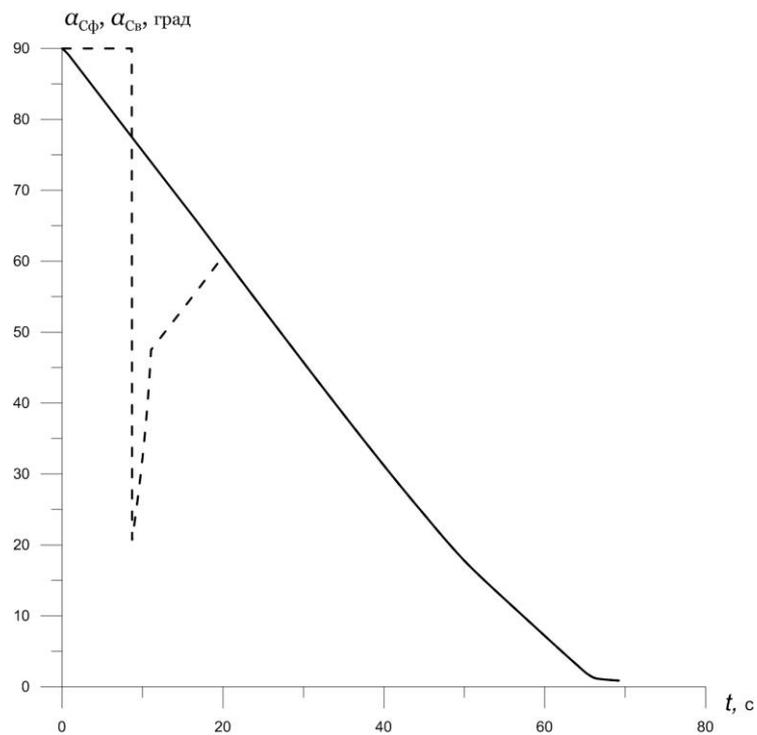


Рис. 20. Фактическое и восстановленное значения угла визирования  $\alpha_C$  в ходе разворота на Солнце

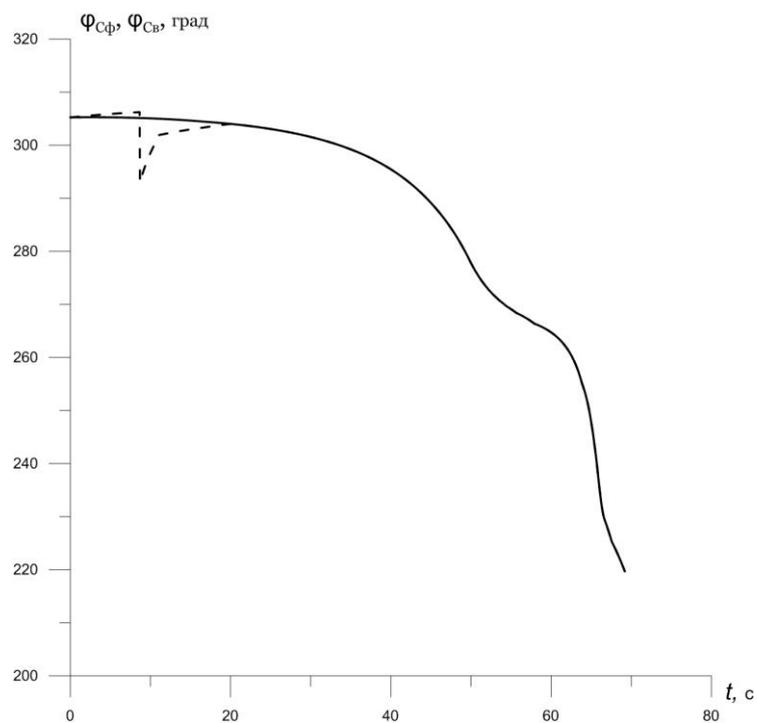


Рис. 21. Фактическое и восстановленное значения азимута  $\phi_C$  в ходе разворота на Солнце

На рисунке 22 показано изменение координат Солнца в связанной СК при развороте на Солнце. Конечный вектор визирования Солнца в ССК соответствует вектору требуемых (целевых) координат Солнца в соответствии с (23).

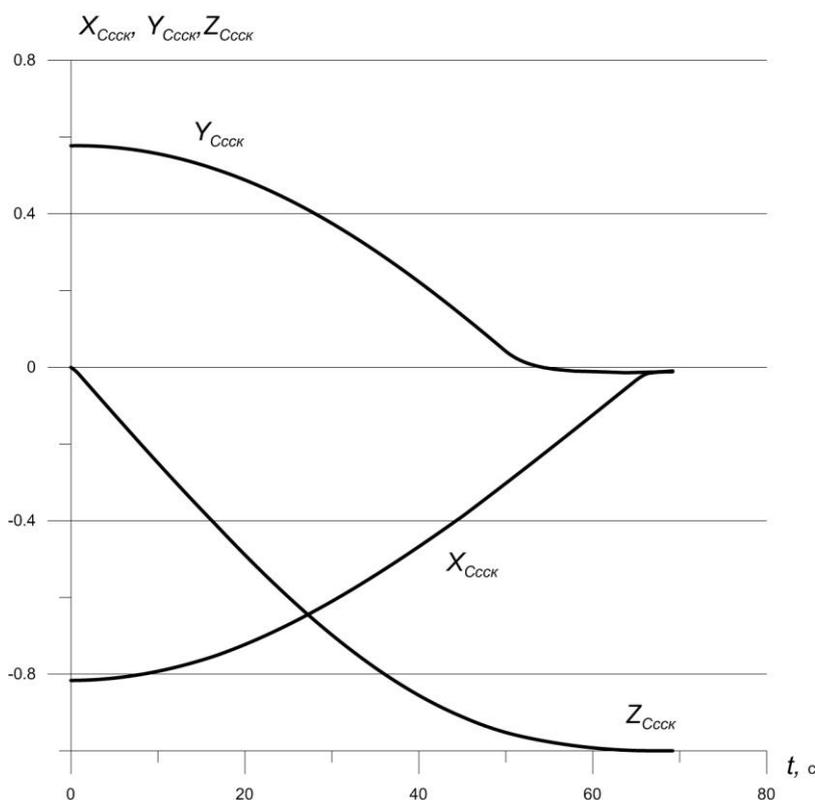


Рис. 22. Изменение компонент вектора визирования Солнца в ССК при развороте и стабилизации

Для получения статистических оценок работоспособности алгоритмов управления совместно с описанным фотоэлектрическим солнечным датчиком была проведена серия расчётов построения заданной ориентации КА на Солнце. Расчёты проводились для 10000 вариантов произвольных начальных ориентаций КА относительно Солнца и произвольных (в допустимых пределах) начальных угловых скоростей. Расчёты вариантов выполнялись от момента начала гашения начальной угловой скорости (если Солнце находилось в поле зрения датчика) или от момента начала поискового вращения (если Солнце находилось вне поля зрения датчика) до момента завершения стабилизации на Солнце. Результаты статистического математического моделирования подтвердили возможность использования описанного фотоэлектрического солнечного датчика для обеспечения заданной солнечной ориентации КА.

Полунатурное моделирование, проведенное на аналого-цифровом моделирующем комплексе, с дискретизацией выходных сигналов датчика также подтвердило возможность его использования совместно с алгоритмом управления, описанным в [3].

## Выводы

1. Разработана математическая модель фотоэлектрического датчика, позволяющая формировать его выходные сигналы в зависимости от положения Солнца относительно датчика.
2. Построен алгоритм восстановления положения Солнца относительно приборной системы координат датчика по его выходным сигналам.
3. При углах визирования Солнца, не превышающих  $60^\circ$ , восстановление положения Солнца осуществляется с нулевыми ошибками, при углах визирования больше  $60^\circ$  наличие ошибок не оказывает заметного влияния на построение требуемой ориентации КА относительно Солнца.
4. Проведенное статистическое и полунатурное моделирование подтверждает работоспособность алгоритмов управления угловым движением КА при использовании рассмотренного фотоэлектрического датчика, несмотря на значительные ошибки измерений.

## Библиографический список

- [1] Андреев В.М., Грилихес В.А., Румянцев В.Д. Фотоэлектрическое преобразование концентрированного солнечного излучения – Л.: Наука, 1989. – 310 с.
- [2] Раушенбах Г. Справочник по проектированию солнечных батарей – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 360 с.
- [3] Жуков Б.И., Сазонов В.В., Сихарулидзе Ю.Г., Ярошевский В.С. Управление угловым движением КА «Луна-Глоб» в режиме постоянной солнечной ориентации // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 238. 28 с. doi:10.20948/prepr-2018-238  
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-238>
- [4] Shuster M.D. A Survey of Attitude Representation // The Journal of the Astronautical Sciences. 1993. v. 41, No. 4. P. 439 – 517.  
URL: [http://www.malcolmdshuster.com/Pub\\_1993h\\_J\\_Repsurv\\_scan.pdf](http://www.malcolmdshuster.com/Pub_1993h_J_Repsurv_scan.pdf)

## Оглавление

Постановка задачи.....	3
Математическая модель солнечного датчика.....	3
Определение ориентации на Солнце по выходным сигналам солнечного датчика .....	10
Построение и поддержание солнечной ориентации КА .....	26
Выводы .....	32
Библиографический список.....	32