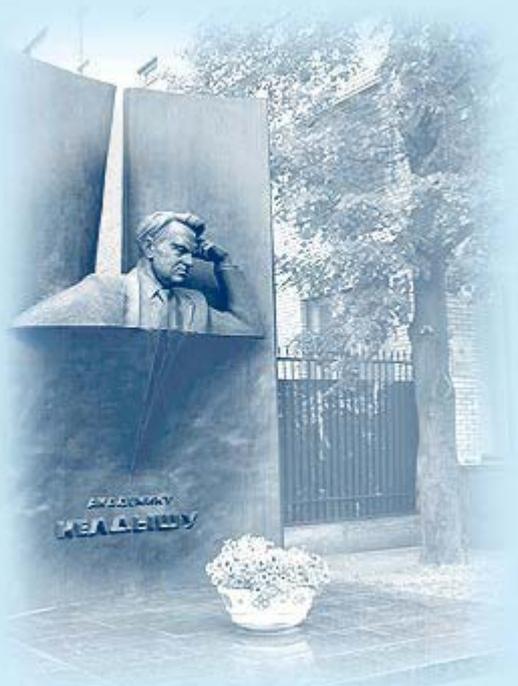




ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 60 за 2020 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

**Жуковский М.Е., Подоляко С.В.,
Трофимчук С.Г., Алексеев И.В.**

Математическое
моделирование
черенковского излучения,
генерируемого потоком
бета-частиц

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Математическое моделирование черенковского излучения, генерируемого потоком бета-частиц / М.Е.Жуковский [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2020. № 60. 15 с. <http://doi.org/10.20948/prepr-2020-60>
URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2020-60>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М. В. Келдыша
Российской академии наук**

**М.Е. Жуковский, С.В. Подоляко,
С.Г. Трофимчук, И.В. Алексеев**

**Математическое моделирование
черенковского излучения,
генерируемого потоком бета-частиц**

Москва — 2020

Жуковский М.Е., Подоляко С.В., Трофимчук С.Г., Алексеев И.В.

Математическое моделирование черенковского излучения, генерируемого потоком бета-частиц

Рассмотрены подходы к суперкомпьютерному моделированию процессов генерации черенковского излучения потоками релятивистских бета-частиц. Разработана модель прохождения электронных пучков через прозрачные среды, сопровождающегося генерацией черенковских фотонов. Предложен вариант алгоритма расчета распространения черенковских фотонов в среде. В основе алгоритма лежит приближение геометрической оптики. Вычислительные схемы моделирования ориентированы на гибридные кластеры с гетерогенной архитектурой. Рассмотрен вычислительный эксперимент, в котором моделируются процессы взаимодействия электронов с веществом и распространение фотонов для типового детектора черенковского излучения. Проведены модельные расчёты.

Ключевые слова: черенковское излучение, поток бета-частиц, детектор излучения

Mikhail Evgenievich Zhukovskiy, Sergey Viktorovich Podolyako, Sergey Genievich Trofimchuk, Ilya Vladimirovich Alekseev

Mathematical modeling of Cherenkov radiation generated by a flux of beta particles

Approaches to supercomputer modeling of Cherenkov radiation generation by beams of relativistic beta particles are considered. A model of electron beams passing through transparent media, accompanied by the generation of Cherenkov photons, has been developed. A variant of the algorithm for calculating the propagation of Cherenkov photons through the medium is proposed. The algorithm is based on an approximation of geometric optics. Computational modeling schemes are focused on hybrid clusters with heterogeneous architecture. A computational experiment simulating the processes of interaction of electrons with matter and the propagation of photons for a typical Cherenkov radiation detector is considered. Model calculations were carried out.

Key words: Cherenkov radiation, flux of beta particles, radiation detector

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 18-01-00582.

Оглавление

Введение	3
Физико-геометрическая модель эксперимента	4
Моделирование траекторий электронов	6
Моделирование траекторий черенковских фотонов	10
Результаты модельных расчетов.....	12
Заключение.....	14
Библиографический список.....	14

Введение

Практическое применение черенковского излучения заключается в основном в регистрации релятивистских частиц в физике высоких энергий и космических лучах. Для этого используются черенковские счетчики (дифференциальные, полного поглощения, пороговые и другие). Актуальным является исследование параметров бета-излучения радиоактивных сред средствами математического моделирования на гибридных сверхвысокопроизводительных вычислительных кластерах.

На начальном этапе создания черенковских детекторов численное моделирование не применялось. Для телескопов приоритетной задачей считалась определение области космического пространства, в которой произошло исследуемое событие. Поэтому сам факт регистрации космического излучения черенковским детектором уже обладал достаточной информативностью.

Дальнейшее расширение круга измерительных задач, связанных с потребностью в детальном анализе характеристик полей излучения космических и наземных источников высокоэнергетических частиц, происходившее на фоне стремительного развития средств вычислительной техники, стимулировало применение компьютерных методов математического моделирования для определения характеристик детекторов излучений, в том числе черенковских. С применением этих методов моделируют эффекты взаимодействия излучения с веществом детектора, оптимизируют конструкцию детекторов и проводят оценку их метрологических характеристик. В ряде случаев компьютерное моделирование было единственным способом оценить чувствительность детектора к регистрируемому излучению. Например, для нейтринных обсерваторий численное моделирование взаимодействия нейтрино с веществом черенковского детектора принципиально важно для его калибровки, так как в земных условиях найти эталонный поток исследуемого излучения невозможно [1, 2].

В литературе присутствуют упоминания о применении методов Монте-Карло в расчетах детекторов, но отсутствует детальное описание применявшихся методов [3]. Есть успешные примеры моделирования детекторов, спроектированных с простой геометрией, методами моделирования Монте-Карло с

целью получить информацию о потоках частиц [4]. В работе [5] применялась разработанная в CERN библиотека GEANT4.

В работах по моделированию черенковского излучения, генерируемого потоком бета-излучения, взаимодействие электронов с веществом описывается в рамках распространенных приближенных подходов. В основном это относится к процессам с малой передачей импульса, которые наиболее вероятны при столкновениях электронов с атомами и молекулами вещества. В основе этих подходов лежат такие развитые приближения, как теория многократного рассеяния, теория Ландау с различными поправками и уточнениями, приближение непрерывного замедления и другие. Однако аккуратное моделирование процесса генерации излучения Черенкова в рассматриваемых задачах требует рассмотрения более точных моделей без использования указанных приближенных теорий. Для этого необходима современная гибридная вычислительная техника и использование соответствующих ее архитектуре технологий распараллеливания (MPI, Nvidia CUDA). В настоящей работе построен алгоритм статистического моделирования взаимодействия электронов с веществом на основе детального учета всех упругих столкновений бета-частицы с атомами вещества. Рассмотрен эксперимент с точечным изотропным источником бета-частиц на основе радионуклидов стронций-90+иттрий-90

Математическое моделирование черенковского детектора для электронного излучения радионуклидных источников может послужить развитию методов калибровки черенковских детекторов при помощи эталонных радионуклидных источников бета-излучения. Это многократно снизит затраты на калибровку и обеспечит её проведение в условиях, не требующих применения сложных электрофизических установок, предназначенных для генерации потоков заряженных частиц.

Физико-геометрическая модель эксперимента

Типовой черенковский детектор (рис. 1) состоит из радиатора (он может быть твёрдым, жидким или газообразным), оптической системы, обеспечивающей сбор и «доставку» черенковских фотонов к фотокатоду ФЭУ (светопровода) и самого ФЭУ (или нескольких ФЭУ).

На рис. 2 изображена схема источника, который считается точечным. Телесный угол выхода бета-электронов равен $2\pi\sin\varphi(1 - \cos\varphi)$, где $\varphi \approx 72$.

В работе не рассматривается вторичное излучение от взаимодействия бета-частиц с корпусом источника.

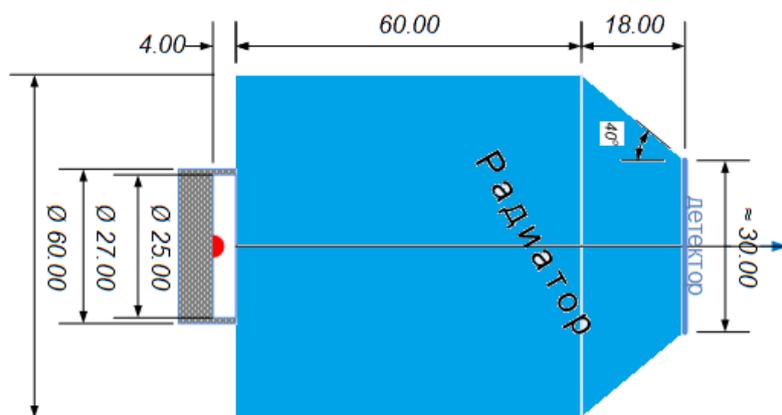


Рис. 1. Схема эксперимента
Геометрия эксперимента является аксиально симметричной.

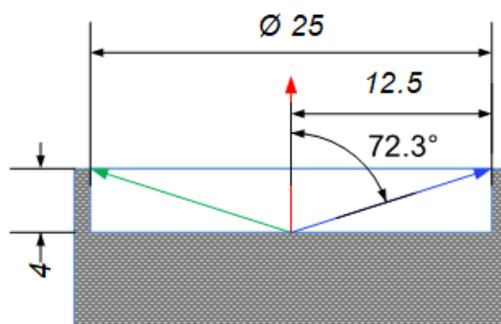


Рис. 2. Геометрическая модель бета-источника

Радиатор детектора изготовлен органического стекла, химическая формула которого - $(C_5O_2H_8)_n$; массовые доли элементов: С – 0.6; Н – 0.08; О – 0.32. Коэффициент преломления оргстекла $n = 1.5$.

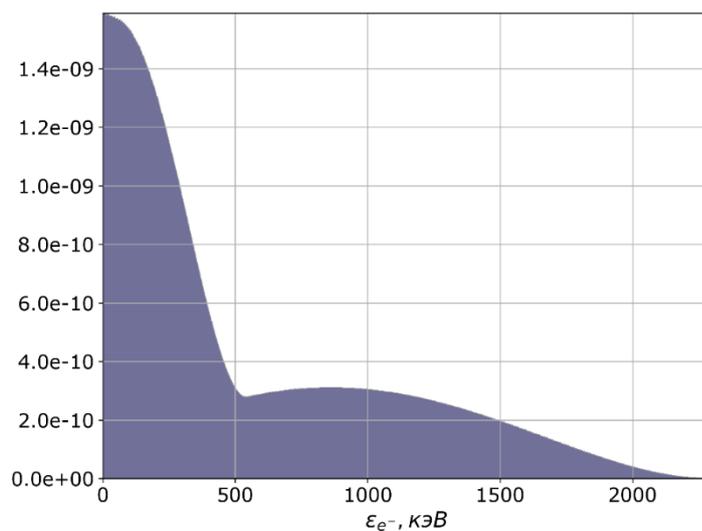


Рис. 3. Спектр бета-частиц источника

В расчетах использовался спектр бета-электронов (рис. 3), предоставленный ВНИИМ им. Д.И. Менделеева.

Моделирование траекторий электронов

Сложный процесс прохождения электрона через вещество можно представить в виде последовательности элементарных процессов взаимодействия этой частицы с веществом, в результате которых электрон меняет своё направление и теряет свою энергию.

Ниже в этом разделе описаны модель взаимодействия электронов с веществом и алгоритм построения случайных траекторий бета-частицы в радиаторе детектора.

К основным процессам взаимодействия электронов с веществом в диапазоне энергий электрона от 1 кэВ до 10 МэВ относятся:

Упругое рассеяние на атомах вещества, приводящее к отклонению электрона от первоначального направления движения;

Возбуждение атомов, сопровождающееся малыми потерями энергии электрона;

Ионизационные столкновения электронов. В результате этих столкновений появляется вторичный электрон;

Радиационное торможение в кулоновском поле атома, приводящее к появлению фотона тормозного излучения.

Основная цель построения математической модели – получение вероятностных распределений характеристик электронов, изменяющихся в процессе их взаимодействия с веществом. Эти распределения вычисляются с помощью сечений (дифференциальных сечений) рассматриваемых процессов и используются для розыгрыша случайной величины – импульса электрона после его рассеяния на атоме вещества.

Сечение σ_{el} и дифференциальное по углу сечение упругого рассеяния $\frac{d\sigma_{el}}{d\cos\theta}$, θ – полярный угол отклонения направления движения электрона от первоначального (до рассеяния).

Сечение σ_{ion} и дифференциальное по переданной энергии $\frac{d\sigma_{ion}}{d\varepsilon}$ сечение ионизации атома вещества.

Сечение σ_{br} и дифференциальное по потерянной энергии $\frac{d\sigma_{br}}{d\varepsilon}$ сечение тормозного излучения.

Сечение σ_{ex} и средние потери энергии на возбуждение атома ΔE_{ex} .

Основным источником для получения сечений и дифференциальных сечений является база данных [11]. Эта база постоянно обновляется, использует как теоретические наработки, так и экспериментальные результаты.

Авторами настоящей работы построена модель [12] и созданы программные средства [13], которые достаточно полно и точно моделируют взаимодействие электронов с веществом.

На рис.4 – рис.6 изображены графики зависимости от энергии бета-частицы сечений процессов взаимодействия электрона с веществом радиатора, среднего расстояния между упругими столкновениями и величины тормозного пути от начальной кинетической энергии частицы до пороговой энергии ЧИ. Энергетический диапазон выбран в соответствии со спектром бета-излучения (рис.3).

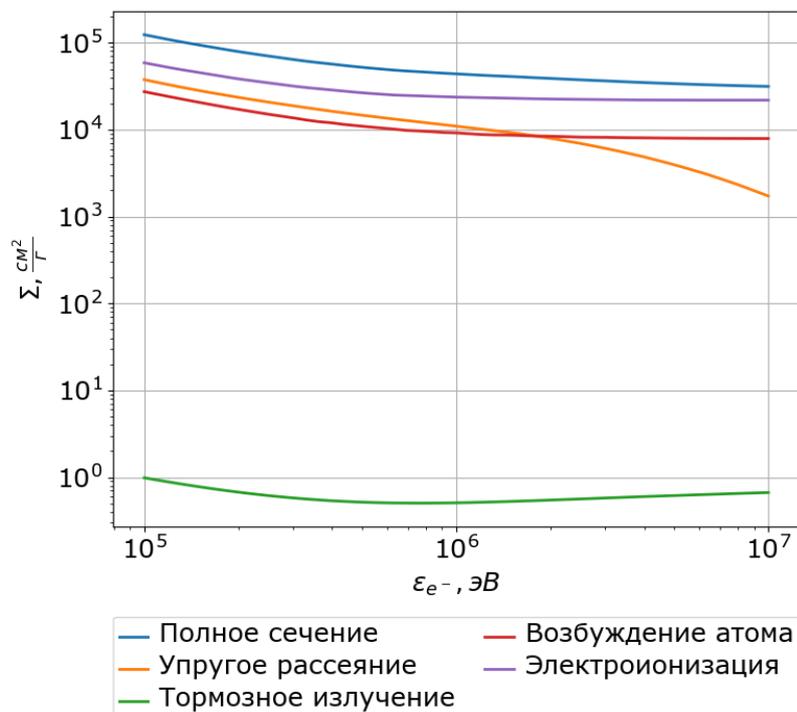


Рис. 4. Сечения процессов взаимодействия электронов с оргстеклом

Наиболее вероятными при столкновениях электронов с атомами и молекулами вещества являются процессы с малой передачей импульса. Рис. 5, 6 показывают, что электрон испытывает порядка 10^4 - 10^5 столкновений, пока его энергия не снизится от начальной до пороговой. Основным процессом, при котором частица меняет направление движения, является упругое рассеяние.

Эти особенности прохождения бета-частиц через вещество учтены при разработке алгоритма построения случайных траекторий электрона. В алгоритме упругие столкновения моделируются в рамках модели индивидуальных соударений [12], то есть детально учитываются все упругие взаимодействия.

Потери энергии на участке траектории между упругими столкновениями рассчитываются в приближении непрерывного замедления. Тормозные способности электрона в веществе рассчитаны в рамках модели [12], с использованием сечений и дифференциальных сечения неупругих взаимодействий электрона с веществом радиатора. Верификация используемых величин проводится путем сравнения с данными ресурсов NIST (*The National Institute of Standards and Technology*, NIST [14]) или SR-NIEL (*The Screened Relativistic (SR) Non-Ionizing Energy Loss* (NIEL [15])).

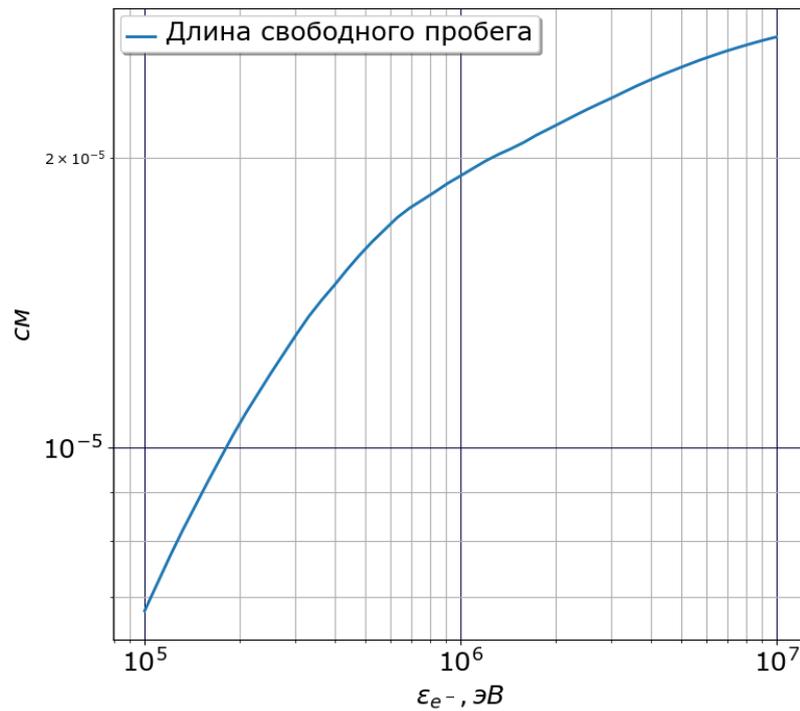


Рис. 5. Средняя длина пробега электрона между упругими столкновениями в оргстекле

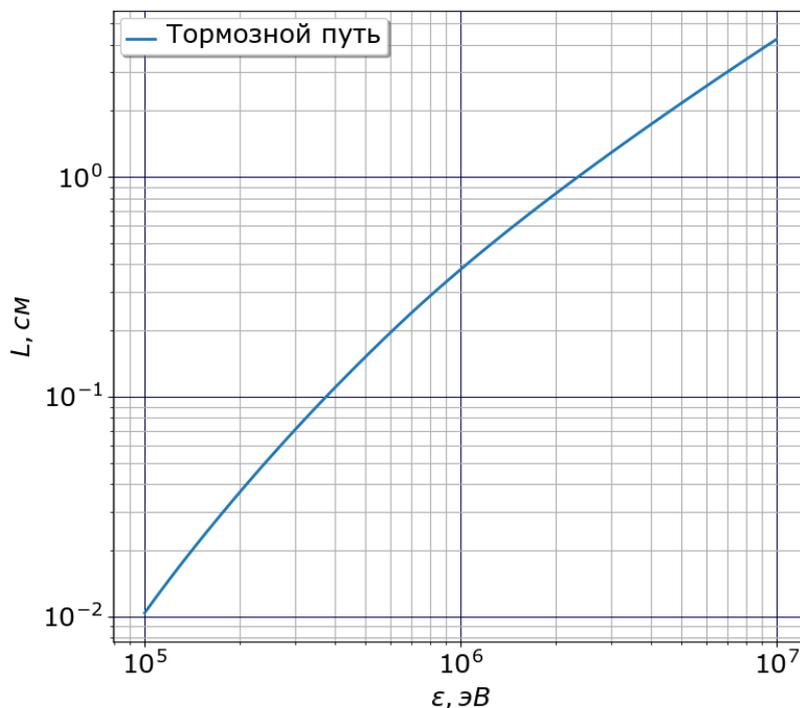


Рис. 6. Тормозной путь электрона в оргстекле от начальной кинетической энергии до пороговой энергии ЧИ

Электрон на пути, пока его энергия не снизится до пороговой энергии генерации ЧИ, испытывает, как правило, огромное число столкновений, большая часть которых происходит с малой передачей энергии атому. Это приводит к чрезвычайно большому числу звеньев траектории частицы.

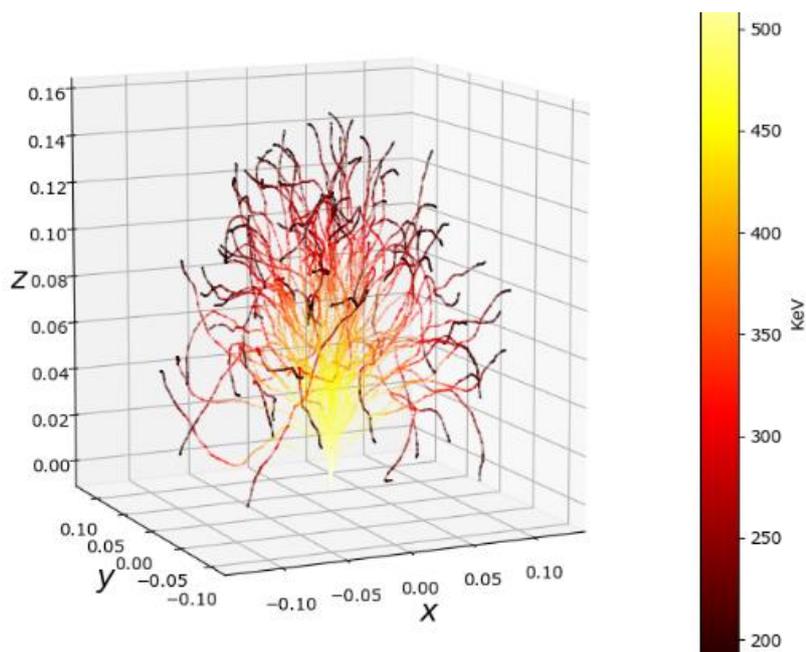


Рис. 7. Траектории электронов с энергией $\varepsilon_0 = 0.6$ МэВ в оргстекле, «запущенных» из источника вдоль оси симметрии

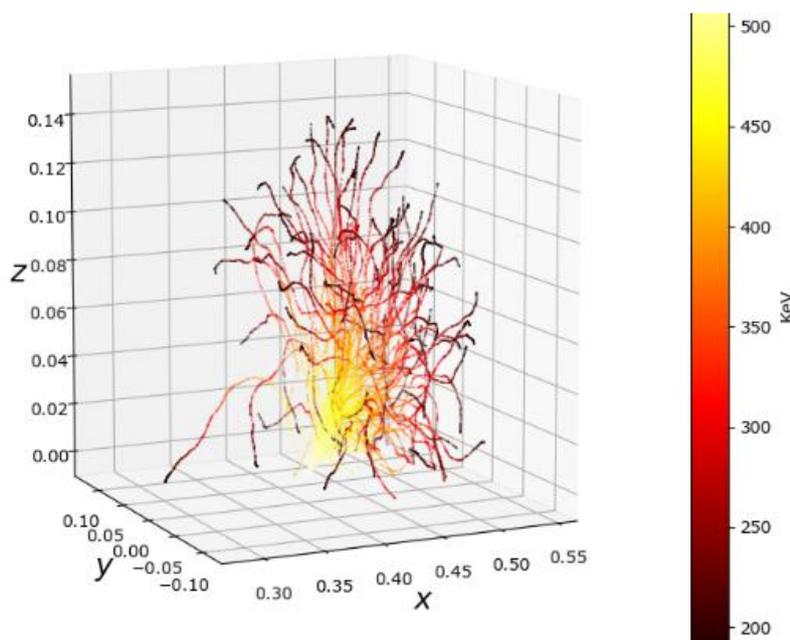


Рис. 8. Траектории электронов с энергией $\varepsilon_0 = 0.6$ МэВ в оргстекле, «запущенных» из источника под углом 45° к оси симметрии

Эффективного уменьшения количества отрезков траектории (увеличения расстояния между взаимодействиями) можно добиться путем введения минимальных пороговых значений изменения энергии и направления движения электрона (при изменении импульса в данном столкновении ниже порогового значения траектория электрона не меняется). В разработанном алгоритме такие

пороговые значения установлены для изменения энергии в 1 кэВ, а для изменения направления в один градус.

На рис.7, 8 показаны рассчитанные траектории электронов в оргстекле, выпущенных из источника под разными углами к оси z (ось симметрии геометрической модели источника).

Моделирование траекторий черенковских фотонов

Черенковское излучение (ЧИ) возникает в процессе движения заряженной частицы в веществе со скоростью v , превышающей скорость света в веществе, равную $c_{\text{вещество}} = \frac{c}{n(\omega)}$, где $n(\omega)$ – коэффициент преломления [10]. Условие возникновения ЧИ $c/n(\omega) < v$, где v – скорость частицы.

Фотоны ЧИ испускаются под определенным углом к направлению движения частицы, угол зависит от скорости частицы и определяется формулой $\cos \theta = \frac{c}{n \cdot v}$. На рис. 9 изображена схема генерации ЧИ.

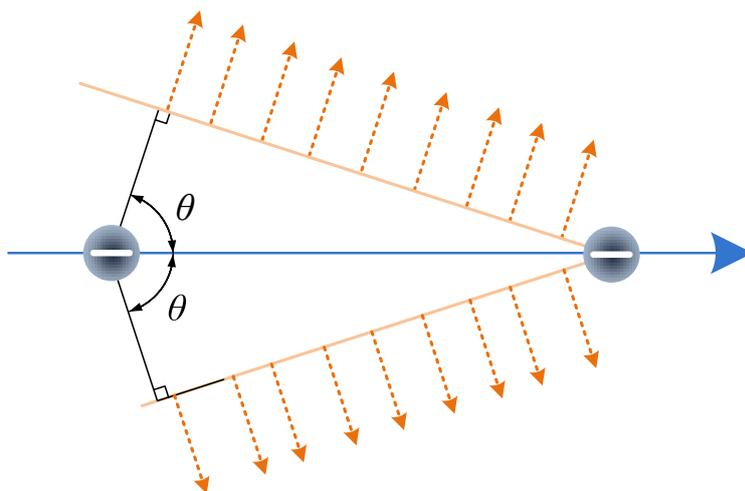


Рис. 9. Фронт волны Черенковского излучения

Формула для расчета энергии черенковского фотона, излученного частицей с зарядом e на единице пути L в единичном интервале частот, имеет вид [10]:

$$\frac{d^2W}{d\omega dL} = \left(\frac{e}{c}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{c^2}{n^2 v^2}\right) \omega = \left(\frac{e}{c}\right)^2 \omega \cdot \sin^2 \theta. \quad (1)$$

Если в некотором диапазоне длин волн $\lambda_1 \div \lambda_2$ можно пренебречь дисперсией среды, то есть зависимостью n от ω , то число фотонов N , излученных в этом диапазоне, на пути длиной L

$$N = 2\pi\alpha \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) L \sin^2 \theta, \quad (2)$$

где $\alpha = 1/137$ – постоянная тонкой структуры.

ЧИ моделируется в приближении геометрической оптики. При переносе черенковских фотонов происходит ослабление ЧИ. Следовательно, число фотонов, дошедших до детекторной плоскости, выражается следующей формулой

$$N = 2\pi\alpha \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) L \sin^2 \theta \cdot 10^{-\mu x}, \quad (3)$$

где μ – коэффициент ослабления ЧИ, x – длина пути черенковского фотона от места рождения до детекторной плоскости.

В вычислительном эксперименте использовался диапазон длин волн 400÷700 нм. В этом случае количество черенковских фотонов

$$N = 491.4 \cdot L \cdot \sin^2 \theta \cdot 10^{-\mu x}. \quad (4)$$

Пусть $k = \frac{T}{E_0}$, где T – кинетическая энергия частицы, а E_0 – энергия покоя

частицы. Тогда

$$\sin^2 \theta = \frac{(n^2 - 1)(k^2 + 2k) - 1}{n^2(k^2 + 2k)} = \frac{(n^2 - 1)}{n^2} - \frac{E_0^2}{n^2(T^2 + 2T \cdot E_0)}. \quad (5)$$

Минимальная кинетическая энергия, при которой возникает ЧИ (пороговая энергия), определяется формулой $T_{\min} = E_0 \cdot \left[1 + n(\sqrt{n^2 - 1} - n) \right] / (n^2 - 1)$.

Для электронов с $E_0 \approx 0.511$ МэВ в экспериментах, где веществом радиатора служит оргстекло с коэффициентом преломления $n = 1.5$, $T_{\min} \approx 0.176$ МэВ.

На рис. 10 представлена примерная траектория электрона и схематично красными линиями представлен фронт излучения Черенкова на каждом линейном участке (звене) траектории электрона.

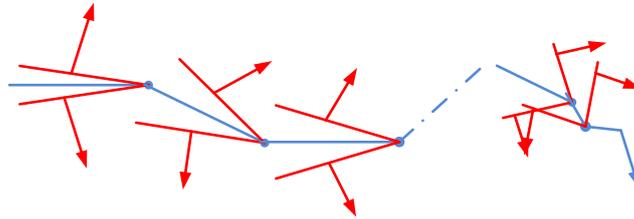


Рис. 10. Пример траектории электрона и «порождаемого» им ЧИ

Вклад b_i в ЧИ от i -го звена траектории электрона будет пропорционален:

$$b_i \sim L_i \cdot \sin^2 \theta_i, \quad (6)$$

где L_i – длин звена, $\sin^2 \theta_i$ вычисляется по формуле (5).

При испускании черенковского импульса направление распространения фотонов ЧИ моделируется равномерно распределёнными по углу лучами (рис.11).

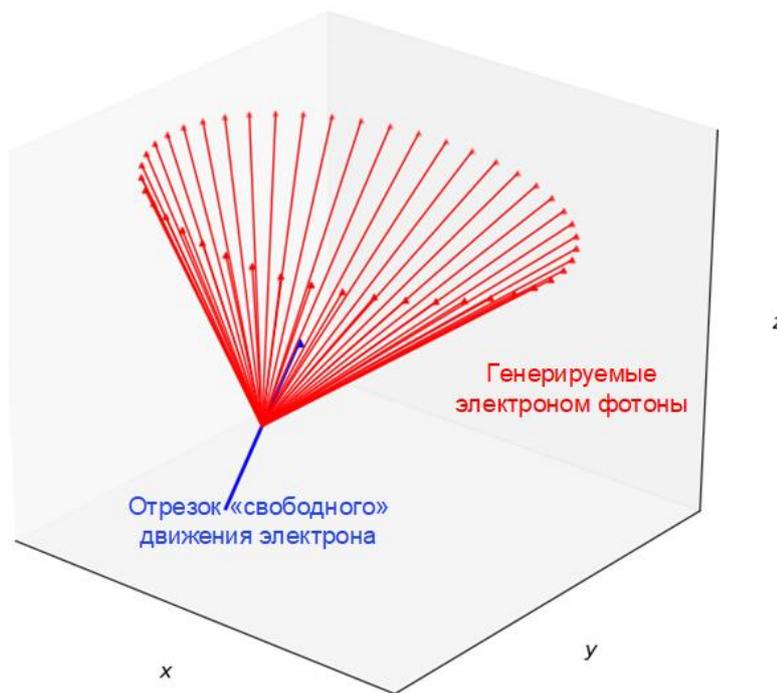


Рис. 11. Моделирование процесса рождения черенковских фотонов

Моделирование траекторий ЧИ проводится в приближении геометрической оптики. Считается, что радиатор окружён воздухом с коэффициентом преломления $n = 1.0$. При моделировании, если выполняется условие полного внутреннего отражения, то траектория фотона отражается и продолжается в радиаторе. Иначе, фотон покидает радиатор, и траектория фотона считается закончившейся.

Число траекторий фотонов ЧИ очень большое (рис.11), а строятся они независимо друг от друга. Описанный выше алгоритм обладает относительно простой логической структурой. Подобные задачи отлично подходят для решения их на системах с гетерогенной архитектурой с применением для вычислений графических процессоров.

Результаты модельных расчетов

В проведенных вычислительных экспериментах исследованы, в частности, зависимость величины импульса черенковских фотонов от энергии электрона; эффективность регистрации ЧИ (отношение числа зарегистрированных фотонов к общему числу сгенерированных) для энергетического диапазона спектра бета-частиц, изображенного на рис. 3, а также зависимость интенсивности регистрации фотонов, которая пропорциональна отношению числа зарегистрированных фотонов к числу бета-частиц источника.

На рис. 12 - 14 изображены результаты этих исследований.

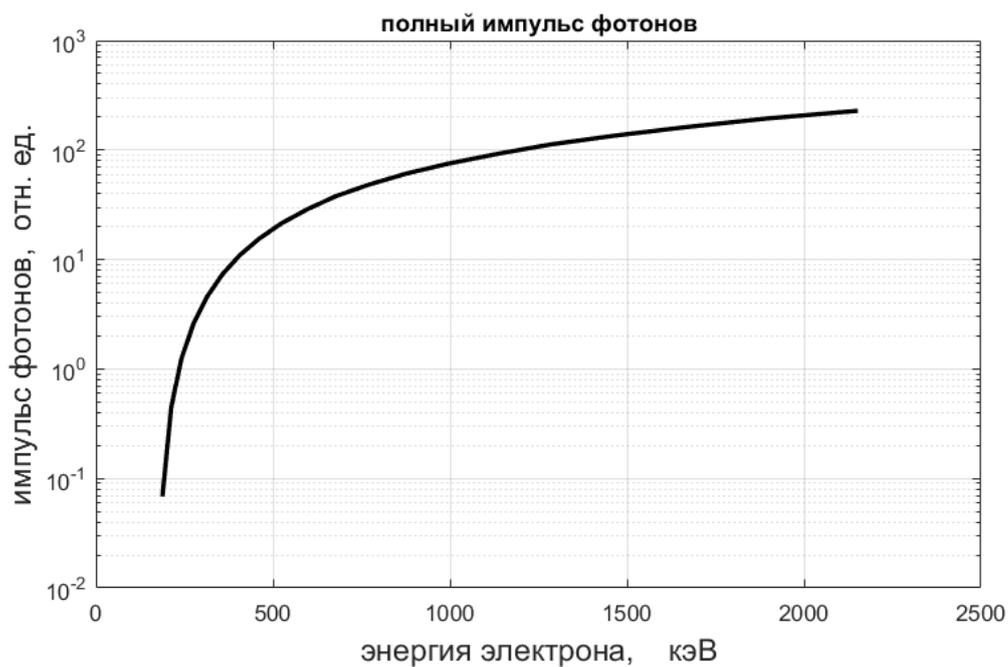


Рис. 12. Зависимость величины полного импульса ЧИ от энергии бета-излучения

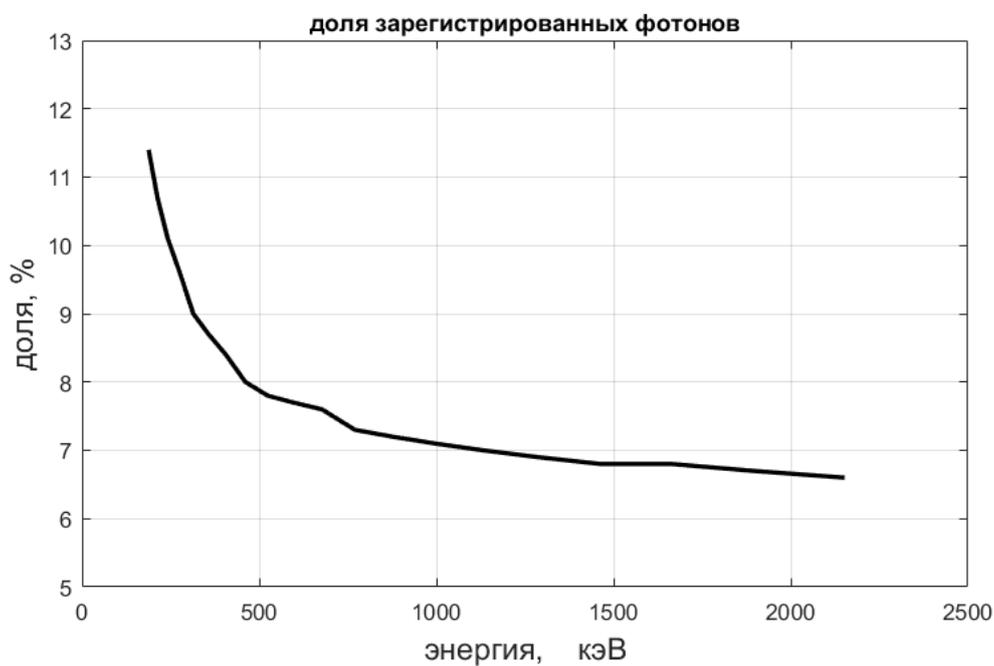


Рис. 13. Эффективность регистрации ЧИ в зависимости от энергии бета-излучения

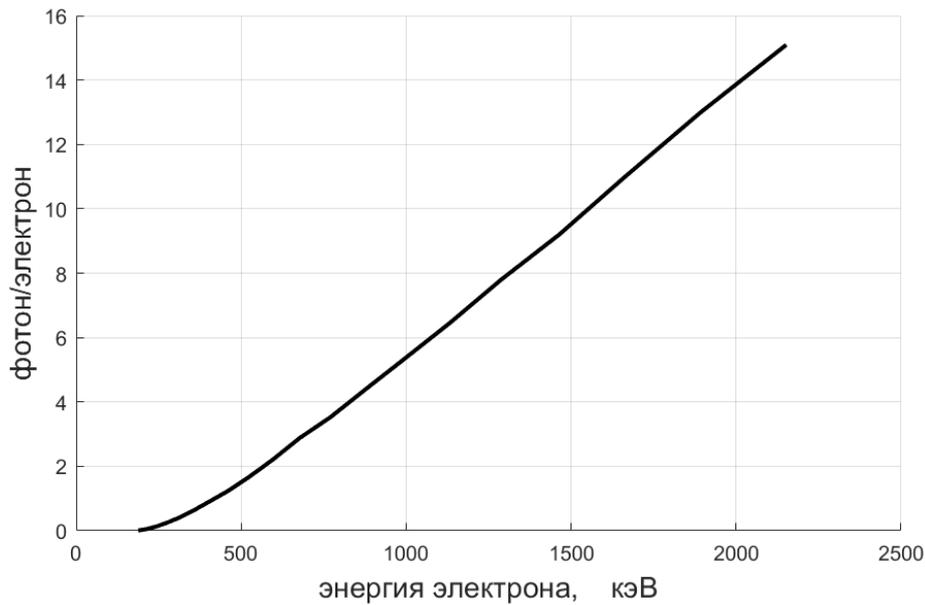


Рис. 14. Число зарегистрированных фотонов в расчете на один электрон источника

Рис. 13 показывает, что эффективность регистрации черенковского излучения падает с увеличением энергии бета-электронов, а рис. 14 демонстрирует, что число регистрируемых фотонов в расчете на один электрон источника практически линейно зависит от энергии бета-излучения.

Заключение

Разработана модель переноса бета-частиц, испускаемых точечным источником на основе радионуклида стронций-90+иттрий-90, в веществе радиатора черенковского детектора и модель процессов излучения и распространения черенковских фотонов, потоки которых генерируются при прохождении релятивистских электронов в детекторе. Построены алгоритмы расчета случайных траекторий электронов и черенковских фотонов, предназначенные для проведения вычислений на гибридных суперкомпьютерах. Проведены вычислительные эксперименты для типового детектора черенковского излучения, в результате которых исследована эффективность регистрации черенковского излучения в зависимости от энергии бета-излучения радиоактивных изотопов стронций-90+иттрий-90.

Показано, что эффективность регистрации фотонов уменьшается с увеличением энергии бета-излучения, а интенсивность детектирования практически линейна по этой энергии.

Библиографический список

1. Aartsen M.G. et al. The IceCube Neutrino Observatory: instrumentation and online systems, Journal of Instrumentation, **12**, March 2017.

2. Bratolyubova-Tsulukidze L.S. et al. Measurements of streams of gamma -quanta with energies above 50 MeV in the primary cosmic radiation with the artificial earth satellite Cosmos 208., *Kosmicheskie Issledovaniia*, **8**, (1970) 136–139.
3. Wrbanek John D., Wrbanek Susan Y., Fralick Gustave C. Advanced Space Radiation Detector Technology Development, Presented at the ISA 59th International Instrumentation Symposium ISA # TP13IIS023.
4. Connell J.J., Lopate C., Tabelaing J.W. A novel synthetic diamond Cherenkov radiator for measuring space radiation, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, **942**, 162338 (2019). <https://doi.org/10.1016/j.nima.2019.162338>
5. Novikova E.I. et al. Monte Carlo calibration of the response of the University of Chicago’s Cosmic Ray Nuclei Experiment (CRNE) on IMP-8 to electrons above 0.5 MeV, *Advances in Space Research*, **46**, (2010) 31–43. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2010.03.012>
6. Фоков Г.А. Расчет методом Монте-Карло отклика сцинтилляционного детектора на гамма-излучение радиоизотопов и математические алгоритмы их идентификации. Институт тепло- и массообмена им. А.В.Лыкова НАН Беларуси. «Заключительный отчет по договору № 115 от 28.02.2002 г. № гос. рег. 20021069 от 5.04.2002 г.», Минск, (2002).
7. Фоков Г.А., Шульгович Г.И. Расчет аппаратурных функций отклика стандартного NaI детектора гамма-излучения с помощью универсального программного кода SNEGMONT. Сборник материалов четырнадцатого ежегодного семинара спектрометрический анализ. Аппаратура и обработка данных на ПЭВМ, Обнинск: ГОУ “ГЦИПК”, (2008).
8. Лукашевич Р.В., Фоков Г.А. Исследование положения эффективного центра сцинтилляционного детектора гамма-излучения с помощью метода МОНТЕ-КАРЛО / Проблемы прикладной спектрометрии и радиометрии ППСР-11, XII Международное совещание, тезисы докладов. Санкт-Петербург, (2011) 48.
9. Денисов С.П. Излучение «сверхсветовых» частиц (эффект Черенкова) // *СОЖ*, **2**, (1996) 89–97.
10. Денисов С.П. Детекторы черенковского излучения // *Природа*, **7**, (2004) 22–30.
11. Секция Ядерных Проблем МАГАТЭ. <https://www-nds.iaea.org/> IAEA Nuclear Data Services.
12. Zhukovskii M.E., Podoliako S.V., and Uskov R.V. Model of Individual Collisions for Description of Electron Transport in Matter // *Mathematical Models and Computer Simulations*, **4**, 1, (2012) 101–109.
13. Марков М.Б., Помазан Ю.В., Жуковский М.Е., Подоляко С.В. Программа расчета вероятностных распределений характеристик квантов гамма-излучения и заряженных частиц для моделирования взаимодействия излучения с веществом методом Монте-Карло, Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ, № 2019612947, (2019).

14.<http://physics.nist.gov/>

15.<http://www.sr-niel.org/>