



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 108 за 2021 г.



ISSN 2071-2898 (Print)  
ISSN 2071-2901 (Online)

**В.С. Коновалов**

**Исследование устойчивости  
процесса ионизации гелия в  
канале плазменного  
ускорителя**

Статья доступна по лицензии  
[Creative Commons Attribution 4.0 International](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)



**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Коновалов В.С. Исследование устойчивости процесса ионизации гелия в канале плазменного ускорителя // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2021. № 108. 24 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2021-108>  
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2021-108>

**Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В. Келдыша  
Российской академии наук**

**В.С. Коновалов**

**Исследование устойчивости  
процесса ионизации гелия  
в канале плазменного ускорителя**

**Москва — 2021**

*Коновалов В.С.*

### **Исследование устойчивости процесса ионизации гелия в канале плазменного ускорителя**

Представлено численное исследование устойчивости процесса ионизации в потоке ионизирующегося гелия в канале квазистационарного плазменного ускорителя. В основу модели двумерных осесимметричных течений положены модифицированные МГД уравнения для многокомпонентной среды, состоящей из атомов, электронов и многозарядных ионов с различной кратностью ионизации. Численная модель учитывает электропроводность и теплопроводность. Представлены результаты моделирования течений ионизирующегося газа и интегральные характеристики излучения. В результате серии расчетов получено эмпирическое условие устойчивости течений ионизирующегося гелия в терминах экспериментально измеряемых параметров.

**Ключевые слова:** уравнения магнитной газодинамики, течения ионизирующегося гелия, устойчивость течений, плазменный ускоритель

*Konovalov V.S.*

### **The study of helium ionization process stability in the channel of plasma accelerator**

Numerical study of the ionization process stability in a flow of ionizing helium in the channel of the quasi-stationary plasma accelerator is presented. The model of two-dimensional axisymmetric flows is based on the modified MHD equations for the multicomponent medium consisting of atoms, electrons, and multiply charged ions with different ionization multiplicity. The numerical model takes into account the electrical conductivity and thermal conductivity. Results of modeling of the ionizing gas flows and the integral characteristics of the radiation are presented. As a result of a series of calculations, the empirical condition for the stability of ionizing helium flows was obtained in terms of the experimentally measured parameters.

**Key words:** equations of magnetogasdynamics, flows of ionizing helium, stability of flows, plasma accelerator

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 18-29-21007\_мк).

## Введение

В данной работе рассмотрены особенности течений плазмы в каналах квазистационарных плазменных ускорителей (КСПУ) [1-12], которые являются многофункциональными плазменными установками и применяются в различных технологических приложениях, в термоядерных исследованиях, а также могут быть использованы в качестве перспективных электрореактивных плазменных двигателей для космических приложений. Простейший плазменный ускоритель состоит из двух коаксиальных электродов (рис. 1), подсоединенных к электрической цепи. Между электродами подается нейтральный газ. Под действием электрического поля между электродами в узком месте канала происходит электрический пробой с образованием фронта ионизации. Цепь замыкается, и в системе возникает электрический ток. Ток, бегущий по внутреннему электроду, создает азимутальное магнитное поле  $H_\varphi$  в канале между электродами. Ток в плазме  $\mathbf{j}$  между электродами ускорителя имеет преимущественно радиальное направление. Благодаря силе Ампера  $\frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{H}$  плазма ускоряется вдоль оси.

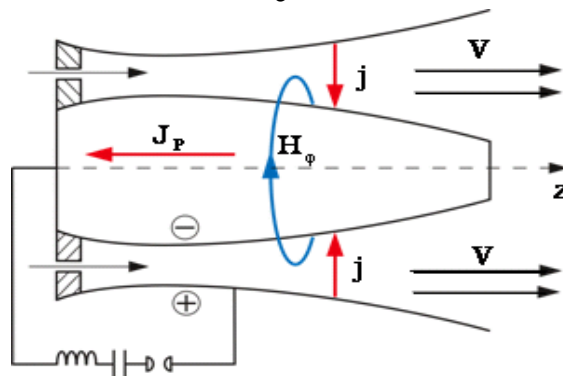


Рис.1. Схема плазменного ускорителя

В настоящее время разработан ряд установок, включая стационарные плазменные двигатели [1, 13], ионные двигатели и аналогичных им системы, в которых используется разреженная плазма. В то же время в КСПУ осуществляется ускорение достаточно плотной плазмы, что обеспечивает перспективы использования КСПУ в качестве новых плазменных двигателей.

Экспериментальные исследования КСПУ проводятся сегодня в России в ГНЦ РФ ТРИНИТИ (г. Троицк, Москва) [2-5], а также за рубежом в Институте физики плазмы ННЦ ХФТИ НАН (г. Харьков) и Институте молекулярной и атомной физики НАН (г. Минск) [6-11].

Экспериментальное изучение процессов в КСПУ сопровождается теоретическими и численными исследованиями динамики потоков ионизирующегося газа и плазмы (см., например, [14-30]). Данные работы охватывают различные проблемы, связанные с формированием трансзвуковых

потоков, в том числе при наличии дополнительного продольного магнитного поля, с возникновением приэлектродных процессов, обусловленных эффектом Холла, с образованием компрессионных потоков. Отдельные работы посвящены изучению переноса излучения в каналах КСПУ [23, 24]. Для малых плазменных ускорителей разработаны численные модели процесса ионизации, включая образование плазмы сложного состава с многозарядными ионами [15, 24-30]. В данной работе течения ионизирующегося гелия рассмотрены в приближении локального термодинамического равновесия (ЛТР).

## МГД модель течений ионизирующегося гелия

Уравнения переноса многокомпонентной среды [31], состоящей из атомов, электронов и ионов с различной кратностью ионизации, а также уравнений Максвелла для электромагнитного поля, составляют основу модели течений ионизирующегося газа. Поскольку характерные скорости потоков  $V \ll c$ , можно пренебречь током смещения  $\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$  в уравнении  $rot \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ . Учитывая,

что  $m_e \ll m_i = m_a = m$ , инерцией электронов  $m_e \frac{d \mathbf{V}_e}{d t}$  также пренебрегаем.

Соответственно, приходим к закону Ома в классической форме  $\mathbf{E} = \frac{\mathbf{j}}{\sigma} - \frac{1}{c} [\mathbf{V}, \mathbf{H}]$ , в котором проводимость определяется через сумму частот столкновений электрона с тяжелыми частицами при наличии многозарядных ионов. Следствием уравнений Максвелла и закона Ома в указанных приближениях является уравнение диффузии магнитного поля.

Концентрация среды в экспериментах является достаточно высокой  $n = 10^{16} \div 10^{18} \text{ см}^{-3}$ , а температура находится на уровне  $T \leq 1 \text{ эВ}$ . В этом случае

радиус Дебая  $R_D = \sqrt{k_B T / 4 \pi e^2 n_e}$  является малой величиной по сравнению с характерными размерами системы и пространственными масштабами

процессов. Поэтому среду можно считать квазинейтральной и  $\sum_{i=1}^Z e Z_i n_i = e n_e$ ,

где  $Z_i$  отвечает зарядовому состоянию иона с  $i$ -ой кратностью ионизации.

Суммарная концентрация и плотность тяжелых частиц с массой  $m_i = m_a = m$

определяются соотношениями  $n = n_a + \sum_{i=1}^Z n_i$  и  $\rho = m n$ . В модели используется

одножидкостное приближение, в рамках которого скорости всех компонент среды можно считать равными  $\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_i = \mathbf{V}_e = \mathbf{V}$  для достаточно плотной среды.

В результате преобразований исходных уравнений переноса массы, импульса и энергии приходим к модифицированной системе МГД уравнений (см., например, [28])

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{V}) &= 0, & \rho \frac{d \mathbf{V}}{d t} + \nabla P &= \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{H}, & \frac{d}{d t} &= \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{V}, \nabla), \\
\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \operatorname{div}(\rho \varepsilon \mathbf{V}) + P \operatorname{div} \mathbf{V} &= \frac{\mathbf{j}^2}{\sigma} - \operatorname{div} \mathbf{q} - \operatorname{div} \mathbf{W}, & & & (1) \\
\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} &= \operatorname{rot}(\mathbf{V} \times \mathbf{H}) - c \operatorname{rot} \frac{\mathbf{j}}{\sigma}, & \mathbf{j} &= \frac{c}{4\pi} \operatorname{rot} \mathbf{H}, \\
P = P_a + \sum_{i=1}^Z P_i + P_e &= (1 + \frac{n_e}{n})(c_p - c_v) \rho T, & \varepsilon &= (1 + \frac{n_e}{n}) c_v T + \varepsilon_I, \\
k_B / m = R = c_p - c_v &= c_v (\gamma - 1), & n_e &= \sum_{i=1}^Z Z_i n_i, & \mathbf{q} &= -\kappa_{e \rightarrow a} \nabla T,
\end{aligned}$$

где  $P = P_a + P_e + \sum_{i=1}^Z P_i$  – суммарное давление,  $\mathbf{q} = -\kappa_{e \rightarrow a} \nabla T$  – тепловой поток,  $\kappa_{e \rightarrow a}$  – коэффициент электрон-атомарной теплопроводности.

Соотношение  $\alpha = \sum_{i=1}^Z Z_i n_i / \left( n_a + \sum_{i=1}^Z n_i \right)$ , где  $Z$  – зарядовое число химического элемента, определяет степень ионизации. Модель радиационной магнитной газодинамики (РМГД) включает также плотность потока энергии излучения  $\mathbf{W}$  в правой части уравнения для внутренней энергии на единицу массы  $\varepsilon$ . Внутренняя энергия содержит дополнительное слагаемое  $\varepsilon_I$ , ответственное за потери энергии на ионизацию. Джоулев нагрев  $Q_{mp} = \mathbf{j}^2 / \sigma$  в уравнении для внутренней энергии обусловлен взаимодействием электронов с тяжелыми частицами и существенно превосходит тепло, выделяемое при трении между собой остальных компонент. Уравнения (1) являются обобщением классической магнитной газодинамики на случай многозарядной плазмы.

В многокомпонентной среде электропроводность  $\sigma = e^2 n_e / m_e \nu_e$  определяется через частоту столкновений электронов с другими частицами и складывается из частот столкновений с атомами и ионами различной кратности ионизации:

$$\nu_e = \nu_{ea} + \sum_{i=1}^Z \nu_{ei},$$

где частоты столкновений определяются соотношениями  $\nu_{ea} = n_a \langle V_e \rangle S_{ea}$ ,  $\nu_{ei} = n_i \langle V_e \rangle S_{ei}$ , в которых  $S_{ea}$ ,  $S_{ei}$  – эффективные сечения столкновений.

На рис. 1 кривая 1 отвечает сечению столкновений электронов с атомами гелия [32]. Сечение столкновений электронов с атомами водорода представлено кривой 2 на рис. 1 и определяется соотношением  $S_{ea}^H = 1.2 \cdot 10^{-13} / \sqrt{T}$  [см<sup>2</sup>], в котором температура измеряется в градусах <sup>0</sup>K [33].

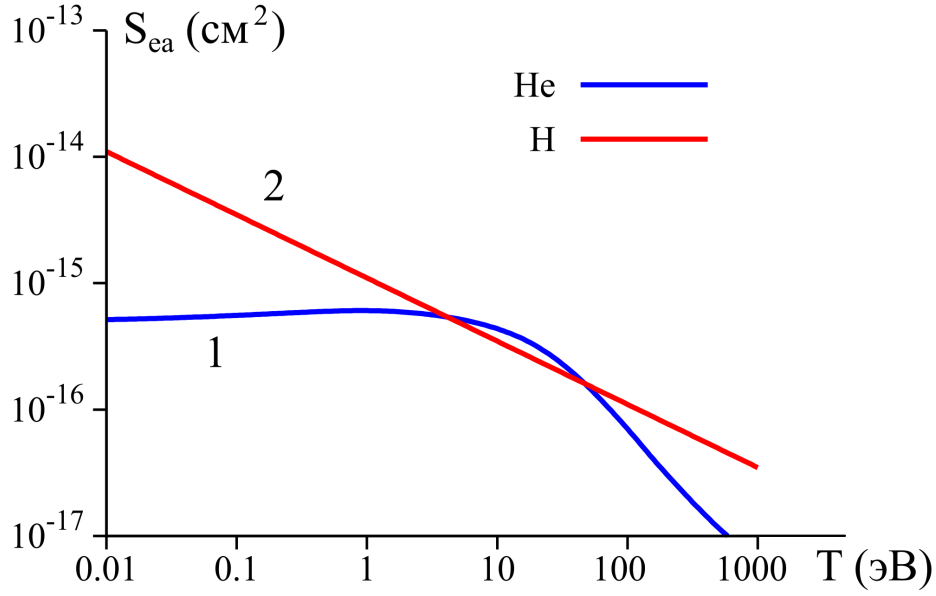


Рис. 2. Сечения столкновения электронов с атомами гелия (кривая 1) и водорода (кривая 2)

В итоге, электропроводность плазмы сложного состава, включая многозарядные ионы, определяется с помощью следующих соотношений:

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\sigma_0} + \frac{1}{\sigma_1} \sum_{i=1}^Z Z_i^2 \frac{n_i}{n}, \quad \sigma_0 = \frac{e^2 n_e}{m_e n_a \langle V_e \rangle S_{ea}}, \quad \sigma_1 = \frac{e^2 n_e \tau_0}{m_e}, \quad (2)$$

где  $\tau_0$  отвечает характерному времени столкновений.

Коэффициент теплопроводности в потоках ионизирующегося газа определяется в соответствии с работами [28, 33]. В случае высокой степени ионизации заметную роль в суммарном теплопереносе играет классическая электронная теплопроводность поперек магнитного поля. В случае малой степени ионизации определенный вклад вносит атомарная теплопроводность. Роль теплопроводности в целом незначительна, в отличие от электропроводности (2).

Уравнения ионизационного равновесия и следующие из них итоговые соотношения в общем случае представлены, например, в работе [28]. Соотношение Саха имеет следующий вид

$$\frac{n_e \cdot n_{j+1}}{n_j} = \frac{\Sigma_e \cdot \Sigma_{j+1}}{\Sigma_j} \cdot \exp\left(-\frac{E_{j+1} - E_j}{k_B T}\right), \quad (3)$$

где  $j = 0, \dots, Z-1$ ;  $n_j$  – концентрация или населенность иона  $j$ -ой кратности ионизации с зарядом  $e Z_j$ ; значение  $j = 0$  соответствует нейтральному атому и

$n_0 = n_a$ ;  $\Sigma_j = \sum_{k=0}^{N_j} g_{jk} \exp\left(-\frac{E_{jk} - E_{j0}}{k_B T}\right)$  – статистическая сумма  $j$ -го иона с

зарядом  $e Z_j$ ;  $g_{jk}$  – статистический вес  $j$ -го иона в состоянии  $k$ ;  $E_{jk}$  – энергия этого состояния;  $E_{j0}$  – энергия  $j$ -го иона в основном состоянии, равная энергии ионизации  $E_j$ ;  $N_j$  – количество возбужденных состояний иона

с зарядом  $e Z_j$ ;  $\Sigma_e = 2 \left( \frac{m_e k_B T}{2 \pi \hbar^2} \right)^{3/2}$  – статистическая сумма свободных электронов.

Соотношения (3) для гелия с учетом квазинейтральности приводят к следующей системе уравнений

$$\begin{aligned} n_e n_1 &= n_0 U_0(T), & n_e n_2 &= n_1 U_1(T), \\ n_e &= n_1 + 2 n_2, & n &= n_0 + n_1 + n_2, \end{aligned} \quad (4)$$

где 
$$U_0(T) = \frac{2 \Sigma_1}{\Sigma_0} \left( \frac{m_e k_B T}{2 \pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_1}{k_B T}\right),$$

$$U_1(T) = \frac{2 \Sigma_2}{\Sigma_1} \left( \frac{m_e k_B T}{2 \pi \hbar^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{k_B T}\right),$$

$E_1 = 24.587$  в случае однократной ионизации гелия и  $E_2 = 54.416$ . В рассматриваемом диапазоне параметров задачи можно считать, что  $\Sigma_0 \approx 1$ ,  $\Sigma_1 \approx 2$  и  $\Sigma_2 \approx 1$ .

Используем относительные концентрации компонент  $y_j = n_j/n$ , а также  $u_0 = U_0(T)/n$  и  $u_1 = U_1(T)/n$ . Тогда систему уравнений (4) можно переписать следующим образом:

$$\alpha y_1 = y_0 u_0, \quad \alpha y_2 = y_1 u_1, \quad \alpha = y_1 + 2 y_2, \quad y_0 + y_1 + y_2 = 1. \quad (5)$$

Для степени ионизации  $\alpha$ , исключая остальные переменные, получим кубическое уравнение

$$\alpha^3 + u_0 \alpha^2 + u_0 (u_1 - 1) \alpha - 2 u_0 u_1 = 0. \quad (6)$$

Соответствующее кубическое уравнение можно также получить для переменной  $y_2$ . Концентрация тяжелых частиц  $n$  и температура  $T$  определяются в процессе численного решения эволюционной МГД задачи на основе системы уравнений (1), а уравнения (5) и (6) позволяют вычислить степень ионизации и относительные концентрации компонент среды  $y_j$ .

В численной модели используются безразмерные переменные. В качестве единиц измерения выберем длину канала  $L$ , характерную концентрацию или



плотность газа на входе в канал ускорителя  $n_o$  ( $\rho_o = m n_o$ ), температуру  $T_o$  и характерную величину азимутального магнитного поля на входе, равную  $H_o = 2J_p / c R_o$ , где  $R_o$  – характерный радиус канала и  $J_p$  – разрядный ток в системе. С помощью этих величин определяем единицы скорости  $V_o = H_o / \sqrt{4\pi\rho_o}$ , времени  $t_o = L / V_o$ , электрического поля  $E_o = H_o V_o / c$ , тока в плазме  $j_o = c H_o / 4\pi L$  и потока энергии излучения  $W_o = V_o H_o^2 / 4\pi$ . Уравнения в безразмерных переменных содержат безразмерный параметр  $\beta = 8\pi P_o / H_o^2$ , где  $P_o = k_B n_o T_o$ , определяющий отношение характерного газового давления к магнитному, а также магнитную вязкость  $\nu_m = 1 / \text{Re}_m = c^2 / 4\pi L V_o \sigma$ , которая обратно пропорциональна магнитному числу Рейнольдса  $\text{Re}_m$ .

Постановка задачи включает граничные условия на электродах и входе в канал ускорителя. Полагаем, что на входе в канал при  $z = 0$  плазма подается с известными значениями плотности и температуры  $\rho(r) = f_1(r)$ ,  $T(r) = f_2(r)$ . Считаем, что ток поддерживается постоянным и поступает в систему только через электроды. Тогда при  $z = 0$  имеем  $j_z = 0$  или  $r H_\varphi = r_o = \text{const}$  ( $r_o = R_o / L$ ). Электроды  $r = r_a(z)$  и  $r = r_k(z)$  отвечают эквипотенциальным ( $E_r = 0$ ) и непроницаемым ( $V_n = 0$ ) поверхностям.

Для рассматриваемых трансзвуковых потоков имеем свободное сверхзвуковое вытекание плазмы на выходе. Процесс ионизации сопровождается последовательным переходом скорости потока через газодинамическую скорость звука  $C_g$  и далее через скорость быстрой магнитозвуковой волны или скорость сигнала  $C_s$  [1] в отсутствие продольного магнитного поля. Данные величины определяются следующим образом:

$$C_s = \sqrt{C_g^2 + C_A^2}, \quad C_g^2 = \gamma P / \rho, \quad C_A^2 = H^2 / \rho.$$

Численный алгоритм включает отображение исходной расчетной области в переменных  $(z, r)$  на единичный квадрат в плоскости  $(y, z)$  с помощью соотношения

$$r = (1 - y) r_k(z) + y r_a(z). \quad (7)$$

Моделирование двумерных осесимметричных течений ионизирующегося газа и плазмы предполагает расщепление по координатным направлениям и физическим факторам с учетом смешанного типа уравнений (1). Для расчета гиперболической части МГД уравнений используется разностная схема с коррекцией потоков (см., например, [34]). Для учета электропроводности и теплопроводности используется метод потоковой прогонки [35]. Решение уравнений ионизационного равновесия (5) и (6) осуществляется в узлах расчетной сетки на каждом временном шаге эволюционной МГД задачи.

## Модель переноса излучения

В системе уравнение для внутренней энергии (1) содержит плотность потока энергии излучения  $\mathbf{W}$ , которая вместе с плотностью энергии излучения  $U$  определяется через интенсивность излучения  $I_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega})$  с частотой  $\nu$  в точке с координатой  $\mathbf{r}$ , распространяющегося в направлении телесного угла  $\boldsymbol{\Omega}$ ,

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \int_0^{\infty} \int_0^{4\pi} I_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) d\boldsymbol{\Omega} d\nu, \quad \mathbf{W}(\mathbf{r}) = \int_0^{\infty} \int_0^{4\pi} I_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \boldsymbol{\Omega} d\boldsymbol{\Omega} d\nu. \quad (8)$$

Величина  $U$  существенно меньше внутренней энергией среды  $U \ll \rho \varepsilon$  и ее не учитывают в МГД уравнениях. Поток энергии излучения  $W \sim cU$  может играть определенную роль в перераспределении энергии. Характерная скорость течения плазмы много меньше скорости света, и поле излучения мгновенно подстраивается под распределения параметров. В этом случае можно ограничиться решением стационарного уравнения переноса излучения

$$\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla I_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = \eta_\nu(\mathbf{r}) - \kappa_\nu(\mathbf{r}) \cdot I_\nu(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}), \quad (9)$$

в котором излучательная способность  $\eta_\nu(\mathbf{r})$  и коэффициент поглощения среды  $\kappa_\nu(\mathbf{r})$  являются известными функциями температуры и плотности вещества, а также спектрального параметра  $\nu$  или энергии фотона  $h\nu$  [36-46]. Испускание и поглощение света связаны с переходами электрона из одного энергетического состояния в другое. Выделяют три группы процессов: поглощение и излучение в линиях, фотоионизация и фоторекомбинация, рассеяние. Излучательная способность и коэффициент поглощения, исправленный на вынужденное излучение, определяются с помощью следующих соотношений:

$$\begin{aligned} \kappa_\nu = & \sum_{i=0}^{Z-1} \sum_{\substack{k < j \\ k, j=1}}^{K_i} n_k^i \frac{\pi e^2}{m_e c} f_{kj}^i \phi_{kj}^i(\nu) \left( 1 - \frac{n_j^i g_k^i}{n_k^i g_j^i} \right) + n_e \sigma_K^{ff}(\nu) (1 - e^{-h\nu/k_B T}) + \\ & + \sum_{i=0}^{Z-1} \sum_{k=1}^{K_i} n_k^i \sigma_k^i(\nu) \left( 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi \hbar^2}{m_e k_B T} \right)^{3/2} \frac{n_1^{i+1} g_k^i}{n_e n_k^i \Sigma_i} \exp\left( \frac{h\nu_k^{i,i+1} - h\nu}{k_B T} \right) \right), \\ \eta_\nu = & \sum_{i=0}^{Z-1} \sum_{\substack{k > j \\ j, k=1}}^{K_i} n_k^i \frac{g_j^i}{g_k^i} \frac{\pi e^2}{m_e c} f_{jk}^i \phi_{jk}^i(\nu) \frac{h\nu^3}{\pi c^2} + n_e \frac{h\nu^3}{\pi c^2} \sigma_K^{ff}(\nu) e^{-h\nu/k_B T} + \\ & + \sum_{i=1}^Z \sum_{k=1}^{K_i} n_k^i n_e \frac{(h\nu)^3}{4 \hbar^2 \pi^2 c^2} \left( \frac{2\pi \hbar^2}{m_e k_B T} \right)^{3/2} \sigma_k^i(\nu) \frac{g_k^i}{\Sigma_i} \exp\left( \frac{h\nu_k^{i,i+1} - h\nu}{k_B T} \right), \quad (10) \end{aligned}$$

где  $\nu$  – частота фотона,  $n_k^i$  – концентрация  $k$ -го состояния иона  $i$ -ой кратности ионизации,  $g_k^i$  – статистический вес  $k$ -го состояния иона  $i$ -ой

кратности ионизации,  $f_{kj}^i$  – сила осцилляторов при переходе из  $k$ -го в  $j$ -е состояние для иона  $i$ -ой кратности ионизации,  $\phi_{kj}^i(\nu)$  – профиль линии соответствующего связанно-связанного перехода,  $\sigma_k^i(\nu)$  – сечение фотоионизации из  $k$ -го состояния иона  $i$ -ой кратности ионизации в невозбужденное состояние иона  $(i + 1)$ -ой кратности ионизации,  $\sigma_K^{ff}(\nu)$  – сечение обратного тормозного поглощения [46]. Индекс  $k = K_i$  отвечает верхнему возбужденному состоянию иона кратности  $i$ , соответственно, суммирование в коэффициенте поглощения происходит по индексам  $j = 1, \dots, K_i$  и  $k = 1, \dots, K_i - 1$ , так как для поглощения необходимо, чтобы  $k < j$ . В суммах для излучательной способности аналогично имеем  $k = 1, \dots, K_i$  и  $j = 1, \dots, K_i - 1$ , так как здесь должно быть выполнено условие  $k > j$ . Суммирование по кратности ионизации иона в коэффициенте поглощения происходит по индексам  $i = 0, \dots, Z - 1$ , так как  $i = Z$  отвечает голому ядру, которое не поглощает фотоны при отсутствии электронов на оболочках. Суммирование в излучательной способности, отвечающее рекомбинации, происходит по индексам  $i = 1, \dots, Z$ , так как  $i = 0$  соответствует нейтральному атому, который не участвует в процессе рекомбинации. Излучательная способность (10) отвечает количеству энергии частоты  $\nu$ , самопроизвольно излучаемой в  $1 \text{ см}^3$  вещества в 1 секунду в единичном интервале частот.

Для вычисления профилей отдельных линий с учетом разных механизмов их уширения используется формула Фойгта:

$$\phi_{kj}^i(\nu) = \frac{\gamma_e}{\pi^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-s^2} ds}{(\nu - \nu_{kj} - s D)^2 + (\gamma_e)^2}, \quad (11)$$

где  $D = \nu_{kj} V_a / c$  – ширина Доплера,  $V_a$  – характерная скорость атома,  $\gamma_e$  – суммарная ширина, обусловленная взаимодействием атома с окружающими его частицами и излучением. Характерная ширина профиля линии соответствует времени жизни состояния. Самым существенным фактором, влияющим на уширение линий при характерных параметрах задачи, является взаимодействие атомов и ионов с электронами. С учетом этого для вычисления величины  $\gamma_e$  можно ограничиться уширением электронным ударом, используя известные формулы [45, 46]. Эффективная методика вычисления профиля по формуле (11) изложена в [44].

Сечения связанно-свободных и свободно-свободных процессов в соотношениях (10) вычисляются в приближении Крамерса. Силы осцилляторов  $f_{kj}^i$  рассчитываются с помощью компьютерного кода FAS [47]. В приближении ЛТР населенности состояний связаны соотношениями Саха (3) и Больцмана.

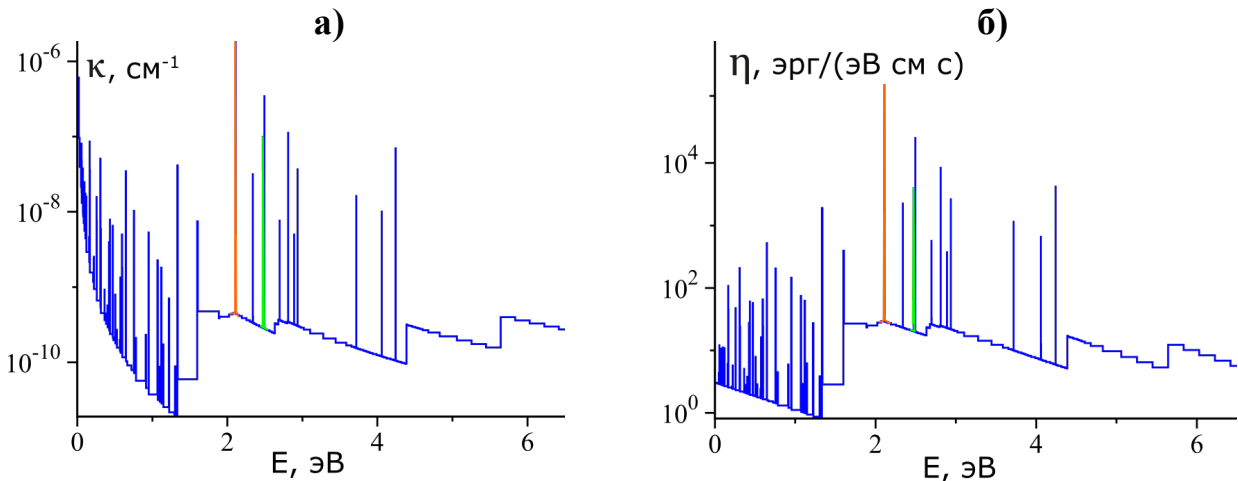


Рис. 3. Зависимости а) коэффициента поглощения и б) излучательной способности гелия от энергии фотонов. Желтая линия отвечает триплету с энергией 2.11 эВ, зеленая линия соответствует синглету с энергией 2.47 эВ

Характерные зависимости коэффициента поглощения и излучательной способности гелиевой плазмы в диапазоне энергии фотонов до 6 эВ представлены на рис. 3. Излучательная способность, отвечающая единичному интервалу частот в (10), на рис. 3б отнесена к единичному интервалу энергии фотонов в 1 эВ. Данные коэффициенты рассчитаны в предположении равновесной заселенности уровней атома гелия для концентрации среды  $n = 10^{15} \text{ см}^{-3}$  и температуры  $T = 1 \text{ эВ}$ . На рис. 3 представлены три группы процессов перехода электрона из одного энергетического состояния в другое, включая связанно-связанные процессы поглощения и излучения в линиях. Построения проведены с учетом 20 уровней энергии. Желтым и зеленым цветом на рис. 3а и 3б отмечены спектральные линии, отвечающие соответственно триплету с энергией 2.11 эВ и синглету с энергией 2.47 эВ. Эти спектральные линии построены с использованием профиля Фойгта в соответствии с формулой (11) так, что на ширину линии приходится несколько спектральных групп, подробно описывающих форму ядра и крыльев линий. Линии в остальной части спектра представлены в рамках одной группы. При этом в расчетах используется до 300 спектральных групп.

В атомах гелия присутствуют два электрона, моменты которых складываются по квантовомеханическим правилам. Если спины электронов направлены в противоположные стороны, то спиновое квантовое число равно  $S = 0$ , внутреннее квантовое число, связанное с модулем полного момента импульса электронов,  $J = L + S$  принимает значение  $J = L$ , равное орбитальному квантовому числу, и образуются синглетные конфигурации:  $^1S_0$ ,  $^1P_1$ ,  $^1D_2$ ,  $^1F_3$ . В таких состояниях гелий называется парагелием. Если спины электронов сонаправлены, то спиновое квантовое число  $S = 1$ , и  $J$  принимает три значения  $J = L - 1, L, L + 1$ , что приводит к триплетным термам:  $^3S_1$ ,  $^3P_{0,1,2}$ ,  $^3D_{1,2,3}$ ,  $^3F_{2,3,4}$ . В этих состояниях гелий называют ортогелием.

Наиболее важные линии с точки зрения астрофизических наблюдений находятся в видимой части спектра гелия в диапазоне длин волн 447.14 нм и 706.52 нм или в диапазоне энергий 1.76 – 2.78 эВ. Синглетной линии  $^1S_0$  соответствует переход  $1s2s - 1s3p$  с длиной волны 501.6 нм и энергией 2.47 эВ. Данная линия выделена зеленым цветом на рис. 3. Триплетной серии линий  $^3P_{0,1,2}$  соответствует переход  $1s2p - 1s3d$  с длиной волны 587.6 нм и энергией 2.11 эВ. Эти три близко расположенные линии отмечены желтым цветом на рис. 3. Гелий был открыт в составе вещества в солнечных протуберанцах именно благодаря этим линиям. Для перехода атома гелия из состояния парагелия в состояние ортогелия следует изменить спин одного из электронов. Возможность такой глубокой перестройки атома существует при его взаимодействии с магнитным полем, но небольшая вероятность подобных процессов приводит к тому, что существует два сорта атомов гелия, практически не преобразующихся друг в друга. Природный гелий представляет собой смесь этих двух сортов. При этом количество ортогелия в природном гелии оказывается в три раза больше, чем парагелия.

Интегральные соотношения (8) предполагают трехмерную постановку задачи о переносе излучения для осесимметричного течения плазмы в канале ускорителя. Уравнение переноса излучения (9) решается с помощью метода длинных характеристик [38, 41]. Это позволяет в деталях учесть геометрию канала ускорителя. 3D координатная сетка может быть получена поворотом исходной двумерной сетки в плоскости переменных  $(z, r)$  на 360 градусов вокруг оси канала с заданным шагом по углу. Генерация 3D сетки возможна также на основе специальных вычислительных кодов (см., например, [48]).

Уравнение переноса излучения (9) в любом узле или ячейки сетки следует решать по разным направлениям с учетом интегральных соотношений (8) для плотности энергии излучения и потока энергии излучения. При условии аксиальной симметрии течения для всех узлов, расположенных в одной плоскости двумерной координатной сетки, строится дополнительная угловая сетка по азимутальному и полярному углу. Разбиение телесного угла на элементы угловой сетки производится с помощью метода, представленного в [49, 50]. Данный метод обеспечивает равномерное распределение лучей по направлениям. В расчетах используется до 220 лучей угловой сетки. Далее проводится трассировка лучей для того, чтобы определить точки их пересечения с гранями ячеек трехмерной координатной сетки и место падения лучей на одну из границ расчетной области. Детально алгоритм трассировки лучей рассмотрен, например, в [24].

Уравнения переноса излучения решаются вдоль любого заданного луча и для любой частоты или энергии фотона. При этом коэффициент поглощения  $\kappa_\nu$  и излучательная способность среды  $\eta_\nu$  в уравнении (9) зависят в том числе от температуры и плотности среды и меняются вдоль луча. Полагаем, что в пределах отдельно взятой ячейки 3D сетки коэффициент поглощения и излучательная способность постоянны. Тогда они вычисляются по среднему

значению плотности и температуры в центре ячейки. Метод длинных характеристик предполагает сшивку решений на границе однородных областей или ячеек 3D сетки с известными значениями коэффициента поглощения и излучательной способности. Решение уравнения переноса излучения находится при условии, что интенсивность излучения для лучей, идущих от стенок канала, равна нулю. Излучение электродов может служить дополнительным источником, но оно не оказывает существенного влияния на поле излучения плазмы внутри канала. В расчетах переноса излучения учитываются также теневые области, которые могут возникнуть в процессе трассировки трехмерной области лучами, выходящими из узлов двумерной координатной сетки. Соответствующие невидимые теневые области исключаются из расчета потока энергии излучения для определенных узлов координатной сетки.

## Результаты численного моделирования

Результаты расчетов течений ионизирующегося гелия, включая интегральные характеристики излучения, представлены для разных параметров, отвечающих устойчивым стационарным потокам, а также пульсирующим нестационарным течениям, связанных с неустойчивостью процесса ионизации.

На рис. 4, 5 и 6 представлены результаты расчета квазистационарного течения в канале установки КСПУ для следующих размерных параметров: характерная концентрация газа, поступающего на входе,  $n_0 = 8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , характерная температура на входе  $T_0 = 1000 \text{ }^\circ\text{K}$  и разрядный ток  $J_p = 100 \text{ kA}$ . На рис. 4 изображены распределения плотности, температуры и векторного поля скорости совместно с линиями уровня функции  $rH_\varphi$  или током в плазме. На рисунке отчетливо наблюдается фронт ионизации при значениях  $z \approx 0.4$ . Здесь происходит резкое уменьшение плотности и, наоборот, резкое увеличение степени ионизации, температуры и скорости. Масштаб векторов на рис. 4в определяется значением  $V_* = 23 \cdot V_0$ , где  $V_0 = 4.88 \cdot 10^5 \text{ см/с}$ .

На рис. 5 представлены соответствующие распределения плотности энергии излучения  $U$  и векторного поля плотности потока энергии излучения  $\mathbf{W}$ . Здесь масштаб векторов  $\mathbf{W}$  определяется модулем вектора  $W_* = 1.2 \cdot 10^7 \text{ эрг/(см}^2\text{с)}$ , указанного на рисунке.

Одномерные распределения МГД переменных вдоль средней координатной линии, отвечающие рис. 4, представлены на рис. 6. Хорошо виден большой градиент всех термодинамических функций при значениях  $z \approx 0.45$ , где образовался фронт ионизации. Скорость потока последовательно переходит через скорость звука  $V_g$  в районе фронта ионизации, и далее в наиболее узкой части канала при  $z \approx 0.7$  она переходит через скорость сигнала  $V_s$ . Соответственно, на выходе имеем сверхзвуковой поток гелиевой плазмы.

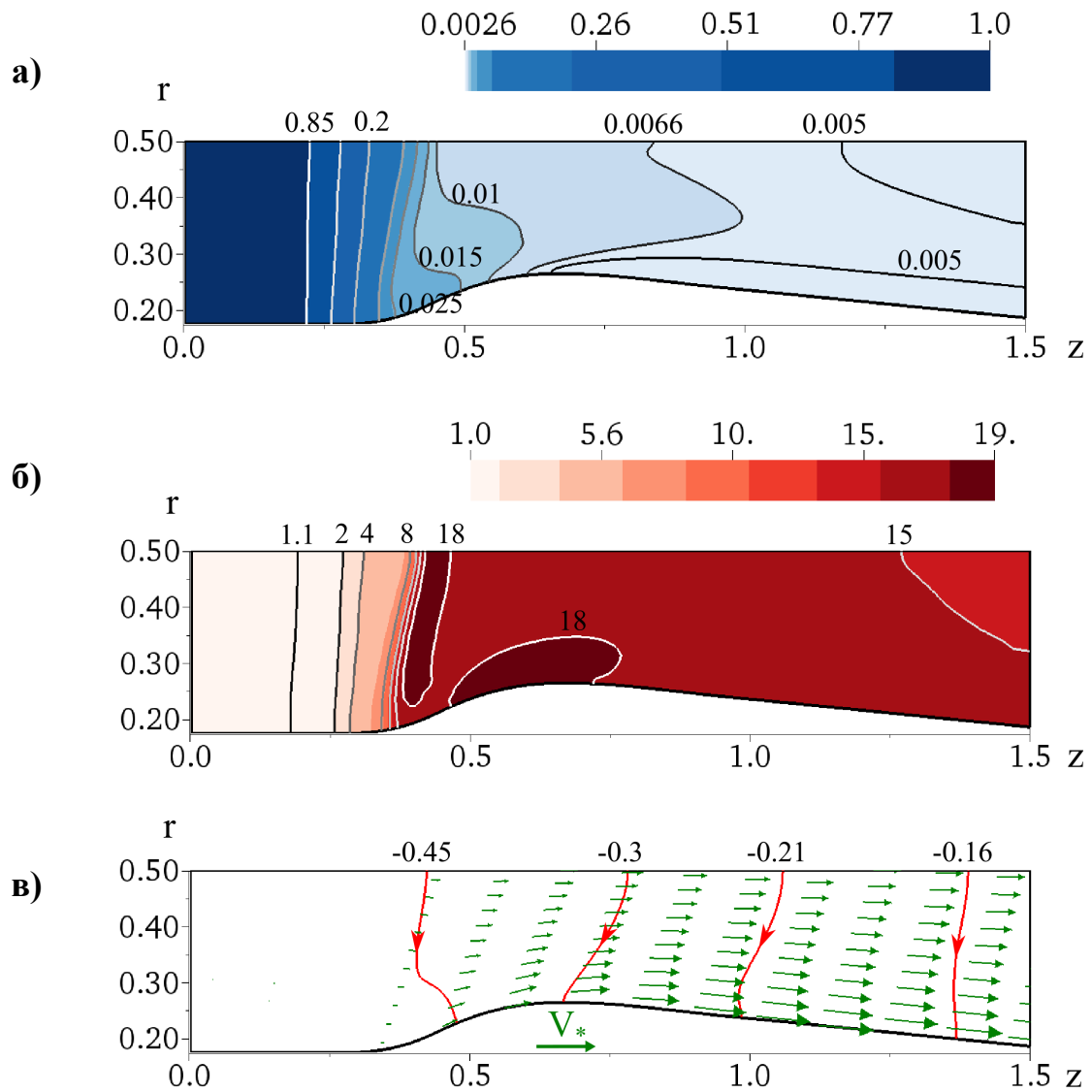


Рис. 4. Распределения а) плотности, б) температуры, в) скорости и тока в плазме в канале ускорителя при  $n_0 = 8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_0 = 1000 \text{ }^\circ\text{K}$  и  $J_p = 100 \text{ kA}$

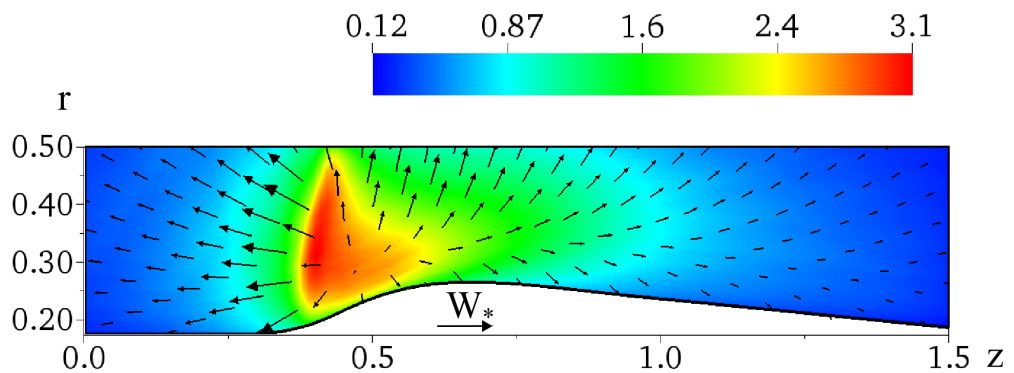


Рис. 5. Распределения плотности энергии излучения и векторного поля плотности потока энергии излучения в канале плазменного ускорителя при  $n_0 = 8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_0 = 1000 \text{ }^\circ\text{K}$  и  $J_p = 100 \text{ kA}$

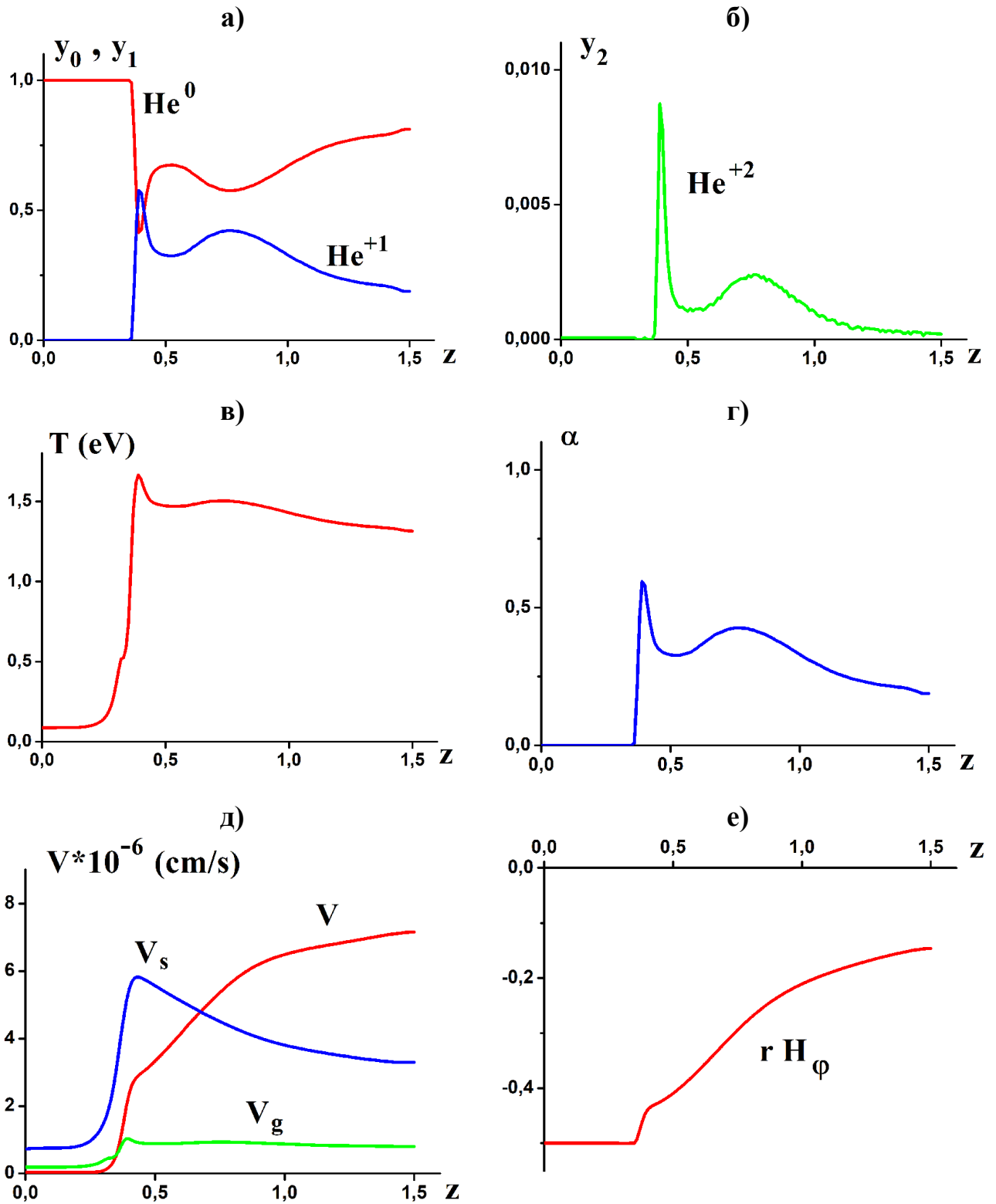


Рис. 6. Распределения вдоль средней координатной линии: относительные концентрации а) атомов и ионов гелия однократной ионизации, б) ионов гелия двукратной ионизации, в) температура, г) степень ионизации, д) скорость потока  $V$ , скорость звука  $V_g$ , скорость сигнала  $V_s$ , е) функция  $rH_\varphi$

при  $n_0 = 8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_0 = 1000 \text{ }^\circ\text{K}$  и  $J_p = 100 \text{ kA}$



На рис. 7 представлен расчет стационарного течения, полученный при следующих параметрах:  $n_o = 2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_o = 1000 \text{ }^\circ\text{K}$  и  $J_p = 150$ . По сравнению с предыдущим вариантом плотность в данном случае больше в 2.5 раза, а разрядный ток - в 1.5 раза.

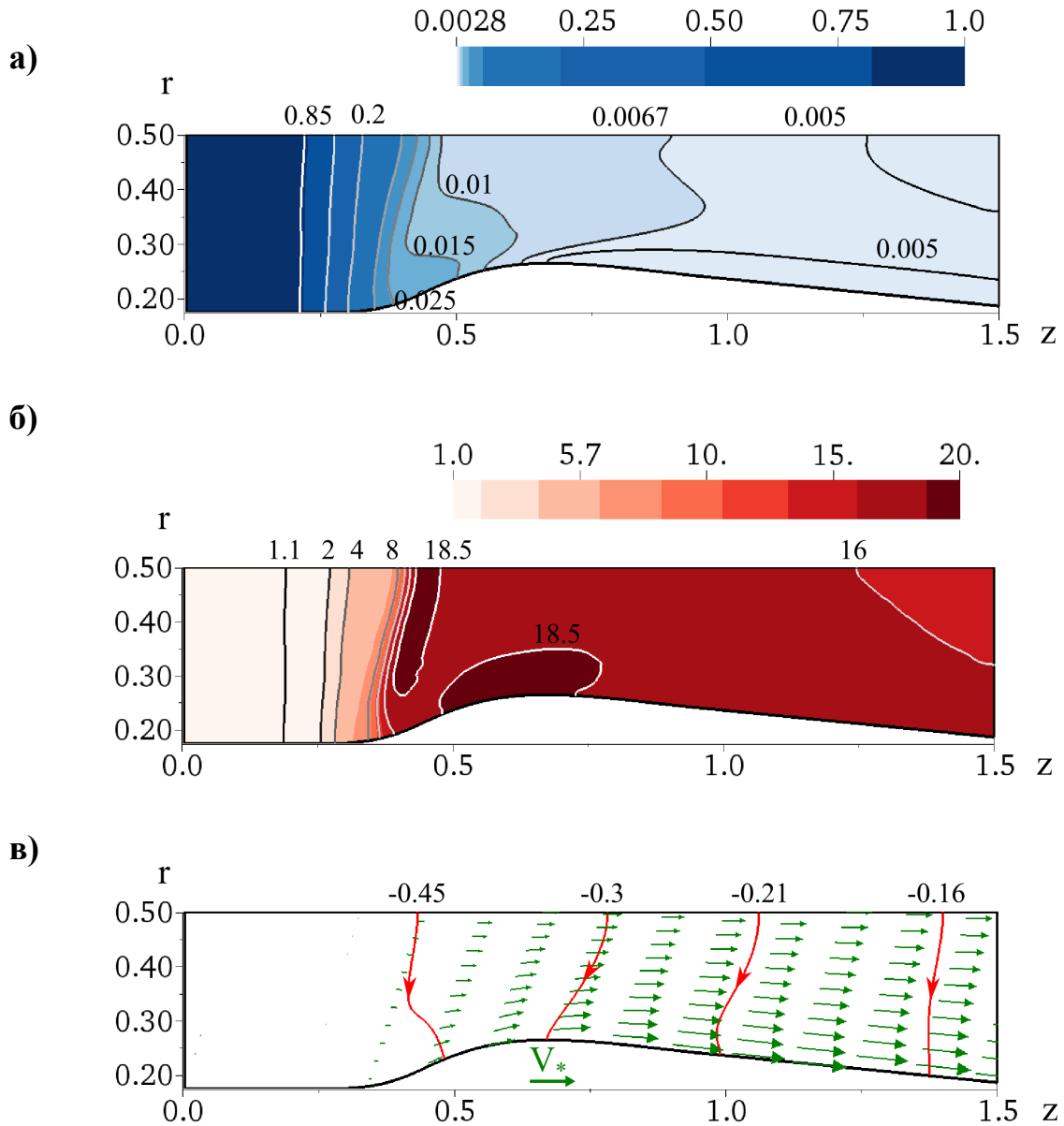


Рис. 7. Распределения а) плотности, б) температуры, в) скорости и тока в плазме в канале ускорителя при  $n_o = 2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_o = 1000 \text{ }^\circ\text{K}$  и  $J_p = 150 \text{ kA}$

Несмотря на это в безразмерном виде профили термодинамических функций на рис. 4 и 7 оказываются очень близкими. Это означает, что два этих стационарных течения с определенной точностью можно считать подобными. При этом для двух представленных подобных течений имеем один и тот же

параметр  $\beta \approx 0.18$ , что подтверждает предположение о подобии. Масштаб векторов на рис. 7в определяется значением вектора  $V_* = 23 \cdot V_0$ , который указан на рисунке, где единица скорости равна  $V_0 = 4.63 \cdot 10^5 \text{ см/с}$ .

На рис. 8 представлены распределения плотности энергии излучения  $U$  и векторного поля плотности потока энергии излучения  $\mathbf{W}$ , отвечающие рис. 7. Масштаб векторов  $\mathbf{W}$  на рис. 8 определяется модулем вектора  $W_* = 1.3 \cdot 10^8 \text{ эрг/(см}^2\text{с)}$ , указанного на рисунке.

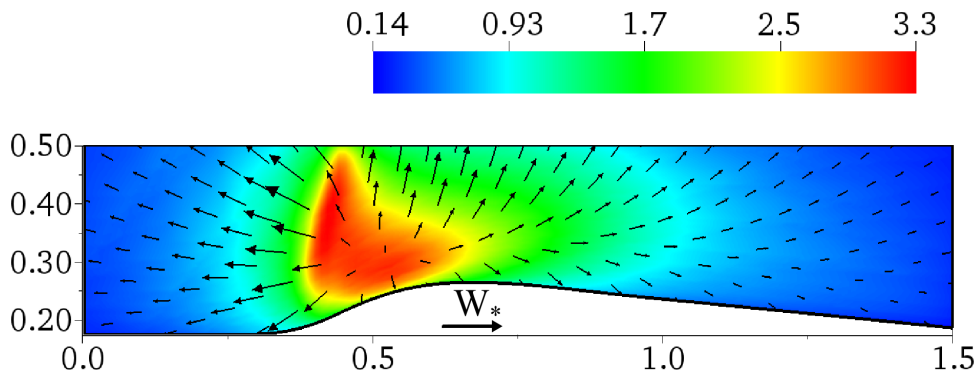


Рис. 8. Распределения плотности энергии излучения и векторного поля плотности потока излучения в канале при  $n_0 = 2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$  и  $J_p = 150 \text{ кА}$

Рис. 9 и 10 демонстрируют пульсирующее течение в канале КСПУ в определенный момент времени при следующих размерных параметрах: плотность на входе  $n_0 = 8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , температура  $T_0 = 1000 \text{ }^\circ\text{K}$  и разрядный ток  $J_p = 60 \text{ кА}$ . Масштаб векторов на рис. 9в определяется значением вектора  $V_* = 23 \cdot V_0$ , где единица скорости равна  $V_0 = 2.92 \cdot 10^5 \text{ см/с}$ .

Хорошо видно, что пульсирующее течение кардинально отличается от стационарных течений. На рис. 9а и 9б наблюдаются обособленные минимумы плотности и температуры. Между областями с относительно низкими значениями температуры расположена область нагретой плазмы. При этом фронт ионизации расположен в наиболее узкой части канала. Это говорит о неустановившемся характере процесса ионизации. В то же время в установившихся течениях фронт ионизации расположен в сужающейся части канала плазменного ускорителя.

На рис. 10 представлены соответствующие распределения плотности энергии излучения  $U$  и векторного поля плотности потока энергии излучения  $\mathbf{W}$ . Область наиболее сильного свечения плазмы, отвечающая максимальным значениям температуры, сместилась ближе к выходу и расположена в расширяющейся части канала.

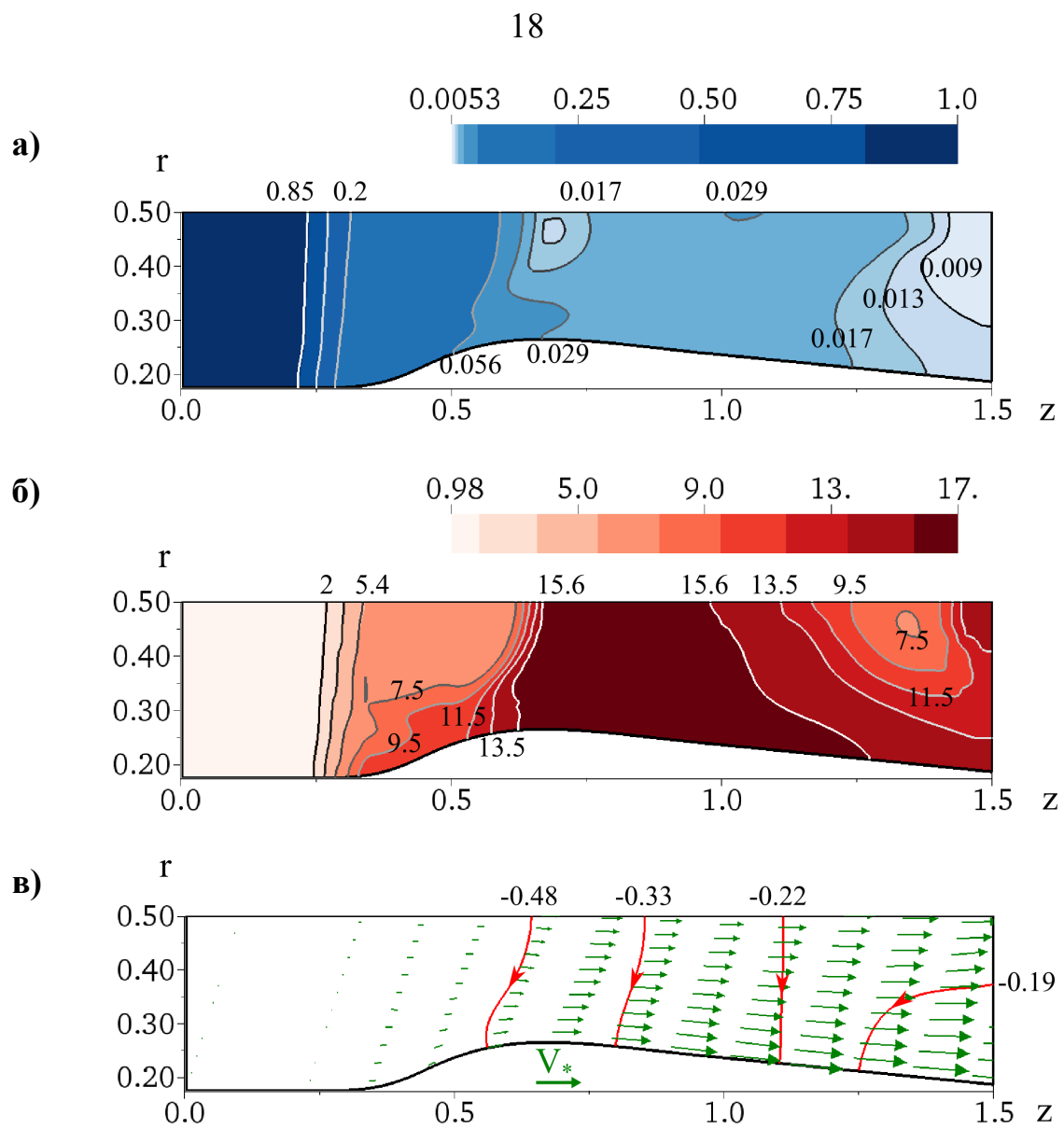


Рис. 9. Распределения а) плотности, б) температуры, в) скорости и тока в плазме в канале ускорителя при  $n_o = 8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_o = 1000 \text{ }^\circ\text{K}$  и  $J_p = 60 \text{ kA}$

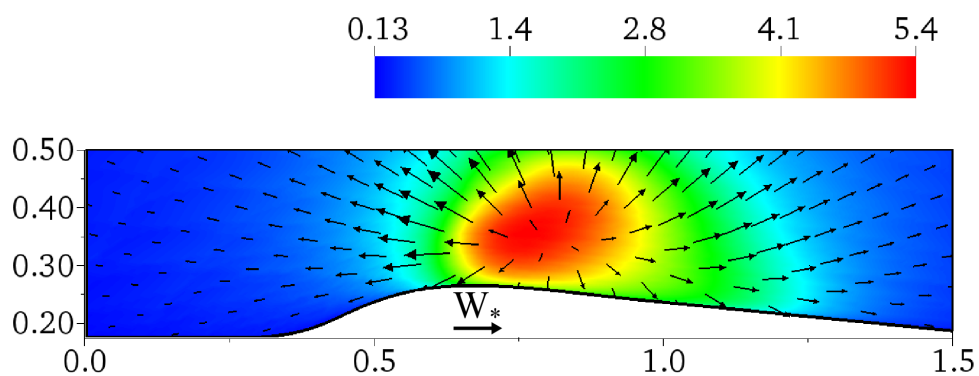


Рис. 10. Распределения плотности энергии излучения и векторного поля плотности потока излучения в канале плазменного ускорителя при  $n_o = 8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_o = 1000 \text{ }^\circ\text{K}$  и  $J_p = 60 \text{ kA}$

## Граница стационарных режимов

Расчеты проводятся методом установления. В результате получается либо установившееся стационарное течение, либо неустановившееся пульсирующее течение. На рис. 11 представлено изменение со временем температуры в некоторой точке за фронтом ионизации для двух расчетов, отвечающих следующим наборам параметров:  $n_o = 8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_o = 1000 \text{ }^\circ\text{K}$ ,  $J_p = 80 \text{ kA}$  (синяя кривая) и  $n_o = 8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_o = 1000 \text{ }^\circ\text{K}$ ,  $J_p = 100 \text{ kA}$  (красная кривая). Красная линия соответствует стационарному течению, синяя – пульсирующему режиму.

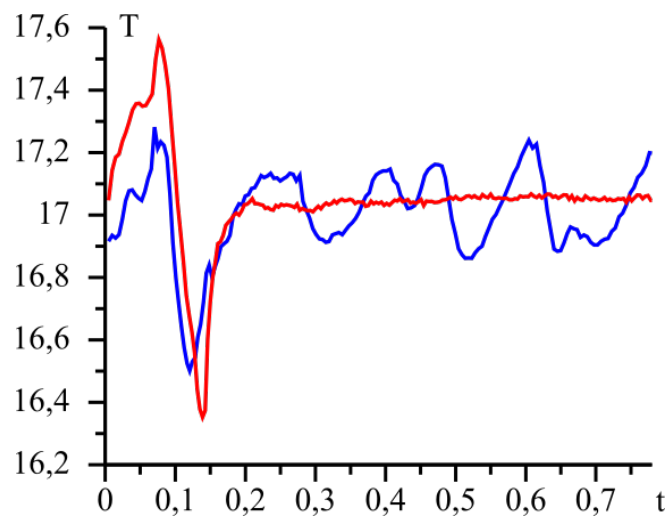


Рис. 11. Изменение температуры со временем в точке, расположенной на средней координатной линии на выходе из канала, для двух течений при  $J_p = 80 \text{ kA}$ ,  $n_o = 8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_o = 1000 \text{ }^\circ\text{K}$  (синяя кривая) и при  $J_p = 100 \text{ kA}$ ,  $n_o = 8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ ,  $T_o = 1000 \text{ }^\circ\text{K}$  (красная кривая)

По итогам серии расчетов была получена граница на плоскости переменных  $(\ln(J_m), \ln(J_p))$ , разделяющая стационарные и пульсирующие режимы. Этой границе отвечает линейная зависимость, представленная сплошной кривой на рис. 12. Красные точки расположены над границей и отвечают стационарным режимам. Стационарные режимы, изображенные на рис. 4 и 7, отмечены соответственно точкой 1 и 2 на рис. 12.

Синие точки, напротив, отвечают пульсирующим течениям, которые наблюдаются при меньших значениях разрядного тока и расположены ниже границы. Нестационарному пульсирующему течению, представленному на рис. 9, отвечает точка 3.

Граница между стационарными и пульсирующими режимами может быть описана следующей линейной зависимостью:

$$\ln(J_p) = \lambda \ln(J_{\dot{m}}) + b,$$

где  $\lambda = 0.615$  и  $b = 3.01$ .

Таким образом, эмпирическому условию стационарности течений ионизирующегося гелия отвечает следующее неравенство:

$$\frac{J_p^a}{J_{\dot{m}}} > K,$$

где константы  $K = e^{b/\lambda}$  и  $a = 1/\lambda = 1.63$ . Константы  $K$  и  $a$  в основном зависят от геометрии канала, используемого газа и характерной температуры поступающего газа.

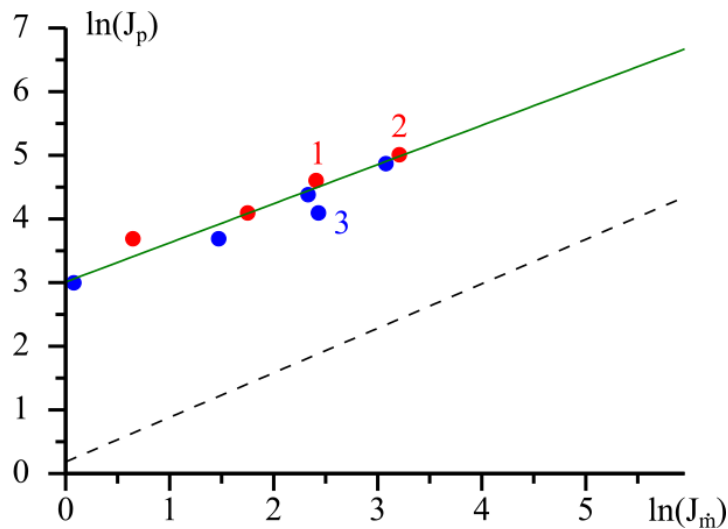


Рис. 12. Граница между стационарными и пульсирующими режимами

Для сравнения на рис. 12 пунктиром приведена граница между стационарными и пульсирующими течениями ионизирующегося водорода. Видно, что в случае водорода устойчивый процесс ионизации наблюдается для более широкого диапазона параметров.

Анализ безразмерных параметров и, соответственно, законов подобия приводит к следующему соотношению  $J_p^2 / J_{\dot{m}} > K$ , которое приблизительно определяет условие стационарности течений ионизирующегося газа.

## Заключение

Проведено численное исследование стационарных и пульсирующих течений ионизирующегося гелия с возможным образованием многозарядных ионов. Двумерная модель осесимметричных течений ионизирующегося газа в канале КСПУ основана на системе модифицированных МГД уравнений с учетом электропроводности и теплопроводности среды. МГД модель дополнена системой уравнений ионизационного равновесия, позволяющей определить образование ионов гелия с различной кратностью ионизации.

Перенос излучения учитывается в рамках 3D постановки задачи на основе уравнения переноса излучения с коэффициентом поглощения и излучательной способности, которые включают основные механизмы излучения и поглощения. Численные исследования процесса ионизации гелия и переноса излучения выполнены в приближении локального термодинамического равновесия. В результате серии численных экспериментов получено эмпирическое условие стационарности течений ионизирующегося гелия. Сравнение с условием стационарности для ионизирующегося водорода показало, что процесс ионизации водорода более устойчив и стационарным течениям ионизирующегося водорода отвечает более широкий диапазон параметров.

### Библиографический список

1. Морозов А.И. Введение в плазмодинамику. М.: Физматлит, 2008. 613 с.
2. Белан В.Г., Золотарев С.П., Левашов В.Ф., Майнашев В.С., Морозов А.И., Подковыров В.Л., Скворцов Ю.В. Экспериментальное исследование квазистационарного плазменного ускорителя, питаемого от индуктивного и емкостного накопителей // Физика плазмы. 1990. Т.16, № 2. С. 176-185.
3. Klimov N., Podkovyrov V., Zhitlukhin A., Kovalenko D., Bazylev B., Landman I., Pestchanyi S., Janeschitz G., Federici G., Merola M., Loarte A., Linke J., Hirai T., Compan J. Experimental study of PFCs erosion under ITER-like transient loads at plasma gun facility QSPA // Journal of Nuclear Materials. 2009. V. 390-391. P. 721-726.
4. Kozlov A.N., Drukarenko S.P., Klimov N.S., Moskacheva A.A., Podkovyrov V.L. The experimental research of the electric characteristics of discharge in the quasi-steady plasma accelerator with the longitudinal magnetic field // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2009. No. 1. P. 92-94.
5. Климов Н.С., Коваленко Д.В., Подковыров В.Л., Кочнев Д.М., Ярошевская А.Д., Урлова Р.В., Козлов А.Н., Коновалов В.С. Экспериментальное исследование интегральных характеристик потока плазмы и разряда квазистационарного сильноточного плазменного ускорителя с собственным магнитным полем // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный синтез. 2019. Т. 42. № 3. С. 52-63.
6. Волошко А.Ю., Гаркуша И.Е., Морозов А.И., Соляков Д.Г., Терешин В.И., Царенко А.В., Чеботарев В.В. Исследование локальной картины течения плазмы в двухступенчатом КСПУ // Физика плазмы. 1990. Т. 16, № 2. С. 168-175.
7. Tereshin V.I., Bandura A.N., Byrka O.V., Chebotarev V.V., Garkusha I.E., Landman I., Makhraj V.A., Neklyudov I.M., Solyakov D.G., Tsarenko A.V. Application of powerful quasi-steady-state plasma accelerators for simulation of ITER transient heat loads on divertor surfaces // Plasma Phys. Contr. Fusion. 2007. V. 49. P. A231-A239.
8. Garkusha I.E., Chebotarev V.V., Herashchenko S.S., Makhraj V.A., Kulik N.V., Ladygina M.S., Marchenko A.K., Petrov Yu.V., Staltsov V.V., Shevchuk P.V.,

- Solyakov D.G., Yelisyeyev D.V. Novel test-bed facility for PSI issues in fusion reactor conditions on the base of next generation QSPA plasma accelerator // Nuclear Fusion. 2017. V. 57(11). Ar. 116011.
9. Garkusha I.E., Solyakov D.G., Chebotarev V.V., Makhraj V.A. and Kulik N.V. Experimental studies of high-energy quasi-steady plasma streams generated by a magnetoplasma analogue of the Laval nozzle in the compression and acceleration regimes // Plasma Physics Reports. 2019. V. 45(2). P. 166-178.
  10. Ананин С.И., Асташинский В.М., Баканович Г.И., Костюкевич Е.А., Кузмицкий А.М., Маньковский А.А., Минько Л.Я., Морозов А.И. Исследование процессов формирования плазменных потоков в квазистационарном сильноточном плазменном ускорителе (КСПУ) // Физика плазмы. 1990. Т.16, № 2. С. 186-196.
  11. Astashynski V.M., Ananin S.I., Askerko V. V., Kostyukevich E.A., Kuzmitski A.M., Uglov V.V., Anishchik V.M., Astashynski V.V., Kvasov N.T., Danilyuk L.A. Materials surface modification using quasi-stationary plasma accelerators // J. Surface and Coating Technology. 2004. V. 180-181. P. 392-395.
  12. Дьяконов Г.А., Тихонов В.Б. Экспериментальное исследование влияния геометрии ускорительного канала и внешнего магнитного поля на режимы течения плазмы в коаксиальном квазистационарном плазменном ускорителе (КСПУ) типа П-50А // Физика плазмы. 1994. Т. 20, № 6. С. 533-540.
  13. Morozov A.I., Savelyev V.V. Fundamentals of stationary plasma thruster theory // Reviews of plasma physics / Edited by V.B. Kadomtsev and V.D. Shafranov. Consultants Bureau. 2000. V. 21. P. 203-391.
  14. Морозов А.И., Соловьев Л.С. Стационарные течения плазмы в магнитном поле // Вопросы теории плазмы. / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Атомиздат. 1974, вып. 8. С. 3-87.
  15. Брушлинский К.В., Морозов А.И. Расчет двумерных течений плазмы в каналах // Вопросы теории плазмы. / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Атомиздат. 1974, вып. 8. С. 88-163.
  16. Брушлинский К.В., Заборов А.М., Козлов А.Н., Морозов А.И., Савельев В.В. Численное моделирование течений плазмы в КСПУ // Физика плазмы. 1990. Т. 16, № 2. С. 147-157.
  17. Брушлинский К.В. Математические и вычислительные задачи магнитной газодинамики. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2009. 200 с.
  18. Козлов А.Н. Влияние продольного магнитного поля на эффект Холла в канале плазменного ускорителя. // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 4. С. 165-175.
  19. Kozlov A.N. Basis of the quasi-steady plasma accelerator theory in the presence of a longitudinal magnetic field // J. Plasma Physics. 2008. V.74, No.2. P.261-286.
  20. Козлов А.Н. Двухжидкостная магнитогидродинамическая модель течений плазмы в квазистационарном ускорителе с продольным магнитным полем // Прикладная механика и техническая физика. 2009. Т. 50, № 3. С. 44-55.

21. Козлов А.Н. Исследование приэлектродных процессов в квазистационарных плазменных ускорителях с непроницаемыми электродами // Физика плазмы. 2012. Т. 38, № 1. С. 15-25.
22. Kozlov A.N. The study of plasma flows in accelerators with thermonuclear parameters // Plasma Physics and Controlled Fusion. 2017. V. 59, No. 11. Ar. 115004, P. 1-7.
23. Kozlov A.N., Garkusha I.E., Konovalov V.S., Novikov V.G. The radiation intensity of the Lyman alpha line at ionization front in the quasi-steady plasma accelerator // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2013, No.1. P. 128-130.
24. Kozlov A.N., Konovalov V.S. Numerical study of the ionization process and radiation transport in the channel of plasma accelerator // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation (CNSNS). 2017. V. 51. P. 169-179.
25. Козлов А.Н. Кинетика ионизации и рекомбинации в канале плазменного ускорителя // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 5. С. 181-188.
26. Бармин А.А., Козлов А.Н. Структура стационарного фронта ионизации в канале плазменного ускорителя // Изв. РАН. МЖГ. 2013. № 4. С. 155-167.
27. Брушлинский К.В., Козлов А.Н., Коновалов В.С. Численные модели стационарных и пульсирующих течений ионизирующегося газа в каналах плазменных ускорителей // ЖВМ и МФ. 2015. Т. 55, № 8. С. 1405-1416.
28. Козлов А.Н., Коновалов В.С. Исследование процесса ионизации азота и образования многозарядных ионов в канале плазменного ускорителя // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2017. № 100. 32 с.
29. Козлов А.Н., Коновалов В.С. Модель неравновесного процесса ионизации с учетом поуровневой кинетики и переноса излучения в канале плазменного ускорителя // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2017. № 103. 28 с.
30. Kozlov A.N., Klimov N.S., Konovalov V.S., Podkovyrov V.L., Urlova R.V. Study of the ionizing gas flow in the channel of plasma accelerator with different ways of gas inflow at the inlet // Journal of Physics: Conference Series. 2019. V. 1394. Ar. 012021. P. 1-8.
31. Брагинский С.И. Явления переноса в плазме // Вопросы теории плазмы. / Под ред. М. А. Леонтовича. М.: Атомиздат. 1963, вып. 1. С. 183-272.
32. Adibzadeh M., Theodosiou C.E. Elastic electron scattering from inert-gas atoms // Atomic Data and Nuclear Data Tables. 2006. V. 91. P. 8–76.
33. Грановский В.Л. Электрический ток в газе. М.: Наука, 1971. 543 с.
34. Оран Э., Борис Дж. Численное моделирование реагирующих потоков. М.: Мир, 1990.
35. Дегтярев Л.М., Фаворский А.П. Поточковый вариант метода прогонки для разностных задач с сильно меняющимися коэффициентами // ЖВМ и МФ. 1969. Т. 9, № 1. С. 211-218.
36. Михалас Д. Звездные атмосферы (1 часть). М.: Мир, 1982. 352 с.
37. Четверушкин Б.Н. Математическое моделирование задач динамики излучающего газа. М.: Наука, 1985. 304 с.



38. Гасилов В.А., Болдарев А.С., Дьяченко С.В., Ольховская О.Г., Карташева Е.Л., Болдырев С.Н., Багдасаров Г.А., Гасилова И.В., Бояров М.С., Шмыров В.А. Пакет прикладных программ MARPLE3D для моделирования на высокопроизводительных ЭВМ импульсной магнитоускоренной плазмы // Математическое моделирование. 2012. Т. 24, № 1. С. 55–87.
39. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 686 с.
40. Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. М.: Мир, 1975. 934 с.
41. Castor John I. Lectures on radiation hydrodynamics. – Lawrence Livermore National Laboratory, 2000.
42. Биберман Л.М., Воробьев В.С., Якубов И.Т. Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. М.: Наука, 1982. 375 с.
43. Имшенник В.С., Морозов Ю.П. Радиационная релятивистская газодинамика высокотемпературных явлений. М.: Атомиздат, 1981. 88 с.
44. Никифоров А.Ф., Новиков В.Г., Уваров В.Б. Квантово-статистические модели высокотемпературной плазмы. М.: Физматлит, 2000. 399 с.
45. Фортов В.Е. Уравнения состояния вещества: от идеального газа до кварк-глюонной плазмы. М.: Физматлит. 2012. 492 с.
46. Вайнштейн Л.А., Собельман И.И., Юков Е.А. Возбуждение атомов и уширение спектральных линий. М.: Наука. 1979. 319 с.
47. Gu M.F. The flexible atomic code // Canadian Journal of Physics. 2008. V. 86, No. 5. P. 675-689.
48. Geuzaine C., Remacle J.F. Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 2009. V. 79, No. 11. P. 1309-1331.
49. Carlson B.G. A Method of Characteristics and Other Improvements in Solutions Methods for the Transport Equations // NSE. 1976. V. 61. P. 408-425.
50. Лебедев В.И. О квадратурах на сфере // ЖВМ и МФ. 1976. Т. 16, № 2. С. 293-306.

## Оглавление

МГД модель течений ионизирующегося гелия.....	4
Модель переноса излучения.....	9
Результаты численного моделирования.....	13
Граница стационарных режимов .....	19
Заключение.....	20
Библиографический список.....	21