[ИПМ им.М.В.Келдыша РАН](http://keldysh.ru/) • [Электронная библиотека](http://library.keldysh.ru/)

[Препринты ИПМ](http://library.keldysh.ru/preprints/) • [Препринт № 99 за 2019 г.](http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-99)

ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Игнатов А.И., [Сазонов В.В.](http://keldysh.ru/personal/Sazonov/)

Реализация режима солнечной ориентации искусственного спутника Земли без накопления кинетического момента гиросистемы

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Игнатов А.И., Сазонов В.В. Реализация режима солнечной ориентации искусственного спутника Земли без накопления кинетического момента гиросистемы // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2019. № 99. 28 с. doi:[10.20948/prepr-2019-99](https://doi.org/10.20948/prepr-2019-99)
URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2019-99

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В. Келдыша

А.И. Игнатов, В.В. Сазонов

РЕАЛИЗАЦИЯ РЕЖИМА СОЛНЕЧНОЙ ОРИЕНТАЦИИ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ЗЕМЛИ БЕЗ НАКОПЛЕНИЯ КИНЕТИЧЕСКОГО МОМЕНТА ГИРОСИСТЕМЫ

Москва – 2019

Игнатов А.И., Сазонов В.В.

Реализация режима солнечной ориентации искусственного спутника Земли без накопления кинетического момента гиросистемы

Исследован режим солнечной ориентации искусственного спутника Земли. В этом режиме нормаль к плоскости солнечных батарей спутника неизменно направлена на Солнце, продольная ось лежит вблизи плоскости орбиты, абсолютная угловая скорость спутника мала. Режим реализуется с помощью электромеханических исполнительных органов – гиросистемы. При использовании гиросистемы желательно обеспечить малую скорость накопления ее собственного кинетического момента для увеличения интервалов времени между проведением разгрузок. Рассмотрены два варианта закона управления собственным кинетическим моментом гиросистемы. Первый вариант обеспечивает только затухание возмущенного движения спутника в окрестности положения покоя с требуемой скоростью. Второй вариант дополнительно ограничивает рост накапливаемого кинетического момента гиросистемы за счет управления углом поворота спутника вокруг нормали к плоскости солнечных батарей.

Ключевые слова: солнечная ориентация, кинетический момент, гиросистема

Ignatov A.I., Sazonov V.V.

Realization of the spacecraft solar orientation mode without saturation of on board gyro system

We investigate the solar orientation mode of the spacecraft in a low Earth orbit. The normal to the plane of spacecraft solar arrays is constantly directed to the Sun in this mode, the longitudinal axis lies near the orbit plane, the absolute angular rate of the spacecraft is practically equal to zero. The mode is realized by gyro system. We consider two control laws for the gyro system. The first law provides only a stabilization of the spacecraft in the prescribed attitude. The second one provides additionally a decrease of the angular momentum of gyro system due to the special choice of the spacecraft turning about the normal to the solar arrays.

Key words: solar orientation, angular momentum, gyro system

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 17-01-00143а.

1. Уравнения движения спутника. Режим солнечной ориентации часто используется в процессе эксплуатации искусственных спутников Земли, поскольку обеспечивает максимальный приток электроэнергии на борт. Ниже рассматривается поддержание режима солнечной ориентации спутника с помощью гиросистемы в течение длительного времени. Гиросистема состоит из комплекса управляющих двигателей-маховиков, или гиродинов. При использовании гиросистемы желательно обеспечить малую скорость накопления ее собственного кинетического момента (гиростатического момента) для увеличения интервалов времени между проведением разгрузок.

Спутник считаем гиростатом, центр масс которого движется по геоцентрической орбите. Для описания движения спутника будем использовать три правые декартовы системы координат.

$x_1x_2x_3$ – связанная система координат, образованная главными центральными осями инерции спутника. Полагаем, что спутник имеет форму прямого кругового цилиндра радиусом R_c и высотой L_c, с двумя прикрепленными к нему одинаковыми прямоугольными пластинами – солнечными батареями, суммарной площадью S_b. Полагаем, что ось цилиндра совпадает с осью x_1. Солнечные батареи расположены в плоскости x_1x_3 симметрично относительно оси x_1, стороны батарей параллельны осям x_1 и x_3, ось x_2 перпендикулярна плоскости солнечных батарей. Светочувствительная сторона солнечных батарей обращена к полупространству $x_2 > 0$. Координаты геометрических центров цилиндра и пластин солнечных батарей обозначим $(x_c, 0, 0)$ и $(x_b, 0, 0)$ соответственно. Здесь и далее, если не оговорено особо, компоненты векторов и координаты точек относятся к системе $x_1x_2x_3$. Базисные орты этой системы обозначим $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$.

$y_1y_2y_3$ – гринвичская система координат. Начало координат – центр Земли, плоскость y_1y_2 совпадает с плоскостью экватора, ось y_1 пересекает гринвичский меридиан, ось y_3 направлена к Северному полюсу.

$Z_1Z_2Z_3$ – квазиинерциальная система координат. Начало координат – центр Земли, ось Z_2 параллельна вектору кинетического момента орбитального движения спутника, ось Z_3 лежит в плоскости экватора и направлена в восходящий узел оскулирующей орбиты спутника. Базис этой системы образован ортами $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3$.

Матрицу перехода от системы $Z_1Z_2Z_3$ к системе $y_1y_2y_3$ обозначим $C = \| c_{ij} \|_{i,j=1}^3$, где c_{ij} – косинус угла между осями y_i и Z_j. Элементы этой матрицы выражаются через координаты и компоненты скорости центра масс спутника в гринвичской системе координат. Матрицу перехода от системы $x_1x_2x_3$ к системе $Z_1Z_2Z_3$ обозначим $A = \| a_{ij} \|_{i,j=1}^3$, $a_{ij} = \mathbf{E}_i \cdot \mathbf{e}_j$ – косинус угла между осями Z_i и x_j. Матрицу перехода от системы $x_1x_2x_3$ к системе $y_1y_2y_3$ обозначим $B = \| b_{ij} \|_{i,j=1}^3$, b_{ij} – косинус угла между осями y_i и x_j. Справедливо соотношение $B = CA$.

Положение системы $x_1x_2x_3$ относительно системы $Z_1Z_2Z_3$ будем также задавать углами ψ, θ и φ, которые введем следующим образом. Если совместить начала координат этих систем, то вторую из них можно перевести в первую тремя последовательными поворотами: 1) на угол ψ вокруг оси Z_2, 2) на угол $\pi/2 - \theta$ вокруг новой оси Z_1, 3) на угол $\varphi + \pi$ вокруг новой оси Z_2, совпадающей с осью x_2. Элементы матрицы A выражаются через эти углы с помощью формул

$$
\begin{aligned}
&a_{11} = -\cos\varphi\cos\psi + \sin\varphi\sin\psi\sin\theta, \qquad && a_{12} = \sin\psi\cos\theta, \\
&a_{21} = -\sin\varphi\cos\theta, && a_{22} = \sin\theta, \\
&a_{31} = \cos\varphi\sin\psi + \sin\varphi\cos\psi\sin\theta, && a_{32} = \cos\psi\cos\theta,
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

$$
\begin{aligned}
&a_{13} = -\sin\varphi\cos\psi - \cos\varphi\sin\psi\sin\theta, \\
&a_{23} = \cos\varphi\cos\theta, \\
&a_{33} = \sin\varphi\sin\psi - \cos\varphi\cos\psi\sin\theta.
\end{aligned}
$$

Уравнения движения спутника состоят из двух подсистем. Одна подсистема описывает движение центра масс спутника в гринвичской системе координат. Она образована уравнениями для компонент радиуса-вектора $\mathbf{r}$ этого центра масс и компонент вектора $\mathbf{v}$ его относительной скорости [1]. В уравнениях учитываются нецентральность гравитационного поля Земли и сопротивление атмосферы. Нецентральность поля учитывается с точностью до членов порядка (16,16) включительно в разложении гравитационного потенциала Земли в ряд по шаровым функциям. Атмосфера считается вращающейся вместе с Землей, ее плотность рассчитывается согласно модели ГОСТ Р 25645.166-2004. Параметры атмосферы и баллистический коэффициент спутника считаются неизменными.

Другая подсистема описывает движение спутника относительно центра масс (вращательное движение). Она образована уравнениями, выражающими теорему об изменении кинетического момента спутника в его движении относительно центра масс, кинематическими уравнениями Пуассона для элементов первых двух строк матрицы B и уравнениями, описывающими изменение кинетического момента гиросистемы. В уравнениях, выражающих теорему об изменении кинетического момента спутника, учитываются гравитационный и аэродинамический моменты. Гравитационный момент задается формулой [2]:

$$
\mathbf{M}_g = 3\frac{\mu_E}{r^5}(\mathbf{r} \times \hat{I}\mathbf{r}), \quad r = |\mathbf{r}|, \quad \hat{I} = \mathrm{diag}(I_1, I_2, I_3), \qquad (2)
$$

где μ_E – гравитационный параметр Земли, I_i – моменты инерции спутника относительно осей x_i (i = 1, 2, 3).

Формула аэродинамического момента имеет вид

$$\mathbf{M}_a = p\left(\mathbf{v}\times\mathbf{e}_1\right),\ p = \rho_a\left(\pi R_c^2 x_c\,|\,\mathrm{v}_1\,| + S_b x_b\,|\,\mathrm{v}_2\,| + 2R_c L_c x_c\sqrt{\mathrm{v}_2^2+\mathrm{v}_3^2}\right),$$

где ρ_a – плотность атмосферы в точке, задаваемой вектором $\mathbf{r}$, v_i – компоненты вектора $\mathbf{v}$. При выводе выражений для аэродинамического момента считалось, что молекулы атмосферы при столкновении с корпусом спутника испытывают абсолютно неупругий удар [2], и не учитывалось взаимное затенение корпуса спутника и солнечных батарей от набегающего аэродинамического потока. Такое упрощение оправданно, поскольку для большинства движений спутника относительная продолжительность отрезков времени, на которых указанное затенение существенно, невелика.

Подсистема уравнений вращательного движения спутника имеет вид

$$\hat{I}\frac{\tilde{d}\boldsymbol{\omega}}{dt} + \boldsymbol{\omega}\times\hat{I}\boldsymbol{\omega} = 3\frac{\mu_E}{r^5}(\mathbf{r}\times\hat{I}\mathbf{r}) + p(\mathbf{v}\times\mathbf{e}_1) + \mathbf{M}_c, \qquad \frac{\tilde{d}\mathbf{H}}{dt} + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{H} = -\mathbf{M}_c,$$

$$\frac{\tilde{d}\mathbf{b}_1}{dt} + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{b}_1 = \omega_E\mathbf{b}_2, \qquad \frac{\tilde{d}\mathbf{b}_2}{dt} + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{b}_2 = -\omega_E\mathbf{b}_1, \tag{3}$$

где символом $\tilde{d}\,/\,dt$ обозначена локальная производная вектора в системе $x_1x_2x_3$, $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ – абсолютная угловая скорость спутника, $\mathbf{H} = (H_1, H_2, H_3)$ – гиростатический момент спутника, $\mathbf{M}_c$ – управляющий момент, приложенный к корпусу спутника со стороны гиросистемы, ω_E – угловая скорость вращения Земли, $\mathbf{b}_1$ и $\mathbf{b}_2$ – соответственно первая и вторая строки матрицы перехода B. Третья строка этой матрицы $\mathbf{b}_3 = \mathbf{b}_1\times\mathbf{b}_2$. Строки $\mathbf{b}_1$ и $\mathbf{b}_2$ связаны условиями ортогональности матрицы B, которые учитываются при задании начальных условий.

Чтобы замкнуть подсистему уравнений вращательного движения, надо добавить к уравнениям (3) выражение для $\mathbf{M}_c$, которое будет приведено ниже.

В расчетах использовались следующие параметры описанной модели. Параметры спутника: $m = 6440$ кг, $I_1 = 2600$ кгм^2, $I_2 = 11100$ кгм^2, $I_3 =$ 10900 кгм^2, R_c = 1.3 м, L_c = 5.0 м, S_b = 33 м^2, x_b = –1 м, x_c = 0.3 м. Параметры модели атмосферы: $F_{10.7} = F_{81} = 150$, A_p = 12.

Рассматриваются два варианта начальных условий движения центра масс спутника. Соответствующие им решения уравнений орбитального движения назовем орбитами I и II. Начальные условия орбиты I задавались в момент 07:13:07 UTC 05.05.2013. На этот момент времени элементы орбиты составляли: высота в апогее 575.2 км, высота в перигее 546.8 км, наклонение 64.87°, аргумент широты перигея –124.65°, долгота восходящего узла (отсчитывается от точки весеннего равноденствия эпохи даты) –16.73°. В этом случае максимальное значение угла ϑ между ортом направления «Земля-Солнце» и плоскостью орбиты спутника составляет ~ 47°. Это параметры орбиты спутника *Бион-М №1*. Начальные условия орбиты II задавались аналогичным образом в момент 07:13:07 UTC 21.12.2013. На этот момент времени численные значения параметров орбиты II принимались такими же, как и для орбиты I, за исключением значения долготы восходящего узла равного –150.03°. В случае орбиты II максимальное значение угла ϑ составляет ~ 88°. Таким образом орбиты I и II существенно по-разному расположены относительно Солнца.

Начальные условия уравнений (3) задавались в тот же момент времени, что и начальные условия орбитального движения. Этот момент служил началом отсчета времени – точкой $t = 0$.

2. Трехосная солнечная ориентация спутника. Сперва рассмотрим режим трехосной солнечной ориентации спутника, в котором нормаль к плоскости солнечных батарей неизменно направлена на Солнце, продольная ось лежит в плоскости орбиты, абсолютная угловая скорость спутника мала.

Рассмотрим построение закона управления гиросистемой в упрощенной ситуации, когда внешние моменты на спутник не действуют, орбита спутника и направление на Солнце неизменны в абсолютном пространстве. Тогда первое уравнение системы (3) принимает вид:

$$\hat{I}\,\frac{\tilde{d}\boldsymbol{\omega}}{dt} + \boldsymbol{\omega}\times\hat{I}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{M}_c\,. \tag{4}$$

Пусть $\mathbf{s}$ – орт направления «Земля–Солнце». В этом случае орт $\mathbf{n} = (\mathbf{s}\times\mathbf{E}_2)/|\,\mathbf{s}\times\mathbf{E}_2\,|$ лежит в плоскости орбиты спутника и ортогонален орту $\mathbf{s}$. Изменение ортов $\mathbf{s}$ и $\mathbf{n}$ в системе $x_1x_2x_3$ описывается уравнениями

$$\frac{\tilde{d}\mathbf{s}}{dt} + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{s} = 0, \qquad \frac{\tilde{d}\mathbf{n}}{dt} + \boldsymbol{\omega}\times\mathbf{n} = 0. \tag{5}$$

Зададим функцию $\mathbf{M}_c = \mathbf{M}_c(\boldsymbol{\omega},\mathbf{s},\mathbf{n})$ так, чтобы система (4), (5) имела асимптотически устойчивое стационарное решение

$$\boldsymbol{\omega} = 0,\ \mathbf{e}_1 = \mathbf{n},\ \mathbf{e}_2 = \mathbf{s}. \tag{6}$$

Возьмем

$$\mathbf{M}_c = l(\mathbf{e}_2\times\mathbf{s} + \mathbf{e}_1\times\mathbf{n}) - \hat{W}\boldsymbol{\omega}, \tag{7}$$

где l – положительный коэффициент, $\hat{W}$ – постоянный в системе $x_1x_2x_3$ симметричный положительно определенный тензор второго порядка. Выражение (7) – это сумма потенциального восстанавливающего и диссипативного моментов, возникающих при отклонении фазового вектора системы (4), (5) от стационарного решения (6).

Система (4), (5), (7) допускает стационарное решение (6). Вдоль произвольного решения этой системы

$$\dot{E} = -\boldsymbol{\omega} \cdot \hat{W}\boldsymbol{\omega}, \qquad E = \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \cdot \hat{I}\boldsymbol{\omega} - l\left(\mathbf{s} \cdot \mathbf{e}_2 + \mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_1\right).$$

Здесь E – полная энергия системы, точка над буквой означает дифференцирование по времени t. Взяв E в качестве функции Ляпунова, можно с помощью теоремы Барбашина–Красовского [3] установить асимптотическую устойчивость решения (6).

Для упрощения выбора параметров управления (7) возьмем

$$\mathbf{M}_c = \xi^2 \hat{I}(\mathbf{e}_2 \times \mathbf{s} + \mathbf{e}_1 \times \mathbf{n}) - 2\xi \hat{I}\hat{D}\boldsymbol{\omega}, \tag{8}$$

где $\hat{D} = \mathrm{diag}(1,1,\sqrt{2})$, ξ – положительный параметр.

Линеаризуем систему (4), (5), (8) в окрестности стационарного решения (6). Пусть $\boldsymbol{\delta} = (\delta_1, \delta_2, \delta_3)$ – вектор бесконечно малого поворота из положения $\mathbf{e}_1 = \mathbf{n}$, $\mathbf{e}_2 = \mathbf{s}$. В окрестности решения (6) выполнены соотношения $\boldsymbol{\omega} \approx \dot{\boldsymbol{\delta}}$, $\mathbf{s} \approx \mathbf{e}_2 - \boldsymbol{\delta} \times \mathbf{e}_2$, $\mathbf{n} \approx \mathbf{e}_1 - \boldsymbol{\delta} \times \mathbf{e}_1$, и систему (4), (8) можно привести к виду

$$\frac{\tilde{d}^2 \boldsymbol{\delta}}{dt^2} + 2\xi \hat{D} \frac{\tilde{d}\,\boldsymbol{\delta}}{dt} + (\xi \hat{D})^2 \boldsymbol{\delta} = 0.$$

Выписанная система асимптотически устойчива, ее произвольное решение допускает оценку $\|\boldsymbol{\delta}(t)\| \le \kappa \|\boldsymbol{\delta}(0)\| \exp(-\xi t)$, где κ – положительная постоянная, не зависящая от $\boldsymbol{\delta}(0)$. Согласно теореме Малкина об устойчивости при постоянно действующих возмущениях [4], можно ожидать, что режим солнечной ориентации при достаточно большом значении ξ будет устойчив и с учетом действия на спутник внешних возмущающих моментов. Параметр ξ возьмем настолько большим, чтобы характерное время действия на спутник управляющего момента было существенно меньше аналогичного времени для гравитационного и аэродинамического моментов, которыми пренебрегаем. При подходящем выборе параметра ξ и реальной орбите возмущенное движение спутника в окрестности положения покоя (6) будет затухать с требуемой скоростью. Ниже принято, что $\xi = 0.01$ с$^{-1}$. Полагаем, что закон управления (8) формируется в соответствии с показаниями установленных на спутнике датчиков ориентации и угловой скорости.

Моделирование режима трехосной солнечной ориентации спутника сводилось к численному интегрированию системы (3), (8). Компоненты орта $\mathbf{s}$ в гринвичской системе координат рассчитывались по приближенным формулам [5]. Начальные условия системы (3), (8) в момент времени $t = 0$ задавались следующим образом. Спутник в гринвичской системе координат занимает положение (6), т.е. $\mathbf{e}_1 = \mathbf{n}$, $\mathbf{e}_2 = \mathbf{s}$. Гиростатический момент спутника $\mathbf{H}(0)$ = 0. Начальные значения компонент угловой скорости ω_i задавались с учетом ошибок в их реализации: $\omega_1(0) = \omega_2(0) = \omega_3(0) = 0.01\,°/\text{с}$. Результаты расчетов движения спутника, полученные в рамках приятой модели для орбиты I, приведены на рис. 1– 3, для орбиты II – на рис. 4–6. Эти результаты представлены графиками зависимости от времени углов ψ, θ, φ и угла $\sigma = \arccos(\mathbf{s}\cdot\mathbf{e}_2)$. На рисунках представлены также графики компонент угловой скорости ω_i, гиростатического момента H_i (i =1, 2, 3) и модуля вектора гиростатического момента $|\mathbf{H}|$. Все графики на рис. 1–6 построены на интервалах времени 14 суток. Переходной процесс (процесс гашения возмущенного движения), обусловленный ошибками в задании начальной угловой скорости, длится менее 10 мин и из-за масштаба на рисунках не виден. Результаты моделирования показывают, что для обоих рассматриваемых вариантов орбит использование закона управления (8) обеспечивает трехосную солнечную ориентацию спутника и затухание его возмущенного движения в окрестности положения покоя (6). При этом величина модуля вектора гиростатического момента $|\mathbf{H}|$ неограниченно возрастает на всем интервале времени. Чтобы ограничить рост гиростатического момента спутника, не нарушая режим его солнечной ориентации, далее предложен соответствующий закон управления.

3. Реализация режима солнечной ориентации спутника без накопления кинетического момента гиросистемы. Рассмотрим возможность использования закона управления, позволяющего не только обеспечить затухание возмущенного движения спутника в окрестности положения покоя с требуемой скоростью, но и дополнительно ограничить рост накапливаемого гиростатического момента спутника. Чтобы не нарушать режим солнечной ориентации спутника, накопление гиростатического момента будем контролировать только за счет управления углом поворота спутника вокруг орта $\mathbf{e}_2 = \mathbf{s}$.

Рассмотрим функцию $F = (\mathbf{K}\cdot\hat{W}\mathbf{K})/2$, где $\mathbf{K} = (K_1, K_2, K_3)$ – кинетический момент спутника в его движении относительно центра масс. Примем, что из всех внешних моментов на спутник действует только гравитационный, т.е. $\dot{\mathbf{K}} = \mathbf{M}_g$. Тогда

$$\dot{F} = \dot{\mathbf{K}}\cdot\hat{W}\mathbf{K} = \mathbf{M}_g\cdot\hat{W}\mathbf{K} = \frac{3\mu_E}{r^3}(\boldsymbol{\gamma}\times\hat{I}\boldsymbol{\gamma})\cdot\hat{W}\mathbf{K},$$

где $\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{r}/r = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3)$ – орт вектора $\mathbf{r}$. Выберем такое движение спутника вокруг орта $\mathbf{e}_2$, которое в каждый момент времени минимизирует величину $f = \dot{F}$. Это замедлит рост F и даже может вызвать вызовет уменьшение $|\mathbf{K}|$. Введем угол $\varphi_c = \arccos(\mathbf{n}\cdot\mathbf{e}_1)$ поворота спутника вокруг орта $\mathbf{e}_2 = \mathbf{s}$, направление отсчета φ_c согласовано с ортом $\mathbf{e}_2$. Приближенное отслеживание минимума функции $f = f(\varphi_c)$ в процессе полета можно реализовать как движение спутника в соответствии с уравнением

$$\ddot{\varphi}_c + \chi\dot{\varphi}_c + \frac{df}{d\varphi_c} = 0, \quad \chi = \mathrm{const} > 0. \tag{9}$$

Изменение угла φ_c будем считать быстрым – с характерным временем намного меньше орбитального периода. В этом движении можно приближенно принять $\boldsymbol{\omega} = \dot{\varphi}_c \mathbf{e}_2$ и орт $\boldsymbol{\gamma}$ считать неизменным в абсолютном пространстве. Тогда изменение вектора $\mathbf{K}$ и орта $\boldsymbol{\gamma}$ относительно системы $x_1x_2x_3$ будет описываться уравнениями

$$\frac{\tilde{d}\mathbf{K}}{dt} + \dot{\varphi}_c(\mathbf{e}_2 \times \mathbf{K}) = 0, \qquad \frac{\tilde{d}\boldsymbol{\gamma}}{dt} + \dot{\varphi}_c(\mathbf{e}_2 \times \boldsymbol{\gamma}) = 0.$$

Найдем $df / d\varphi_c$. Заметим, что $\dot{f} = \dot{\varphi}_c(df / d\varphi_c)$. С другой стороны, $\dot{f}$ можно представить в виде

$$\dot{f} = \frac{3\mu_E}{r^3}\frac{\tilde{d}}{dt}\Big[(\boldsymbol{\gamma} \times \hat{I}\boldsymbol{\gamma}) \cdot \hat{W}\mathbf{K}\Big] + \Big[(\boldsymbol{\gamma} \times \hat{I}\boldsymbol{\gamma}) \cdot \hat{W}\mathbf{K}\Big]\frac{\tilde{d}}{dt}\left(\frac{3\mu_E}{r^3}\right).$$

При рассматриваемых допущениях имеем

$$\dot{f} = \frac{3\mu_E}{r^3}\frac{\tilde{d}}{dt}\Big[(\boldsymbol{\gamma} \times \hat{I}\boldsymbol{\gamma}) \cdot \hat{W}\mathbf{K}\Big].$$

Здесь

$$\frac{\tilde{d}}{dt}\Big[(\boldsymbol{\gamma} \times \hat{I}\boldsymbol{\gamma}) \cdot \hat{W}\mathbf{K}\Big] = \left(\frac{\tilde{d}\boldsymbol{\gamma}}{dt} \times \hat{I}\boldsymbol{\gamma}\right) \cdot \hat{W}\mathbf{K} + \left(\boldsymbol{\gamma} \times \hat{I}\frac{\tilde{d}\boldsymbol{\gamma}}{dt}\right) \cdot \hat{W}\mathbf{K} + (\boldsymbol{\gamma} \times \hat{I}\boldsymbol{\gamma}) \cdot \hat{W}\frac{\tilde{d}\mathbf{K}}{dt} =$$

$$= -\dot{\varphi}_c\left\{\Big[(\mathbf{e}_2 \times \boldsymbol{\gamma}) \times \hat{I}\boldsymbol{\gamma}\Big] \cdot \hat{W}\mathbf{K} + \Big[\boldsymbol{\gamma} \times \hat{I}(\mathbf{e}_2 \times \boldsymbol{\gamma})\Big] \cdot \hat{W}\mathbf{K} + (\boldsymbol{\gamma} \times \hat{I}\boldsymbol{\gamma}) \cdot \hat{W}(\mathbf{e}_2 \times \mathbf{K})\right\}.$$

Положим, что $\hat{W} = \mathrm{diag}(W_1, W_2, W_3)$, тогда, преобразовав слагаемые, стоящие в фигурных скобках, получим

$$\frac{df}{d\varphi_c} = \frac{\dot{f}}{\dot{\varphi}_c} = \tilde{f} = -\frac{3\mu_E}{r^3}\Big\{-\Big[W_3(I_2 - I_1) - W_1(I_2 - I_3)\Big]\gamma_1\gamma_2K_1 + W_2(I_3 - I_1)\left(\gamma_1^2 - \gamma_3^2\right)K_2 +$$

$$+\left[W_3\left(I_2-I_1\right)-W_1\left(I_2-I_3\right)\right]\gamma_2\gamma_3K_3\Big\}. \qquad (10)$$

При $\hat{W}=\kappa\cdot\mathrm{diag}(1,1,1)$, где $\kappa=\mathrm{const}>0$, выражение (10) представляет собой закон управления, описанный в [6]. Рассмотрим случай, когда

$$\hat{W}=\mathrm{diag}\left(\frac{\kappa_1}{I_2-I_3},\frac{\kappa_2}{I_3-I_1},\frac{\kappa_3}{I_2-I_1}\right),\ \kappa_j=\mathrm{const}>0,\ (j=1,2,3).$$

Выражение (10) теперь примет вид

$$\tilde{f}=-\frac{3\mu_E}{r^3}\left[-\left(\kappa_3-\kappa_1\right)\gamma_1\gamma_2K_1+\kappa_2\left(\gamma_1^2-\gamma_3^2\right)K_2+\left(\kappa_3-\kappa_1\right)\gamma_2\gamma_3K_3\right]. \qquad (11)$$

Такой закон в общем случае оказался более эффективным.

Если орбита спутника близка к круговой, выражение (11) можно заменить выражением

$$\tilde{f}=-3\omega_0^2\left[-\left(\kappa_3-\kappa_1\right)\gamma_1\gamma_2K_1+\kappa_2\left(\gamma_1^2-\gamma_3^2\right)K_2+\left(\kappa_3-\kappa_1\right)\gamma_2\gamma_3K_3\right], \qquad (11')$$

где ω_0 – среднее движение спутника (орбитальная частота). Для рассматриваемых в данной работе орбит $\omega_0^2 = 1.19\cdot10^{-6}$ с$^{-2}$. Значения величин γ_i в системе управления спутником можно получить, использовав показания датчика центра Земли.

Движение спутника, близкое движению вокруг орта $\mathbf{e}_2$, согласно уравнению (9), может быть реализовано, если управляющий момент (8) дополнить слагаемым

$$\mathbf{M}'_c=-\hat{I}\left(\chi\omega_2+\tilde{f}\right)\mathbf{e}_2. \qquad (12)$$

В этом случае векторное уравнение, описывающее изменение гиростатического момента $\mathbf{H}$, принимает вид

$$\frac{\tilde{d}\mathbf{H}}{dt}+\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{H}=-(\mathbf{M}_c+\mathbf{M}'_c). \qquad (13)$$

Подсистему уравнений вращательного движения спутника (3), в которой второе уравнение заменено уравнением (13), обозначим (3′).

Покажем, что выбранный закон изменения управляющего момента (8), (12) действительно обеспечивает солнечную ориентацию спутника и при этом ограничивает накопление гиростатического момента. С этой целью вычислим решение системы (3′), (8), (12) при $\chi = 2\xi$, $\xi = 0.01$ с$^{-1}$, $\kappa_1 = \kappa_2 = 1$ (Нмс)$^{-1}$, $\kappa_3 = 3$ (Нмс)$^{-1}$ с начальными условиями в момент времени $t = 0$, заданными как в п. 2. Результаты расчетов движения спутника, полученные в рамках принятой модели для орбиты I, приведены на рис. 7–9, для орбиты II – на рис. 10–12. Результаты моделирования представлены графиками зависимости от времени углов ψ, θ, φ и угла σ. На рисунках представлены также графики компонент угловой скорости ω_i, гиростатического момента H_i (i =1, 2, 3) и модуля вектора гиростатического момента $|\mathbf{H}|$. Все графики на рис. 7–12 построены на интервалах времени 14 суток. На этих рисунках переходной процесс, обусловленный ошибками в задании начальной угловой скорости, длится менее 10 мин и из-за масштаба не виден. Результаты моделирования показывают, что использование закона управления (8), (12) обеспечивает солнечную ориентацию спутника и затухание возмущенного движения спутника в окрестности положения покоя для обеих рассматриваемых орбит. При численном моделировании системы (3′), (8), (12) использование выражения (11) или (11′) в законе управления (12) не дает видимой разницы в полученных решениях, что обусловлено формой орбиты спутника близкой к круговой. Величина накапливаемого гиростатического момента спутника для орбиты I остается ограниченной значением $|\mathbf{H}| < 12$ Нмс (см. рис. 9). В случае движения спутника по орбите II, когда Солнце относительно плоскости орбиты поднимается достаточно высоко ($\vartheta > 75°$), значение $|\mathbf{H}|$ начинает возрастать (см. рис. 12), достигая своего максимума $|\mathbf{H}| = 31$ Нмс при $\vartheta \approx 88°$. В дальнейшем, по мере уменьшения ϑ, происходит разгрузка гиросистемы до значения $|\mathbf{H}| < 12$ Нмс. Чтобы избежать нежелательного роста кинетического момента гиросистемы при значении ϑ, близком к максимальному, в случае орбиты II (см. рис. 12) можно при достижении некоторого заранее выбранного порогового значения ϑ переориентировать спутник в режим орбитальной ориентации без накопления собственного кинетического момента гиросистемы [7, 8].

4. Использование режима орбитальной ориентации спутника. В случае, когда положение Солнца относительно плоскости орбиты характеризуется соотношением $\vartheta > 75°$, в качестве режима вращательного движения спутника можно использовать орбитальную ориентацию. Этот режим можно реализовать без накопления собственного кинетического момента гиросистемы [7, 8]. В данном случае орбитальной ориентацией спутника будем называть его движение, при котором $\mathbf{e}_2 = \pm\mathbf{E}_2$ и $\mathbf{e}_1 = \pm\mathbf{r}$. При указанном положении Солнца режим орбитальной ориентации обеспечивает приемлемый энергосъем с солнечных батарей. Для рассматриваемой орбиты II требуемая орбитальная ориентация спутника задается соотношениями $\mathbf{e}_2 = -\mathbf{E}_2$, поскольку в системе координат $Z_1Z_2Z_3$ Солнце расположено в полупространстве $Z_2 < 0$. Для определенности зададим положение спутника соотношениями $\mathbf{e}_1 = -\mathbf{r}$ и $\boldsymbol{\omega} = -\omega_0\mathbf{e}_2$.

Для реализации режима орбитальной ориентации спутника закон управления его гиростатическим моментом примем в виде

$$\mathbf{M}_c = \xi^2 \hat{I}\left(\boldsymbol{\gamma}\times\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2\times\mathbf{E}_2\right) - 2\xi\hat{I}\left(\boldsymbol{\omega} - \omega_0\mathbf{e}_2\right) + 4\xi\mathbf{H}, \tag{14}$$

где $\mathbf{E}_2 = (a_{21}, a_{22}, a_{23})$. Обоснование выбора закона (14), а также результаты исследования подобных ему законов управления приведены в [6].

Результаты расчетов движения спутника для орбиты II при последовательном использовании законов управления (8), (12) и (14) приведены на рис. 13, 14. Моделирование движения спутника проводилось по следующему сценарию. С момента времени t = 0 до наступления момента времени выполнения условия ϑ > 75° и с наступления момента времени выполнения условия ϑ < 75° до окончания моделирования для управления спутником использовался закон управления (8), (12). На интервале времени моделирования движения спутника, на котором выполнялось условие $\vartheta \geq$ 75°, для управления использовался закон (14). Переходные процессы, возникающие при последовательной смене законов управления, представлены на рис. 13. Значения начальных условий системы в момент времени t = 0 и значения параметров закона управления (8), (12) задавались как в п. 2 и п. 3. Параметры закона управления (14): ω_0 = 1.09·10^{-3} с$^{-1}$, ξ = 0.01 с$^{-1}$. На рис. 13 представлены графики компонент гиростатического момента H_i (i =1, 2, 3) и модуля вектора гиростатического момента $|\mathbf{H}|$. Графики в левой части рисунка показаны на интервале времени $0 \leq t \leq 4$ сут, в правой части – на интервале $10 \leq t \leq 14$ сут. На рис. 13 видно, что гиростатический момент, накапливаемый в процессе переориентации спутника из режима солнечной ориентации в орбитальную и обратно, разгружается за относительно короткий интервал времени. Это обусловлено выбором коэффициентов соответствующих законов управления (12) и (14). На рис. 14 на интервале времени 14 суток показан график освещенности панелей солнечных батарей спутника. Освещенность выражена в процентах, 100% достигаются в положении, в котором орты $\mathbf{e}_2$ и $\mathbf{s}$ коллинеарны. График построен с учетом прохождения спутника через тень Земли. Функция, характеризующая тень Земли, использовалась в виде

$$\varsigma = \mathbf{r}\cdot\mathbf{s} + \sqrt{r^2 - R_E^2}\ ,$$

где R_E = 6378 км – радиус Земли, принятой шаром. В тени Земли ($\varsigma \leq 0$) освещенность панелей солнечных батарей спутника принималась равной 0%.

Рассмотренный в данной работе дополнительный управляющий момент (12) можно использовать непостоянно. К примеру, можно поддерживать солнечную ориентацию спутника с помощью закона (8), а дополнительный управляющий момент (12) использовать время от времени для разгрузки накопленного гиростатического момента спутника [6]. Альтернативный способ реализации солнечной ориентации спутника с одновременной разгрузкой кинетического момента гиросистемы при помощи гравитационного момента предложен в [9].

Данная работа выполнена в рамках проекта РФФИ 17-01-00143.

Литература

1. Бажинов И.К., Гаврилов В.П., Ястребов В.Д. и др. Навигационное обеспечение полета орбитального комплекса «Салют-6» - «Союз» - «Прогресс». М.: Наука, 1985.
2. Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука, 1965.
3. Барбашин Е.А. Функции Ляпунова. М.: Наука, 1970.
4. Малкин И.Г. Теория устойчивости движения. М.: Наука, 1966.
5. Меес Ж. Астрономические формулы для калькуляторов. М.: Мир, 1988.
6. Игнатов А.И., Сазонов В.В. Оценка остаточных микроускорений на борту ИСЗ в режиме одноосной солнечной ориентации // Космические исследования. 2013. Т. 51. № 5. с. 380-388.
7. Игнатов А.И., Сазонов В.В. Стабилизация режима орбитальной ориентации искусственного спутника Земли без накопления кинетического момента гиросистемы // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2018, № 2.
8. Игнатов А.И., Сазонов В.В. Реализация режимов вращательного движения ИСЗ с малым уровнем микроускорений электромеханическими исполнительными органами // Космические исследования. 2012. Т. 50. № 5. с. 380-393.
9. Маштаков Я.В., Ткачев С.С. Построение опорного углового движения для обеспечения разгрузки маховиков // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2017, № 78.

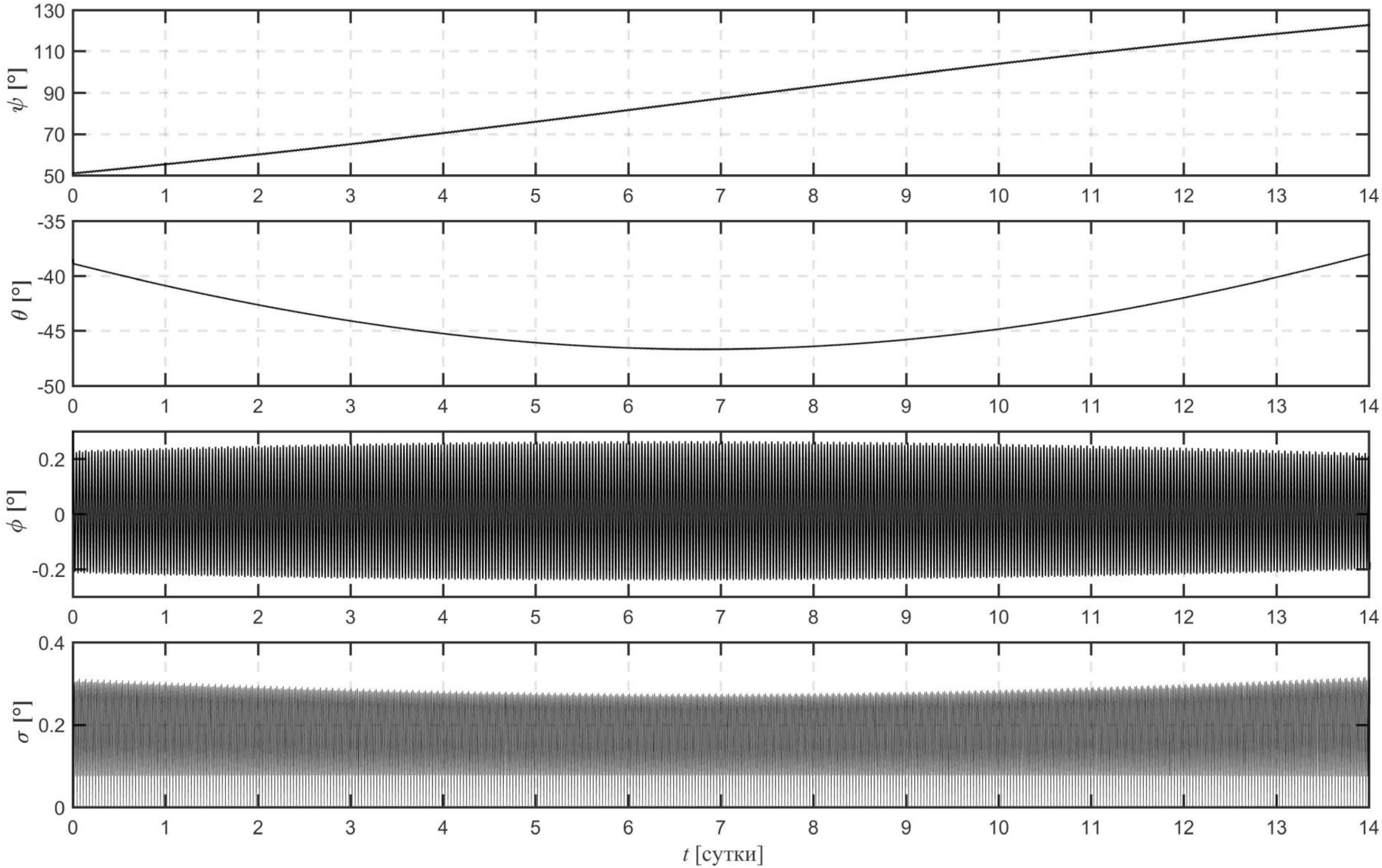

Рис. 1. Углы ориентации спутника при использовании управления (8) (орбита I).

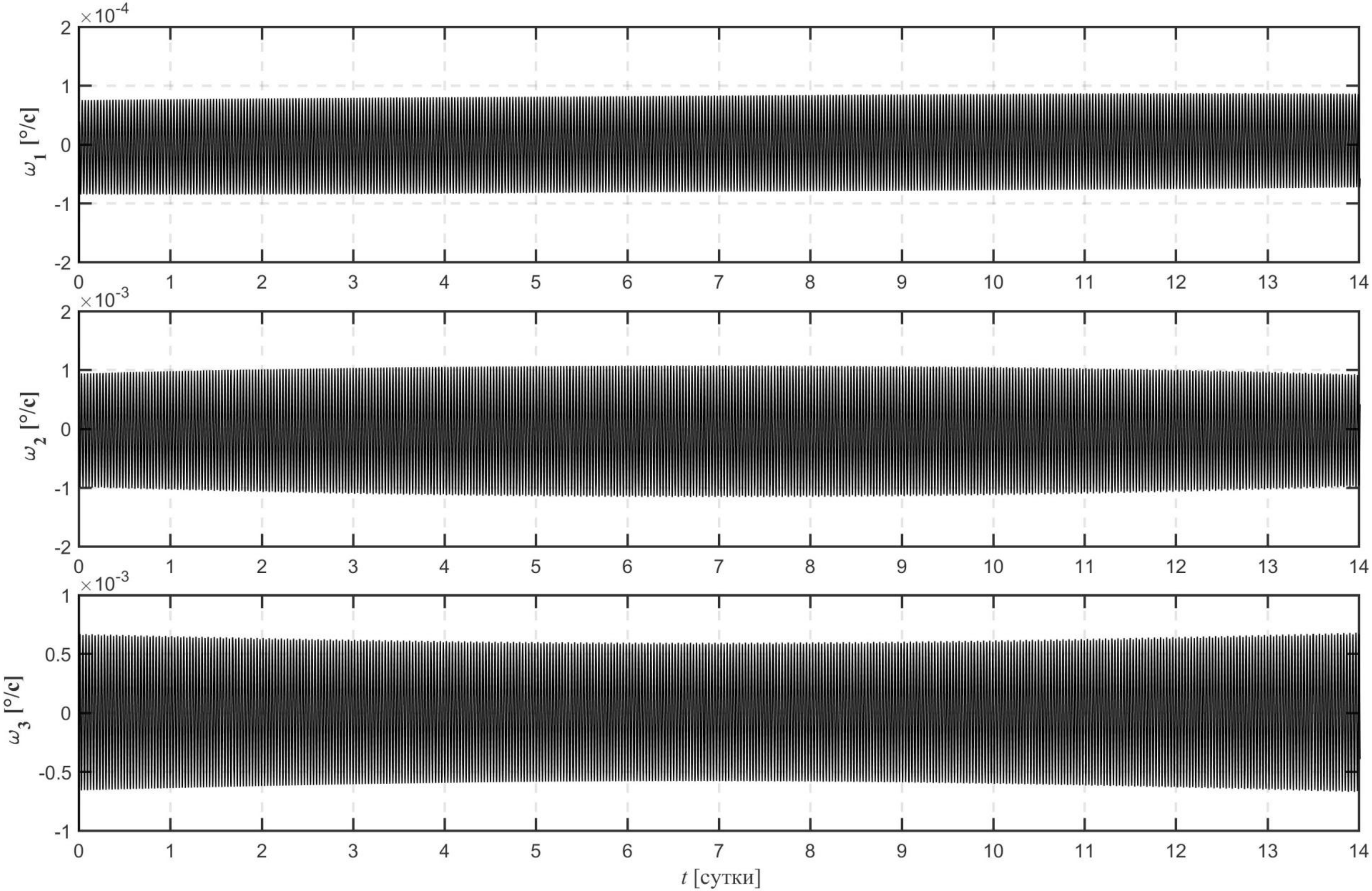

Рис. 2. Угловая скорость спутника при использовании управления (8) (орбита I).

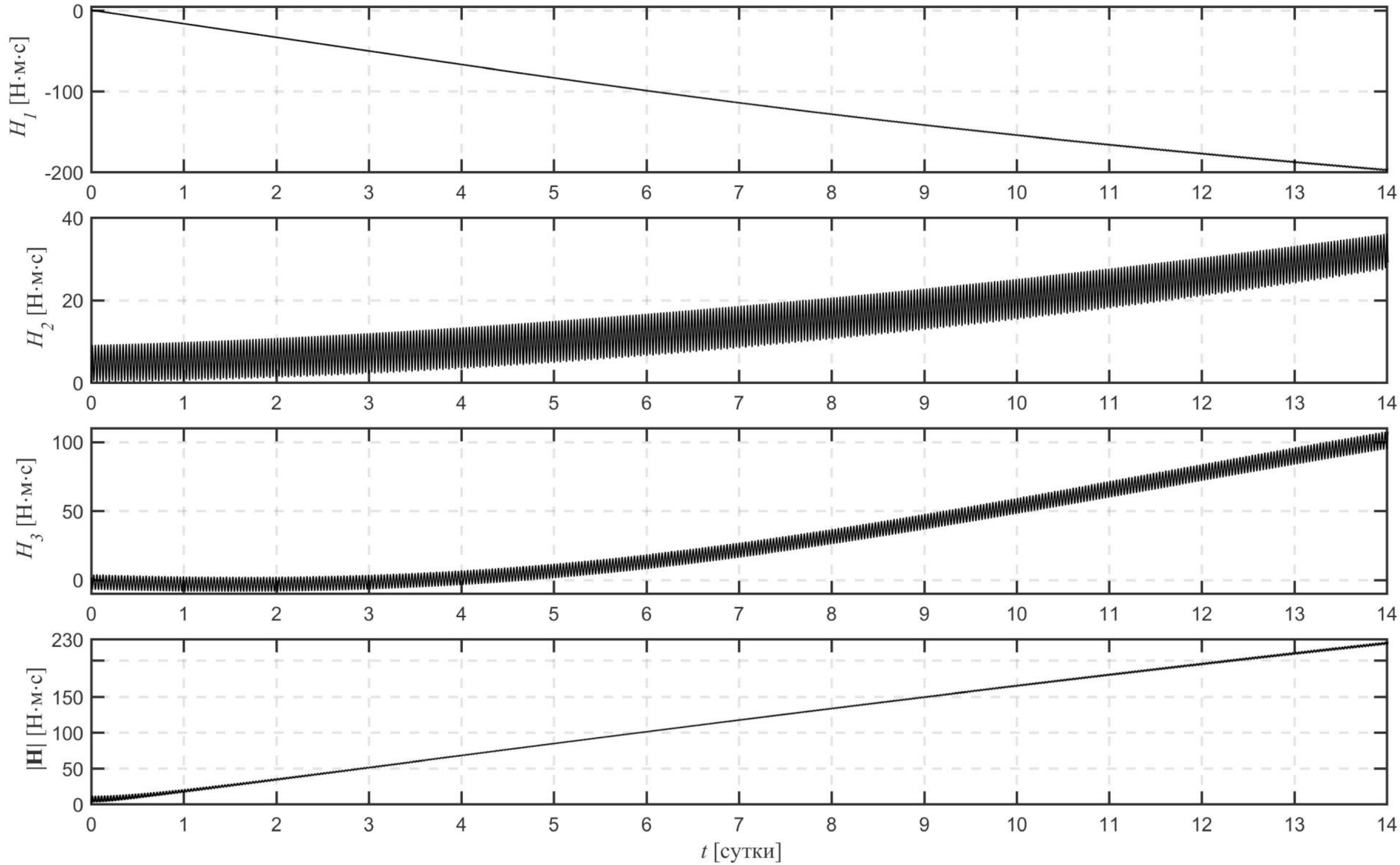

Рис. 3. Гиростатический момент спутника при использовании управления (8) (орбита I).

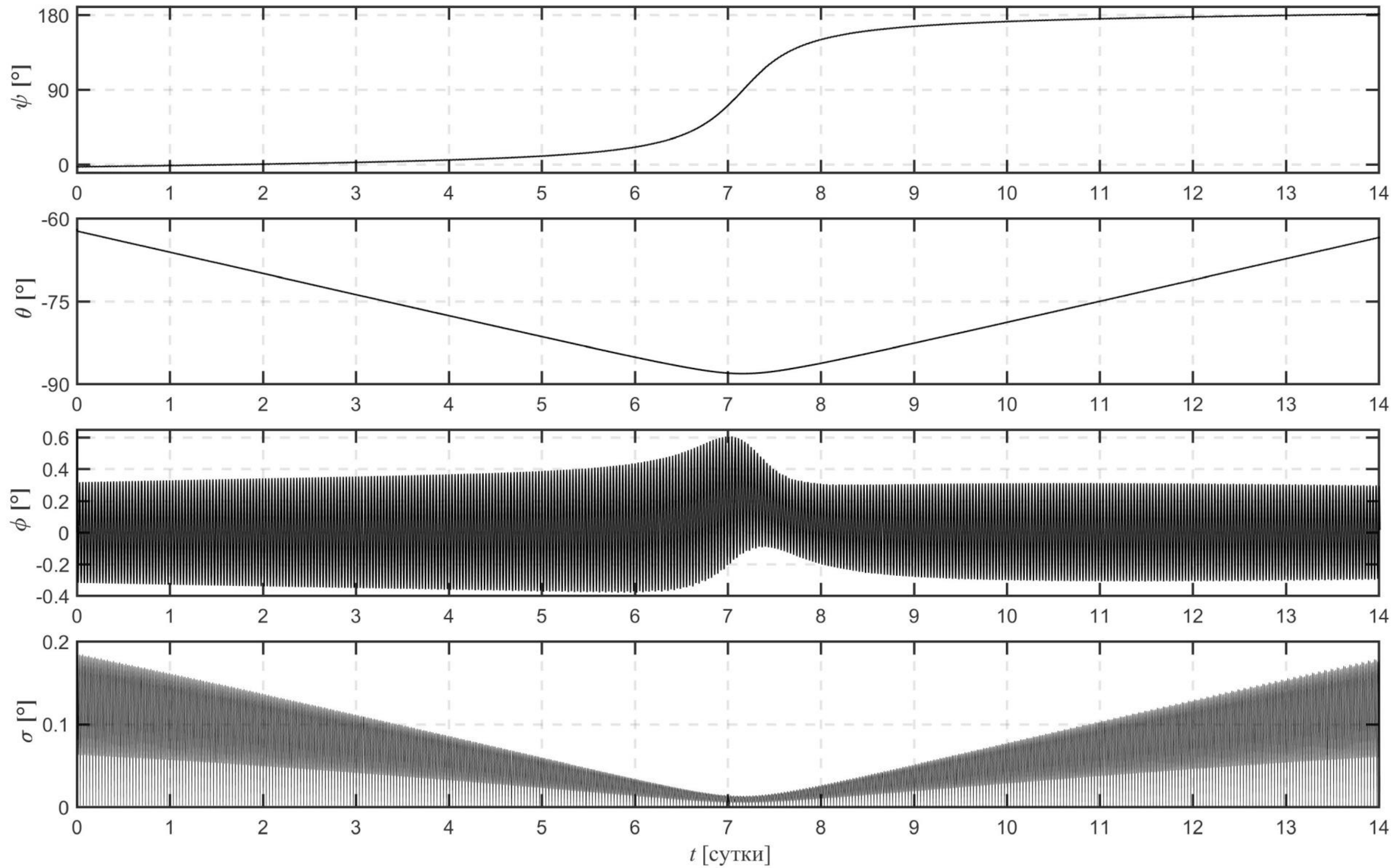

Рис. 4. Углы ориентации спутника при использовании управления (8) (орбита II).

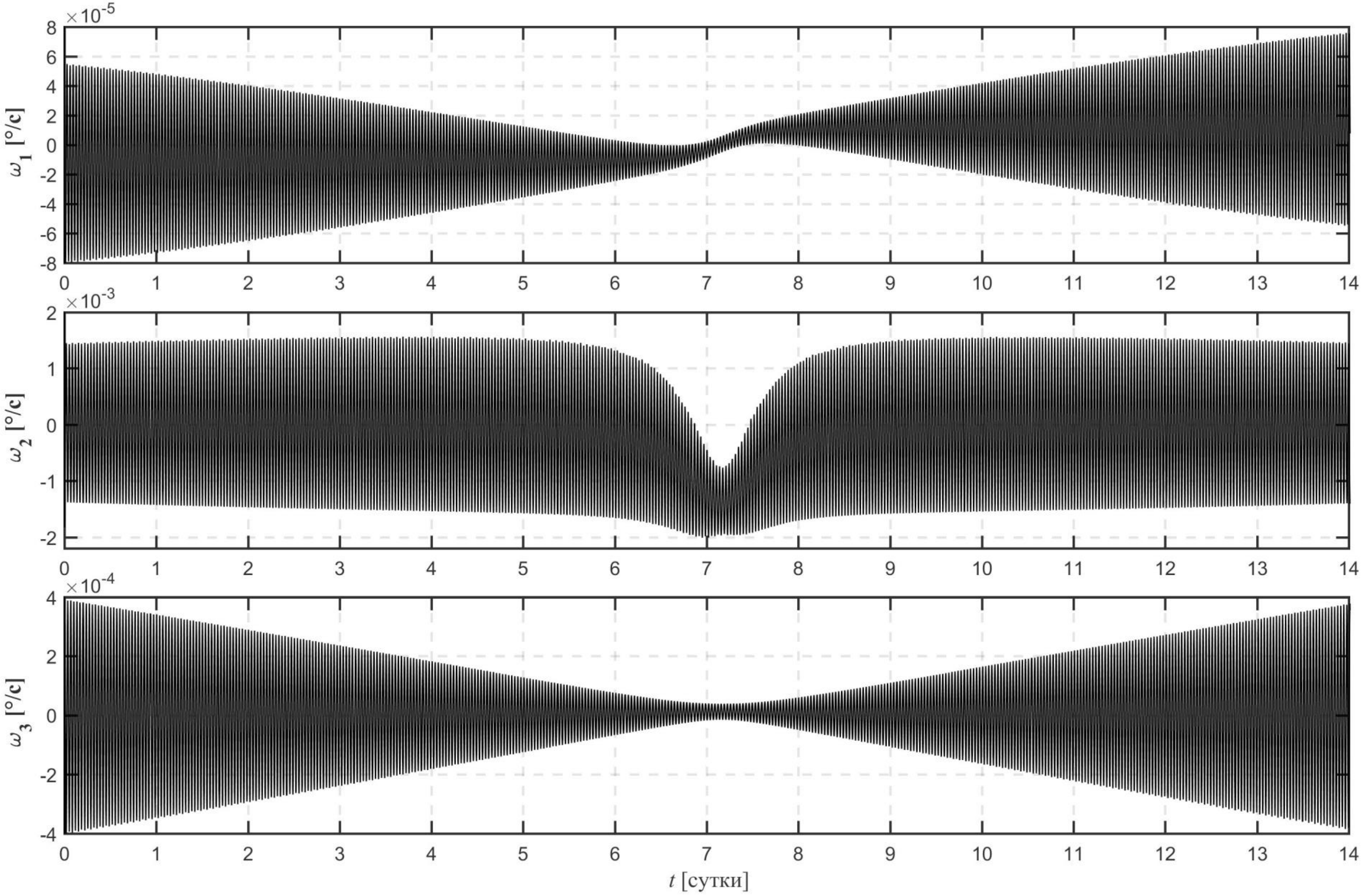

Рис. 5. Угловая скорость спутника при использовании управления (8) (орбита II).

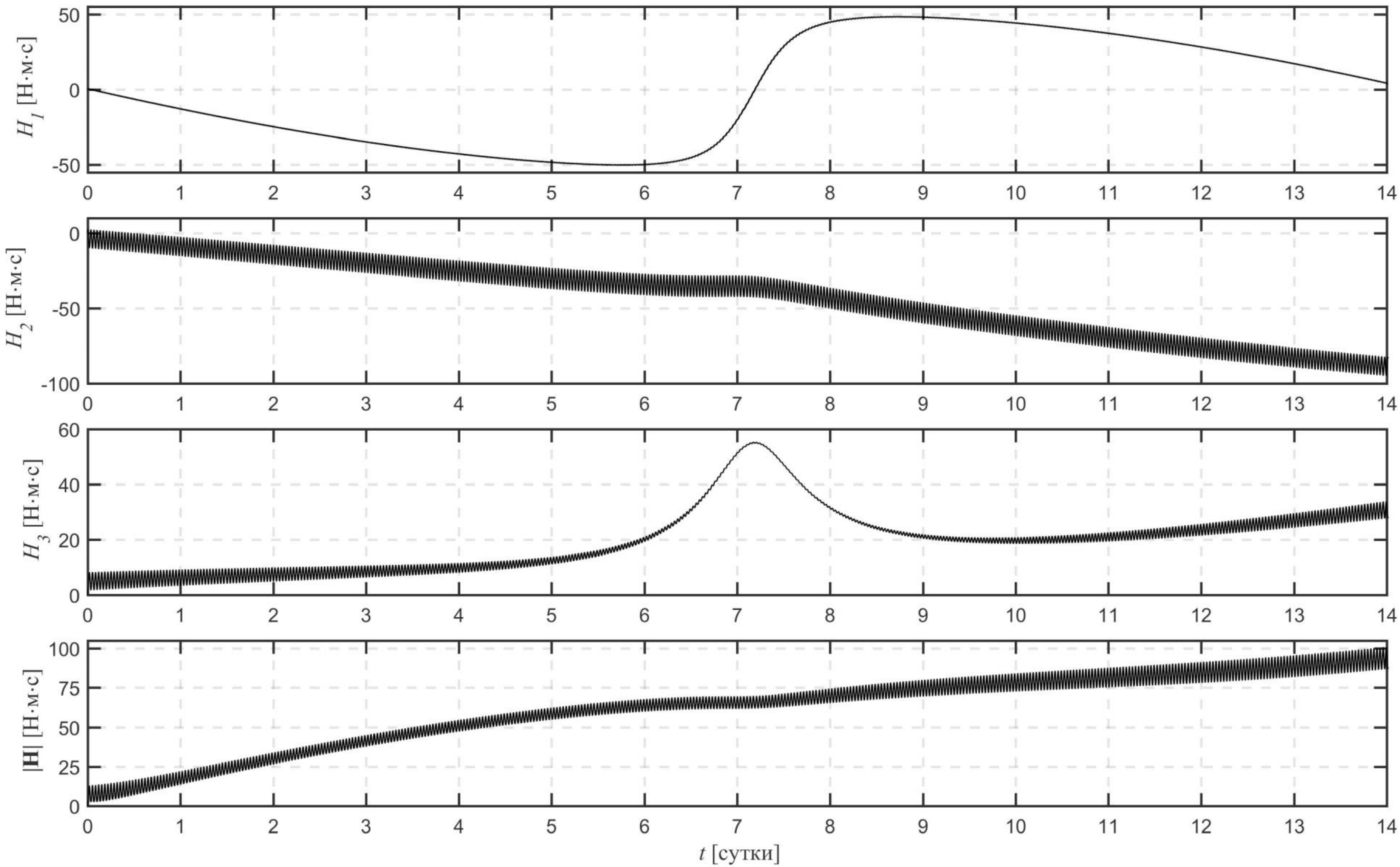

Рис. 6. Гиростатический момент спутника при использовании управления (8) (орбита II).

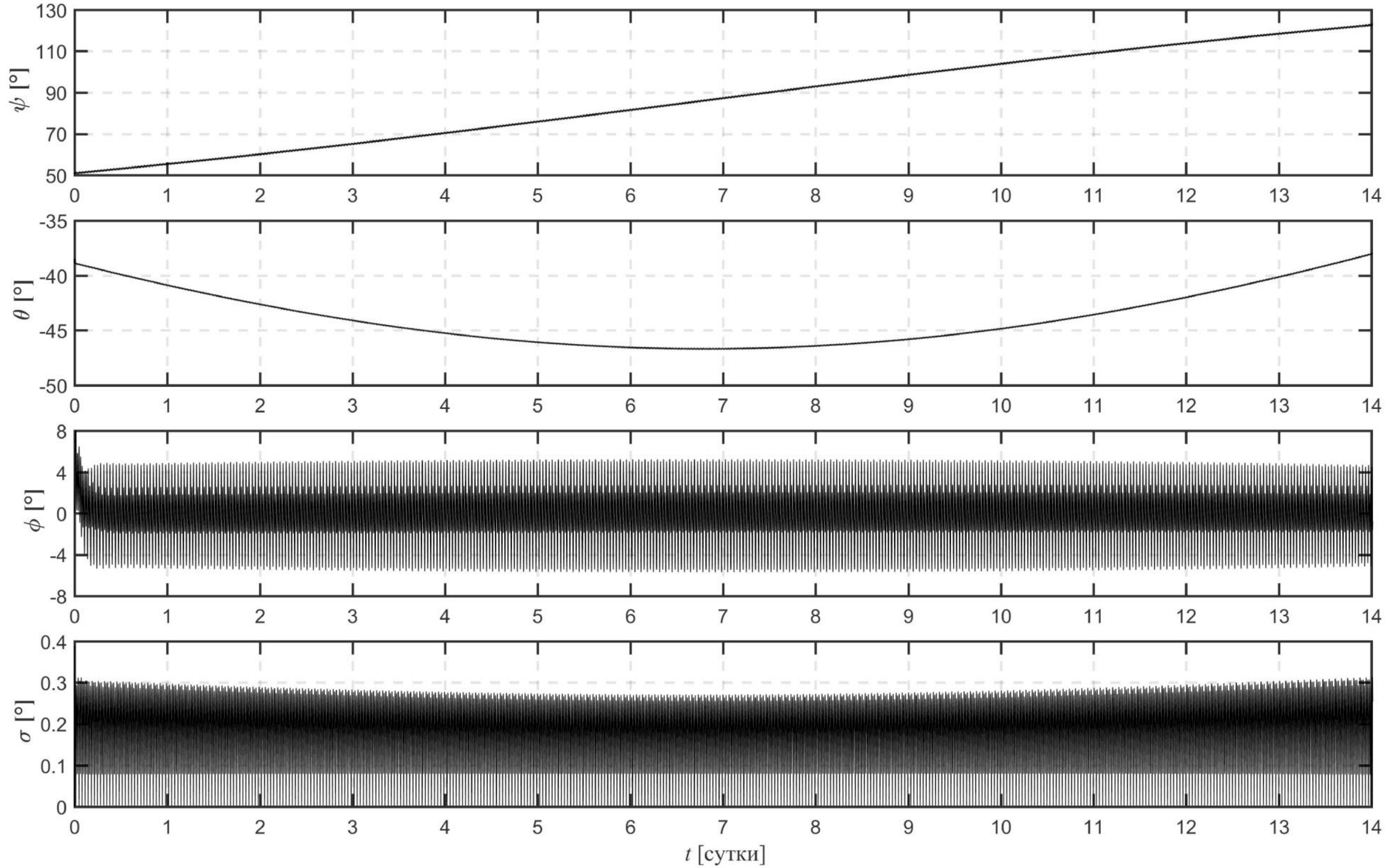

Рис. 7. Углы ориентации спутника при использовании управления (8), (12) (орбита I).

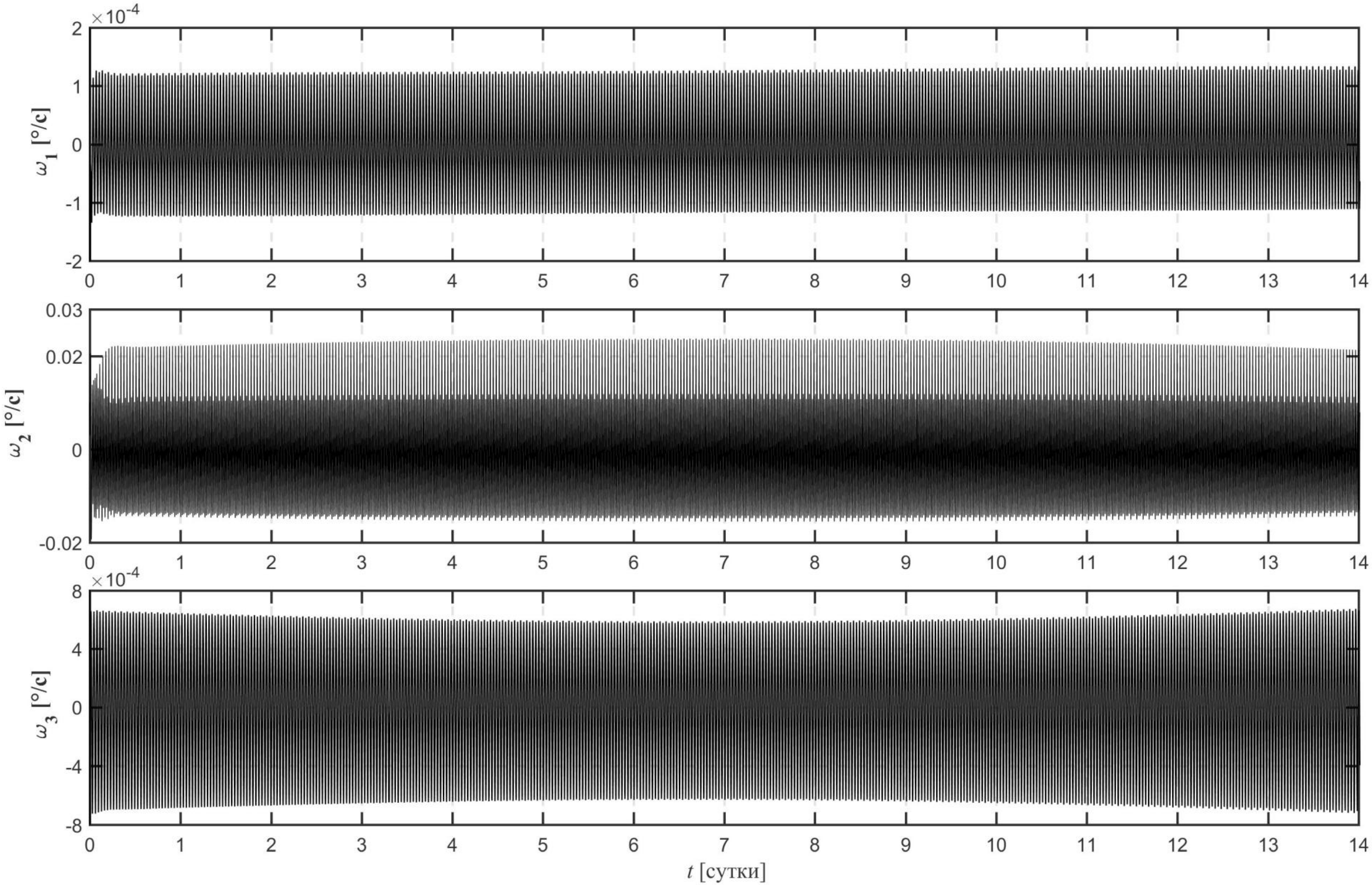

Рис. 8. Угловая скорость спутника при использовании управления (8), (12) (орбита I).

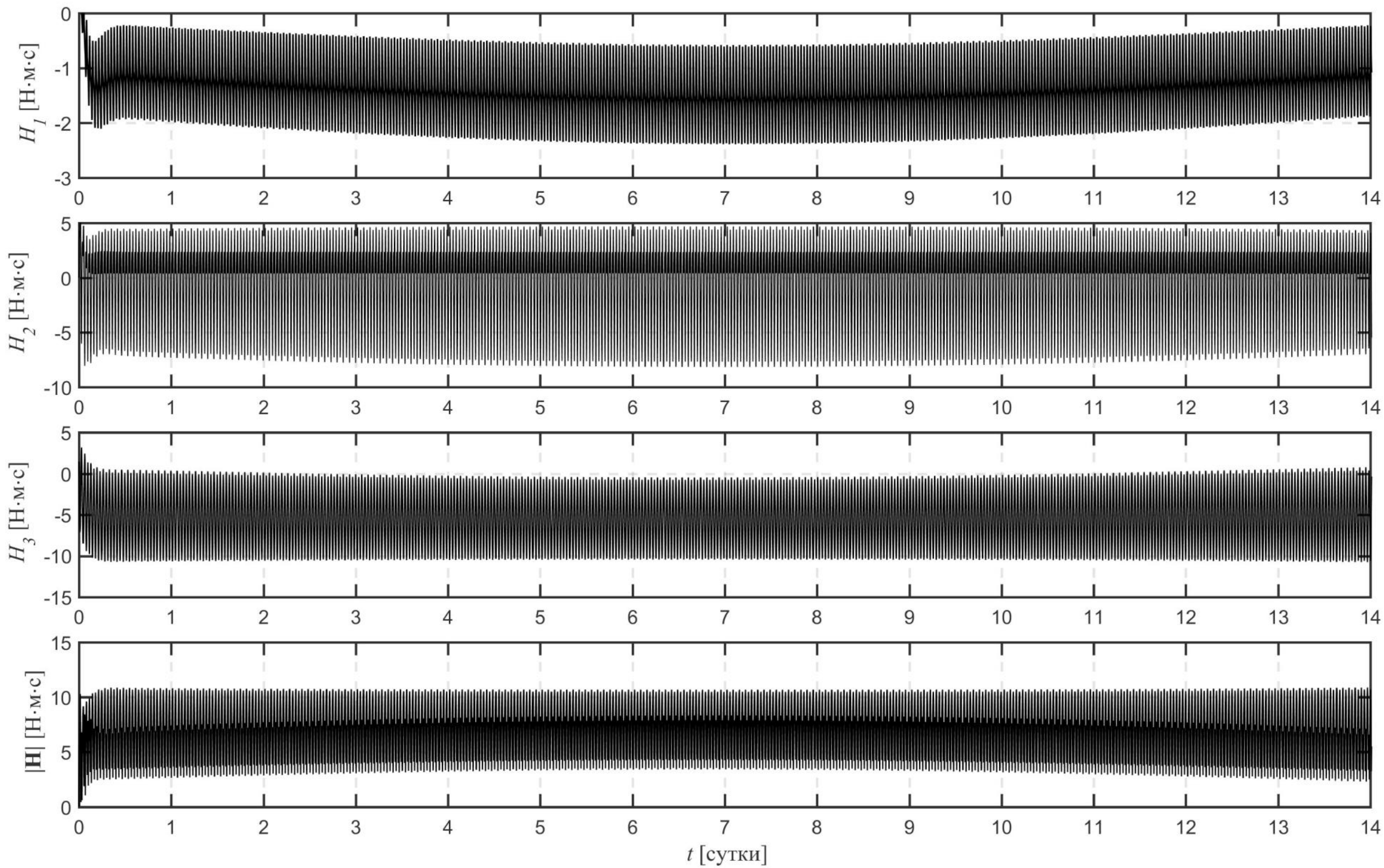

Рис. 9. Гиростатический момент спутника при использовании управления (8), (12) (орбита I).

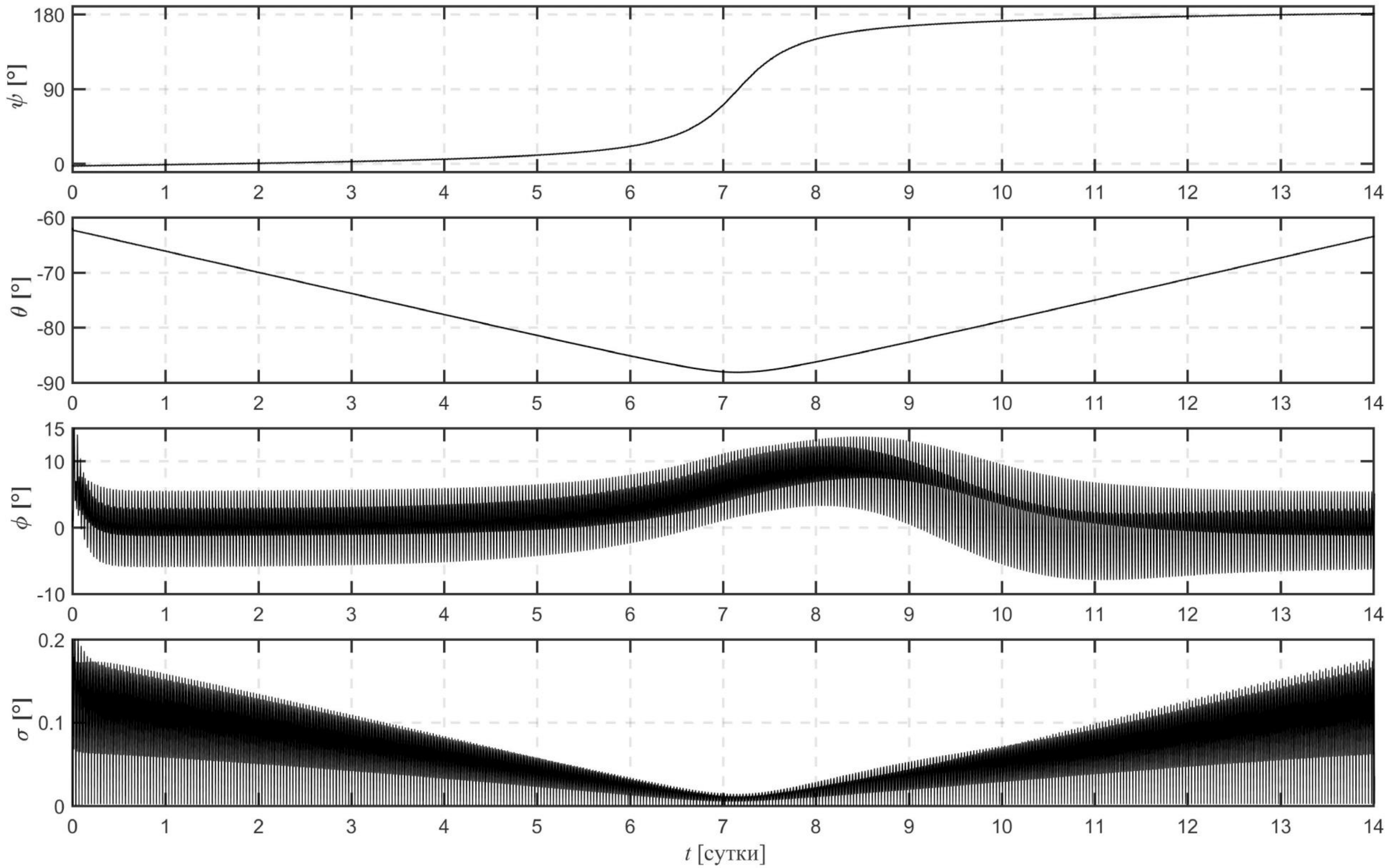

Рис. 10. Углы ориентации спутника при использовании управления (8), (12) (орбита II).

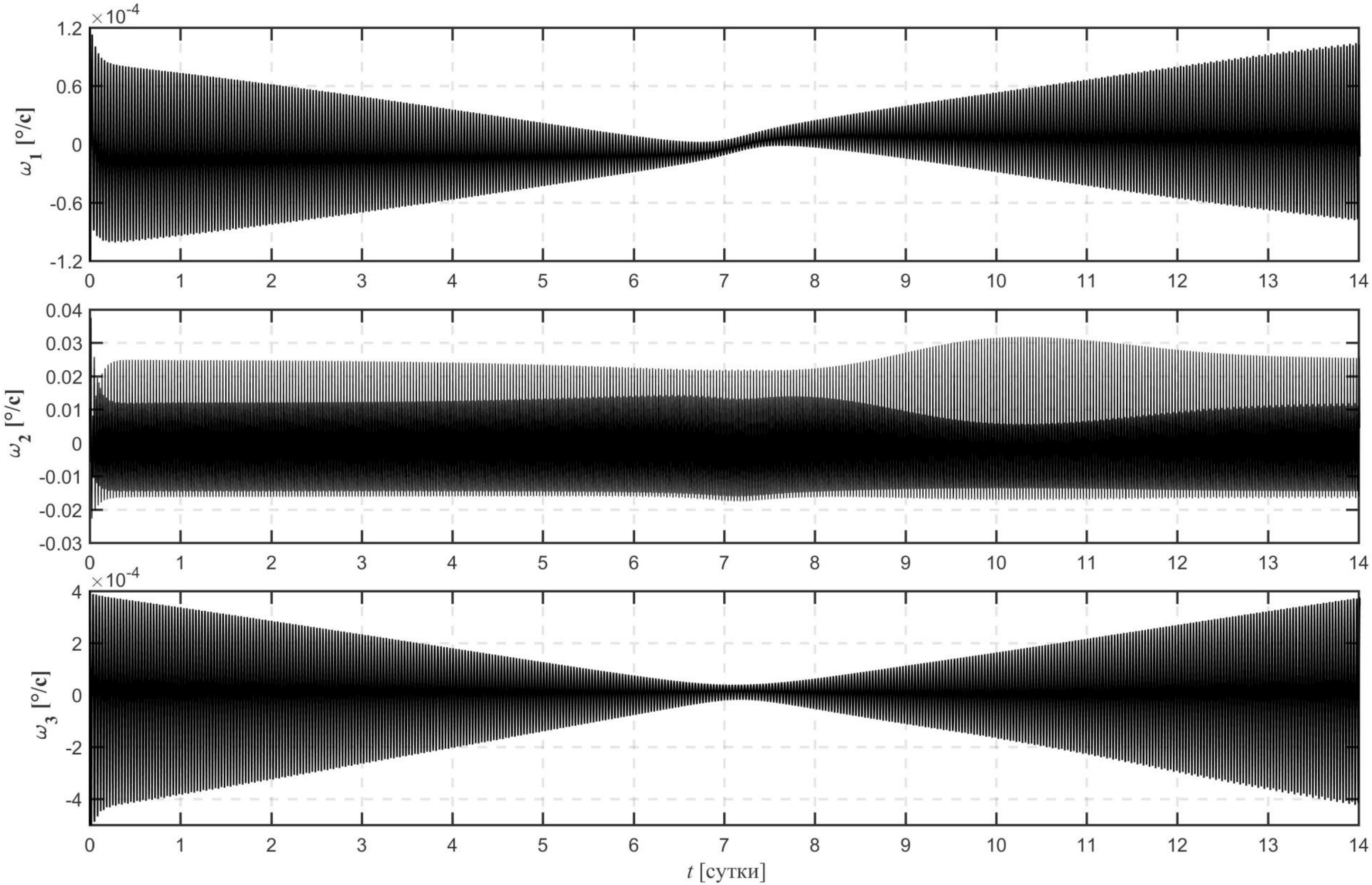

Рис. 11. Угловая скорость спутника при использовании управления (8), (12) (орбита II).

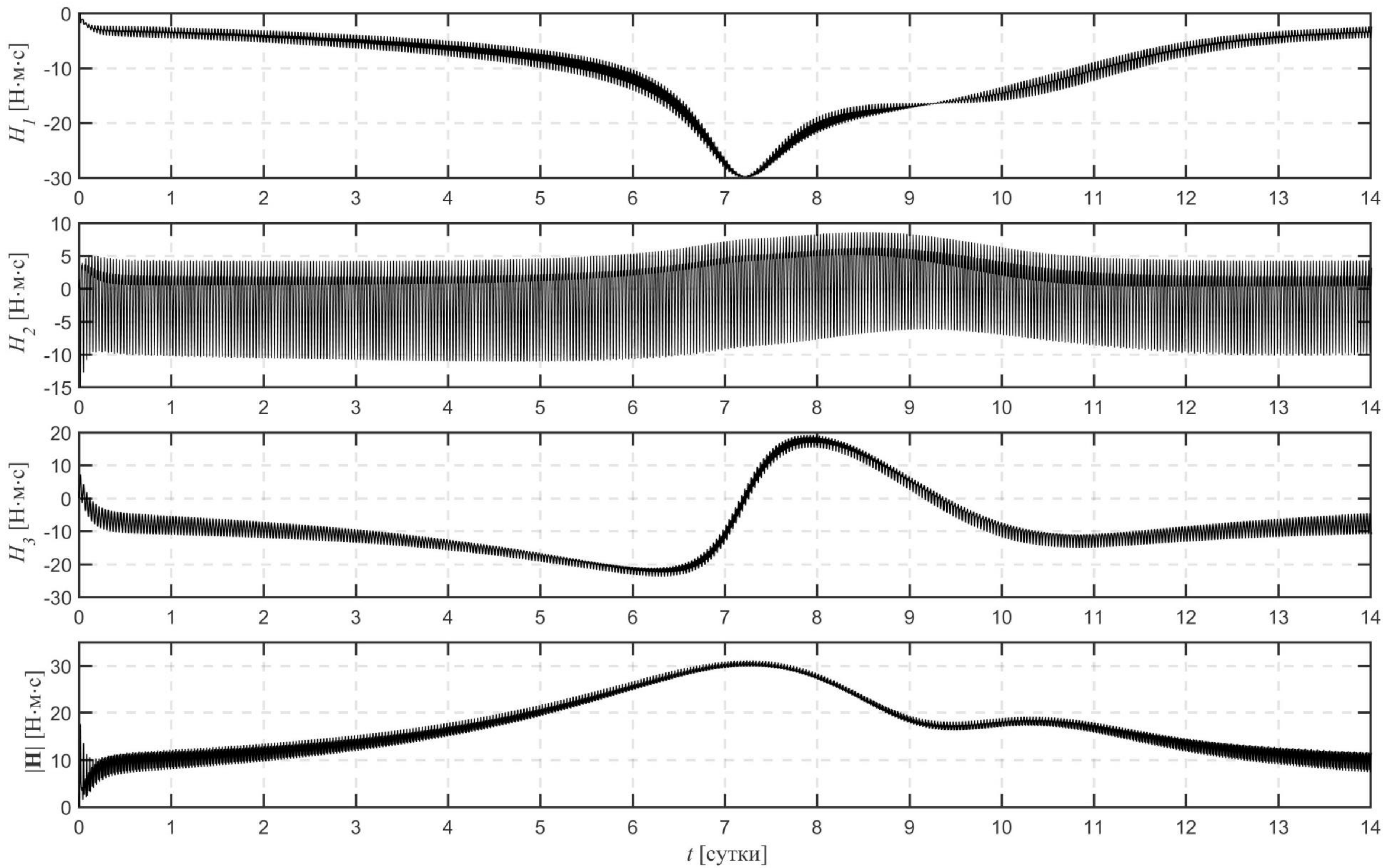

Рис. 12. Гиростатический момент спутника при использовании управления (8), (12) (орбита II).

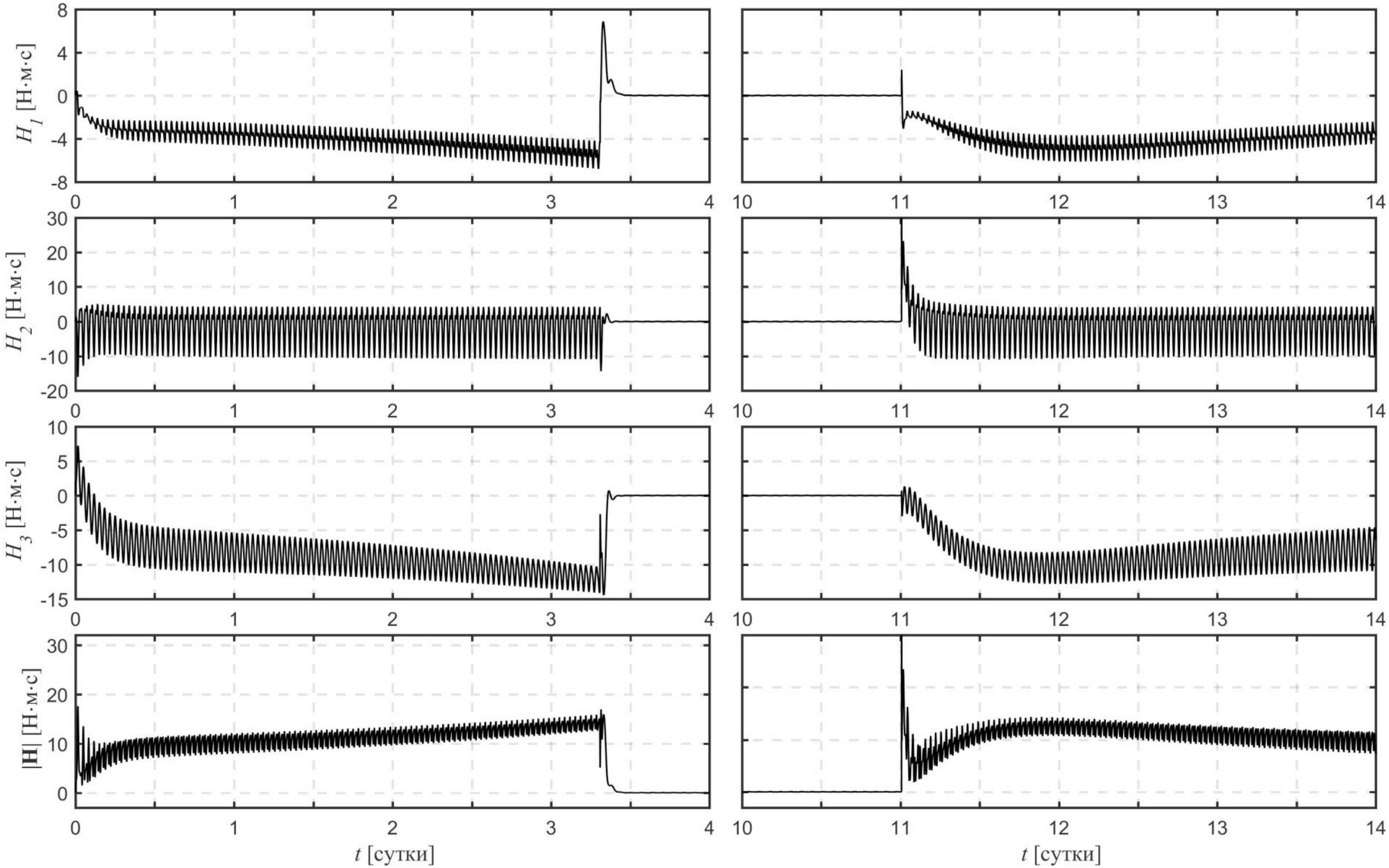

Рис. 13. Гиростатический момент спутника при последовательном использовании двух законов управления (орбита II).

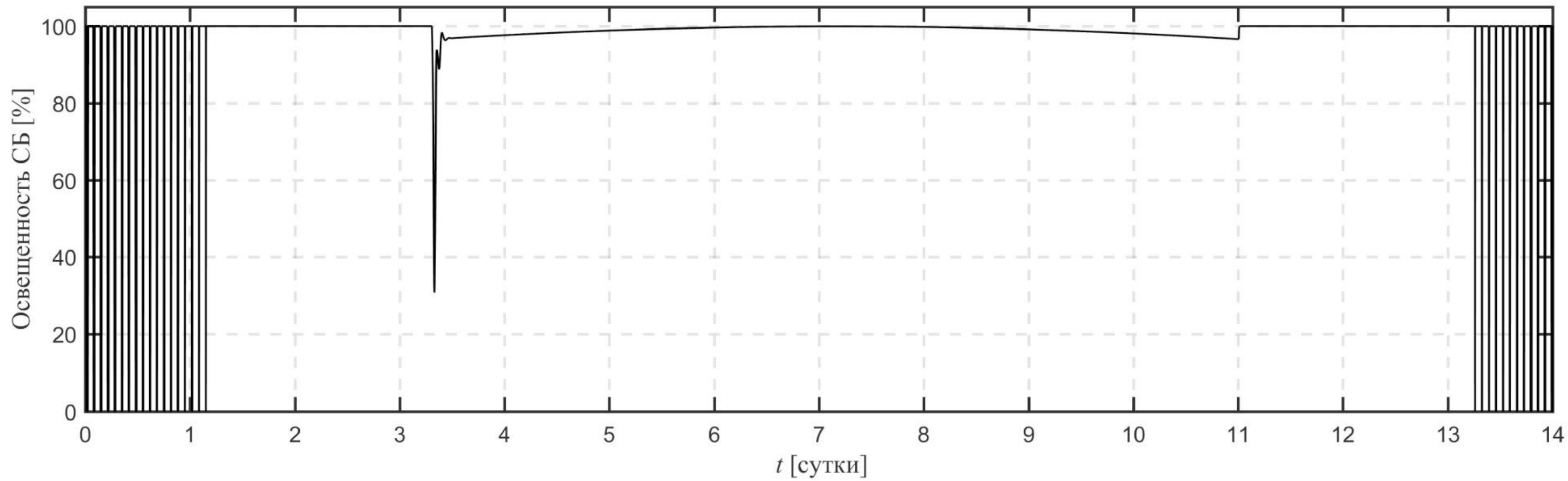

Рис. 14. Освещенность панелей солнечных батарей спутника при последовательном использовании двух законов управления (орбита II).