

<u>ИПМ им.М.В.Келдыша РАН</u> • <u>Электронная библиотека</u> <u>Препринты ИПМ</u> • <u>Препринт № 16 за 2020 г.</u>



ISSN 2071-2898 (Print) ISSN 2071-2901 (Online)

#### <u>Иванов Д.С.</u>, Ивлев Н.А., Иванова Т.А., <u>Ролдугин Д.С.</u>

Автоматическая балансировка макета микроспутника на аэродинамическом подвесе с помощью системы грузов

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Автоматическая балансировка макета микроспутника на аэродинамическом подвесе с помощью системы грузов / Д.С.Иванов [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2020. № 16. 26 с. <u>http://doi.org/10.20948/prepr-2020-16</u> URL: <u>http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2020-16</u>

Ордена Ленина ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ имени М.В.Келдыша Российской академии наук

Д.С. Иванов, Н.А. Ивлев, Т.А. Иванова, Д.С. Ролдугин

# Автоматическая балансировка макета микроспутника на аэродинамическом подвесе с помощью системы грузов

#### Иванов Д.С., Ивлев Н.А., Иванова Т.А., Ролдугин Д.С.

Автоматическая балансировка макета микроспутника на аэродинамическом подвесе с помощью системы грузов

В работе рассматривается задача определения положения центра масс и тензора инерции макета на аэродинамическом подвесе по измерениям оптической системы оценки углового движения. Благодаря системе электродинамических линейных актюаторов и закрепленным на них грузам можно смещать положение центра масс макета относительно центра подвеса. С помощью уравнений движения макета на аэродинамическом подвесе и измерений углового положения оценивается тензор инерции и положение центра масс макета. По полученной оценке, линейные актюаторы перемещаются для задания требуемого положения центра масс относительно точки подвеса. В работе проводится экспериментальное исследование разработанного алгоритма автоматической балансировки макета микроспутника.

*Ключевые слова:* аэродинамический подвес, балансировка, тензор инерции, фильтр Калмана

### D. Ivanov, N. Ivlev, T. Ivanova, D. Roldugin

Microsatellite Mock-Up Automatic Balancing on the Air-Bearing Laboratory Facility

The paper considers the problem of determination of the center of mass position and the inertia tensor of the microsatellite mock-up on an air-bearing test bed using optical measurements. It is possible to shift the position of the mock-up center of mass relative to the suspension center using the system of electrodynamic linear actuators and the loads fixed on them. Using the equations of motion of the mock-up on an aerodynamic suspension and measurements of the angular position, the inertia tensor and the position of the center of mass of the model are estimated. According to the obtained estimated values, linear actuators move to set the required position of the center of mass relative to the suspension point. An experimental study of the developed algorithm for automatic balancing of the microsatellite mock-up is carried out.

Keywords: air bearing, balancing, inertia tensor, Kalman filter

#### Введение

В настоящее время в мире выделяются два основных направления методов лабораторного тестирования систем управления движением космических аппаратов с точки зрения динамики – использование аэродинамических подвесов и применение аэродинамических столов, а также их комбинации. В случае использования стенда с аэродинамическим столом благодаря воздушной подушке между поверхностью стола и опорой макета системы управления спутника обеспечивается свободное плоское поступательное движение и одноосное вращение аппарата. Такие стенды могут использоваться как для тестирования алгоритмов управления одиночным аппаратом, так и для отработки управления движением группы спутников [1–3].

Сферический аэродинамический подвес – наиболее распространенный способ лабораторной имитации углового движения спутника. Подвес представляет собой две полусферы, вложенные друг в друга. Внешняя полусфера имеет некоторое, обычно небольшое, число отверстий для выхода воздуха. За счет этого между внешней и внутренней сферами создается воздушная прослойка, практически исключающая трение из системы. Подвес имеет три степени свободы, хотя обычно может неограниченно вращаться только относительно вервнутреннюю сферу тикали, так как на устанавливается платформа, имитирующая спутник или его систему ориентации [4,5].

Один из первых стендов, для которых доступна открытая информация, был создан в Агентстве баллистических ракет США в 1959 году [6]. Сложная конструкция пьедестала и платформы, на которой устанавливались элементы систем спутника, позволили добиться поворота до 120° по углу крена. Первый вопрос, для решения которого применялись аэродинамические подвесы – влияние диссипации энергии (топливо в баках, нутационные демпферы, маховики) на движение спутника. В настоящее время крупные космические компании и агентства имеют в своем распоряжении стенды, предназначенные для моделирования движения макета спутника, включающего большую часть его систем, и имеющие возможность точной балансировки и учета нежесткости конструкции [7,8].

Первый небольшой (грузоподъемностью до ста килограмм) стенд со сферическим подвесом был создан в Стэнфорде в 1975 году [9]. Сейчас небольшие стенды широко распространены в европейских и американских университетах. Так, платформа на аэродинамическом подвесе, имеющаяся в Мексиканском Институте географии, имеет массу всего 35 кг. На платформе установлены акселерометры, гироскопы, магнитометр, солнечный датчик, магнитные катушки, маховики, система балансировки [10]. Угол крена ограничен 50 градусами.

Одно из преимуществ небольшого макета на подвесе – возможность установить его внутри колец Гельмгольца. Кольца предназначены для имитации геомагнитного поля и его изменения при движении спутника на орбите. Эта особенность хорошо согласуется с размерами и возможностями малых спутников: они зачастую имеют магнитные катушки в качестве основных управляю-ЩИХ элементов. Поэтому проведение экспериментов В имитационном магнитном поле становится одновременно важным и возможным, так как область однородности колец Гельмгольца невелика. Такой стенд имеется, например, в университетах Стретчклайда в Глазго [11], Фридриха II в Неаполе [12], в Массачусетском технологическом институте [13], Университете Бразилиа [14]. Такие стенды позволяют установить на подвесе только специальный макет системы ориентации, но не всего спутника. Отдельно стоит выделить платформы, имеющие форму гантели, что позволяет добиться полной свободы вращения по двум углам ориентации. Один из первых таких макетов появился в конце 90-х в Политехническом университете штата Вирджиния. Макет Whorl-II [15] несет платформу массой 169 кг. Поворот относительно оси, перпендикулярной линии гантели, возможен на угол до 30°.

Одно из преимуществ использования сферического аэродинамического подвеса – простота интерпретации результатов, полученных в эксперименте, в терминах полета спутника в космическом пространстве. Движение обоих тел – спутника и макета в подвесе – описывается одними и теми же уравнениями, различаются лишь внешние возмущения и неполная свобода поворота макета по одному или двум углам. Основным источником возмущений, действующих на макет, является гравитационный момент, возникающий из-за смещения центра масс относительно центра вращения. При этом, несмотря на то что момент является доминирующим, его можно уменьшить с помощью системы балансировки, состоящей из подвижных грузов на макете системы управления. Для корректной работы системы балансировки необходимо оценить положение центра масс макета. Если центр масс находится ниже центра вращения, макет движется подобно математическому маятнику. Макеты, у которых центр давления находится выше центра масс, предпочтительны – такой макет не заваливается набок, а совершает колебания небольшой амплитуды. Процедура балансировки может быть осуществлена с помощью ручного перемещения подвижных грузов путем оценки периода колебаний макета [16]. Однако такой подход основан на методе проб и ошибок и требует достаточно много времени для установки центра масс на приемлемом расстоянии от центра давления. Поэтому автоматическая система балансировки, когда массы на макете перемещаются с помощью линейных электромеханических приводов, значительно сокращает время для балансировки и увеличивает точность. Однако для автоматической балансировки требуется оценка положения центра масс. Такая оценка может быть получена как с помощью бортовых алгоритмов обработки измерений датчиков, так и с помощью внешней системы определения углового движения макета [17–19].

Для корректной настройки алгоритмов управления угловым движением макета на аэродинамическом подвесе необходимо не только уменьшить величину гравитационного момента с помощью балансировки, но и иметь оценку тензора инерции макета. Как правило, тензор инерции рассчитывается с помощью специальных программных пакетов, в которых задается положение и масса всех компонент макета. Однако распределение масс внутри каждого блока макета известно приблизительно, поэтому тензор инерции известен с довольно большой погрешностью. Оценить тензор инерции возможно с помощью измерений углового движения макета при управляемом движении на аэродинамическом подвесе, как это сделано в работах [20-22]. Однако в этих работах предполагается, что величина управляющего воздействия на макет известна, благодаря чему с помощью алгоритмов на основе метода наименьших квадратов или динамической фильтрации определяются как тензор инерции, так и положение центра масс макета. К сожалению, в распоряжении разработчиков системы управления не всегда имеется откалиброванный актюатор, такой как маховики или магнитные катушки. Поэтому в отличие от предыдущих работ в настоящей работе для оценки тензора инерции и положения центра масс макета используется только информация о смещении груза системы балансировки. Рассматриваются два этапа балансировки макета. На первом этапе по измерениям системы определения углового положения макета и с помощью заданного смещения груза оценивается тензор инерции макета в связанной системе координат с центром в точке подвеса и положение центра масс относительно точки подвеса. На втором этапе в предположении известного тензора инерции проводится оценка положения центра масс в режиме реального времени и итерационная процедура помещения центра масс в требуемое положение с помощью системы подвижных грузов.

# 1. Стенд для имитации углового движения микроспутников

В настоящей работе рассматривается стенд для испытаний алгоритмов управления угловым движением макетов микроспутников, созданный компанией Спутникс [23]. В состав стенда входят имитатор магнитного поля, имитатор Солнца, макет системы ориентации микроспутника и аэродинамический подвес. Фото макета представлено на рис. 1. Этот макет, благодаря воздушной подушке, способен совершать трёхосное угловое движение относительно точки подвеса.



Рис. 1. Макет системы ориентации на аэродинамическом подвесе

Вследствие неидеальности балансировки положение точки подвеса не совпадает с центром масс макета, возникает гравитационный момент, который влияет на движение макета. Чтобы уменьшить влияние гравитационного момента, на макете установлена двухуровневая система балансировки: грубая ручная установка положения центра масс относительно центра подвеса с помощью грузов, перемещаемых вдоль осей системы координат, связанной с макетом, и программно-управляемая система балансировки. Эта система состоит из 6 линейных приводов, по два привода вдоль каждой связанной с макетом оси системы координат (рис. 2). Линейный привод способен перемещать грузик в диапазоне [-5; 5] см с точностью 1 мм. Масса грузика вместе с перемещаемой частью линейного привода составляет 15,6 гр.

Для определения углового движения макета применяется система независимых измерений. Она использует обработку изображений, получаемых с камеры, неподвижно установленной на имитаторе геомагнитного поля. На изображении распознаются специальные метки, установленные на макете (рис. 3), и определяется угловое положение макета относительно неподвижной лабораторной системы координат.



Рис. 2. Линейные электромеханические приводы системы балансировки



Рис. 3. Метки для определения углового движения макета и установленная на имитаторе магнитного поля камера

Цель работы заключается в том, чтобы с помощью обработки данных системы независимых измерений в режиме пассивного движения макета на аэродинамическом подвесе оценить тензор инерции макета в системе координат, связанной с макетом и началом в центре масс, а также вектор положения центра масс макета относительно точки подвеса. Задача решается с помощью экспериментов, требующих перемещения грузов с помощью линейных приводов. Измерения углового положения макета во время экспериментов используются для постэкспериментальной обработки. С помощью метода наименьших квадратов определяются тензор инерции и положение центра масс, приводящие к минимальному значению квадрата разности прогноза измерений и полученных в эксперименте измерений углового положения.

Приведем основные примерные динамические характеристики макета системы ориентации. С помощью программы SolidWorks были рассчитаны предварительные компоненты тензора инерции без учета кабельной сети на макете. Компоненты тензора инерции в системе координат с началом в центре масс имеют следующие значения:

$$\hat{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} 0.3309 & 0.0018 & 0.0373 \\ 0.0018 & 0.5253 & 0.0012 \\ 0.0373 & 0.0012 & 0.8120 \end{bmatrix} \text{K} \Gamma \cdot \text{M}^2.$$

Масса всего макета составляет m = 14.24 кг. Положение центров масс перемещаемых с помощью линейных приводов грузов в нулевом положении в системе координат, связанной с макетом, представлено следующими векторами:

	30		40 ]		[190]		210		290		250	]
$r_1 = 1$	-210	мм, $\mathbf{r}_2 =$	-250	MM, $\mathbf{r}_3 =$	40	мм, $\mathbf{r}_4 =$	-50	MM, $\mathbf{r}_{5} =$	20	MM, $\mathbf{r}_{5} =$	20	мм.
	7.5		7.5		7.5		7.5		_ 30 _			

Первый груз смещается в положительном направлении оси Ох, связанной с макетом системы координат, второй – в отрицательном направлении оси Ох. Третий и четвертый – в положительном и отрицательном направлениях оси Оу соответственно. Пятый и шестой – в отрицательном и положительном направлении лении оси Оz соответственно.

Точность определения углового положения макета с помощью системы независимых измерений составляет  $\sigma = 0.2^{\circ}$ , частота поступающих измерений около 5 Гц.

#### 2. Уравнения движения макета на аэродинамическом подвесе

Движение макета описывается с помощью динамических уравнений Эйлера. В этом случае переменные можно разделить на две группы. Первую группу составляют абсолютная угловая скорость спутника  $\omega$  в виде ее проекций на оси связанной системы координат  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ . Для описания ориентации используется кватернион (**q**,  $q_0$ ), где **q** – векторная,  $q_0$  – скалярная часть кватерниона [24]. Динамические уравнения Эйлера движения твердого тела относительно неподвижной точки имеют вид

$$\mathbf{J}\frac{d\mathbf{\omega}}{dt} + \mathbf{\omega} \times \mathbf{J}\mathbf{\omega} = \mathbf{M},\tag{1}$$

где механический момент содержит как управление  $\mathbf{M}_{ynp}$ , так и возмущающие моменты, то есть  $\mathbf{M} = \mathbf{M}_{ynp} + \mathbf{M}_{603M}$ . Для спутника  $\mathbf{J}$  – тензор инерции, вычисленный для связанной системы, находящейся в центре масс. При этом оси обычно направлены по главным осям спутника. В случае макета возможны два варианта. Можно поместить связанную с макетом систему координат в его центр масс. В этом случае уравнения получаются те же,  $\mathbf{J}$  – тензор инерции в главных центральных осях. Однако такой подход заставляет учитывать дополнительные возмущения и движение центра масс относительно центра вращения. Поэтому обычно применяется более естественный подход – описание движения макета относительно центра вращения. Это усложняет вид матрицы  $\mathbf{J}$ , но упрощает запись действующих на спутник возмущений. Матрицу  $\mathbf{J}$  можно представить как

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} I_{11} + mr_2^2 + mr_3^2 & I_{12} - mr_1r_2 & I_{13} - mr_1r_3 \\ I_{12} - mr_1r_2 & I_{22} + mr_1^2 + mr_3^2 & I_{23} - mr_2r_3 \\ I_{13} - mr_1r_3 & I_{23} - mr_2r_3 & I_{33} + mr_1^2 + mr_2^2 \end{pmatrix},$$
(2)

где  $I_{ij}$  – компоненты тензора инерции для центра масс макета, **r** – вектор, соединяющий центр вращения и центр масс. Будем считать, что **I** – тензор инерции всего макета, в том числе перемещаемых грузиков, которые находятся изначально в несмещенном положении. Связь тензоров инерции с грузиками и без них задается формулой

$$\mathbf{I} = \hat{\mathbf{I}} - \sum m_i \left( \mathbf{r}_i^2 - \mathbf{r}_i \mathbf{r}_i^T \right),$$

где  $\hat{\mathbf{I}}$  – исходный тензор инерции макета без балансировочных грузов,  $\mathbf{r}_i$  – положение i-го грузика в связанной системе координат,  $\mathbf{m}_i$  – его масса. В случае смещения грузиков на вектор  $d\mathbf{r}_i$  новый тензор инерции  $\tilde{\mathbf{I}}$  будет иметь вид

$$\tilde{\mathbf{I}} = \hat{\mathbf{I}} - \sum m_i \left( (\mathbf{r}_i + d\mathbf{r}_i)^2 - (\mathbf{r}_i + d\mathbf{r}_i)(\mathbf{r}_i + d\mathbf{r}_i)^T \right)$$

Тогда изменение тензора инерции в случае смещения грузиков рассчитывается по следующей формуле:

$$\Delta \mathbf{I} = \tilde{\mathbf{I}} - \hat{\mathbf{I}} = \sum m_i \left( d\mathbf{r}_i^2 + 2(\mathbf{r}_i, d\mathbf{r}_i)^2 - \mathbf{r}_i d\mathbf{r}_i^T - d\mathbf{r}_i \mathbf{r}_i^T - d\mathbf{r}_i d\mathbf{r}_i^T \right).$$
(3)

Динамические уравнения (1) дополняются кинематическими уравнениями. При использовании кватерниона ( $\mathbf{q}, q_0$ ) это векторное уравнение

$$\begin{pmatrix} \frac{d\mathbf{q}}{dt} \\ \frac{dq_0}{dt} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & \omega_3 & -\omega_2 & \omega_1 \\ -\omega_3 & 0 & \omega_1 & \omega_2 \\ \omega_2 & -\omega_1 & 0 & \omega_3 \\ -\omega_1 & -\omega_2 & -\omega_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ q_0 \end{pmatrix}.$$
(4)

Рассмотрим в качестве возмущающего гравитационный момент, который записывается в связанной с макетом системе координат в точке подвеса следующим образом:

$$\mathbf{M}_{zp} = mg\mathbf{r} \times \mathbf{A} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T, \tag{5}$$

где A – матрица направляющих косинусов, m – масса всего макета, g – ускорение свободного падения.

Запишем, как изменяется радиус-вектор положения центра масс  $\mathbf{r}$ , заданный в системе координат с центром в точке подвеса при смещении грузиков на векторы  $d\mathbf{r}_i$ . До смещения грузиков вектор вычисляется следующим образом:

$$\mathbf{r} = \frac{\hat{m}\hat{\mathbf{r}} + \sum m_i \mathbf{r}_i}{m}$$

где  $\hat{\mathbf{r}}$  – радиус-вектор до центра масс макета без грузиков,  $\hat{m}$  – масса макета без грузиков. После смещения грузиков на  $d\mathbf{r}_i$  положение центра масс  $\tilde{\mathbf{r}}$  определяется из следующего выражения:

$$\tilde{\mathbf{r}} = \frac{\hat{m}\hat{\mathbf{r}} + \sum m_i(\mathbf{r}_i + d\mathbf{r}_i)}{m}.$$

Тогда смещение центра масс определяется из выражения:

$$d\mathbf{r} = \frac{\sum m_i d\mathbf{r}_i}{m} \,. \tag{6}$$

# 3. Методика оценки центра масс и тензора инерции макета на аэродинамическом подвесе с помощью системы балансировки

Рассмотрим свободное движение макета на аэродинамическом подвесе, т.е. на макет не воздействует управляющий момент со стороны маховиков или магнитных катушек. Движение полностью определяется гравитационным моментом (5). Пусть в начальный момент грузики системы балансировки находятся в нулевом положении. Движение макета определяется уравнениями (1) и (4). Во время этого свободного движения накапливаются измерения системы определения углового положения макета, т.е. компоненты кватерниона, поступающие с некоторой частотой. Далее, в известный момент времени грузики смещаются на известную величину  $d\mathbf{r}_i$ , тем самым изменяя положение центра масс относительно точки подвеса по формуле (6) и тензор инерции по формуле (3). После смещения положения грузиков макет продолжает свободное движение, накапливаются измерения об угловом положении.

Таким образом, движение макета определяется следующими неизвестными параметрами: положением центра масс до смещения грузиков **r**, тензором

инерции в связанной с центром масс системе координат до смещения грузиков I, а также вектором начальной угловой скорости макета в связанной системе координат  $\omega_0$ . Кватернион в начальный момент времени  $\Lambda_0$  принимаем за первое измерение системы определения углового положения макета. Введем вектор определяемых параметров  $\xi$ :

$$\boldsymbol{\xi} = \left[ \mathbf{r}^{T}, I_{11}, I_{22}, I_{33}, I_{12}, I_{13}, I_{23}, \boldsymbol{\omega}_{0}^{T} \right]^{T}.$$

Вектор  $\xi$  полностью определяет угловое движение макета на аэродинамическом подвесе. С помощью интегрирования уравнений движения можно получить прогноз углового положения макета  $\hat{\Lambda}_k$  в каждый момент времени  $t_k$ . Построим функцию следующего вида:

$$\Phi(\boldsymbol{\xi}) = \sum_{k=1}^{K} \left( \hat{\Lambda}_{k} - \Lambda_{k} \right)^{2}, \tag{7}$$

где  $\Lambda_k$  – кватернион углового положения, полученный с помощью системы независимых измерений.

Задача оценки тензора инерции и положения центра масс сводится к задаче минимизации функции (7), которая производится с помощью численных методов.

Следует заметить, что положение центра масс вследствие температурных деформаций макета может изменяться во времени. Поэтому разумно оценивать положение центра масс макета и балансировать его в режиме реального времени непосредственно при тестировании алгоритмов управления угловым движением.

# 4. Оценка тензора инерции и центра масс на аэродинамическом подвесе

Был проведен ряд экспериментов по методике, описанной выше. Раз в две минуты грузики перемещались на известную величину. На рис. 4 представлены компоненты кватерниона, полученные с помощью системы определения углового положения, точками обозначены моменты смещения грузиков, а в квадратных скобках дан вектор смещения грузиков  $d\mathbf{r}$ .



Рис. 4. Измерения углового положения во время экспериментов

Рассмотрим в качестве примера отрезок измерений в окрестности третьего смещения грузиков (рис. 5).



Рис. 5. Отрезок измерений

Зададим начальное значение для вектора определяемых параметров: положение центра масс макета  $\mathbf{r}_0 = [-3 \cdot 10^{-6} \text{ м}; 8 \cdot 10^{-7} \text{ м}; -8 \cdot 10^{-5} \text{ м}];$  момент инерции зададим согласно расчетам из программы SolidWorks  $\mathbf{I}_0 = \hat{\mathbf{I}}$ ; вектор угловой скорости  $\boldsymbol{\omega}_0$  оценим с помощью дифференцирования матрицы направляющих косинусов по первым двум измерениям углового положения. На рис. 6 представлено сравнение компонент кватерниона, полученных с помощью системы определения углового положения и с помощью интегрирования уравнений движения, из которого видно, что оценки компонент кватерниона сильно отклоняются от измеренных значений, что можно объяснить неточным значением начального приближения вектора оцениваемых параметров  $\boldsymbol{\xi}_0 = [\mathbf{r}_0; \mathbf{I}_0; \boldsymbol{\omega}_0]^T$ .



Рис. 6. Сравнение измеренного и полученного с помощью интегрирования углового положения

Запустим итерационную процедуру, которая найдет такой вектор ξ, который доставит минимум функционалу (7). Для минимизации функции используется алгоритм Левенберга-Марквардта. В результате минимизации получены следующие искомые параметры:

$$\mathbf{\hat{r}}_{0} = \begin{bmatrix} -9.2 \cdot 10^{-7} \\ -1.0 \cdot 10^{-7} \\ -7.9 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} \mathbf{M};$$
$$\mathbf{\hat{I}} = \begin{bmatrix} 0.3565 & -0.0078 & 0.0314 \\ -0.0078 & 0.5301 & 0.0113 \\ 0.0314 & 0.0113 & 0.8782 \end{bmatrix} \mathbf{K} \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{M}^{2};$$

$$\mathbf{\omega}_0 = \begin{bmatrix} -0.010\\ -0.004\\ 0.011 \end{bmatrix}$$
рад/с.

Полученный тензор инерции несколько отличается от рассчитанного с помощью программы SolidWorks, но близок к нему. На рис. 7 представлено сравнение измеренного и полученного с помощью интегрирования по полученным параметрам кватерниона ориентации. Визуально эти графики совпадают, но на рис. 8 можно увидеть покомпонентную разность, которая не превышает значения  $7 \cdot 10^{-3}$ , что соответствует ошибке  $0.8^{\circ}$  по угловому положению. На рис. 9 можно увидеть компоненты вектора угловой скорости. Излом кривых в точке около 37 секунд вызван смещением грузов.



Рис. 7. Сравнение измеренного и полученного с помощью интегрирования углового положения макета



Рис. 9. Компоненты вектора угловой скорости

На рис. 10 представлена диаграмма размаха оценок положения центра масс для 20 экспериментов, из которой можно заключить, что разброс значений для вертикальной компоненты составляет около  $10^{-5}$  м, а для горизонтальных компонент около  $5 \cdot 10^{-6}$  м. На рис. 11 представлена диаграмма размаха оценки компонент тензора инерции макета, из которой можно заключить, что разброс по определению диагональных элементов тензора инерции составляет около

0.1 кг · м<sup>2</sup>. Для оценки значений недиагональных значений разброс составляет около 0.05 кг · м<sup>2</sup>.



Рис. 10. Диаграмма размаха определения центра масс макета для 20 экспериментов



Рис. 11. Диаграмма размаха определения компонент тензора инерции макета для 20 экспериментов

На рис. 11 также представлены значения элементов тензора инерции, рассчитанные с помощью программы SolidWorks.

# 5. Автоматическая балансировка в режиме реального времени

Для оценки положения центра масс в режиме реального времени по поступающим измерениям углового положения используется алгоритм на основе фильтра Калмана. На этом этапе будем считать, что оценка тензора инерции известна, чтобы уменьшить размерность вектора состояния. Кроме того, тензор инерции практически не изменяется, тогда как положение центра масс может значительно измениться вследствие термических деформаций платформы макета во время экспериментов под действием нагрева со стороны имитатора Солнца. Это может привести к значительным возмущениям со стороны гравитационного момента.

Фильтр Калмана разработан для линейных динамических систем и дает наилучшую оценку вектора состояния по среднеквадратическому критерию. Однако фильтр можно использовать для работы с нелинейными моделями как самой динамической системы, так и измерений:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x},t) + \mathbf{Gw}(t),$$

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{v}(t)$$

где  $\mathbf{w}(t)$  – нормально распределенная ошибка модели системы с ковариационной матрицей **D**, **G** – матрица, задающая влияние этой ошибки на модель динамической системы,  $\mathbf{v}(t)$  – нормально распределенная ошибка измерений с ковариационной матрицей **R**.

Для построения фильтра функции  $\mathbf{f}(\mathbf{x},t)$  и  $\mathbf{h}(\mathbf{x},t)$  представляются в виде разложения в ряд Тейлора в окрестности оценки текущего вектора состояния. После этого удерживаются только линейные члены разложения. Матрица динамики системы и матрица модели измерений вычисляются как

$$\mathbf{F}_{k} = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} \bigg|_{\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}_{k}^{-}, t = t_{k}}, \quad \mathbf{H}_{k} = \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} \bigg|_{\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}_{k}^{-}, t = t_{k}}$$

Для расширенного фильтра Калмана при дискретно поступающих измерениях вектор состояния на этапе прогноза вычисляется путём интегрирования нелинейных уравнений движения и на этапе коррекции используется нелинейная модель измерений.

Этап прогноза:

$$\hat{\mathbf{x}}_{k}^{-} = \int_{t_{k-1}}^{t_{k}} \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}^{+}, t) dt,$$
$$\mathbf{P}_{k}^{-} = \mathbf{\Phi}_{k} \mathbf{P}_{k-1}^{+} \mathbf{\Phi}_{k}^{\mathrm{T}} + \mathbf{Q}_{k}.$$
Этап коррекции:

$$\mathbf{K}_{k} = \mathbf{P}_{k}^{-}\mathbf{H}_{k}^{\mathrm{T}}(\mathbf{H}_{k}\mathbf{P}_{k}^{-}\mathbf{H}_{k}^{\mathrm{T}} + \mathbf{R}_{k})^{-1},$$
$$\hat{\mathbf{x}}_{k}^{+} = \hat{\mathbf{x}}_{k}^{-} + \mathbf{K}_{k}[\mathbf{z}_{k} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k}^{-}, t_{k})],$$
$$\mathbf{P}_{k}^{+} = [\mathbf{E} - \mathbf{K}_{k}\mathbf{H}_{k}]\mathbf{P}_{k}^{-},$$

где  $\Phi_k$  – матрица перехода из состояния k-1 в состояние k, **Е** – единичная матрица, **К** – весовая матрица.

Для случая определения положения центра масс макета в режиме реального времени примем вектор состояния макета, содержащий векторную часть кватерниона ориентации, вектор угловой скорости и положение центра масс относительно точки подвеса:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{\omega} \\ \mathbf{r} \end{bmatrix}.$$

Примем следующую модель изменения положения центра масс:

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{W}_{\mathbf{r}}$$
,

(8)

где  $\mathbf{w}_{\mathbf{r}}$  – нормально распределенная случайная величина. Тогда после линеаризации уравнений движения (1), (4) и (8) можно записать следующую матрицу динамики:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} -\mathbf{W}_{\omega} & \frac{1}{2}\mathbf{E}_{3x3} & \mathbf{0}_{3x3} \\ \mathbf{J}^{-1}\mathbf{W}_{d\mathbf{r}}\mathbf{W}_{m\mathbf{g}} & \mathbf{J}^{-1}\mathbf{F}_{zup} & -\mathbf{J}^{-1}\mathbf{W}_{m\mathbf{g}} \\ \mathbf{0}_{3x3} & \mathbf{0}_{3x3} & \mathbf{0}_{3x3} \end{pmatrix}$$

где  $\mathbf{W}_{\mathbf{y}}$  – кососимметрическая матрица с элементами, определенными вектором **у**,  $\mathbf{F}_{zup} = 2(\mathbf{W}_{\mathbf{J}\omega}\mathbf{W}_{\omega} - \mathbf{W}_{\omega}\mathbf{J}\mathbf{W}_{\omega})$ . Так как в качестве измерений берется векторная часть кватерниона, то матрица измерений имеет вид:

 $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{3x3} & \mathbf{0}_{3x3} & \mathbf{0}_{3x3} \end{bmatrix}.$ 

Для работы фильтра Калмана необходимо задать оценку вектора состояния в начальный момент времени. Пусть это будет первое измерение углового положения, нулевой вектор угловой скорости и нулевой вектор положения центра масс. Также необходимо задать начальную ковариационную матрицу ошибок вектора состояния  $P_0$ , ковариационную матрицу ошибок модели **D** и ковариационную матрицу ошибок измерений **R**.

Рассмотрим участок измерений без перемещения грузиков, который представлен на рис. 12. Будем подавать на вход представленные измерения и на каждом шаге получать оценку положения центра масс макета. На рис. 13 представлена оценка угловой скорости макета, а на рис. 14 – оценка вектора положения центра масс макета. В результате после сходимости оценка положения центра масс составила:

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} -4.0 \cdot 10^{-6} \\ -1.0 \cdot 10^{-7} \\ -8.1 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} \mathbf{M} \ .$$

Ошибка относительно положения центра масс, оцененного с помощью метода наименьших квадратов, составила  $2 \cdot 10^{-6}$  м.



Рис. 12. Измерения углового положения до смещения грузиков



Рис. 13. Оценка угловой скорости



Рис. 14. Оценка положения центра масс

Рассмотрим теперь, что произойдет с оценками положения центра масс при смещении грузиков. Пусть грузики смещаются на вектор [-10;-10;-50]мм, это соответствует смещению центра масс согласно приведенным выше параметрам на величину  $[-1;-1;-5]\cdot10^{-5}$  м. На рис. 15 представлен пример, когда в уравнения движения в фильтре Калмана не подается информация о смещении грузиков. Видно, что с момента примерно 120 секунд оценка положения центра масс начала отслеживать текущее значение положения центра масс, причем изменение вектора положения центра масс близко к расчетному  $[-1;-1;-5]\cdot10^{-5}$  м. На рис. 16 представлен пример, когда в уравнения движения в фильтре Калмана подается информация о смещении грузиков на некоторое значение. В момент 120 секунд оценки положения центра масс резко смещаются на величину  $[-1;-1;-5]\cdot10^{-5}$  м, но по третьей компоненте это значение постепенно сходится к значению  $1.1\cdot10^{-5}$  м вместо расчетного  $1.4\cdot10^{-5}$  м. Это может означать, что расчетное значение смещения положения центра масс несколько ошибочно изза неточности линейных приводов или ошибки исполнения.



Рис. 15. Оценка положения центра масс при смещении грузиков, информация о котором не подается в уравнения движения в фильтре Калмана



Рис. 16. Оценка положения центра масс при смещении грузиков, информация о котором подается в уравнения движения в фильтре Калмана

Теперь протестируем совместную работу алгоритма определения центра масс макета и автоматических балансиров. Пусть требуемое положение центра масс задается вектором  $[0;0;-10]\cdot 10^{-5}$  м. В этом случае можно уменьшить влияние гравитационного момента на движение аэродинамического подвеса. По оценке положения центра масс, полученной с помощью фильтра Калмана, раз в 25 секунд будем сдвигать грузики на такую величину, чтобы положение центра масс было равно желаемому значению. Однако вследствие ошибок оценки положения центра масс и плавного смещения центра масс вследствие термических эффектов требуется постепенное уточнение положения центра масс. Таким образом, вследствие последовательных периодических смещений грузиков центр масс системы устанавливается в некоторой окрестности требуемого значения. На рис. 17 представлены оценки положения центра масс, полученные фильтром Калмана, а на рис. 18 – значения перемещения грузиков для балансировки, рассчитанные по текущим значениям положения центра масс раз в 25 секунд. В результате после 4 итераций с точностью около 1.10<sup>-5</sup> м установилось требуемое положение центра масс.



Рис. 17. Оценка положения центра масс во время автоматической балансировки



Рис. 18. Смещения грузиков во время автоматической балансировки

Таким образом, продемонстрирована работа системы определения положения центра масс относительно точки подвеса и системы перемещения грузиков для уменьшения влияния гравитационного момента на движение макета на аэродинамическом подвесе.

#### Заключение

При тестировании алгоритмов управления угловым движением спутников на наземных стендах с аэродинамическим подвесом необходимо уменьшить влияние возмущающего гравитационного момента на движение макета системы ориентации. В работе предложен алгоритм оценки положения центра масс макета относительно центра вращения подвеса и оценки компонент тензора инерции макета с помощью известного перемещения грузов системы балансировки во время свободного неуправляемого движения. Алгоритм был протестирован на стенде компании Спутникс, точность оценки положения центра масс составила около 10 мкм, а точность оценки диагональных элементов тензора инерции – около 0.1 кг · м<sup>2</sup>. Для автоматической балансировки с помощью линейных приводов были разработаны и реализованы на стенде алгоритмы оценки положения центра масс в режиме реального времени и итерационного смещения грузов для помещения центра масс макета в требуемое положение.

#### Список литературы

1. Иванов Д.С. и др. Лабораторный стенд для моделирования движения микроспутников // Известия РАН. Теория и системы управления. 2018. № 1. С. 125–140.

2. Ivanov D. et al. Determination of disturbances acting on small satellite mock-up on air bearing table // Acta Astronaut. 2018. Vol. 142, p. 265-276.

3. Биндель Д. и др. Лабораторный стенд для верификации алгоритмов управления группировкой спутников // Известия РАН. Теория и системы управления. 2009. Vol. 48, № 5. С. 109–117.

4. Ovchinnikov M.Y. et al. Development, integrated investigation, laboratory and in-flight testing of Chibis-M microsatellite ADCS // Acta Astronaut. 2014. Vol. 93. P. 23–33.

5. Иванов Д.С. и др. Испытания алгоритмов управления ориентацией микроспутника "Чибис-М" на лабораторном стенде // Известия РАН. Теория и системы управления. 2012. № 1. С. 118–137.

6. Haeussermann W., Kennel H. A Satellite Motion Simulator // Automatica. 1960. Vol. 5, № 12. P. 22–25, 90–91.

7. Peck M.A. et al. An Airbearing-Based Testbed for Momentum Control Systems and Spacecraft Line of Sight // Adv. Astronaut. Sci. 2003. Vol. 114. P. AAS 03-127.

8. Ivanov D. et al. Flexible microsatellite mock-up docking with noncooperative target on planar air bearing test bed // Acta Astronaut. 2018, V. 153, p. 357-366.

9. de Cordova S.S.F., DeBra D.B. Mass Center Estimation of a Drag-Free Satellite // Proceedings of the 6th Triennial World Congress of the IFAC. Boston, 1975.

10. Prado J. et al. Three-axis air-bearing based platform for small satellite attitude determination and control simulation // J. Appl. Res. Technol. 2005. Vol. 3, № 3. P. 222–237.

11. Post M.A., Li J., Lee R. Design and Construction of a Magnetic Field Simulator for CubeSat Attitude Control Testing // J. Instrumentation, Autom. Syst. 2014. Vol. 1, № 1. P. 1–9.

12. Pastena M., Sorrentino L., Grassi M. Design and Validation of the University of Naples Space Magnetic Field Simulator (SMAFIS) // J. IEST. Institute of Environmental Sciences & Technology , 2001. Vol. 44, № 1. P. 33–42.

13. Prinkey M.K. et al. CubeSat Attitude Control Testbed Design: Merritt 4-Coil per axis Helmholtz Cage and Spherical Air Bearing // AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2013. P. AIAA 2013-4942.

14. Silva R.C. et al. Helmholtz Cage Design and Validation for Nanosatellites HWIL Testing // IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. 2019. Vol. 55, № 6. P. 3050–3061.

15. Schwartz J.L., Hall C.D. System Identification of a Spherical Air-Bearing

Spacecraft Simulator // 2004 AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting. Maui, Hawaii, 2004. P. AAS 04-122.

16. Romano M., Agrawal B.N. Acquisition, tracking and pointing control of the bifocal relay mirror spacecraft // Acta Astronaut. Elsevier Ltd, 2003. Vol. 53,  $N_{2}$  4–10. P. 509–519.

17. Kim J.J., Agrawal B.N. Automatic Mass Balancing of Air-Bearing-Based Three-Axis Rotational Spacecraft Simulator // J. Guid. Control. Dyn. 2009. Vol. 32, № 3. P. 1005–1017.

18. Wang S., Ma J., Gao S. Balancing Methods on the Three-Axis Air-Bearing Platform // Asia Simulation Conference 2012, Part I. Shaghai: Springer, 2012. P. 117–125.

19. Chesi S. et al. Automatic Mass Balancing of a Spacecraft Three-Axis Simulator: Analysis and Experimentation // J. Guid. Control. Dyn. 2014. Vol. 37, № 1. P. 197–206.

20. Xu Z., Qi N., Chen Y. Parameter estimation of a three-axis spacecraft simulator using recursive least-squares approach with tracking differentiator and Extended Kalman Filter // Acta Astronaut. Elsevier, 2015. Vol. 117. P. 254–262.

21. Krishnanunni A.R. et al. Inertia and Center of Mass Estimation of a 3 DoF Air Bearing Platform // IFAC-PapersOnLine. Elsevier B.V., 2018. Vol. 51, № 1. P. 219–224.

22. Xu Z., Chen Y., Xu Z. A suboptimal excitation torque for parameter estimation of a 5-DOF spacecraft simulator // Adv. Sp. Res. COSPAR, 2018. Vol. 62, № 9. P. 2556–2565.

23. СПУТНИКС - Испытательные стенды [Веб-страница]. URL: https://sputnix.ru/ru/oborudovanie/ispytatelnye-stendy/ (дата доступа: 12.02.2020).

24. Бранец В.Н. Лекции по теории бесплатформенных инерциальных навигационных систем управления. М.: МФТИ, 2009. 304 с.

# Оглавление

Введение	3
1. Стенд для имитации углового движения микроспутников	5
2. Уравнения движения макета на аэродинамическом подвесе	8
3. Методика оценки центра масс и тензора инерции макета на	
аэродинамическом подвесе с помощью системы балансировки	10
4. Оценка тензора инерции и центра масс на аэродинамическом подвесе	11
5. Автоматическая балансировка в режиме реального времени	17
Заключение	23
Список литературы	24