

ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

[Галанин М.П.](#), [Сорокин Д.Л.](#)

Моделирование
электромагнитного поля в
ускорителях рельсового типа
в отсутствие внешнего
кожуха

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Галанин М.П., Сорокин Д.Л. Моделирование электромагнитного поля в ускорителях рельсового типа в отсутствие внешнего кожуха // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2020. № 43. 16 с.
<http://doi.org/10.20948/prepr-2020-43>
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2020-43>

Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
им. М.В. Келдыша
Российской академии наук

М.П. Галанин, Д.Л. Сорокин

Моделирование электромагнитного поля в ускорителях
рельсового типа в отсутствие внешнего кожуха

Москва — 2020

Галанин М.П, Сорокин Д.Л.

Моделирование электромагнитного поля в ускорителях рельсового типа в отсутствие внешнего кожуха

Построена математическая модель электродинамического ускорителя рельсового типа без идеального кожуха. Создан вычислительный алгоритм для численного решения задачи. Для моделирования электромагнитного поля, соответствующего неограниченной области, разработаны способы задания искусственных граничных условий. Эти способы базируются на основной интегральной формуле Грина и законе Био — Савара — Лапласа. Для проведения вычислительных экспериментов на базе алгоритма разработано программное обеспечение. Результаты решения модельной задачи свидетельствуют о корректности и эффективности разработанных программных средств для исследования процесса разгона макротел в канале электродинамического ускорителя рельсового типа.

Ключевые слова: система уравнений Максвелла; электродинамический ускоритель; рельсотрон; неограниченная область, закон Био — Савара — Лапласа.

Mikhail Pavlovich Galanin, Dmitry Leonidovich Sorokin

Modelling Of Quasi-Stationary Electromagnetic Fields In Railguns Without Casing

A mathematical model of an electrodynamic rail-type accelerator without an ideal casing is constructed. A computational algorithm for the numerical solution of the problem is created. To simulate the electromagnetic field corresponding to an unlimited region, methods for specifying artificial boundary conditions have been developed. These methods are based on Green's basic integral formula and the law of Bio — Savard — Laplace. To conduct computational experiments based on the algorithm, software has been developed. The results of solving the model problem testify to the correctness and effectiveness of the developed software for studying the process of acceleration of macrobodies in the channel of a rail-type electrodynamic accelerator.

Key words: Maxwell's equations; electrodynamic accelerator; railgun; unlimited area.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты № 18-01-00252 и № 18-31-20020).

Введение

Необходимость рассчитывать пространственно-многомерные электромагнитные поля возникает при решении широкого круга задач науки и техники (магнитогидродинамические генераторы энергии, электродинамические ускорители макротел, астрофизические объекты и т.д.) [1]. Часто математическая модель для описания полей строится в неограниченной области. Это усложняет процесс численного решения задачи.

В работе [2] проведён анализ существующих методов решения эллиптических и волновых уравнений в неограниченной области. В частности, описаны метод замены переменных, метод граничных интегральных уравнений, метод разностных потенциалов [3–5], метод введения бесконечных элементов совместно с конечными элементами [6, 7], методика использования квазиравномерных сеток совместно с методом конечных разностей [8] и др.

В статьях [9, 10] разработаны методы решения задач для оператора смешанного типа с финитной правой частью в неограниченной области, базирующиеся на основной интегральной формуле Грина [11].

Целью данной работы является разработка метода расчёта электромагнитного поля в электродинамических ускорителях рельсового типа в случае отсутствия идеально проводящего кожуха, т. е. решения задачи в неограниченной области.

В первом разделе проведён анализ математической модели, используемой в работах [1, 12]. Показано, как, используя методы, разработанные в [9, 10], и закон Био — Савара — Лапласа, построить искусственные граничные условия.

Во втором разделе описан алгоритм численного решения общей задачи.

В третьем разделе приведены результаты расчётов, подтверждающие корректность построенного метода.

1. Математическая модель

1.1. Модель электромагнитного поля в ускорителе с идеальным кожухом

Схема простейшего ускорителя типа рельсотрон представлена на рис. 1.1. К токопроводящим рельсам подключается источник питания. Между рельсами помещается подвижный якорь, который замыкает цепь, вследствие чего по рельсам и якорю начинает протекать электрический ток. Вокруг рельсов возникает магнитное поле. Вследствие взаимодействия магнитного и электрического полей в якорю возникает сила Ампера, выталкивающая якорь из канала ускорителя [13, 14].

В [1] показано, что для описания электромагнитного поля в рельсотронах можно использовать квазистационарное приближение уравнений Максвелла,

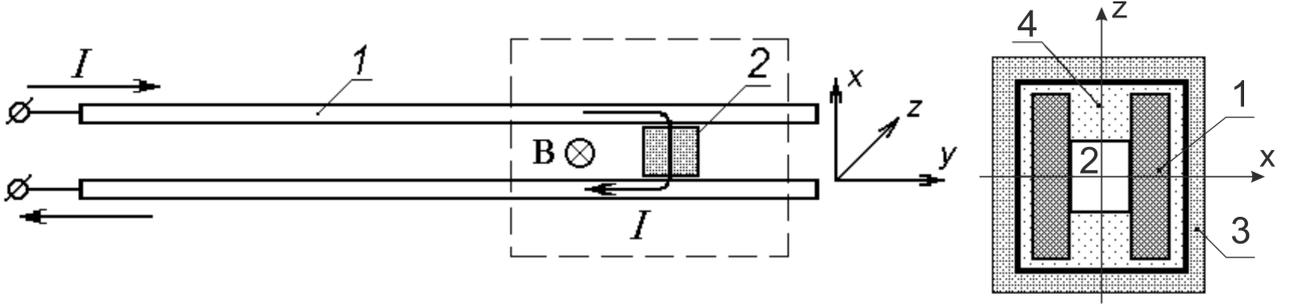


Рис. 1.1. Принципиальная схема рельсотрона: 1 — направляющий и токоподводящий рельс, 2 — ускоряемое тело (якорь или иная токовая арматура), 3 — силовой бандаж канала, 4 — изолятор

хотя его применимость во всей области не обеспечена параметрами материалов. В [1] и [12] задача моделирования процесса разгона макротел в рельсовых ускорителях решена при условии, что устройство помещено в идеальный кожух, т. е. расчётная область с боковых сторон ограничивается кожухом.

Можно заметить, что длина ускорителя много больше его поперечного размера. Наиболее сложные и интересные для исследования процессы происходят в окрестности якоря, поэтому в [1, 12, 15] предлагается ограничить расчётную область не только с боковых сторон, но и торцевых. При этом на торцевых поверхностях необходимо поставить граничные условия, обеспечивающие протекание заданного полного тока. Отметим, что в силу симметрии расчёты можно проводить не во всей области, а лишь в четверти пространства [12].

Приведем постановку задачи [1, 12, 15] для определения электромагнитных полей внутри области в случае наличия идеального кожуха после введения векторного потенциала \mathbf{A} :

$$\begin{aligned}\mathbf{H} &= \text{rot } \mathbf{A}, \\ \mathbf{E} &= [\mathbf{u} \times \text{rot } \mathbf{A}] - \frac{D\mathbf{A}}{Dt} + (\mathbf{v}, \nabla)\mathbf{A},\end{aligned}$$

\mathbf{E} — вектор напряженности электрического поля в системе координат, в которой вещество покоится, причём $\mathbf{E} = \mathbf{E}^* + [\mathbf{u} \times \mathbf{H}]$, \mathbf{E}^* — вектор напряженности электрического поля в неподвижной (лабораторной) системе координат, \mathbf{u} — вектор скорости движения вещества, \mathbf{H} — вектор напряженности магнитного поля, t — время, векторный потенциал \mathbf{A} есть решение следующей задачи:

$$\left\{ \begin{array}{l} 4\pi\sigma \left\{ [\mathbf{u} \times \text{rot } \mathbf{A}] - \frac{D\mathbf{A}}{Dt} + (\mathbf{v}, \nabla)\mathbf{A} \right\} = \text{rot rot } \mathbf{A} - \theta(\sigma) \text{grad div } \mathbf{A}, \\ \mathbf{A}|_{t=0, \mathbf{r} \in G_1} = 0, \\ (\text{rot } \mathbf{A})_\tau|_{\mathbf{r} \in \Gamma_2} = \Psi_\tau(\mathbf{r}, t), \\ \mathbf{A}_\tau|_{\mathbf{r} \in \Gamma_1} = 0, \\ \text{div } \mathbf{A}|_{\mathbf{r} \in \gamma_{12}} = 0, \\ \mathbf{A}_n|_{\mathbf{r} \in \Gamma_{22}} = 0, \end{array} \right. \quad (1.1)$$

где σ — удельная проводимость, $\mathbf{r} = (x, y, z)$ — радиус-вектор, G — рассматриваемая пространственная область ($G = G_1 \cup G_2$), $G_1 = \{\mathbf{r} \in G : \sigma > 0\}$, $G_2 = \{\mathbf{r} \in G : \sigma = 0\}$, ∂G_1 и ∂G_2 — границы G_1 и G_2 соответственно, $\partial G_{12} = \partial G_1 \cap \partial G_2$, Γ_1 — часть общей границы ∂G , на которой задано условие для \mathbf{E}_τ^* , что эквивалентно условию для \mathbf{A}_τ , Γ_2 — часть ∂G , на которой задано условие для \mathbf{H}_τ (Ψ_τ — известная вектор-функция), $\partial G = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$, $\Gamma_{12} = \Gamma_1 \cap \partial G_2$, $\Gamma_{22} = \Gamma_2 \cap \partial G_2$, $\gamma_{12} = \partial G_{12} \cup \Gamma_{12}$. В записи (1.1) использованы смешанные эйлерово-лагранжевые (СЭЛ) переменные: $D/Dt = \partial/\partial t + (\mathbf{v}, \nabla)$, где $\partial/\partial t$ — производная при фиксированных эйлеровых переменных, D/Dt — при фиксированных СЭЛ-переменных, \mathbf{v} — скорость движения точек пространственной области (в нашем случае \mathbf{v} — скорость движения якоря как целого, не зависящая от координат пространственной точки). Индекс n указывает на нормальную по отношению к границе составляющую вектора, τ — тангенциальную. В рассматриваемых задачах в декартовой системе координат движение якоря происходит в положительном направлении оси y , для описания движения будет использоваться вектор относительной скорости вещества $\mathbf{w} = \mathbf{u} - \mathbf{v}$. Кроме того, в (1.1) учтена неоднородность задачи по пространству: $\theta(\sigma) = 0$ в G_1 и $\theta(\sigma) = 1$ в G_2 .

Система уравнений (1.1) и все дальнейшие формулы записаны в безразмерном виде. Предполагается, что магнитная проницаемость μ не зависит от температуры, а также величины и направления магнитного поля и является константой $\mu \equiv 1$. В результате $\mathbf{H} = \mathbf{B}$, где \mathbf{B} — вектор магнитной индукции.

Согласно модели [1, 12, 15] на торцах расчётной области G имеется N проводников, по которым протекают токи I_k , где $k = 1, \dots, N$, т.е. $G_1 = \bigcup_{k=1}^N S_k$, S_k — область, занимаемая k -ым проводником, ∂S_k — его боковая поверхность (рис. 1.2). Поле, необходимое для определения граничных тангенциальных компонент напряженности магнитного поля Ψ_τ , является решением соответствующей пространственно-двумерной задачи [12, 15].

$$\begin{cases} 4\pi\sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} - \left(\int_{S_k} \sigma \frac{\partial A}{\partial t} dS + I_k \right) / \int_{S_k} \sigma dS \right) = \Delta A \text{ в } S_k, \\ \Delta A = 0 \text{ в } G_2, \\ [A]|_{\partial S_k} = 0, \quad \left[\frac{\partial A}{\partial \mathbf{n}} \right]|_{\partial S_k} = 0, \\ A|_{\partial G} = 0, \quad A|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial A}{\partial \mathbf{n}}|_{z=0} = 0, \\ A|_{t=0} = 0, \end{cases} \quad (1.2)$$

где $[A]$ — скачок A при переходе через границу.

$$\Psi_\tau = (\text{rot}(0, A, 0)^T)_\tau.$$

Построенная модель позволяет обеспечить протекание заданного полного тока, но имеет явные недостатки. В частности, картина течения тока около

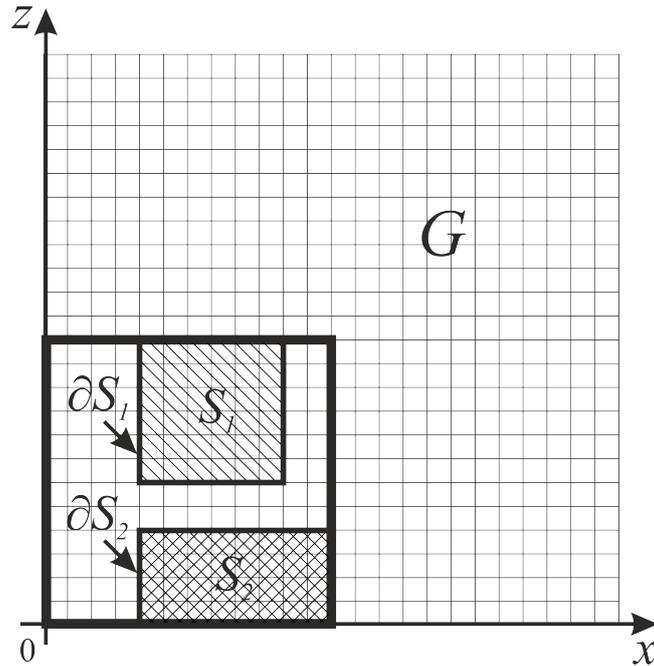


Рис. 1.2. Структура расчётной области при решении вспомогательной пространственно-двумерной задачи

торцевых границ в рассматриваемой области не соответствует картине, имеющейся в исходном ускорителе. Вместе с тем подобные краевые эффекты не должны заметно сказаться на процессах в малой окрестности якоря.

1.2. Модель электромагнитного поля в ускорителе без идеального кожуха

В предыдущем разделе предполагалось, что электродинамический ускоритель помещён в идеальный кожух и в качестве граничных условий на боковой поверхности ускорителя можно задать равенство нулю тангенциальной компоненты вектора напряжённости электрического поля.

С практической точки значения наличие кожуха приводит к уменьшению ускоряющих характеристик устройства, поэтому в реальных ускорителях он, как правило, отсутствует.

Одним из возможных способов получения решения, соответствующего решению задачи в неограниченной по X и Z области, является задание на боковой поверхности тангенциальных компонент векторного потенциала \mathbf{A} в соответствии с законом Био — Савара — Лапласа [16]

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}_0) = \int \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}) dV}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}, \quad (1.3)$$

где \mathbf{j} — плотность тока (согласно закону Ома $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$).

Также необходимо отметить, что на торцевых поверхностях для выделения единственного решения в диэлектрической подобласти требуется задавать не

только тангенциальную компоненту магнитного поля, но и ещё одно дополнительное условие. Ранее предлагалось в качестве дополнительного условия задавать нормальную компоненту векторного потенциала \mathbf{A} равной нулю, теперь для обеспечения непрерывности y компоненты \mathbf{A} следует задавать A_n на торцевой поверхности в соответствии с (1.3).

Таким образом, математическая модель для описания электромагнитного поля преобразуется к виду

$$\left\{ \begin{array}{l} 4\pi\sigma \left\{ [\mathbf{u} \times \text{rot } \mathbf{A}] - \frac{D\mathbf{A}}{Dt} + (\mathbf{v}, \nabla) \mathbf{A} \right\} = \text{rot rot } \mathbf{A} - \theta(\sigma) \text{grad div } \mathbf{A}, \\ \mathbf{A}|_{t=0, \mathbf{r} \in G_1} = 0, \\ (\text{rot } \mathbf{A})_\tau|_{\mathbf{r} \in \Gamma_2} = \Psi_\tau^{inf}(\mathbf{r}, t), \\ \mathbf{A}_\tau|_{\mathbf{r} \in \Gamma_1} = \mathbf{A}_\tau^{inf}|_{\mathbf{r} \in \Gamma_1}, \\ \text{div } \mathbf{A}|_{\mathbf{r} \in \gamma_{12}} = 0, \\ \mathbf{A}_n|_{\mathbf{r} \in \Gamma_{22}} = \mathbf{A}_n^{inf}|_{\mathbf{r} \in \Gamma_{22}}, \end{array} \right. \quad (1.4)$$

где $\mathbf{A}^{inf}(\mathbf{r}_0) = \int_{V_1} \frac{\mathbf{j}(\mathbf{r}) dV}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}$, V_1 — проводящие подобласти внутри G и вне её, ток в которых оказывает влияние на процессы протекающие в G .

Для вычисления Ψ_τ^{inf} необходимо решить двумерную задачу с оператором смешанного типа в неограниченной области. В [9, 10] разработаны различные методы решения задач такого вида: метод расширения расчётной области, трёхэтапный алгоритм, метод задания интегральных граничных условий. Показано, что наиболее эффективным в двумерном случае является метод задания искусственного граничного условия в интегральном виде.

1.3. Уточнение модели электродинамического ускорителя

В силу того, что на процесс ускорения существенное влияние оказывает джоулев нагрев отдельных элементов устройства (в частности якоря), необходимо включить в модель уравнение теплопроводности с учётом фазовых переходов:

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} + \rho(\mathbf{w}, \nabla)\varepsilon = (\mathbf{j}, \mathbf{E}) + \text{div}(\varkappa \text{grad } T), \quad (1.5)$$

где ρ — плотность вещества, $\varepsilon = \int_0^T c_v dT$ — удельная внутренняя энергия, c_v — удельная теплоёмкость, \varkappa — коэффициент теплопроводности, T — температура.

Второй закон Ньютона для метаемого тела запишется следующим образом:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \int_{arm} [\mathbf{j} \times \mathbf{H}]_y dV, \quad (1.6)$$

где m — масса якоря.

Энергопитание ускорителя осуществляется от внешнего электрического источника. В качестве источника тока, например, могут использоваться индуктивный накопитель или объединение нескольких RLC-цепочек. В данной работе будем считать зависимость силы тока от времени заданной таблично.

2. Вычислительный алгоритм

В работах [1, 12] для решения системы уравнений (1.1) предлагается использовать метод конечных разностей, для построения разностной схемы применить метод опорных операторов. Подробный анализ схемы приведён в [1].

Математическая модель электромагнитного поля (1.4) отличается от (1.1) только граничными условиями, поэтому используем разностную схему из [1, 12] для решения (1.4).

Двумерная задача для Ψ_τ^{inf} решена в [10].

При решении задачи о фазовом переходе используем однородный метод сквозного счета [1, 12, 17].

Для решения задачи (1.4) построим следующий итерационный процесс (рис. 2.1).

Для перехода с одного временного слоя на другой необходимо в цикле выполнить следующие действия.

- 1) Вычислить значение проводимости, которая в общем случае зависит от материала и температуры.
- 2) Найти решение пространственно-двумерных задач для задания граничных условий на торцах расчётной области.
- 3) Вычислить тангенциальные компоненты \mathbf{A}^{inf} для точек, принадлежащих боковой поверхности ускорителя, и нормальные — для торцевых поверхностей (только в диэлектрике). В качестве V предлагается использовать объединение области G и некоторых областей до и после G по y длины L_{add} , считая, что в каждом сечении такой области распределение тока совпадает с распределением тока на соответствующем торце G .
- 4) Решить разностный аналог системы (1.4) относительно \mathbf{A} .
- 5) По значению \mathbf{A} вычислить \mathbf{E} , \mathbf{H} , \mathbf{F}_L , \mathbf{v} . При вычислении скорости считаем, что на тело действует только сила Лоренца (1.6).
- 6) Решить уравнение теплопроводности (1.5).

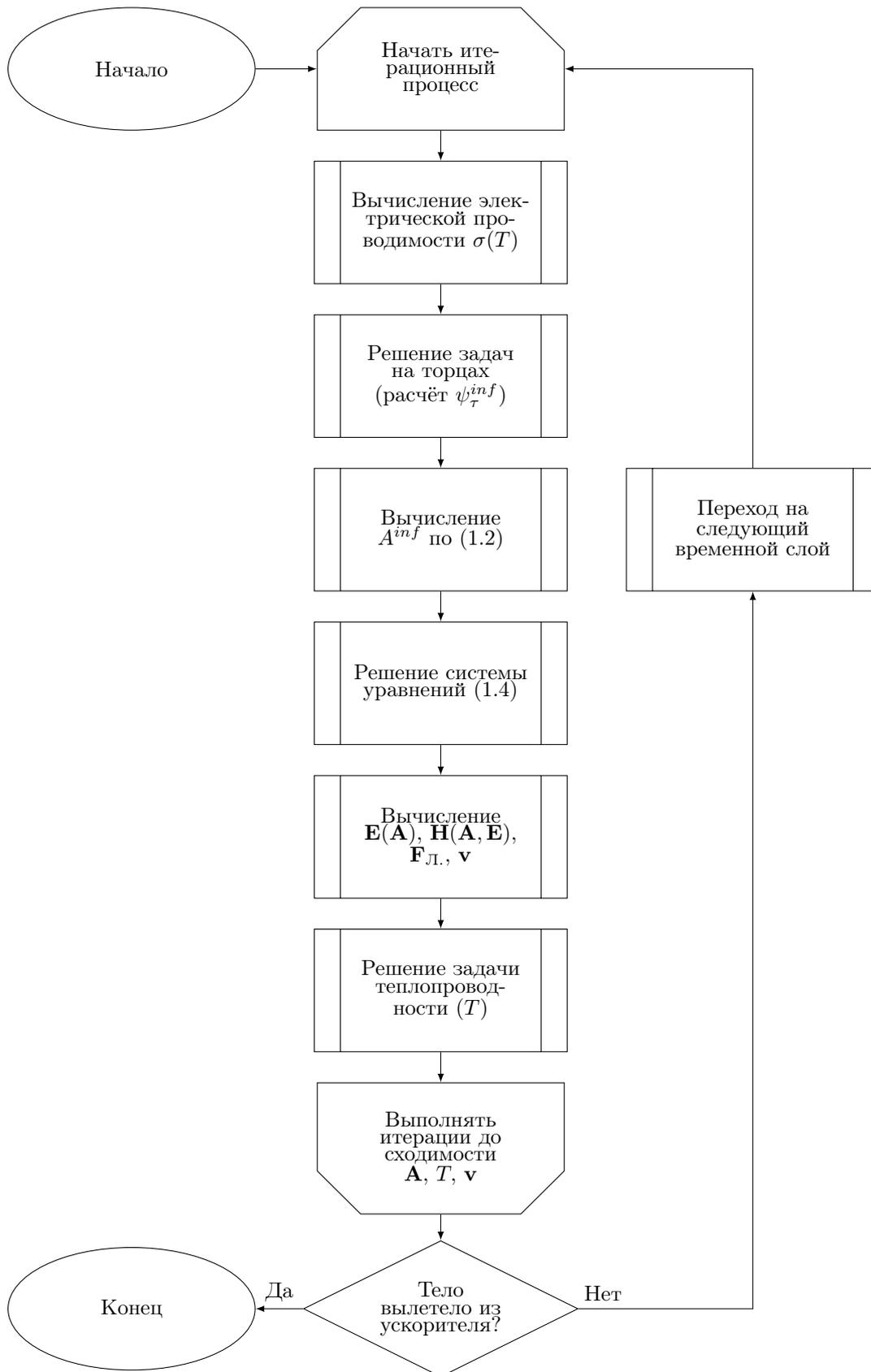


Рис. 2.1. Блок-схема алгоритма

3. Результаты расчётов

3.1. Моделирование процесса разгона в ускорителе классической конструкции

С помощью разработанного вычислительного алгоритма проведём расчёт процесса ускорения макротела в классическом ускорителе типа рельсотрон (схема базовой расчётной области приведена на рис. 3.1).

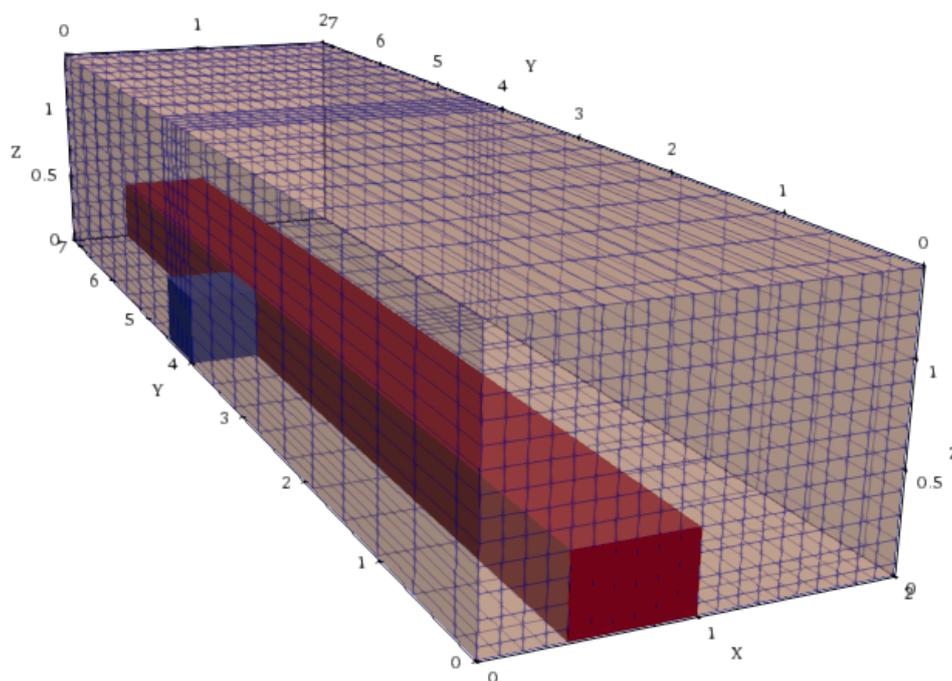


Рис. 3.1. Схема трёхмерной расчётной области

На рис. 3.2 приведены решения пространственно-двумерной задачи с кожухом и без него. Видно, что в присутствии кожуха магнитное поле внутри канала меньше по модулю, силовые линии магнитного поля вблизи кожуха направлены параллельно ему. В отсутствие кожуха магнитное поле внутри канала ускорителя больше по модулю при той же силе тока, силовые линии магнитного поля пересекают границу расчётной области.

Аналогичная ситуация наблюдается и в окрестности якоря при расчёте трёхмерного поля. При добавлении кожуха максимум модуля магнитного поля меньше, а спадает магнитное поле по направлению OZ быстрее, чем в отсутствие кожуха.

Очевидно, что такие столь разные магнитные поля должны приводить к разным скоростям. На рис. 3.4 можно увидеть, что в момент времени $t = 0.05$ скорость тела в ускорителе без кожуха равна 0.0013, а в ускорителе с кожухом — 0.0011, т. е. скорости отличаются на 15 %.

В процессе ускорения величина погонной индуктивности ускорителя L_p ,

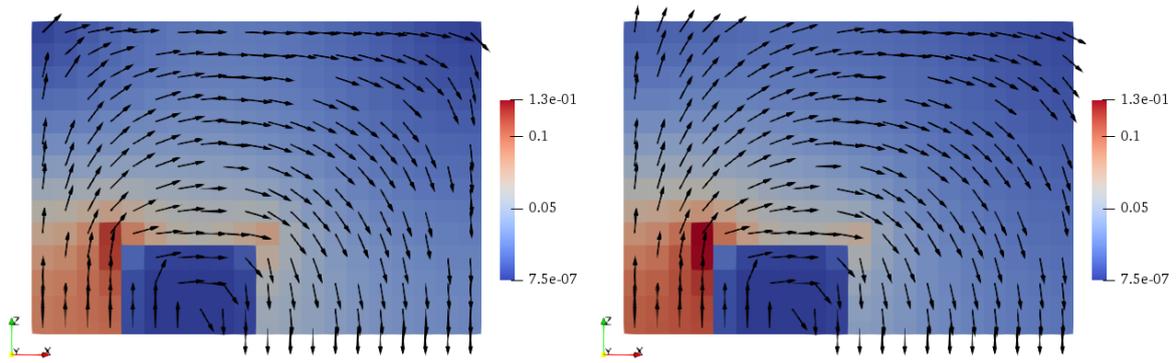


Рис. 3.2. Результаты решения пространственно-двумерной задачи — распределение модуля вектора напряжённости магнитного поля в момент времени $t = 0.04$: слева — с кожухом, справа — без кожуха

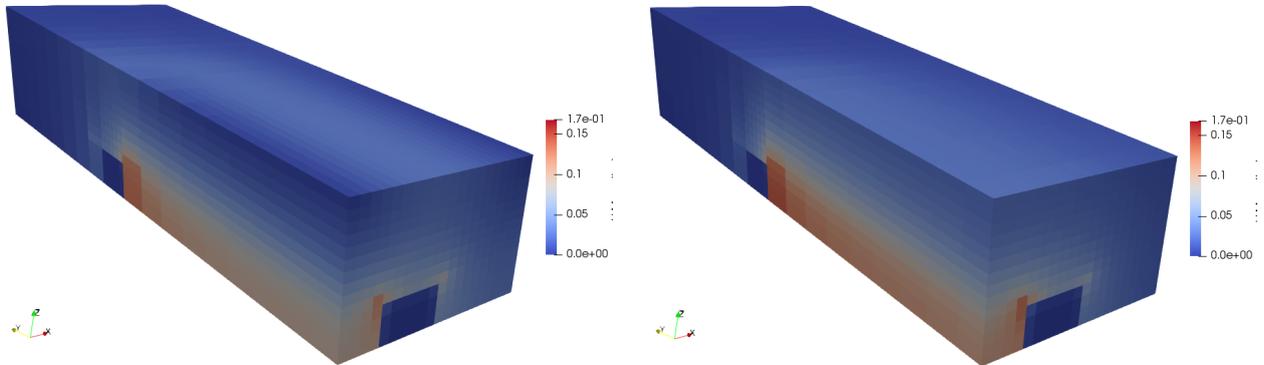


Рис. 3.3. Результаты расчёта электромагнитного поля — распределение модуля вектора напряжённости магнитного поля в момент времени $t = 0.04$: слева — с кожухом, справа — без кожуха

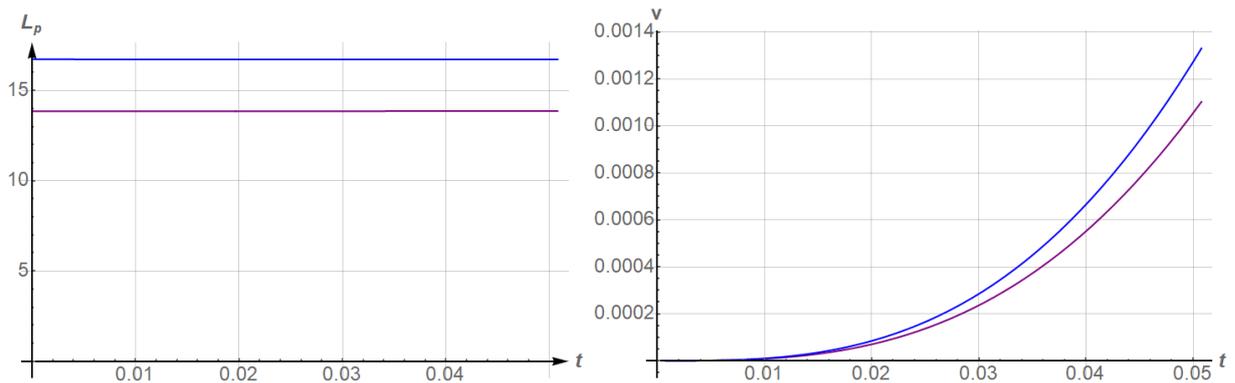


Рис. 3.4. Результаты моделирования процесса разгона макротела в канале ускорителя: слева — графики зависимости погонной индуктивности от времени, справа — скорости метаемого тела от времени. Синий цвет — без кожуха, фиолетовый цвет — с кожухом

определяемая из соотношения

$$F_{\text{Л}} = \frac{L_p I^2}{2},$$

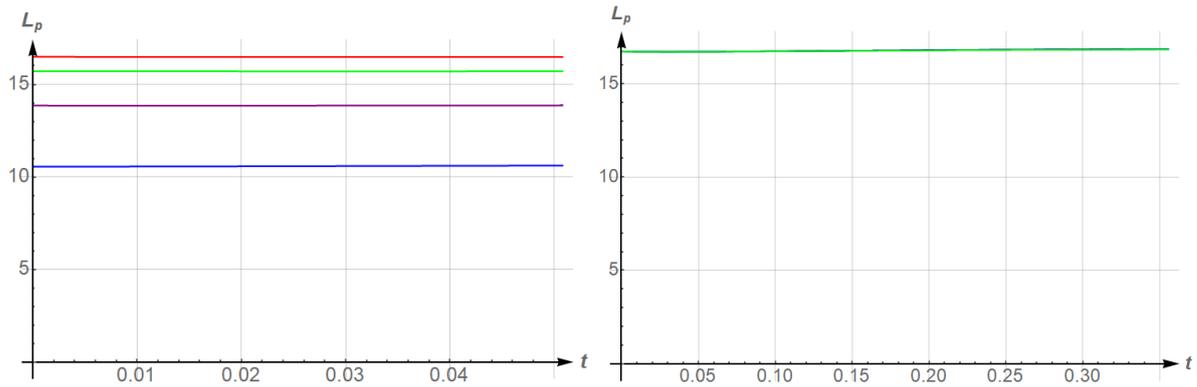


Рис. 3.5. Зависимость погонной индуктивности от времени. Слева результаты для ускорителя с кожухом, справа — без кожуха. Синий цвет соответствует самому малому размеру расчётной области, красный — самому большому

с высокой точностью постоянна ($F_{\text{Д}}$ — ускоряющая сила, I — протекающий ток). На самом деле величина погонной индуктивности может меняться в зависимости от частоты тока, но в наших вычислительных экспериментах скорость изменения тока сильно не меняется со временем. Согласно графикам (рис. 3.4) можно сделать вывод, что программа работает корректно, т. к. величина L_p для каждого расчёта близка к константе.

В расчёте без кожуха величина погонной индуктивности больше, с кожухом — меньше. Проведём расчёты в нескольких областях, для которых размер вдоль направления ускорения ОУ зафиксирован, а поперечные размеры от области к области увеличиваются. На рис. 3.5 можем видеть зависимости погонной индуктивности от времени. В случае, когда задача решается без кожуха, три графика практически совпадают (величины погонной индуктивности для разных областей равны 16.86, 16.85, 16.84 в порядке увеличения размера области). А для ускорителей с кожухом с отдалением кожуха погонная индуктивность возрастает 10.61, 13.86, 15.71, 16.48 и должна стремиться к величине, полученной в расчётах без кожуха.

Таблица 1. Время решения задачи без идеального кожуха с помощью метода расширения расчётной области и итерационного метода

Число ячеек сетки	Время решения методом расширения области (мин)	Время решения с помощью итерационного метода (мин)
3105	7.0	28.1
6440	13.2	52.4
16560	42.6	136.4
50600	156.4	—

Отметим, что в расчётах с применением нового алгоритма использовались сетки, содержащие 3105, 6440 и 16560 ячеек, а при применении метода расширения расчётной области — 3105, 6440, 16560 и 50600 ячеек. Очевидно, что такое увеличение числа ячеек сетки приводит к существенному увеличе-

нию времени расчёта (таблица 1). В силу того, что требуемая точность при использовании итерационного метода достигается уже на сетке, имеющей минимальные размеры, а для получения схожего результата методом расширения области требуется увеличить размер области хотя бы в 8 раз в каждом из поперечных направлений, для решения практически значимых задач целесообразно использовать новый алгоритм. Это позволит уменьшить минимум в 5 раз время расчётов и повысить их точность. На самом деле, столь сильное различие времён для вычисления одного временного слоя при равных размерах расчётных областей связано с достаточно жёстким критерием сходимости итераций. Его ослабление может сделать выбор в пользу применения нового итерационного алгоритма ещё более очевидным.

3.2. Моделирование процесса разгона в многовитковых ускорителях

Многорельсовые электродинамические ускорители являются обобщением обычных рельсотронов, содержащих одну пару токоведущих шин. Если же все рельсовые пары направляющих электродов собраны через якорные пластины и коллектор в последовательную электрическую цепь с единым источником электропитания, формируя N витков некоего соленоида, то образуется так называемый N -витковый ускоритель [18]. На данный момент многовитковые рельсовые ускорители являются наиболее перспективной модификацией классического ускорителя.

Важно, что построенный вычислительный алгоритм позволяет проводить расчёты процесса ускорения макротел и в таких ускорителях, т. к. проводящие подобласти (пары рельсов с якорями) оказываются связанными посредством границы γ_{12} .

Для демонстрации работоспособности программы приведём пример расчёта трёхвиткового ускорителя (рис. 3.6).

Как уже упоминалось ранее, основной характеристикой ускорителя является погонная индуктивность. Для данного ускорителя (рис. 3.7) величина погонной индуктивности равна 22.67, что существенно больше, чем у классического ускорителя. Это, в свою очередь, приводит к значительному различию в скоростях вылета тела из канала ускорителя (рис. 3.7).

Заключение

Изложены особенности моделирования процесса разгона макротел в ускорителях рельсового типа в случае отсутствия кожуха, изолирующего электромагнитное поле ускорителя от внешнего пространства.

Разработан метод решения, заключающийся в построении специального итерационного процесса. Метод основан на использовании основной интегральной формулы Грина и закона Био — Савара — Лапласа. Проведённые

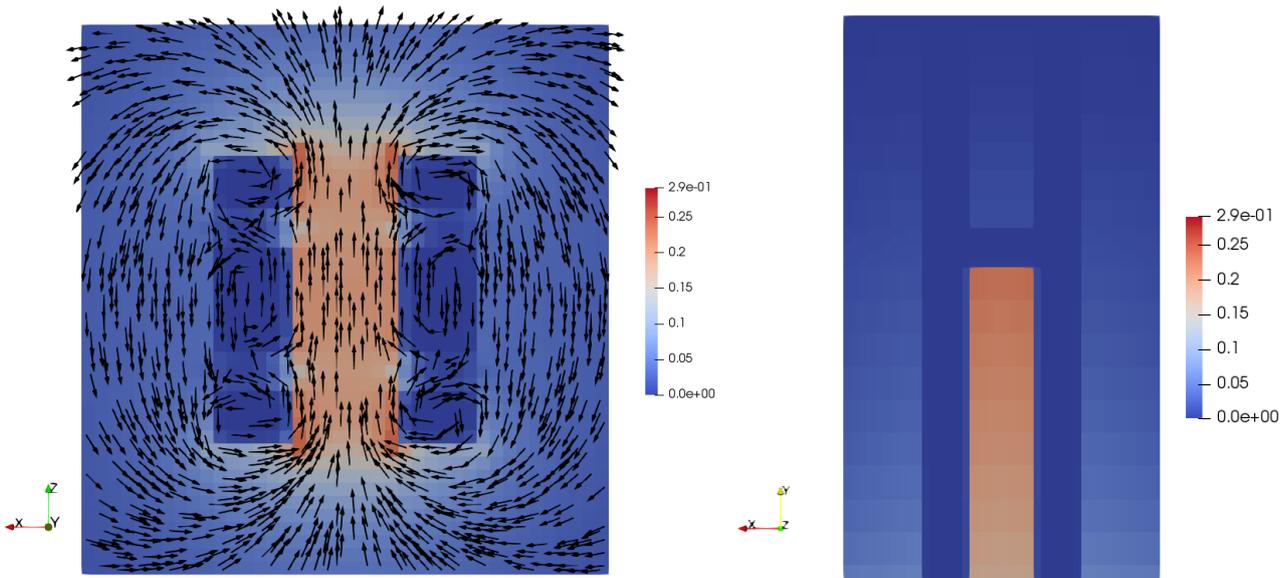


Рис. 3.6. Результат расчёта электромагнитного поля в трёхвитковом ускорителе. Слева распределение магнитного поля в сечении $y = const$, справа — $z = 0$

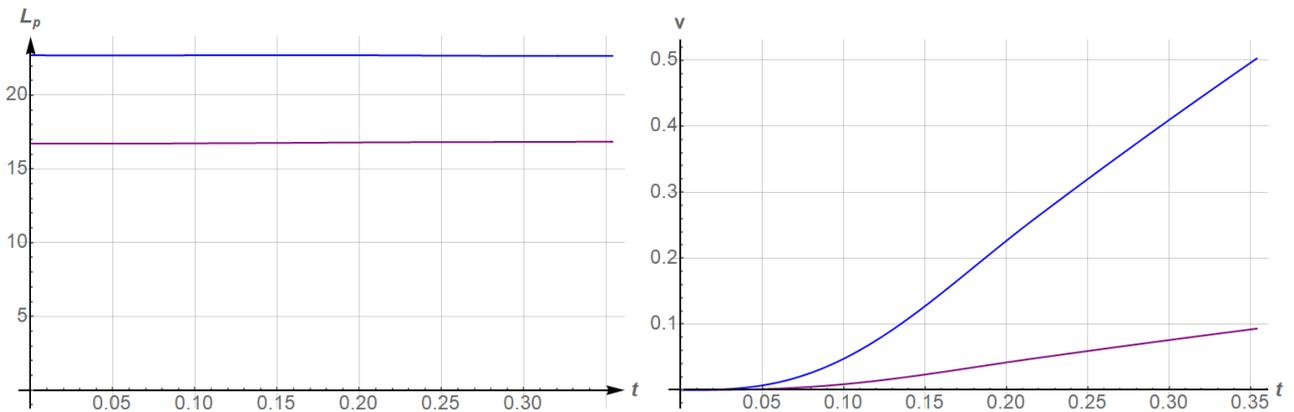


Рис. 3.7. Результаты моделирования процесса разгона макротела в канале ускорителя: слева — графики зависимости погонной индуктивности от времени, справа — скорости метаемого тела от времени. Синий цвет — трёхвитковый ускоритель, фиолетовый цвет — классический релесотрон

вычислительные эксперименты (расчёты процесса ускорения в релесотроне без кожуха) показали корректность метода.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что использование модернизированного алгоритма расчёта процесса разгона может повысить точность расчётов, уменьшив вычислительную сложность задачи.

Список литературы

- [1] Галанин М. П., Попов Ю. П. Квазистационарные электромагнитные поля в неоднородных средах — М.: Наука; Физматлит, 1995. 320 с.
- [2] Галанин М. П., Низкая Т. В., Софронов И. Л. Численное решение эллиптических уравнений и волнового уравнения в неограниченной области // Энциклопедия низкотемпературной плазмы. Серия Б. Т. VII – 1. Математическое моделирование в низкотемпературной плазме. Часть 2. М.: Янус, 2008. С. 57 – 74.
- [3] Рябенский В. С. Метод разностных потенциалов для некоторых задач механики сплошных сред. М.: Наука, 1987.
- [4] Брушлинский К. В., Рябенский В. С., Тузова Н. Б. Перенос граничного условия через вакуум в осесимметричных задачах // Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1992, Т. 32, № 12, с. 1929 – 1939.
- [5] Брушлинский К. В. Математические и вычислительные задачи магнитной гидродинамики. М.: Бином, Лаборатория знаний, 2009. 200 с.
- [6] Bettess P. Infinite Elements. Penshaw Press, 1992.
- [7] Zienkewicz O. J., Bettess P. A novel boundary infinite element // Int. J. Num. Meth. Eng., № 17, pp. 393 – 404.
- [8] Калиткин Н. Н., Альшин А. Б., Альшина Е. А., Рогов Б. В. Вычисления на квазиравномерных сетках. М.: Физматлит, 2005. 225 с.
- [9] Галанин М. П., Сорокин Д. Л. Разработка и применение численных методов решения задач в неограниченной области на основе третьей формулы Грина // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша, 2018. № 246, 24 с.
- [10] Галанин М. П., Сорокин Д. Л. Разработка и применение численных методов решения уравнений смешанного типа в неограниченной области // Дифференциальные уравнения, 2019, Т. 55, № 7, с. 949 – 961.
- [11] Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики: Учебник. — 7-е изд. — М.: МГТУ. Наука, 2004. 798 с.
- [12] Уразов С. С. Математическое моделирование многомерных квазистационарных электромагнитных полей в канале электродинамического ускорителя : дис. канд. ф.-м. наук : 05.13.18 — Москва, 2007. 120 с.
- [13] Галанин М. П. Математическое моделирование эрозии металлических контактов в рельсотронном ускорителе / М. П. Галанин, А. П. Лотоцкий, С. С. Уразов, Ю. А. Халимуллин // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша, 2003. № 79. 28 с.

- [14] Загорский А. В. Математическое моделирование магнитогазодинамических процессов в рельсовом ускорителе: дис. . . . канд. физ.-мат. наук. Институт теоретической и прикладной механики РАН. Новосибирск. 1991. 123 с.
- [15] Галанин М. П. Численное моделирование пространственно трехмерных явлений при электромагнитном ускорении проводящих макротел / М. П. Галанин, А. П. Лотоцкий, Ю. П. Попов, С. С. Храмцовский // Математическое моделирование. 1999. Т. 11, № 8. С. 3 – 22.
- [16] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: Учеб. пособ. для вузов в 10 т. Т. II. Теория поля / Под ред. Л. П. Питаевского. М.: Физматлит, 2014. 508 с.
- [17] Галанин М. П., Прошунин Н. Н., Родин А. С., Сорокин Д. Л. Решение трехмерного нестационарного уравнения теплопроводности методом конечных элементов с учетом фазовых переходов // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша РАН. 2016. № 66. 27 с.
- [18] Глинов А. П., Полтанов А. Е., Кондратенко А. К. Сравнительный анализ процессов в N-витковых и классических рельсотронах // ТВТ, 2007, Т. 45, выпуск 3. С. 340 – 346.

Содержание

1. Математическая модель	3
1.1. Модель электромагнитного поля в ускорителе с идеальным кожухом	3
1.2. Модель электромагнитного поля в ускорителе без идеального кожуха	6
1.3. Уточнение модели электродинамического ускорителя	7
2. Вычислительный алгоритм	8
3. Результаты расчётов	10
3.1. Моделирование процесса разгона в ускорителе классической конструкции	10
3.2. Моделирование процесса разгона в многоритковых ускорителях	13