

ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека Препринты ИПМ • Препринт № 108 за 2020 г.

ISSN 2071-2898 (Print) ISSN 2071-2901 (Online)

А.С. Самотохин

Определение балансировочного угла атаки и высотной поправки в алгоритме ТАУС-МС

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Самотохин А.С. Определение балансировочного угла атаки и высотной поправки в алгоритме ТАУС-МС // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2020. № 108. 20 с. <u>https://doi.org/10.20948/prepr-2020-108</u> <u>https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2020-108</u>

Ордена Ленина ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М.В.Келдыша Российской академии наук

А.С. Самотохин

Определение балансировочного угла атаки и высотной поправки в алгоритме ТАУС-МС

Москва — 2020

Самотохин А.С.

Определение балансировочного угла атаки и высотной поправки в алгоритме ТАУС-МС

Предложены алгоритмы определения фактического балансировочного угла атаки и высотной поправки, учитывающей ошибки инерциальной навигации. Предложенные алгоритмы являются частью бортового алгоритма TAУC-MC, предназначенного для управления движением спускаемого аппарата при возращении от Луны с дальностью траектории спуска около 10000 км и двумя погружениями в атмосферу.

Ключевые слова: терминальное управление, спуск при возвращении от Луны, рикошетирующая траектория, балансировочный угол атаки, ошибки инерциальной навигации.

Alexander Sergeevich Samotokhin

Trim angle of attack determination and altitude correction in the TAUS-MC algorithm

Algorithms for determination of actual trim angle of attack and altitude correction of inertial navigation errors are suggested. Both algorithms are a part of onboard TAUS-MC algorithm of vehicle motion control at reentry trajectories from the Moon with range of 10000 km and two atmospheric phases.

Key words: terminal control, reentry at return from the Moon, skip-up trajectory, trim angle of attack, errors of inertial navigation.

Постановка задачи

Адаптация к фактическим условиям движения спускаемого аппарата составляющей терминального алгоритма управления. является важной Основные возмущающие факторы, определяющие условия спуска (в порядке значимости), – это аэродинамические ошибки, возмущенная атмосфера и ошибка навигационной высоты. Аэродинамические ошибки представляют собой различие между истинными значениями коэффициентов и бортовой моделью аэродинамики, которая используется для прогноза остающейся траектории и выбора управления. В свою очередь, они включают ошибки самой модели аэродинамики и ошибки, порождаемые неноминальной центровкой фактического аппарата, т.е. отклонением положения центра масс ОТ номинального. Возмущенная атмосфера – это разница между плотностью и полем ветров фактической атмосферы и плотностью бортовой среднемесячной используется атмосферы. которая для прогноза движения. Ошибка навигационной высоты – это разница между навигационной (бортовой) высотой и фактической высотой, от которой зависит точность начального вектора состояния при прогнозе остающейся траектории.

Последние 10 лет в Институте прикладной математики им. М.В Келдыша РАН ведутся работы по созданию терминального алгоритма управления спуском (ТАУС) и его модификаций ТАУС-М (модифицированный ТАУС) и ТАУС-МС (модифицированный ТАУС с ситуационной адаптацией). Описание ТАУС и ТАУС-М приведено в работах [1, 2]. Алгоритм ТАУС-МС в настоящее время находится в стадии разработки. В этой модификации предполагается внедрить улучшенные алгоритмы ограничения максимальной перегрузки [3] и адаптации бортовой модели движения к реальным условиям полета. В настоящей работе рассматриваются алгоритмы определения фактического балансировочного угла атаки для адаптации к фактической аэродинамике и высотной поправки для компенсации ошибок инерциальной навигации. Эти алгоритмы должны стать составной частью общего алгоритма адаптации бортовой модели движения.

ТАУС и его модификации основаны на принципах адаптивного терминального управления, разработанных Д.Е. Охоцимским и его сотрудниками [4]. Коротко опишем эти принципы.

Для статически устойчивых возвращаемых аппаратов (BA) с малым качеством управление аэродинамическим (около (0.3)при спуске осуществляется с помощью изменения угла скоростного крена у, ЧТО обеспечивает отклонение вектора подъемной силы вертикального от Опорное управление задается в виде кусочно-постоянной направления. функции угла крена у в зависимости от кажущейся скорости v_k. Моменты скачкообразного изменения знака угла крена в дальнейшем будем называть моментами переворота.

На каждом шаге работы алгоритма управления выполняются 3 прогноза оставшейся части траектории с использованием численного интегрирования системы уравнений, описывающих движение центра масс. Первый прогноз выполняется с профилем командного угла крена, полученным на предыдущем шаге коррекции управления, а два последующих – с наложением вариации $\delta \gamma$ на модуль командного угла крена и вариации δv_k на момент ближайшего переворота. По результатам этих трех прогнозов вычисляются промахи в продольном Δx и поперечном Δz направлениях относительно требуемой точки посадки. Обозначим прогнозные промахи как Δx_i и Δz_i , где i = 0, 1, 2. Тогда в линейном приближении можно вычислить частные производные компонент конечного промаха от варьируемых параметров управления

$$\frac{\partial x}{\partial \gamma} = \frac{\Delta x_1 - \Delta x_0}{\delta \gamma}, \frac{\partial x}{\partial v_k} = \frac{\Delta x_2 - \Delta x_0}{\delta v_k},
\frac{\partial z}{\partial \gamma} = \frac{\Delta z_1 - \Delta z_0}{\delta \gamma}, \frac{\partial z}{\partial v_k} = \frac{\Delta z_2 - \Delta z_0}{\delta v_k}.$$
(1)

Поправки к текущему профилю управления $\Delta \gamma$ и Δv_k вычисляются путем решения системы двух линейных уравнений

$$\Delta x_{0} + \frac{\partial x}{\partial \gamma} \Delta \gamma + \frac{\partial x}{\partial v_{k}} \Delta v_{k} = 0,$$

$$\Delta z_{0} + \frac{\partial z}{\partial \gamma} \Delta \gamma + \frac{\partial z}{\partial v_{k}} \Delta v_{k} = 0.$$
(2)

После вычисления поправок $\Delta \gamma$ и Δv_k опорная зависимость корректируется, и аналогичная процедура повторяется на следующем шаге алгоритма управления. Таким образом реализуется двухпараметрическое управление движением.

При выполнении прогнозов движения на оставшейся части траектории обыкновенных дифференциальных уравнений, интегрируется система описывающих движение центра масс аппарата в гравитационном поле Земли при воздействии на него внешних аэродинамических сил. Угловое движение относительно центра масс моделируется приближенно. Предполагается, что соответствует угол в любой времени нулевому атаки момент аэродинамическому коэффициенту момента тангажа m_z, а угол скоростного крена у отслеживает профиль командной зависимости с учетом имеющихся ограничений на угловую скорость и угловое ускорение.

Такой подход к управлению подразумевает наличие в составе бортового программного обеспечения модели аэродинамических характеристик и модели земной атмосферы. В реальном полете параметры атмосферы и аэродинамических характеристик могут существенно отличаться от параметров моделей, реализованных на борту. Практика показывает, что использование таких номинальных моделей без попыток их корректировки в ходе полета может приводить к существенным ошибкам при прогнозировании и, как следствие, к недостаточной точности приведения спускаемого аппарата к требуемой конечной точке.

Вторым источником ошибок прогнозирования, как уже отмечалось, являются работы бортовой навигационной ошибки системы. При прогнозировании начальные условия для численного интегрирования уравнений формируются на данных движения основе навигации. В современных системах управления, как правило, используются автономные системы спутниковой навигации, основанные на приеме сигналов OT навигационных спутников Глонасс и GPS. В случае использования таких систем ошибки в определении текущего положения невелики и не превышают нескольких десятков метров. Однако при спуске в атмосфере Земли на высотах от 80 до 40 км аппарат окружен облаком плазмы, которое блокирует прохождение радиосигналов. В таких условиях использование спутниковой навигации становится невозможным и приходится использовать систему инерциальной навигации. Как будет показано далее, при использовании инерциальной навигационной системы ошибки в определении текущего положения аппарата существенно больше, чем при использовании спутниковой навигации. Величины этих ошибок зависят от характеристик конкретных приборов. Расчеты показывают, что наиболее критичной характеристикой является точность знания положения чувствительных осей акселерометров (а не сама ошибка положения). При погрешности ее знания в 5-10 угловых минут ошибки в определении текущей высоты могут достигать 2-3 км, что также приводит к возникновению существенных ошибок при прогнозировании и ухудшению точности приведения спускаемого аппарата к требуемой конечной точке.

Далее приводится описание алгоритмов определения фактического балансировочного угла атаки и высотной поправки, учитывающей погрешности инерциальной навигации. Цель обоих алгоритмов состоит в повышении точности прогнозирования и точности приведения аппарата в требуемую конечную точку.

В настоящей работе продемонстрирована эффективность предлагаемых алгоритмов на траекториях спуска при возвращении аппарата с орбиты искусственного спутника Луны и последующей посадкой на юге территории России. В этом случае скорость аппарата при входе в атмосферу Земли близка к параболической. Для ограничения перегрузки практический интерес представляет схема возвращения от Луны с траекторией, проходящей через южное полушарие Земли [4], при дальности спуска около 10000 км. Траектория спуска при такой дальности является рикошетирующей с двумя погружениями в атмосферу Земли. На первом погружении происходит гашение начальной околопараболической скорости до значений, близких к круговой орбитальной скорости, и вылет аппарата за пределы атмосферы. Далее следует внеатмосферный участок и повторный вход в атмосферу Земли. Предлагаемые алгоритмы могут использоваться и при спуске аппарата с околоземной орбиты.

Определение фактического балансировочного угла атаки

Модель аэродинамических характеристик

В общем случае при прогнозировании движения центра масс ВА с малым аэродинамическим качеством модель его аэродинамических характеристик подразумевает вычисление коэффициентов C_x , C_y , m_z в зависимости от 3 параметров: угла атаки α , высоты h и числа Маха М, т.е. $C_x(\alpha, h, M)$, $C_y(\alpha, h, M)$, $m_z(\alpha, h, M)$.

Для статически устойчивых ВА часто используется следующий подход. Поскольку аппарат является статически устойчивым, то для любых сочетаний h и М заранее может быть вычислен балансировочный угол атаки α_b таким образом, чтобы выполнялось условие

$$m_z(\alpha_b, h, \mathsf{M}) = 0. \tag{3}$$

В этом случае при прогнозировании движения используются так называемые балансировочные аэродинамические характеристики. Зависимость балансировочного угла атаки α_b от h и M формируется как решение уравнения (3). Подставив полученную зависимость $\alpha_b(h, M)$ в формулы для вычисления C_x и C_y , получим номинальные балансировочные аэродинамические характеристики аппарата

$$C_{xb}(h,\mathsf{M}) = C_x(\alpha_b(h,\mathsf{M}),h,\mathsf{M}),$$

$$C_{yb}(h,\mathsf{M}) = C_y(\alpha_b(h,\mathsf{M}),h,\mathsf{M}).$$
(4)

В дальнейшем будем называть $\alpha_b(h, M)$ номинальным балансировочным углом атаки, $C_{xb}(h, M)$ и $C_{yb}(h, M)$ – номинальными балансировочными коэффициентами сопротивления и подъемной силы, $k_b = C_{yb}/C_{xb}$ – номинальным балансировочным аэродинамическим качеством.

Преимуществом такого подхода является упрощение модели аэродинамических характеристик, которая используется при прогнозе траектории на борту аппарата. В этом случае нет необходимости в хранении данных для вычисления m_{z} , а объем данных для вычисления $C_{xb}(h, M)$ и $C_{vb}(h, M)$ заметно сокращается, поскольку они зависят только от двух параметров. Как следствие, вычисление аэродинамических характеристик происходит быстрее и проще. Именно такой подход к моделированию аэродинамических характеристик использовался в ранних версиях ТАУС.

Однако в ТАУС-МС было принято решение от такого подхода отказаться и перейти к использованию более сложной модели, которая основана на зависимостях $C_x(\alpha, h, M)$, $c_y(\alpha, h, M)$ и $m_z(\alpha, h, M)$. Объяснение причин такого решения приведено в следующем разделе.

Изменение угла атаки с учетом динамики углового движения

Наиболее важным параметром при управлении движением спускаемого аппарата в атмосфере является его аэродинамическое качество k, которое определяется как отношение коэффициента C_y к C_x :

$$k = C_y / C_x \,. \tag{5}$$

Фактическое аэродинамическое качество может отличаться от расчетного в силу двух обстоятельств. Во-первых, аэродинамические коэффициенты известны с некоторой погрешностью, и их значения в полёте могут отличаться от расчетных. Во-вторых, балансировка может происходить на углах атаки, отличных от расчетного (номинального) балансировочного угла атаки. Это может происходить как из-за погрешностей знания точных значений m_z , так и из-за отклонений массово-центровочных и инерциальных характеристик самого аппарата от их номинальных значений.

Проиллюстрируем последнее положение на конкретных примерах для двух вариантов с разным составом возмущений. На рис. 1 и 2 показаны изменения фактического угла атаки (синий цвет), номинального балансировочного угла атаки (красный) и текущей высоты (зеленый) в зависимости от времени при первом погружении в атмосферу. Углы атаки на этих и всех последующих рисунках приведены в градусах, а высота – в километрах.

В примерах на рис. 1, 2 фактический угол атаки вычислялся с учетом движения аппарата относительно центра масс под воздействием аэродинамических сил и моментов, а также работы управляющих двигателей. Номинальный балансировочный угол атаки, показанный на рис. 1 и 2, соответствует решению уравнения (3).

Как видно из представленных рисунков, поведение фактического угла атаки носит колебательный характер. Амплитуда его колебаний уменьшается по мере роста скоростного напора при спуске в более плотные слои атмосферы. На восходящей ветви траектории первого погружения амплитуда этих колебаний вновь увеличивается. Однако фактический балансировочный угол атаки, относительно которого происходят колебания, смещен относительного номинального балансировочного угла атаки. В зависимости от состава возмущений это смещение может происходить как в одну, так и в другую сторону. При этом величина этого смещения практически не изменяется со временем.



Рис. 1. Изменение фактического и номинального балансировочных углов атаки (вариант № 9).



Рис. 2. Изменение фактического и номинального балансировочных углов атаки (вариант № 45).

Цель алгоритма, который будет описан в последующих разделах, состоит в определении поправки $\Delta \alpha_b$, т.е. разности между номинальными и балансировочными углами атаки. Исходя из логики управления движением, желательно определять эту поправку как можно раньше.

Математическая модель

Наиболее подходящим участком для определения искомой поправки $\Delta \alpha_b$ является участок с 20 до 30 секунды полета, что примерно соответствует высотам от 80 до 70 км. Попытки определить это смещение раньше указанного времени могут приводить к существенным ошибкам, поскольку на ранней стадии спуска номинальный балансировочный угол атаки α_b и фактический угол атаки α меняются очень сильно.

Алгоритм, формальное описание которого будет приведено позже, основан на следующей математической модели.

Опишем поведение α_b и α с помощью следующих функций

$$\alpha_b(\tau) = a_0 + b_0 \tau, \qquad (6)$$

$$\alpha(\tau) = a_1 + b_1 \tau + A(\tau) \sin\left(\varphi_0 + \frac{2\pi}{T}\tau\right). \tag{7}$$

Здесь a_0 , b_0 , a_1 , b_1 – постоянные коэффициенты, $\tau = t - t_0$ – время, отсчитываемое от некоторого опорного момента t_0 , $A(\tau)$ – функция, задающая амплитуду колебаний, T – период колебаний.

Примем следующие допущения.

- b₀=b₁, т.е. будем предполагать, что на рассматриваемом временном интервале колебания фактического угла атаки происходят вокруг некоторого балансировочного угла, который смещен относительно номинального на постоянную величину Δα_b=a₀-a₁. Как уже отмечалось, целью алгоритма является определение этой поправки.
- 2. Пренебрежем возможным изменением периода колебаний *T* на рассматриваемом интервале времени.
- 3. Будем предполагать, что амплитуда колебаний на рассматриваемом интервале изменяется линейно, т.е.

$$A(\tau) = f + g\tau. \tag{8}$$

4. Пренебрежем смещением экстремумов функции $\alpha(\tau)$ относительно экстремумов $\sin\left(\phi_0 + \frac{2\pi}{T}\tau\right)$. Это допустимо в случае, если амплитуда колебаний существенно превышает скорость изменения α_b и скорость изменения амплитуды.

При сделанных допущениях нахождение искомого смещения $\Delta \alpha_b$ сводится к определению двух неизвестных параметров a_0 и a_1 . Исходными данными для определения указанных параметров являются множества вычисленных значений номинального балансировочного угла атаки { α_{bi} } и фактического угла

атаки {α_i}. Вычисления углов для этих множеств выполняются по показаниям бортовой навигационной системы с постоянным шагом по времени Δτ.

Коэффициенты a_0 , b_0 могут быть вычислены по значениям $\{\alpha_{bi}\}$ номинального балансировочного угла, накопленным на рассматриваемом интервале с помощью метода наименьших квадратов. В качестве функционала Φ минимизации используется сумма квадратов разностей между значениями $\{\alpha_{bi}\}$ и их аппроксимации с помощью функции (6), т.е.

$$\Phi = \sum_{i} (\alpha_{bi} - a_0 - b_0 \tau_i)^2.$$
(9)

Из условия Ф→min получим

$$a_{0} = \frac{\sum \alpha_{bi} \sum \tau_{i}^{2} - \sum \tau_{i} \alpha_{bi} \sum \tau_{i}}{n \sum \tau_{i}^{2} - \left(\sum \tau_{i}\right)^{2}},$$

$$b_{0} = \frac{n \sum \tau_{i} \alpha_{bi} - \sum \alpha_{bi} \sum \tau_{i}}{n \sum \tau_{i}^{2} - \left(\sum \tau_{i}\right)^{2}}.$$
(10)

Здесь n – число накопленных значений { α_{bi} }. Поскольку накопление этих значений ведется с регулярным шагом $\Delta \tau$, то суммы $\sum \tau_i$ и $\sum \tau_i^2$ могут быть вычислены по конечным формулам:

$$\sum \tau_i = \Delta \tau \frac{n(n-1)}{2},$$

$$\sum \tau_i^2 = \Delta \tau^2 \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}.$$
(11)

Вычисление параметра a_1 является более сложной процедурой, которая включает в себя несколько последовательно выполняемых операций. В качестве исходных данных для вычислений принимаются значения 4 последовательных локальных экстремумов фактического угла атаки из множества { α_i }. Пусть t_0 – время первого экстремума. Тогда относительные времена т найденных локальных экстремумов обозначим как τ_{ei} ={ $0, \tau_{e1}, \tau_{e2}, \tau_{e3}$ } а значения углов атаки в точках экстремумов как α_{ei} ={ $\alpha_{e0}, \alpha_{e1}, \alpha_{e2}, \alpha_{e3}$ }. Процедура определения a_1 сводится к последовательному вычислению параметров ϕ_0 , T, fи g, входящих в уравнения (7) и (8), и затем вычислению a_1 при известных значениях этих параметров. Приведем расчетные формулы. Период колебаний Т можно оценить по очевидной формуле (осредненная оценка)

$$T = \frac{\tau_{e2} + (\tau_{e3} - \tau_{e1})}{2}.$$
 (12)

Коэффициенты f, g, входящие в (8), можно оценить, сравнивая значения α_{ei} в точках экстремумов. Сначала вычислим значение g по разностям α_{ei} в точках экстремумов (осредненная оценка):

$$g = \frac{1}{2T} (\alpha_{e2} - \alpha_{e0} - \alpha_{e3} + \alpha_{e1}), \text{ если } \phi_0 = +\frac{\pi}{2},$$

$$g = -\frac{1}{2T} (\alpha_{e2} - \alpha_{e0} - \alpha_{e3} + \alpha_{e1}), \text{ если } \phi_0 = -\frac{\pi}{2}.$$
(13)

При известном значении *g* осредненная оценка для параметра *f* вычисляется по формулам

$$f = \frac{1}{6} \left[\frac{T}{2} (b_0 - 8g) - (2\alpha_{e_1} - \alpha_{e_0} - 2\alpha_{e_2} + \alpha_{e_3}) \right], \text{ если } \phi_0 = +\frac{\pi}{2},$$

$$f = \frac{1}{6} \left[-\frac{T}{2} (b_0 + 8g) + (2\alpha_{e_1} - \alpha_{e_0} + \alpha_{e_3} - 2\alpha_{e_2}) \right], \text{ если } \phi_0 = -\frac{\pi}{2}.$$
(14)

После того как получены оценки для ϕ_0 , *T*, *f* и *g*, параметр a_1 может быть найден из условия минимума следующего функционала:

$$\Phi = \sum_{i} \left(a_{1} + b_{0}\tau + A(\tau)\sin\left(\varphi_{0} + \frac{2\pi}{T}\tau\right) - \alpha_{i} \right)^{2} \to \min.$$
(15)

Из условия (15) получаем

$$a_1 = \frac{1}{n} \left[\sum \alpha_i - \sum \left(b_0 \tau_i + \left(f - g \tau_i \right) \sin \left(\varphi_0 + \frac{2\pi}{T} \tau_i \right) \right) \right].$$
(16)

Пошаговое описание алгоритма

Далее приведено пошаговое описание вычислительного алгоритма, основанного на математической модели, рассмотренной в предыдущем разделе. Здесь *t* – текущее время при вызове алгоритма.

- 1. Счетчик обнаруженных экстремумов *n_e* полагается равным 0.
- Алгоритм начинает работать после прохождения высоты 80 км. Начиная с этого момента при каждом вызове в алгоритме запоминаются 5 последних значений навигационного угла атаки α и 3 последних значения расчетного балансировочного угла атаки α_b.
- 3. Проводится проверка на обнаружение локального экстремума угла атаки. Считается, что обнаружен локальный максимум, если для 5 последних точек выполняется условие:

$$\boldsymbol{\alpha}_0 < \boldsymbol{\alpha}_1 < \boldsymbol{\alpha}_2 > \boldsymbol{\alpha}_3 > \boldsymbol{\alpha}_4, \tag{17}$$

и обнаружен локальный минимум, если

$$\boldsymbol{\alpha}_0 > \boldsymbol{\alpha}_1 > \boldsymbol{\alpha}_2 < \boldsymbol{\alpha}_3 < \boldsymbol{\alpha}_4. \tag{18}$$

4. При обнаружении первого экстремума выполняются следующие действия. 4.1. Фиксируется момент нахождения экстремума:

$$t_0 = t - 2\Delta \tau. \tag{19}$$

4.2. Заполняются накапливаемые суммы и счетчик накопленных измерений

$$\sum \alpha_{bi} = \alpha_{b0} + \alpha_{b1} + \alpha_{b2},$$

$$\sum \alpha_{i} = \alpha_{2} + \alpha_{3} + \alpha_{4},$$

$$\sum \tau_{i} \alpha_{bi} = \Delta \tau \alpha_{b1} + 2\Delta \tau \alpha_{b2},$$

$$n = 3.$$
(20)

4.3. Запоминается значение угла атаки в точке экстремума

$$\alpha_{e0} = \alpha_2. \tag{21}$$

4.4.Счетчик экстремумов *n_e* полагается равным 1.

- 5. Переменной φ_0 назначается значение в зависимости от типа экстремума: $\varphi_0 = +\frac{\pi}{2}$, если был обнаружен максимум, и $\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$, если минимум. Если $n_e > 1$, то к суммам $\sum \alpha_{bi}, \sum \alpha_i, \sum \tau_i \alpha_i$ добавляются соответствующие значения и счетчик *n* увеличивается на 1.
- 6. Если был обнаружен очередной экстремум и $n_e > 0$, то происходит запоминание точки очередного экстремума и значения угла атаки в нем:

$$\begin{aligned} \alpha_{en_e} &= \alpha_2, \\ \tau_{en_e} &= t - t_0 - 2\Delta t, \end{aligned} \tag{22}$$

после чего n_e увеличивается на 1.

 Если n_e=4, то происходит корректировка сумм Σα_{bi}, Σα_i, Στ_iα_i и счетчика *n* (исключаются значения, добавленные после прохождения последнего экстремума). Далее последовательно вычисляются a₀, b₀, T, g, f, a₁ по формулам, приведенным в предыдущем разделе. Работа алгоритма на этом завершается.

Примеры использования алгоритма

Приведем примеры работы алгоритма для двух вариантов с возмущениями, которые были ранее показаны на рис. 1 и 2.

На рис. 3 и 4 синим цветом показано изменение фактического угла атаки, а красным – аппроксимация его изменения с помощью функции (7) на интервале происходит определение поправки Δα_b. Как видно времени, где ИЗ представленных рисунков, полученное приближение не является абсолютно точным. Так, для варианта 9 (рис. 3) на интервале определения Δα_b максимальная погрешность между фактическим углом атаки его И аппроксимацией составляет 1.9 градуса, а для варианта 45 (рис.4) эта погрешность равна 1.3 градуса.



Рис. 3. Изменение фактического угла атаки и его аппроксимации на интервале определения Δα_b (вариант № 9).



Рис. 4. Изменение фактического угла атаки и его аппроксимации на интервале определения Δα_{*b*} (вариант № 45).

Цель разработанного алгоритма состояла не в построении максимально точной аппроксимации поведения угла атаки. Это существенно усложнило бы алгоритм, реализация которого предполагается в бортовой системе управления с ограниченными вычислительными возможностями. Целью алгоритма была оценка той функции, относительно которой происходят колебания угла атаки с учетом затухающей амплитуды этих колебаний. Поэтому более важным критерием качества алгоритма является погрешность между фактическим углом атаки и его аппроксимацией в точках локальных экстремумов. Как видно из представленных рисунков, эта погрешность не превышает 0.3 градуса для варианта 9 и 0.15 градусов для варианта 45, что является вполне приемлемым с учетом поставленных целей.

Как видно из рис. 3 и 4, согласно предложенному алгоритму определение поправки $\Delta \alpha_b$ в обоих вариантах происходит на 29-й секунде полета. До этого момента в бортовом прогнозе возможно использование только номинального балансировочного угла атаки. Покажем, каким образом вычисленная поправка влияет на прогноз аэродинамических характеристик на оставшейся части траектории (см. рис. 5, 6).

На рис. 5, 6 линии синего цвета соответствуют изменению фактического угла атаки, а линии красного цвета – номинальному балансировочному углу атаки. Линиями зеленого цвета показана оценка фактического балансировочного угла атаки с учетом поправки $\Delta \alpha_b$. Как отмечалось выше, эта поправка становится известна только на 29-й секунде полета, поэтому на графиках линии зеленого цвета начинаются с этого момента времени.

Как видно из представленных рисунков, полученная оценка истинного балансировочного угла атаки не является абсолютно точной. Однако она

14

ближе фактическому балансировочному гораздо к углу атаки, чем номинальный балансировочный угол, который использовался при прогнозировании оставшейся части траектории в ранних версиях ТАУС. Использование адаптивной поправки Δα_b позволило существенно улучшить точность прогнозирования и, как следствие, точность приведения спускаемого аппарата в требуемую конечную точку.



Рис. 5. Учет поправки $\Delta \alpha_b$ при прогнозировании (вариант № 9).



Рис. 6. Учет поправки Δα_b при прогнозировании (вариант № 45).

Определение высотной навигационной поправки

Ошибки инерциальной навигации

Как уже отмечалось ранее, при движении спускаемого аппарата в диапазоне высот от 80 км до 40 км становится невозможным прием сигналов навигационных спутников для определения текущего положения аппарата, и приходится прибегать к использованию инерциальной навигации, основанной на показаниях бортовых акселерометров. Использование инерциальной навигации может порождать большие ошибки в определении текущего положения аппарата. Для управления наиболее критичной является ошибка в определении текущей высоты.

На рис. 7 и 8 приведены примеры, на которых показано изменение величины навигационной ошибки при втором погружении в атмосферу для двух вариантов возмущенных траекторий. На этих рисунках синим цветом показано изменение текущей высоты, а красным – разность между навигационной и фактической высотой (т.е. ошибка в определении высоты). Обе величины приведены в километрах.

Как видно из представленных рисунков, после прохождения высоты 80 км, когда происходит отключение спутниковой навигационной системы, ошибка по высоте начинает нарастать. Начиная с высот 50-55 км нарастание этой ошибки происходит в зависимости от времени по закону, близкому к линейному. При выходе из плазмы на высотах около 40 км абсолютная величина ошибки может быть больше 3 км и иметь как положительный, так и отрицательный знак.



Рис. 7. Изменение навигационной ошибки по высоте (вариант № 597).



Рис. 8. Изменение навигационной ошибки по высоте (вариант № 807).

Целью алгоритма, который будет описан в следующем разделе, является определение величины высотной навигационной ошибки и её учет при прогнозе оставшейся части траектории.

Описание алгоритма

Идентификация ошибки навигационной высоты выполняется на участках траектории, где возможно накопление больших навигационных ошибок:

- на восходящем участке траектории первого погружения в атмосферу,

- на высотах от 70 до 37 км второго погружения в атмосферу.

Адаптация к ошибке навигационной высоты состоит в корректировке начального вектора состояния при бортовом прогнозе на величину высотной поправки Δh , для расчета которой используются следующий алгоритм.

Определяется номинальная величина полного аэродинамического ускорения $|\mathbf{w}_{\Sigma}^{\text{ном}}|$. При ее вычислении используется текущий навигационный угол атаки, который в общем случае может отличаться от расчетного балансировочного угла. С использованием измеренной величины полного аэродинамического ускорения $|\mathbf{w}_{\Sigma}^{\text{изм}}|$ вычисляется поправочный коэффициент β по формуле

$$\beta = \left| \mathbf{w}_{\Sigma}^{\text{\tiny H3M}} \right| / \left(\eta \left| \mathbf{w}_{\Sigma}^{\text{\tiny H0M}} \right| \right).$$
(23)

Здесь η – модельная относительная плотность атмосферы (отношение фактической плотности атмосферы к плотности среднемесячной атмосферы). Алгоритм вычисления этой величины является частью алгоритмов адаптации в ТАУС-МС, и его описание выходит за рамки настоящей публикации.

С использованием стандартной атмосферы CA-81 (ГОСТ 4401-81, [5]) находится поправка Δh , для которой выполняется условие

$$\beta = \rho(h + \Delta h) / \rho(h). \tag{24}$$

Эта поправка навигационной высоты используется для уточнения начального вектора состояния при расчете прогноза. Алгоритм уточнения следующий. По текущему навигационному радиус-вектору **r** определяются текущие значения широты φ , долготы λ и высоты *h*. Полученная высота *h* корректируется на величину Δh , найденную из условия (24). Затем по значениям φ , λ , $h+\Delta h$ вычисляется скорректированный радиус-вектор **r**_{кор}, который используется для формирования начального вектора состояния при расчете текущего прогноза.

Оказалось, что использование описанного алгоритма для расчета поправки навигационной высоты Δh на отдельных траекториях может порождать автоколебания командного угла крена на восходящей ветви первого погружения ВА в атмосферу, что приводит к увеличению расхода топлива. Причиной являлось «пилообразное» изменение вычисляемой поправки Δh . Для устранения этого используется следующий алгоритм.

На каждом такте навигационных измерений $\Delta \tau$ вычисляется мгновенное значение Δh_i из условия (24). Предполагается, что на интервале накопления измерений поправка навигационной высоты Δh зависит линейно от времени:

$$\Delta h = at + b. \tag{25}$$

Коэффициенты а и b вычисляются из условия минимума функции

$$\Phi = \sum_{i} (at_i + b - \Delta h_i)^2 \to \min$$
(26)

по следующим конечным формулам

$$a = \frac{n \sum \Delta h_i t_i - \sum \Delta h_i \sum t_i}{n \sum t_i^2 - \left(\sum t_i\right)^2},$$

$$b = \frac{\sum \Delta h_i \sum t_i^2 - \sum \Delta h_i t_i \sum t_i}{n \sum t_i^2 - \left(\sum t_i\right)^2},$$
(27)

где n – число накопленных значений Δh_i и t_i Значения коэффициентов a, b обновляются при поступлении очередного «измерения» { $\Delta h_i, t_i$ }.

Примеры использования алгоритма

Приведем примеры использования описанного выше алгоритма для вариантов № 597 и № 807, высотная ошибка для которых была показана ранее на рис. 7 и 8. Будем использовать три модификации алгоритма.

Модификация А. Высотная поправка $\Delta h=0$. В этом случае начальные условия для прогноза траектории выставляются по данным навигационной системы без какой-либо корректировки.

Модификация Б. При корректировке начальных условий прогноза в качестве высотной поправки используется последнее мгновенное значение, вычисленное с использованием (23) и (24). Никакое сглаживание не применяется.

Модификация В. Высотная поправка вычисляется с использованием сглаживания мгновенных значений Δh_i согласно (25) и (27).

Результаты моделирования траекторий спуска для вариантов № 597 и №807 представлены в Таблицах 1 и 2. В этих таблицах используются следующие обозначения.

– модификация алгоритма управления (А, Б или В); Мод.

– точности приведения аппарата в требуемую конечную точку Δx , Δz соответственно в продольном и поперечном направлениях, км; m_{Σ}

- суммарный расход топлива, кг;

 $n_{\rm max}$

– максимальная перегрузка,

 $(h_{nav}-h)_{max}$

- максимальная погрешность в определении высоты в алгоритме навигации.

Таблица 1

Результаты моделирования траекторий спуска (вариант № 597)

Мод.	Δx	Δz	m_{Σ}	<i>n</i> _{max}	$(h_{nav}-h)_{\max}$
А	+2.920	+0.244	205.9	10.723	-1.523
Б	-0.676	+0.736	163.2	5.376	-2.715
В	-0.740	+0.791	159.1	5.376	-2.992

Таблииа 2

Результаты моделирования траекторий спуска (вариант № 807)

Мод.	Δx	Δz	m_{Σ}	<i>n</i> _{max}	$(h_{nav}-h)_{\max}$
А	-391.467	-49.221	113.8	5.067	+4.169
Б	-1.062	-1.414	223.4	5.067	+3.880
В	-1.062	-1.343	189.4	5.067	+3.798

Обсудим полученные результаты.

В варианте № 597 ошибка определения высоты отрицательная. При использовании модификации А это приводит к тому, что еще в ходе первого погружения в атмосферу формируется траектория с большим перелетом относительно требуемой точки посадки. На втором погружении в атмосферу алгоритм управления увеличивает углы крена, направляя подъемную силу вниз, что приводит к резкому росту перегрузки. В результате алгоритм обеспечивает приемлемую точность приведения аппарата в конечную точку, однако это достигается за счет увеличения перегрузки, максимум которой превышает 10*g* и реализуется на высоте около 35 км. На рис. 9 показаны параметры траектории и управления для этого случая. Здесь, как и на последующих рисунках, угол крена показан в градусах, а высота – в километрах.

В варианте № 807 наблюдается обратная картина. Здесь ошибка определения высоты положительная. При использовании модификации А в ходе первого погружения формируется траектория с большим недолетом. На конечной стадии полета алгоритм пытается компенсировать возникающий недолет за счет перехода на углы крена, близкие к нулю, однако сделать это не удается. На рис. 10 показаны параметры траектории и управления для этого случая.

Как видно из таблиц 1 и 2, учет высотной поправки в модификациях Б и В позволяет избавиться от обоих нежелательных эффектов: большой перегрузки в варианте № 597 и недолета до конечной точки в варианте № 807. На рисунках 11 и 12 приведены параметры траекторий для этих вариантов при втором погружении в атмосферу при использовании модификации В.



Рис. 9. Параметры траектории спуска при втором погружении в атмосферу (модификация А, вариант № 597).



Рис. 10. Параметры траектории спуска при втором погружении в атмосферу (модификация А, вариант № 807).

Видно, что в варианте № 597 при использовании модификации В (рис. 11) углы крена на втором погружении становятся меньше по модулю, чем при модификации А. Это означает, что в ходе первого погружения формируется траектория с меньшим перелетом. Алгоритм успешно справляется с приведением аппарата к требуемой конечной точке без превышения допустимого уровня перегрузок – максимальная перегрузка на втором погружении не превышает 4.5g.



Рис. 11. Параметры траектории спуска при втором погружении в атмосферу (модификация В, вариант № 597).

21

В варианте № 807 при использовании модификации В (рис. 12) учет высотной поправки позволяет сформировать начальные условия движения на втором погружении без потенциального недолета. В результате аппарат приводится в конечную точку с хорошей точностью. Модуль углов крена в этом случае оказывается больше, чем при использовании модификации А. Перегрузка также получается несколько больше, но не превышает 3.0*g*, что является вполне приемлемым.

Как видно из таблиц 1 и 2, при использовании модификаций Б и В получаются практические одинаковые результаты по точности приведения аппарата к конечной точке и перегрузкам. Однако массовый расход топлива получается меньше при использовании модификации В. Поясним природу этого эффекта на примере варианта № 807.



Рис. 12. Параметры траектории спуска при втором погружении в атмосферу (модификация В, вариант № 807).

На рис. 13 показаны параметры траектории на первом погружении в атмосферу при использовании модификации Б, когда высотная поправка равна последнему вычисленному мгновенному значению Δh_i без применения какоголибо сглаживания. На этом рисунке синяя линия соответствует истинной высоте, красная – разности между навигационной и истинной высотами, зеленая – высотной поправке, сиреневая – командному углу крена.

Как видно из рис. 13, высотная поправка в целом правильно отслеживает рост навигационной ошибки по высоте. Однако ее поведение носит колебательный характер, что, в свою очередь, порождает колебания командного угла крена. Особенно хорошо этот эффект заметен на интервале от 125 до 190 с. Такие колебания приводят к дополнительным включениям управляющих двигателей и, как следствие, дополнительному расходу топлива на управление.



Рис. 13. Параметры навигации и управления при первом погружении в атмосферу (модификация Б, вариант № 807).

На рис. 14 показаны аналогичные зависимости при использовании модификации В, когда высотная поправка вычисляется с использованием сглаживания мгновенных значений Δh_i по формулам (25) и (27).



Рис. 14. Параметры навигации и управления при первом погружении в атмосферу (модификация В, вариант № 807).

23

Видно, что в этом случае вычисленная поправка более адекватно отслеживает навигационную ошибку по высоте, а колебания командного угла крена исчезают. Поэтому расход топлива на управление уменьшается.

Отметим, что амплитуда колебаний командного угла крена при использовании модификации Б зависит от состава возмущений в конкретном варианте. Она может быть как больше, так и меньше той, что была показана на рис. 13.

Заключение

Представлены алгоритмы определения фактического балансировочного угла атаки и высотной поправки, учитывающей ошибки инерциальной навигации. Целью обоих алгоритмов является улучшение точности прогнозирования траектории спуска в новой модификации алгоритма ТАУС-Приведены примеры использования обоих алгоритмов, MC. которые доказывают их эффективность для траекторий спуска при возвращении спускаемого аппарата от Луны. Показано, что алгоритм определения фактического балансировочного угла атаки адекватно отражает динамику балансировки угла атаки при наличии возмущения. Применение высотной поправки позволяет избавиться от больших перегрузок и недолетов, которые могут иметь место при больших ошибках инерциальной навигации.

Библиографический список

- [1] Терминальный алгоритм управления спуском с околоземной орбиты для посадки КА в заданном районе / Ю.Г.Сихарулидзе [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2018. № 46. 27 с. doi:10.20948/prepr-2018-46 URL: <u>http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-46</u>.
- [2] Евдокимов С.Н., Климанов С.И., Корчагин А.Н., Микрин Е.А., Самотохин А.С., Сихарулидзе Ю.Г., Тучин А.Г. Модификация терминального алгоритма управления спуском при возвращении от Луны применительно к "усиленным" возмущениям // Космические исследования, 2020, том 58, № 2, с. 149-164.
- [3] Алгоритм ограничения перегрузки на рикошетирующей траектории возвращения от Луны / А.С. Самотохин // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2020. № 86. 21 с. <u>https://doi.org/10.20948/prepr-2020-86</u> <u>http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2020-86</u>
- [4] Охоцимский Д.Е., Голубев Ю.Ф., Сихарулидзе Ю.Г. Алгоритмы управления космическим аппаратом при входе в атмосферу. М.: Наука, 1975.
- [5] ГОСТ 4401-81. Атмосфера стандартная. Параметры. М.: Издательство стандартов, 1981.

Оглавление

Постановка задачи	3	
Определение фактического балансировочного угла атаки	6	
Модель аэродинамических характеристик	6	
Изменение угла атаки с учетом динамики углового движения	7	
Математическая модель	9	
Пошаговое описание алгоритма	12	
Примеры использования алгоритма	13	
Определение высотной навигационной поправки		
Ошибки инерциальной навигации	16	
Описание алгоритма	17	
Примеры использования алгоритма	19	
Заключение	24	
Библиографический список	24	