



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • [Электронная библиотека](#)

[Препринты ИПМ](#) • [Препринт № 44 за 2021 г.](#)



ISSN 2071-2898 (Print)  
ISSN 2071-2901 (Online)

**Д.Н. Шульц, [В.И. Балута](#)**

Развитие динамической  
стохастической модели  
общего равновесия для  
условий открытой экономики

**Рекомендуемая форма библиографической ссылки:** Шульц Д.Н., Балута В.И. Развитие динамической стохастической модели общего равновесия для условий открытой экономики // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2021. № 44. 27 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2021-44>  
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2021-44>

**Ордена Ленина  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ  
имени М.В.Келдыша  
Российской академии наук**

**Д.Н. Шульц, В.И. Балута**

**Развитие динамической стохастической  
модели общего равновесия  
для условий открытой экономики**

**Москва — 2021**

**Шульц Д.Н., Балута В.И.**

**Развитие динамической стохастической модели общего равновесия для условий открытой экономики**

В работе представлена DSGE-модель, описывающая применительно к отечественным реалиям следующие секторы экономики: домашние хозяйства, предприятия реального сектора и финансовых посредников. В свою очередь, домашние хозяйства представлены двумя группами: сберегателей и заёмщиков. В производственном секторе выделяются добывающие производства. Особенностью предлагаемой модели является firm-specific capital-подход, предполагающий, что владельцами основного капитала являются фирмы. Они же и принимают решения об инвестировании. Для добывающих предприятий уровень добычи задаётся экзогенно, чтобы адекватно отразить влияние соглашения ОПЕК+. Финансовые посредники трансформируют временно свободные средства домашних хозяйств в кредиты предприятиям реального сектора.

**Ключевые слова:** DSGE-модель, секторы экономики, домашние хозяйства, предприятия, финансовые посредники, исследование чувствительности

**D.N. Shults, V.I. Baluta**

**Development the dynamic stochastic general equilibrium model for open economy conditions**

The paper presents the DSGE-model that describes the following sectors of the economy in relation to domestic realities: households, enterprises of the real sector and financial intermediaries. In turn, households are represented by two groups: savers and borrowers. Extractive industries are distinguished in the manufacturing sector. A feature of the proposed model is the firm-specific capital approach, which assumes that the owners of fixed assets are firms. They also make investment decisions. For mining companies, the production level is set exogenously in order to adequately reflect the impact of the OPEC + agreement. Financial intermediaries transform temporarily free household funds into loans to enterprises in the real sector.

**Key words:** DSGE model, economic sectors, households, businesses, financial intermediaries, sensitivity research

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и CNPq (Бразилия), Фонда содействия инновациям (Россия), DBT, DST (Индия), MOST, NSFC (Китай), SAMRC (ЮАР) в рамках научного проекта № 20-51-80002

Авторы выражают благодарность за ценные замечания и предложения Е. Вихаревой, А. Полбину, А. Вотинову, Р. Демихову.

## Введение

В предыдущих публикациях [14, 24] мы рассматривали динамическую стохастическую модель общего равновесия (DSGE-модель) экономики России. Модель описывает функционирование и взаимодействие ключевых секторов экономики: домашние хозяйства, реальный сектор, внешний мир и центральный банк, проводящий политику инфляционного таргетирования. В настоящей работе представлено развитие изложенной ранее версии. Во введении акцентируется внимание на характерных особенностях новой версии модели, принятых предпосылках и сделанных упрощающих предположениях.

Прежде всего, в блоке реального сектора выделен добывающий сектор и учтены инвестиции. Инвестиции в основной капитал, как правило, не учитываются в известных нам QPM-моделях (моделях ежеквартальных прогнозов), используемых центральными банками при разработке денежно-кредитной политики. Однако для развивающихся стран это очень важная компонента ВВП, определяющая перспективы долгосрочного экономического роста. Более того, это наиболее волатильная компонента ВВП, чувствительная к ставке процента, инфляции, валютным рискам, активности финансовой системы. Поэтому, на наш взгляд, в прикладных моделях, в том числе используемых денежными регуляторами, необходимо выделять этот фактор – инвестиции в основной капитал – в явном виде.

В качестве одного из значимых источников инвестиций в излагаемой ниже версии модели рассматривается сектор домашних хозяйств, но, в отличие от традиционных зарубежных подходов, предлагается по-новому рассматривать их роль в этой деятельности в силу специфики сложившихся в нашей стране условий. Предположение, что домашние хозяйства владеют факторами производства и принимают решения об инвестициях, используется в большинстве известных нам динамических стохастических моделей общего равновесия (DSGE-модели). Однако в используемой прямой постановке эта предпосылка представляется адекватной лишь западным экономикам, где домашние хозяйства действительно массово владеют ценными бумагами компаний и активно участвуют в деятельности фондового рынка.

Обычно для учета указанного фактора проводится разделение домашних хозяйств на две группы: рикардианские и нерикардианские. Первые имеют доступ к финансовым рынкам, соответственно, не испытывают ограничений при заимствованиях и сбережениях. Вторые же живут «от зарплаты до зарплаты» и не имеют доступа к займам.

В литературе можно встретить и более глубокую детализацию сегмента домашних хозяйств. Так, в работе [7] приводятся варианты моделей с разбивкой домашних хозяйств на городское и сельское население. При этом первые декомпозируются на заёмщиков и кредиторов, а вторые – на занятых в строительстве и привлекаемых к полевым работам мигрантов. К еще более

общему классу моделей относят HANK-модели (Heterogeneous agents New Keynesian – нью-кейнсианских гетерогенных агентов), в которых доли каждого вида домохозяйств не фиксированы [5], а поскольку это предполагает их переходы из одного класса в другой, то при описании модели поведения учитывается и возможность смены состояния. Например, в задачу домашнего хозяйства, которое в какой-то момент не ограничено в заимствованиях, вводится вероятность того, что в будущем могут возникнуть ограничения на возможность жить в кредит.

В ряде работ отмечается, что, несмотря на активную инвестиционную роль домашних хозяйств, большинство хозяйственных и инвестиционных решений принимают менеджеры компаний. Этот аспект исследуется в FSC-классе (firm-specific capital) DSGE-моделей [1, 11, 12], предполагающих, что решение об инвестициях принимается фирмами. Если в традиционных DSGE-моделях предполагается, что домашние хозяйства непосредственно инвестируют в основные фонды реального сектора, то при FSC-подходе в модель в явном виде включаются финансовые посредники. Последние трансформируют временно свободные средства (сбережения) домашних хозяйств в кредиты реальному сектору и инвестиции.

Таким образом, наиболее распространённый на сегодняшний день подход (то есть деление на рикардянские и нерикардянские домохозяйства), на наш взгляд, не совсем адекватен отечественной специфике по следующим причинам. С одной стороны, в нашей экономике практически отсутствует непосредственное участие домохозяйств в активной инвестиционной деятельности. С другой стороны, наименее платежеспособная часть населения всё равно имеет доступ к займам в банковских и небанковских кредитных организациях, а значительная их часть склонна формировать сбережения даже при низком уровне доходов за счёт существенного снижения собственного потребления. Для учёта этих обстоятельств в нижеизлагаемой модели предлагается разделение домашних хозяйств также на две группы, но с несколько другими характеристиками, чем при традиционном рассмотрении, – на группы сберегателей и заёмщиков, нуждающихся в роли посредников на фондовом рынке, что позволяет опереться на малоизученные FSC-подходы.

Такое разбиение преследует ещё одну цель. Как известно, разные типы домашних хозяйств имеют разную склонность к потреблению, разную эластичность предложения труда по заработной плате. Соответственно, фискальная и монетарная политики влияют на разные типы домашних хозяйств с разной силой. И этот аспект, то есть разное влияние экономической политики на разные группы населения, на наш взгляд, важно учитывать при разработке экономической политики в контексте проблемы неравенства и бедности.

Ещё одной характерной чертой предлагаемой модели является то, что инерционность потребления домашних хозяйств выводится из модели поведения домашних хозяйств, а не постулируется ad hoc.

Как и в предыдущей версии [14], для акцентирования внимания на обозначенных аспектах модель рассматривается без явного выделения бюджетного сектора. Неявно влияние бюджетных расходов учитывается через шоки совокупного спроса.

Наконец, как было отмечено выше, в текущей версии модели добавлен блок финансовых посредников, которые привлекают временно свободные средства хозяйств-сберегателей, а также предоставляют кредиты реальному сектору и хозяйствам-заёмщикам.

Присутствие финансовых посредников важно ещё ввиду следующего обстоятельства. Зачастую в кризисные периоды государственные меры по стимулированию кредитования реального сектора не срабатывают. Центральные банки предоставляют ликвидность коммерческим банкам под льготные процентные ставки, однако дальше эти средства не трансформируются в кредиты реальному сектору. Основная причина подобных финансовых «клиньев» заключается в том, что банки оценивают риск банкротства заёмщика и невозврата кредитов как высокий. В результате у банков накапливаются ликвидные активы, в том числе валютные, но не происходит рост кредитования предприятий. Чтобы учесть возможность возникновения подобных финансовых клиньев, необходимо в модели выделить банковский сектор в явном виде.

## **Описание основных положений модели**

### **Домашние хозяйства**

Как отмечено выше, при делении домашних хозяйств на рикардианские и нерикардианские под первыми понимают те из них, которые не испытывают ограничений на заимствования и сбережения. Нерикардианские же домашние хозяйства ограничены в заимствованиях. Разделение домохозяйств на эти два типа связано с различной реакцией на внешние шоки: первые могут сглаживать потребление за счет доступа к финансовым ресурсам; а вторые – нет, и их расходы определяются только доходами от трудовой деятельности. Как следствие, нерикардианские хозяйства имеют большую склонность к потреблению, что означает и более сильную реакцию на внешние шоки и инструменты государственной экономической политики.

Однако реалии отечественной экономики таковы, что даже высокорискованные заёмщики могут прибегать к заимствованиям, в том числе у «микрофинансовых организаций» под более высокий процент. Исходя из этого предлагается изменить структурирование и разделить классы домохозяйств на «сберегателей» и «заёмщиков». Первые имеют достаточный доход и могут осуществлять сбережения. Вторые вынуждены прибегать к займам, а ухудшение условий кредитования ограничивает их потребительские возможности.

Предложенное разделение домашних хозяйств можно рассматривать и как технический приём, позволяющий учесть, что сектор домашних хозяйств одновременно и сберегает, и занимает.

Поскольку модель не содержит бюджетный сектор, в данной версии модели мы игнорируем социальные трансферты второй группе домохозяйств, а также дифференциацию налогообложения разных типов домашних хозяйств.

### Сберегатели

Целевая функция репрезентативного хозяйства-сберегателя имеет вид:

$$U = E \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left( \frac{(c_{RH,t} - h_t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \Phi_L \frac{L_{RH,t}^{1+\varphi}}{1+\varphi} + \Phi_m \frac{m_{RH,t}^{1-\psi}}{1-\psi} \right) \right] \rightarrow \max, \quad (1)$$

где  $E[\cdot]$  – оператор рациональных ожиданий;  $c_{RH,t}$  – потребление товаров и услуг хозяйствами-сберегателями;  $h_t$  – переменная, отражающая инерционность потребительских предпочтений (будет определена ниже);  $L_{RH,t}$  – предложение труда;  $m_{RH,t} = \frac{M_{RH,t}}{P_t}$  – реальные, а  $M_{RH,t}$  – номинальные денежные остатки;  $\beta \in (0; 1)$  – норма дисконтирования будущей полезности;  $\sigma$  – норма межвременного замещения потребления (эластичность потребления по реальной ставке процента в (47) и (48) при отсутствии инерции потребления);  $\varphi$  – параметр, обратный эластичности предложения труда по реальной заработной плате;  $\psi$  – эластичность спроса на деньги по ставке процента.

Параметры<sup>1</sup>  $\Phi_L$  и  $\Phi_m$  определяют вклад труда и денежных остатков в полезность. Эти параметры не участвуют в линеаризованной модели, с которой мы работаем ниже, но важны, например, для работы с нелинейным вариантом модели и/или при поиске оптимальных параметров денежно-кредитной политики.

Бюджетное ограничение хозяйства-сберегателя в номинальных величинах:

$$P_t c_{RH,t} + M_{RH,t} + D_t + D_{W,t} = W_t L_{RH,t} + M_{RH,t-1} + (1 + RD_{t-1}) D_{t-1} + D_{W,t-1} \frac{(1 + RD_{W,t-1}) S_t}{S_{t-1}}, \quad (2)$$

где  $P_t$  – стоимость потребительской корзины;  $D_t$  и  $D_{W,t}$  – нетто-активы домашних хозяйств в национальной и иностранной валютах с доходностями  $RD_t$  и  $RD_{W,t}$  соответственно;  $W_t$  – номинальная заработная плата;  $S_t$  – номинальный обменный курс.

Бюджетное ограничение домашнего хозяйства-сберегателя, записанное через реальные показатели:

$$(c_{RH,t} + m_{RH,t} + d_t + d_{W,t} - w_t L_{RH,t})(1 + \pi_t) = \quad (3)$$

<sup>1</sup> В целевую функцию дополнительно могут быть добавлены экзогенные шоки предпочтений, в т.ч. шоки предпочтений потребления, предпочтений к труду и к хранению денежных остатков. Это позволяет повысить объяснительную способность моделей, однако такой подход подвергается критике за то, что при этом в DSGE-модель вводятся дополнительные неverified, ненаблюдаемые переменные.

$$= m_{RH,t-1} + (1 + RD_{t-1})d_{t-1} + d_{W,t-1} \frac{(1+RD_{W,t-1})S_t}{S_{t-1}},$$

где  $d_t = \frac{D_t}{P_t}$  и  $d_{W,t} = \frac{D_{W,t}}{P_t}$  – реальные активы в национальной и иностранной валютах;  $w_t = \frac{W_t}{P_t}$  – реальная заработная плата;  $\pi_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1$  – потребительская инфляция.

Для определения оптимального поведения домашних хозяйств необходимо специфицировать переменную  $h_t$ . Мы будем использовать модель external habit formation [4, 8]. В рамках этой модели предполагается, что  $h_t = hC_{RH,t-1}$ , где  $C_{RH,t}$  – некое «среднестатистическое» потребление, задаваемое, например, модой или принятыми стандартами жизни. При этом предполагается, что потребление отдельного домашнего хозяйства настолько мало, что не способно оказывать влияние на макроэкономическую переменную  $C_{RH,t}$ .

Функция полезности (1) с учётом ограничения (3) максимизируется по переменным  $c_{RH,t}, L_{RH,t}, m_{RH,t}, d_t, d_{W,t}$ . Функция Лагранжа рассматриваемой задачи на условный экстремум имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = E \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left( \frac{(c_{RH,t} - h_t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \Phi_L \frac{L_{RH,t}^{1+\varphi}}{1+\varphi} + \Phi_m \frac{m_{RH,t}^{1-\psi}}{1-\psi} \right) \right] \\ - \lambda_{RH,t} \beta^t \left( (c_{RH,t} + m_{RH,t} + d_t + d_{W,t} - w_t L_{RH,t})(1 + \pi_t) - m_{RH,t-1} \right. \\ \left. - (1 + RD_{t-1})d_{t-1} - d_{W,t-1} \frac{(1 + RD_{W,t-1})S_t}{S_{t-1}} \right). \end{aligned}$$

Условие первого порядка для потребления:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial c_{RH,t}} = \beta^t (c_{RH,t} - h_t)^{-\sigma} - \lambda_{RH,t} \beta^t (1 + \pi_t) = 0.$$

Полученное выражение для репрезентативного домашнего хозяйства после агрегации на макроэкономический уровень даст:

$$(C_{RH,t} - hC_{RH,t-1})^{-\sigma} = \lambda_{RH,t} (1 + \pi_t), \quad (4)$$

где  $C_{RH,t}$  – агрегированное потребление репрезентативного хозяйства-сберегателя.

Условие первого порядка для предложения труда:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_{RH,t}} = -\beta^t \Phi_L L_{RH,t}^{\varphi} + \lambda_{RH,t} \beta^t w_t (1 + \pi_t) = 0 \\ \Rightarrow \Phi_L L_{RH,t}^{\varphi} = \lambda_{RH,t} (1 + \pi_t) w_t. \end{aligned} \quad (5)$$

Для спроса на деньги<sup>2</sup>:

<sup>2</sup> Для краткости записи здесь и далее мы будем опускать оператор рациональных ожиданий  $E[\cdot]$ .



$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_{RH,t}} &= \beta^t \Phi_m m_{RH,t}^{-\psi} - \lambda_{RH,t} \beta^t (1 + \pi_t) + \lambda_{RH,t+1} \beta^{t+1} = 0 \\ &\Rightarrow \Phi_m m_{RH,t}^{-\psi} = \lambda_{RH,t} (1 + \pi_t) - \lambda_{RH,t+1} \beta. \end{aligned} \quad (6)$$

Для депозитов в национальной валюте:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial d_t} &= -\lambda_{RH,t} \beta^t (1 + \pi_t) + \lambda_{RH,t+1} \beta^{t+1} (1 + RD_{RH,t}) = 0 \\ &\Rightarrow \frac{\lambda_{RH,t+1} \beta}{\lambda_{RH,t}} = \frac{(1 + \pi_t)}{(1 + RD_t)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Для депозитов в иностранной валюте:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial d_{W,t}} &= -\lambda_{RH,t} \beta^t (1 + \pi_t) + \lambda_{RH,t+1} \beta^{t+1} \frac{(1 + RD_{W,t}) S_{t+1}}{S_t} = 0 \\ &\Rightarrow \frac{\lambda_{RH,t+1} \beta}{\lambda_{RH,t}} = \frac{(1 + \pi_t) S_t}{(1 + RD_{W,t}) S_{t+1}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом, в равновесии должно выполняться условие:  $\frac{\lambda_{RH,t+1} \beta}{\lambda_{RH,t}} = \frac{(1 + \pi_t) S_t}{(1 + RD_{W,t}) S_{t+1}} = \frac{(1 + \pi_t)}{(1 + RD_t)}$ . Иными словами, доходности активов должны быть уравновешены. Полученное соотношение есть аналог уравнения непокрытого паритета процентных ставок (UIP):

$$\frac{S_{t+1}}{S_t} = \frac{(1 + RD_t)}{(1 + RD_{W,t})}. \quad (9)$$

При линеаризации уравнения UIP (9) мы введём инерцию обменного курса, в том числе для учёта сглаживания валютного курса с помощью бюджетного правила.

### Заёмщики

Аналогом нерикарданских домашних хозяйств в нашей модели являются заёмщики. Они также максимизируют целевую функцию:

$$U = E \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left( \frac{(c_{NH,t} - h_t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \Phi_L \frac{L_{NH,t}^{1+\varphi}}{1+\varphi} + \Phi_m \frac{m_{NH,t}^{1-\psi}}{1-\psi} \right) \right] \rightarrow \max \quad (10)$$

Переменные для домохозяйств-заёмщиков аналогичны переменным, описанным выше для «сберегателей», и отличаются только индексами.

Бюджетное ограничение домашнего хозяйства-заёмщика:

$$\begin{aligned} P_t c_{NH,t} + M_{NH,t} + (1 + RC_{NH,t-1}) CR_{NH,t-1} \\ = W_t L_{NH,t} + M_{NH,t-1} + CR_{NH,t}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $CR_{NH,t}$  – задолженность по кредитам;  $RC_{NH,t}$  – процентная ставка кредитования домашних хозяйств.

Реальное бюджетное ограничение

$$\begin{aligned} & (c_{NH,t} + m_{NH,t} - cr_{NH,t} - w_t L_{NH,t})(1 + \pi_t) \\ & = m_{NH,t-1} - (1 + RC_{NH,t-1})cr_{NH,t-1}. \end{aligned} \quad (12)$$

Функция Лагранжа для домашних хозяйств-заёмщиков имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = E \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left( \frac{(c_{NH,t} - h_t)^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \Phi_L \frac{L_{NH,t}^{1+\varphi}}{1+\varphi} + \Phi_m \frac{m_{NH,t}^{1-\psi}}{1-\psi} \right) \right] \\ - \lambda_{NH,t} \beta^t \left( (c_{NH,t} + m_{NH,t} - cr_{NH,t} - w_t L_{NH,t})(1 + \pi_t) - m_{NH,t-1} \right. \\ \left. - (1 + RC_{NH,t-1})cr_{NH,t-1} \right). \end{aligned}$$

Из условия первого порядка для потребления получаем выражение, аналогичное полученному выше:

$$(C_{NH,t} - hC_{NH,t-1})^{-\sigma} = \lambda_{NH,t}(1 + \pi_t). \quad (13)$$

Условие первого порядка для спроса на банковские кредиты:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial cr_{NH,t}} &= \lambda_{NH,t} \beta^t (1 + \pi_t) - \lambda_{NH,t+1} \beta^{t+1} (1 + RC_{NH,t}) = 0 \\ &\Rightarrow \frac{(1 + \pi_t)}{(1 + RC_{NH,t})} = \frac{\beta \lambda_{NH,t+1}}{\lambda_{NH,t}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Условие первого порядка для предложения труда:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_{NH,t}} &= -\beta^t \Phi_L L_{NH,t}^{\varphi} + \lambda_{NH,t} \beta^t w_t (1 + \pi_t) = 0 \Rightarrow \Phi_L L_{NH,t}^{\varphi} \\ &= \lambda_{NH,t} (1 + \pi_t) w_t. \end{aligned} \quad (15)$$

Для спроса на деньги:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_{NH,t}} &= \beta^t \Phi_m m_{NH,t}^{-\psi} - \lambda_{NH,t} \beta^t (1 + \pi_t) + \lambda_{NH,t+1} \beta^{t+1} = 0 \\ &\Rightarrow \Phi_m m_{NH,t}^{-\psi} = \lambda_{NH,t} (1 + \pi_t) - \lambda_{NH,t+1} \beta. \end{aligned} \quad (16)$$

Если исключить множители Лагранжа, то уравнение динамики потребления домохозяйств-заёмщиков будет иметь вид:

$$\beta \frac{E[(C_{NH,t+1} - hC_{NH,t})^{-\sigma}]}{(C_{NH,t} - hC_{NH,t-1})^{-\sigma}} = \frac{(1 + \pi_{t+1})}{(1 + RC_{NH,t})}. \quad (17)$$

Предложение труда:

$$\Phi_L L_{NH,t}^{\varphi} = (C_{NH,t} - hC_{NH,t-1})^{-\sigma} w_t. \quad (18)$$

Спрос на деньги:

$$\Phi_m m_{NH,t}^{-\psi} = (C_{NH,t} - hC_{NH,t-1})^{-\sigma} \frac{RC_{NH,t}}{(1 + RC_{NH,t})}. \quad (19)$$

То есть полученные выражения для домохозяйств-заёмщиков аналогичны уравнениям для сберегателей. Первое отличие заключается в том, что заёмщики реагируют в первую очередь на ставку кредитования, а сберегатели – на процент по депозитам. В большинстве случаев эти ставки ведут себя синхронно (с ключевой ставкой). Однако, например, при ужесточении условий

кредитования процентные ставки по кредитам и депозитам могут демонстрировать разнонаправленную динамику и, соответственно, по-разному отражаться в поведении двух типов домохозяйств.

Второе отличие заключается в том, что у разных типов домохозяйств разные эластичности предложения труда и разные коэффициенты чувствительности потребления к ставкам процента. Об этом подробнее будет сказано при калибровке параметров.

### Декомпозиция потребления

Совокупное предложение труда  $L_t$ , записанное в отклонениях, имеет вид:

$$\tilde{L}_t = w_{RH}\tilde{L}_{RH,t} + (1 - w_{RH})\tilde{L}_{NH,t}, \quad (20)$$

где  $w_{RH} \in (0; 1)$  – доля домохозяйств-сберегателей.

А совокупное потребление домашних хозяйств:

$$\tilde{C}_t = w_{RH}\tilde{C}_{RH,t} + (1 - w_{RH})\tilde{C}_{NH,t}. \quad (21)$$

В нашей модели потребительская корзина состоит из отечественных  $C_{H,t}$  и импортных  $C_{F,t}$  товаров:

$$C_t = \left( (1 - \delta_F)^{\frac{1}{\theta}} C_{H,t}^{\frac{\theta-1}{\theta}} + \delta_F^{\frac{1}{\theta}} C_{F,t}^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right)^{\frac{\theta}{\theta-1}}.$$

Здесь параметр  $\delta_F \in (0; 1)$  отражает долю импортных товаров в потребительской корзине, а  $\theta$  – эластичность замещения между отечественными и импортными товарами.

Максимизация потребления при бюджетном ограничении  $P_{H,t}C_{H,t} + P_{F,t}C_{F,t} = P_t C_t$  формирует спрос на отечественные

$$C_{H,t} = (1 - \delta_F) \left( \frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{-\theta} C_t \quad (22)$$

и импортные товары:

$$C_{F,t} = \delta_F \left( \frac{P_{F,t}}{P_t} \right)^{-\theta} C_t. \quad (23)$$

В выражениях выше

$$P = \left( (1 - \delta_F)P_H^{1-\theta} + \delta_F P_F^{1-\theta} \right)^{\frac{1}{1-\theta}} \quad (24)$$

есть общий уровень цен,  $P_H$  и  $P_F$  – уровни цен на товары отечественного производства и импортные товары соответственно.

### Фирмы

Репрезентативная фирма, производящая потребительский товар, максимизирует прибыль:

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left( (P_{H,t} - ee \cdot P_{oil,t})Y_{H,t} - RK_{t-1}cr_{t-1} - W_{H,t}L_{H,t} \right) \rightarrow \max, \quad (25)$$

где  $ee$  – удельная энергоёмкость,  $P_{oil,t}$  – внутренняя цена на энергоресурсы (продукцию добывающих отраслей);  $Y_{H,t}$  – объём производства (добавленной

стоимости) отечественных производств, кроме добычи полезных ископаемых;  $cr_t$  – объём задолженности по кредитам банков;  $RK_t$  – ставка по банковским кредитам.  $W_{H,t}L_{H,t}$  – ставка заработной платы и занятость в отраслях, кроме добывающих.

Технология производства описывается функцией Кобба-Дугласа:

$$Y_{H,t} = A_t K_t^\alpha L_{H,t}^{1-\alpha}. \quad (26)$$

Уравнение динамики капитала с издержками на ввод мощностей:

$$\Delta K_t = I_{H,t-1} - \mu K_{t-1} - \frac{\chi}{2} \left( \frac{I_{H,t-1}}{I_{H,t-2}} - 1 \right)^2 I_{H,t-1}. \quad (27)$$

Инвестиции финансируются за счет дополнительных банковских кредитов:

$$I_{H,t} = \frac{cr_t - cr_{t-1}}{PI_t}. \quad (28)$$

Функция Лагранжа:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = E \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ (P_{H,t} - ee \cdot P_{oil,t}) A_t K_t^\alpha L_{H,t}^{1-\alpha} - RK_{t-1} cr_{t-1} - W_{H,t} L_{H,t} \right. \right. \\ \left. \left. - q1_t \left( K_t - K_{t-1}(1 - \mu) - I_{H,t-1} + \frac{\chi}{2} \left( \frac{I_{H,t-1}}{I_{H,t-2}} - 1 \right)^2 I_{H,t-1} \right) \right. \right. \\ \left. \left. - q2_t \left( I_{H,t} - \frac{cr_t - cr_{t-1}}{PI_t} \right) \right\} \right]. \end{aligned}$$

Условие первого порядка для капитала (уравнение динамики для теневой цены капитала):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_t} = 0 \Rightarrow Q1_t &\equiv \frac{q1_t}{P_{H,t}} \\ &= \left( (1 - ee \cdot p_{oil,t}) \right) \alpha \frac{Y_{H,t}}{K_t} \\ &+ Q1_{t+1} \beta (1 - \mu) (1 + \pi_{H,t+1}), \end{aligned} \quad (29)$$

где  $p_{oil,t} \equiv \frac{P_{oil,t}}{P_{H,t}}$ .

Условие первого порядка для спроса на кредит:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial cr_t} = 0 \Rightarrow Q2_t \equiv \frac{q2_t}{PI_t} = \beta RK_t + \beta Q2_{t+1}. \quad (30)$$

Условие первого порядка для инвестиций:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial I_{H,t-1}} = 0 \Rightarrow \quad (31)$$

$$\begin{aligned}
Q1_t = & \frac{\chi}{2} Q1_t \left( \frac{I_{H,t-1}}{I_{H,t-2}} - 1 \right) \left( 3 \frac{I_{H,t-1}}{I_{H,t-2}} - 1 \right) \\
& - \beta \chi Q1_{t+1} \left( \frac{I_{H,t}}{I_{H,t-1}} - 1 \right) \frac{I_t^2}{I_{t-1}^2} (1 + \pi_{H,t+1}) \\
& + \frac{1}{\beta(1 + \pi_{H,t})} Q2_{t-1} p_{I,t-1},
\end{aligned}$$

где  $p_{I,t} = \frac{PI_t}{P_{H,t}}$ .

Условие первого порядка для спроса на труд:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L_{H,t}} = 0 \Rightarrow \frac{W_{H,t}}{P_{H,t}} = (1 - \alpha)(1 - ee \cdot p_{oil,t}) \frac{Y_{H,t}}{L_{H,t}}. \quad (32)$$

### Ценообразование

Предположим, что после принятия решения об уровне производства и инвестициях фирмы переходят к ценообразованию в краткосрочном периоде. Заметим, что эти два шага можно не разделять, а описывать в рамках единой оптимизационной задачи [22], результаты будут идентичны. Кроме того, хотя ранее [14] мы использовали подход Кальво [3], а в текущей версии – подход Ротемберга [9], результаты в виде спецификации новокейнсианского уравнения Филиппса (НКРС) оказываются идентичными.

Предполагаем, что фирмы функционируют в условиях монополистической конкуренции и негибких цен. Некоторые фирмы в период времени  $t$  могут пересматривать цены, другие устанавливают цены на основе предыдущей инфляции. Рассмотрим  $i$ -ую фирму из первой группы. Она минимизирует квадратичные издержки на корректировку цен:

$$\sum_{t=1}^{\infty} \beta^t \frac{\chi_P}{2} \left( \frac{P_{H,t}(i)}{P_{H,t-1}(i)} - 1 - \pi^T \right)^2 Y_t(i) \rightarrow \min$$

при ограничении, что выпуск должен быть равен спросу:

$$Y_t(i) = \left( \frac{P_{H,t}(i)}{P_{H,t}} \right)^{-\theta} Y_t,$$

где  $Y_t(i)$  – объём производства  $i$ -ой фирмы;  $P_{H,t}(i)$  – цена продукции  $i$ -ой фирмы;  $\chi_P$  – издержки на корректировку цен;  $\pi^T$  – равновесный (таргетируемый) уровень инфляции.

Строго говоря, равновесный уровень инфляции цен производителей отличается от таргетируемого индекса потребительских цен. По сути, в модели предполагается, что инфляционные ожидания производителей закорены на целевом уровне потребительской инфляции.

Функция Лагранжа:

$$\mathcal{L} = E \left[ \sum_{t=1}^{\infty} \beta^t \left\{ \frac{\chi_P}{2} \left( \frac{P_{H,t}(i)}{P_{H,t-1}(i)} - 1 - \pi^T \right)^2 Y_t(i) + MC_t \left( Y_t(i) - \left( \frac{P_{H,t}(i)}{P_{H,t}} \right)^{-\theta} Y_t \right) \right\} \right].$$

Оптимизация по цене фирмы  $P_{H,t}(i)$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{H,t}(i)} &= 0 \\ \Rightarrow \chi_P \left( \frac{P_{H,t}(i)}{P_{H,t-1}(i)} - 1 - \pi^T \right) \frac{P_{H,t}}{P_{H,t-1}(i)} Y_t(i) \\ &- \beta \chi_P \left( \frac{P_{H,t+1}(i)}{P_{H,t}(i)} - 1 - \pi^T \right) \frac{P_{H,t+1}(i)}{P_{H,t}^2(i)} P_{H,t+1} Y_{t+1}(i) \\ &- \theta \frac{MC_t}{P_{H,t}} \underbrace{\left( \frac{P_{H,t}(i)}{P_{H,t}} \right)^{-\theta}}_{Y_t(i)} Y_{H,t} \left( \frac{P_{H,t}(i)}{P_{H,t}} \right)^{-1} = 0. \end{aligned}$$

Далее исходим из предположения симметричности фирм и после преобразований получаем НКРС для цен производителей:

$$\pi_{H,t} = (1 - \beta)\pi^T + \beta\pi_{H,t+1} + \frac{\theta}{\chi_P} mcr_t.$$

С учётом того, что у второй части фирм ценообразование происходит на основе экстраполяции предыдущей инфляции, получаем гибридную НКРС [6]:

$$\pi_{H,t} = \rho_\pi \pi_{H,t-1} + (1 - \rho_\pi) \left( (1 - \beta)\pi^T + \beta\pi_{H,t+1} \right) + \kappa \cdot mcr_t,$$

где  $\kappa = (1 - \rho_\pi) \frac{\theta}{\chi_P}$  – параметр Кальво;  $\rho_\pi$  – доля фирм, опирающихся при установлении цен на предыдущий уровень инфляции.

Предельные издержки для отечественных производителей:

$$mcr_{H,t} = \frac{1}{A_t} \left( \frac{RK_t}{\alpha} \right)^\alpha \left( \frac{W_{H,t}}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} / P_{H,t} + ee \cdot p_{oil,t}. \quad (33)$$

В предельных издержках присутствует ставка процента. Таким образом, модель содержит канал издержек, в рамках которого рост кредитной ставки положительно влияет на инфляцию.

При полном переносе обменного курса выполняется равенство  $rer_t = (1 - \delta_F) tot_t$ , где  $rer = \ln\left(\frac{P_F}{P}\right)$  – реальный обменный курс;  $tot = \ln\left(\frac{P_F}{P_H}\right)$  – условия торговли. Внутренние цены на энергоресурсы, а также на импортные инвестиционные товары устанавливаются на основе паритета с мировыми. В условиях инерции запишем уравнения динамики относительных цен следующим образом:

$$\tilde{p}_{I,t} = \rho_F \tilde{p}_{I,t-1} + (1 - \rho_F)/(1 - \delta_F) rer_t \quad (34)$$

$$\tilde{p}_{oil,t} = \rho_F \tilde{p}_{oil,t-1} + (1 - \rho_F) (\tilde{p}_{oil,t}^W + 1/(1 - \delta_F) rer_t). \quad (35)$$

### Добыча и экспорт

Мы исходим из того, что в среднесрочном периоде (для которого разрабатывалась представленная модель) добыча углеводородов – экзогенная

величина, определяемая соглашением ОПЕК, разработанными месторождениями и пропускными мощностями транспорта. Соответственно, отклонение добычи  $\tilde{X}_{oil,t}$  от своего среднесрочного равновесия – случайный процесс:

$$\tilde{X}_{oil,t} = \rho_{oil}\tilde{X}_{oil,t-1} + \varepsilon_{oil,t}. \quad (36)$$

Часть добычи потребляется внутри страны и, будучи промежуточными потреблением, не входит в ВВП. Оставшаяся часть идёт на экспорт и является компонентой ВВП. Внутреннее потребление энергоресурсов прямо пропорционально ВВП<sup>3</sup>. Тогда экспортируемый объём (в процентном отклонении от равновесия) составляет:

$$\tilde{E}_{oil,t} = \frac{1}{1-w_{oil}}\tilde{X}_{oil,t} - \frac{w_{oil}}{1-w_{oil}}\tilde{Y}_{H,t}, \quad (37)$$

где  $w_{oil}$  – доля от добычи энергоресурсов, в среднем потребляемая внутри страны.

Мы предполагаем, что добыча полезных ископаемых описывается производственной функцией Кобба-Дугласа, но только с одним фактором производства – трудом:

$$X_{oil,t} = A_t L_{oil,t}^{1-\alpha_{oil}}. \quad (38)$$

Тогда спрос на труд в добывающей отрасли определяется соотношением:

$$\frac{W_{oil,t}}{P_{oil,t}} = (1 - \alpha_{oil}) \frac{X_{oil,t}}{L_{oil,t}}. \quad (39)$$

Также в рассматриваемом среднесрочном периоде основные фонды в добывающей отрасли считаются заданными, а инвестиции осуществляются только для поддержания месторождений в рабочем состоянии. Соответственно, их отклонения от равновесия равны 0 и далее нами не учитываются. И только в случае роста добычи нужен более существенный объём инвестиций для поддержки работы оборудования в сверхнормативных режимах, расконсервации месторождений и т.д.

Для упрощения предполагается, что мировой рынок энергоресурсов может поглотить любой объём добычи, возможный в стране.

Внешний спрос на прочий экспорт  $E_{H,t}$  описывается функцией спроса, аналогичной функции спроса на импорт (23):

$$E_{H,t} = \gamma \left( \frac{P_{H,t}}{S_t P_{E,t}} \right)^{-\vartheta} Y_t^W, \quad (40)$$

где  $Y_t^W$  – внешний спрос;  $P_{E,t}$  – средние внешние цены на экспортируемую продукцию (кроме продукции добывающих отраслей);  $\vartheta$  – эластичность внешнего спроса по относительным ценам;  $\gamma$  – «масштабирующий» множитель.

<sup>3</sup> Говоря формально, производственная функция (26) должна быть записана как  $Y_{H,t} = \min\{A_t K_t^\alpha L_{H,t}^{1-\alpha}, \frac{1}{e_e} EE_t\}$ , где  $EE_t$  – внутреннее потребление энергоресурсов. Как известно, условием равновесия для производителя при технологии производства со взаимодополняющими факторами являются минимальные объёмы затрат по каждому из дополняющих факторов производства, т.е. выражение (26), и прямо пропорциональная зависимость между внутренним потреблением энергоресурсов и выпуском  $Y_{H,t} = \frac{1}{e_e} EE_t$ .

На валютном рынке равновесие устанавливается на основе баланса спроса и предложения валюты, отражающегося в платежном балансе. В свою очередь, платежный баланс состоит из счета текущих операций и счета операций с капиталом.

Равновесный реальный обменный курс по торговому балансу определяется выражением:

$$rer_t = (1 - \delta_F) * \frac{w_{oil}(\tilde{E}_{oil,t} + \tilde{p}_{oil,t}) + (1 - w_{oil})\tilde{Y}_t^W - w_{CF}\tilde{C}_{F,t} - (1 - w_{CF})(\tilde{I}_t + \tilde{p}_{I,t})}{w_{CF} - (1 - w_{oil})\vartheta}, \quad (41)$$

а курс по счету операций с капиталом – уравнением UIP (9). Равновесный же обменный курс мы будем определять как средневзвешенный из (41) и (9).

### Финансовые посредники

Банки получают процентный доход от кредитования домашних хозяйств «заёмщиков» и реального сектора. Также доход могут приносить ликвидные активы, такие как депозиты в центральном банке или межбанковские кредиты (при инфляционном таргетировании денежный регулятор управляет процентными ставками именно по ним). Основными статьями расходов являются процентные выплаты по депозитам домашних хозяйств «сберегателей». Мы не учитываем вложения в ценные бумаги, а также депозиты и кредиты в иностранной валюте, взаимосвязи с внешним сектором.

Исходя из сказанного, банки максимизируют прибыль  $\Pi_{B,t}$ :

$\Pi_{B,t} = R_{NH,t}cr_{NH,t} + R_t M_{B,t} + RK_t cr_t - RD_t D_t - TC(D_t, cr_{NH,t}, cr_t) \rightarrow \max$ ,  
где  $M_{B,t}$  – чистые ликвидные активы в Центральном банке, а  $R_t$  – ключевая ставка;  $TC(D_t, cr_{NH,t}, cr_t)$  – издержки на осуществление посреднической деятельности.

Оптимизация проводится с учётом баланса пассивов и активов:

$$D_t + Cap_t = cr_{NH,t} + cr_t + M_{B,t} + Res_t. \quad (42)$$

Здесь  $Cap_t$  – собственный капитал банков. Предполагаем, что он поддерживается на минимально необходимом уровне  $Cap_t = H(cr_{NH,t} + cr_t)$ , где  $H$  – норматив достаточности капитала. В свою очередь,  $Res_t = OR \cdot D_t$  – обязательные резервы в Центральном банке, а  $OR$  – норматив обязательного резервирования.

Таким образом, функция Лагранжа имеет вид:

$$\mathcal{L} = R_{NH,t}cr_{NH,t} + R_t M_{B,t} + RK_t cr_t - RD_t D_t - TC(D_t, cr_{NH,t}, cr_t) + \lambda_t (D_t + H(cr_{NH,t} + cr_t) - cr_{NH,t} - cr_t - M_{B,t} - OR \cdot D_t).$$

Условия первого порядка:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial M_{B,t}} = 0 \Rightarrow R_t = \lambda_t,$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial cr_{NH,t}} = 0 \Rightarrow R_{NH,t} = \frac{\partial TC}{\partial cr_{NH,t}} + R_t(1 - H), \quad (43)$$



$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial cr_t} = 0 \Rightarrow RK_t = \frac{\partial TC}{\partial cr_t} + R_t(1 - H), \quad (44)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial D_t} = 0 \Rightarrow RD_t = -\frac{\partial TC}{\partial D_t} + R_t(1 - OR). \quad (45)$$

Таким образом, в этой простой модели поведения финансовых посредников их процентная политика определяется ключевой ставкой и предельными издержками привлечения депозитов и кредитования. Далее для упрощения мы будем предполагать, что предельные издержки постоянны.

Сама же ключевая ставка Центрального банка устанавливается на основе уравнения Тейлора:

$$R_t = (1 - \rho_R)(r^n + \pi^T + q_\pi(\pi_t - \pi^T) + q_y \tilde{Y}_t) + \rho_R R_{t-1}. \quad (46)$$

## Система линеаризованных уравнений

Таким образом, построенная модель содержит 35 линеаризованных уравнений для такого же числа эндогенных переменных.

Уравнение (4) для потребления домохозяйств-сберегателей приведено к виду:

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{RH,t} = & \frac{1}{1 + h_{RH}} \tilde{C}_{RH,t+1} + \frac{h_{RH}}{1 + h_{RH}} \tilde{C}_{RH,t-1} \\ & - \frac{1 - h_{RH}}{\sigma(1 + h_{RH})} (\tilde{R}D_t - \tilde{\pi}_{t+1}). \end{aligned} \quad (47)$$

Аналогично для заёмщиков:

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{NH,t} = & \frac{1}{1 + h_{NH}} \tilde{C}_{NH,t+1} + \frac{h_{NH}}{1 + h_{NH}} \tilde{C}_{NH,t-1} \\ & - \frac{1 - h_{NH}}{\sigma(1 + h_{NH})} (\tilde{R}C_{NH,t} - \tilde{\pi}_{t+1}). \end{aligned} \quad (48)$$

Агрегированное потребление (21):

$$\tilde{C}_t = w_{RH} \tilde{C}_{RH,t} + (1 - w_{RH}) \tilde{C}_{NH,t}. \quad (49)$$

Совокупное потребление декомпозируется на потребление отечественных (22) и импортных (23) товаров:

$$\tilde{C}_{H,t} = \tilde{C}_t + \theta \delta_F \text{tot}_t, \quad (50)$$

$$\tilde{C}_{F,t} = \tilde{C}_t - \theta r \text{er}_t. \quad (51)$$

Предложение труда для двух типов домашних хозяйств:

$$\varphi_{RH} \cdot \tilde{L}_{RH,t} = \tilde{w}_t - \frac{\sigma}{1 - h_{RH}} (\tilde{C}_{RH,t} - h_{RH} \tilde{C}_{RH,t-1}), \quad (52)$$

$$\varphi_{NH} \cdot \tilde{L}_{NH,t} = \tilde{w}_t - \frac{\sigma}{1 - h_{NH}} (\tilde{C}_{NH,t} - h_{NH} \tilde{C}_{NH,t-1}). \quad (53)$$

Агрегированное предложение труда (20):

$$\tilde{L}_t = w_{RH} \tilde{L}_{RH,t} + (1 - w_{RH}) \tilde{L}_{NH,t}. \quad (54)$$

Производственная функция для недобывающих отраслей экономики:

$$\tilde{Y}_{H,t} = \tilde{A}_t + \alpha \tilde{K}_t + (1 - \alpha) \tilde{L}_{H,t}. \quad (55)$$

Динамика капитала:

$$\tilde{K}_t = (1 - \mu)\tilde{K}_{t-1} + \mu\tilde{I}_{H,t-1}. \quad (56)$$

Линеаризация (31) даёт уравнение для динамики инвестиций:

$$\tilde{I}_{H,t} = \frac{\tilde{I}_{t-1}}{1 + \beta(1 + \pi^T)} + \frac{\beta(1 + \pi^T)\tilde{I}_{t+1}}{1 + \beta(1 + \pi^T)} + \frac{\left(1 - \frac{\chi}{2}\right)\tilde{Q}1_{t+1}}{\chi(1 + \beta(1 + \pi^T))} - \frac{\tilde{Q}2_t - \tilde{\pi}_{H,t+1} + \tilde{p}_{I,t}}{\chi(1 + \beta(1 + \pi^T))} + \varepsilon_t^I. \quad (57)$$

Теневая цена капитала (31):

$$\tilde{Q}1_t = (1 - \beta(1 + \pi^T - \mu))\left(\tilde{Y}_{H,t} - \tilde{K}_t - \frac{ee}{1 - ee}\tilde{p}_{oil,t}\right) + (1 + \pi^T - \mu)\beta(\tilde{Q}1_{t+1} + \tilde{\pi}_{H,t+1}). \quad (58)$$

Линеаризация уравнения (30) даёт:

$$\tilde{Q}2_t = (1 - \beta)\tilde{R}\tilde{K}_t + \beta\tilde{Q}2_{t+1}. \quad (59)$$

Предельные издержки:

$$rer_t = (1 - \delta_F)tot_t. \quad (60)$$

Динамика цен на импортные товары:

$$\tilde{\pi}_{F,t} = \Delta rer_t + \tilde{\pi}_t. \quad (61)$$

Изменение относительных цен на инвестиционные товары задаются уравнением:

$$\tilde{p}_{I,t} = \rho_F\tilde{p}_{I,t-1} + (1 - \rho_F)tot_t. \quad (62)$$

Внутренние относительные цены на топливо:

$$\tilde{p}_{oil,t} = \rho_F\tilde{p}_{oil,t-1} + (1 - \rho_F)(\tilde{p}_{oil,t}^W + tot_t). \quad (63)$$

Гибридная НКРС для цен производителей:

$$\tilde{\pi}_{H,t} = \rho_\pi\tilde{\pi}_{H,t-1} + (1 - \rho_\pi)\beta\tilde{\pi}_{H,t+1} + \kappa \cdot \tilde{m}cr_{H,t} + \varepsilon_t^\pi. \quad (64)$$

Реальные предельные издержки:

$$\tilde{m}cr_{H,t} = (1 - ee)(\alpha(\tilde{R}\tilde{K}_t - \tilde{\pi}_{H,t+1}) + (1 - \alpha)\tilde{w}_{H,t} - \tilde{A}_t) + ee\tilde{p}_{oil,t}. \quad (65)$$

Потребительская инфляция (24) может быть записана как

$$\tilde{\pi}_t = (1 - \delta_F)\tilde{\pi}_{H,t} + \delta_F \cdot \tilde{\pi}_{F,t}. \quad (66)$$

Уравнение Тейлора для ключевой ставки Центрального банка:

$$\tilde{R}_t = (1 - \rho_R)\left(q_\pi\tilde{\pi}_t + q_y(\tilde{Y}_t - \tilde{A}_t)\right) + \rho_R\tilde{R}_{t-1} + \varepsilon_t^R. \quad (67)$$

Уравнения для банковских ставок по кредитам и депозитам:

$$\tilde{R}\tilde{K}_{NH,t} = (1 - w_B)\tilde{R}_t + v_{K,t}, \quad (68)$$

$$\tilde{R}\tilde{K}_t = (1 - w_B)\tilde{R}_t + v_{K,t}, \quad (69)$$

$$\tilde{R}\tilde{D}_t = (1 + w_B)\tilde{R}_t - v_{D,t}, \quad (70)$$

где  $v_{K,t}$  и  $v_{D,t}$  – шоки предельных издержек, кредитных и депозитных, банковской деятельности; а  $w_B$  – доля предельных издержек в структуре издержек финансовых посредников (для упрощения одинаковая для разных банковских операций).

Равновесный обменный курс рассчитываем как средневзвешенный из курса (41), балансирующего торговый баланс, и уравнения UIP (9) с инерцией на валютном рынке:

$$\begin{aligned} r_{er,t} &= w_{tb} \left\{ (1 - \delta_F) \right. \\ & * \frac{w_{oil}(\tilde{E}_{oil,t} + \tilde{p}_{oil,t}) + (1 - w_{oil})\tilde{Y}_t^W - w_{CF}\tilde{C}_{F,t} - (1 - w_{CF})(\tilde{I}_t + \tilde{p}_{I,t})}{w_{CF} - (1 - w_{oil})\vartheta} \left. \right\} \\ & + (1 - w_{tb}) \left\{ (1 - \rho_{RER})r_{er,t+1} + \rho_{RER}r_{er,t-1} + \tilde{R}_t^W \right. \\ & \left. - (\tilde{RD}_t - E[\tilde{\pi}_{t+1}]) \right\} + \varepsilon_t^{rer}. \end{aligned} \quad (71)$$

Производственная функция для добывающих отраслей:

$$\tilde{Y}_{oil,t} = \tilde{A}_t + (1 - \alpha_{oil})\tilde{L}_{oil,t}. \quad (72)$$

Спрос на труд со стороны добывающих отраслей:

$$\tilde{w}_{oil,t} + \delta_F tot_t = \tilde{A}_t + \tilde{X}_{oil,t} - \tilde{L}_{oil,t} + \tilde{p}_{oil,t}. \quad (73)$$

Инвестиции со стороны добывающих отраслей:

$$\tilde{I}_{oil,t} = h_{oil}\tilde{X}_{oil,t}. \quad (74)$$

Уравнение для экспорта нефти:

$$\tilde{E}_{oil,t} = \frac{1}{1 - w_{oil}} \tilde{X}_{oil,t} - \frac{w_{oil}}{1 - w_{oil}} \tilde{Y}_{H,t}. \quad (75)$$

Уравнение для экспорта в целом:

$$\tilde{E}_t = (1 - w_{Eoil})(\vartheta tot_t + \tilde{Y}_t^W) + w_{Eoil}\tilde{E}_{oil,t}. \quad (76)$$

Спрос на продукцию не добывающих отраслей:

$$\tilde{Y}_{H,t} = w_{CH}\tilde{C}_{H,t} + w_E(1 - w_{oil})(\vartheta tot_t + \tilde{Y}_t^W) + \tilde{AD}_t, \quad (77)$$

где  $\tilde{AD}_t$  – шок автономного спроса.

Разрыв выпуска со стороны спроса:

$$\tilde{Y}_t = w_{CH}\tilde{C}_{H,t} + w_E\tilde{E}_t + \tilde{AD}_t. \quad (78)$$

Агрегированные инвестиции:

$$\tilde{I}_t = w_{oil}\tilde{I}_{oil,t} + (1 - w_{oil})\tilde{I}_{H,t}. \quad (79)$$

Агрегированная занятость:

$$\tilde{L}_t = w_{oil}\tilde{L}_{oil,t} + (1 - w_{oil})\tilde{L}_{H,t}. \quad (80)$$

Средняя заработная плата:

$$\tilde{w}_t = w_{oil}\tilde{w}_{oil,t} + (1 - w_{oil})\tilde{w}_{H,t}. \quad (81)$$

В модели используется 12 экзогенных переменных, являющихся источниками шоков и описываемых авторегрессионными процессами 1-го порядка (в скобках указан коэффициент при авторегрессоре):

- $\tilde{A}_t$  – совокупная факторная производительность (0,3);
- $\tilde{AD}_t$  – автономный внутренний спрос (0,85);
- $\varepsilon_t^I$  – шок инвестиций (0,75);
- $\tilde{X}_{oil,t}$  – добыча топливных ресурсов (0,51);
- $\tilde{P}_{oil,t}^W$  – мировые цены на энергоресурсы (0,76);
- $\tilde{R}_t^W$  – внешняя процентная ставка (0,9);

- $\tilde{Y}_t^W$  – внешний спрос (0,86);
- $v_{D,t}$  – предельные издержки привлечения депозитов (0,7);
- $v_{K,t}$  – предельные издержки кредитования (0,7);
- $\varepsilon_t^R$  – шок процентной политики Центрального банка (0,1);
- $\varepsilon_t^\pi$  – шок внутренних цен (0,23);
- $\varepsilon_t^{rer}$  – шок обменного курса (0,57).

Для дальнейшего использования модели необходимо провести калибровку её параметров. Два альтернативных подхода к оценке значений параметров модели – калибровка и эконометрическое оценивание – были ранее подробно рассмотрены нами в работе [24]. Учитывая, что такого рода исследования проводятся множеством авторов при построении DSGE-моделей, представляется возможным воспользоваться оценками аналогичных величин, приведенными в других работах. В то же время анализ таких данных показывает, что в ряде случаев разброс значений сходных величин иногда имеет значительный диапазон, что требует дополнительных исследований. В связи с этим проведена оценка чувствительности модели к тем или иным параметрам в пределах этих диапазонов.

### **Анализ чувствительности**

В первом варианте расчетов оценивается значимость параметра инерционности инвестиций. Так, в работе А.В. Полбина [22] параметр  $\chi = 1$ . Рассмотрим дополнительно случаи низкой ( $\chi = 0,1$ ) и высокой инерционности ( $\chi = 2$ ).

Из полученных результатов расчетов, представленных на Рис. 1<sup>4</sup>, можно видеть, что при низкой инерции динамика инвестиций синхронизирована с динамикой выпуска: экономическая активность сопровождается инвестиционным спросом, затем при возвращении экономики к потенциальному выпуску инвестиции оказываются ниже своего равновесия.

При более высокой инерции, в том числе при значении  $\chi = 1$ , картина становится несколько «размазанной». Например, при росте совокупной факторной производительности инвестиции оказываются ниже своего равновесия на фоне девальвации валюты. В точке  $t=2$  наблюдается небольшой их рост, соответствующий пику выпуска и минимуму процентной ставки.

В целом видно, что от параметра  $\chi$  сильно зависит только динамика инвестиций. Качественно динамика других переменных при изменении параметра  $\chi$  не меняется.

<sup>4</sup> На рис. 1 и далее принято традиционное для таких моделей представление результатов в квартальном измерении (значения на оси абсцисс – количество кварталов с момента воздействия).

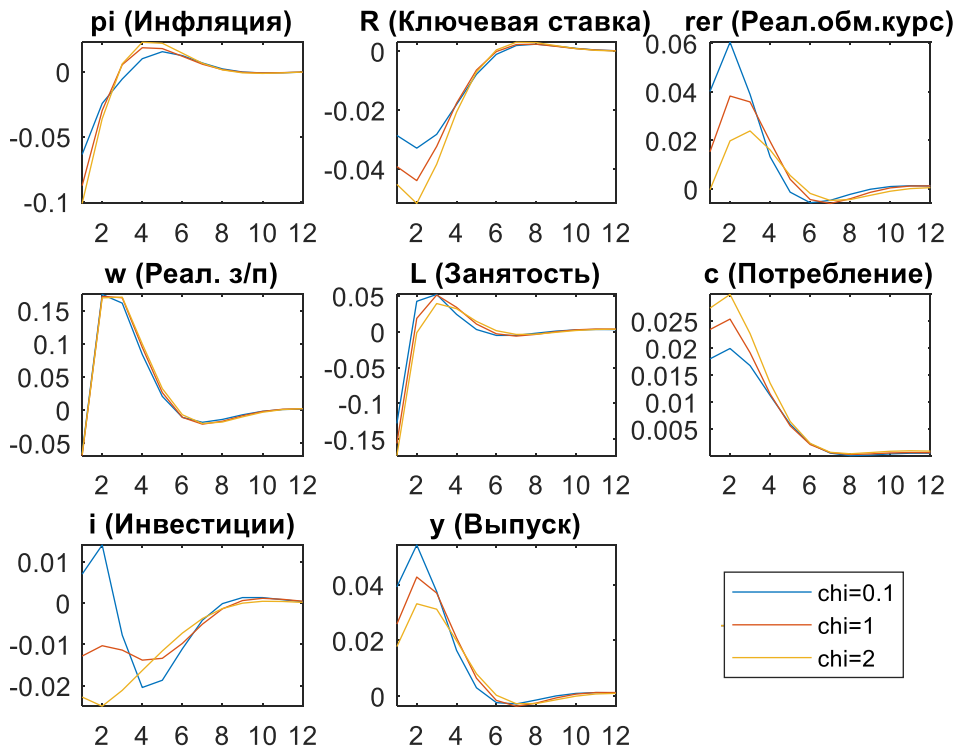


Рис. 1. Реакция переменных на рост совокупной факторной производительности при различной инерционности инвестиций  $\chi$

Следующий рассматриваемый параметр – степень инерционности домашних хозяйств. В литературе встречается большой разброс оценок степени инерционности домашних хозяйств: 0,42 [21], 0,64 [2], 0,7 [20]. Мы исходим из того, что заёмщики ограничены в возможностях сглаживать своё потребление. Соответственно, их инерционность оказывается в целом ниже, чем у сберегателей. Поэтому при исследовании модели рассмотрены следующие варианты:

Средняя $h$	$h_{RH}$	$h_{NH}$
0,1	0,1	0,1
0,42	0,6	0,3
0,7	0,96	0,53

Как показывают расчеты, изменение степени инерционности потребления не оказывает заметного влияния на функции отклика основных макропоказателей. Различия проявляются только в динамике потребления. Как и следовало ожидать, большая инерционность приводит к более равномерной во времени динамике потребления.

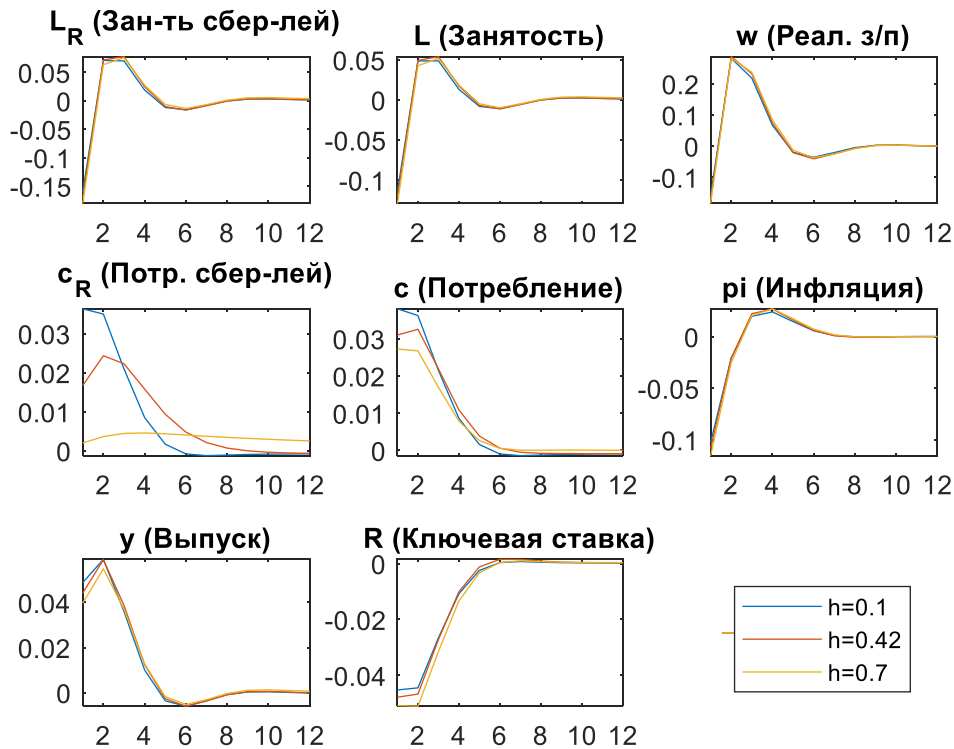


Рис. 2. Реакция переменных на рост совокупной факторной производительности при различной инерционности потребления  $h$

Параметр  $\varphi$  отвечает в функции (1) за чувствительность полезности к занятости. В линеаризованных уравнениях (52) и (53) этот параметр связывает предложение труда и реальную заработную плату. То есть величина  $1/\varphi$  имеет смысл эластичности предложения труда по заработной плате.

Наши оценки параметра  $\varphi$  по предыдущей версии модели были от 3,6 и выше [24]. Оценки С. Селезнева и Д. Крепцева дают значение 3 [20], М. Андреев приводит значение 2 [2], у А. Новака и А. Шульгина получилось 1 [21]. То есть наблюдается большой разброс оценок этой величины. При выборе значений мы исходили из соображений, что заёмщики (аналог нерикарданских домашних хозяйств) имеют менее чувствительное предложение труда, так как не имеют возможности жить без заработка и вынуждены работать по максимуму. Соответственно, их потребление сильнее реагирует на изменение доходов и с минимальной инерцией.

Рассмотрим в качестве основного варианта значения  $\varphi$ , равные 2 и 4 соответственно для сберегателей и заёмщиков. Дополнительно рассмотрим варианты с соотношениями этих величин 0,5 и 2,5, а также 4 и 6. Из графиков (Рис. 3) видно, что при высоких значениях параметра  $\varphi$  (что ближе к российским реалиям) в ответ на рост производительности занятость снижается слабее, а заработная плата растёт сильнее. Соответственно, и динамика остальных макропеременных более волатильна. Но качественно все ключевые

переменные демонстрируют схожую динамику независимо от значений параметра  $\varphi$ .

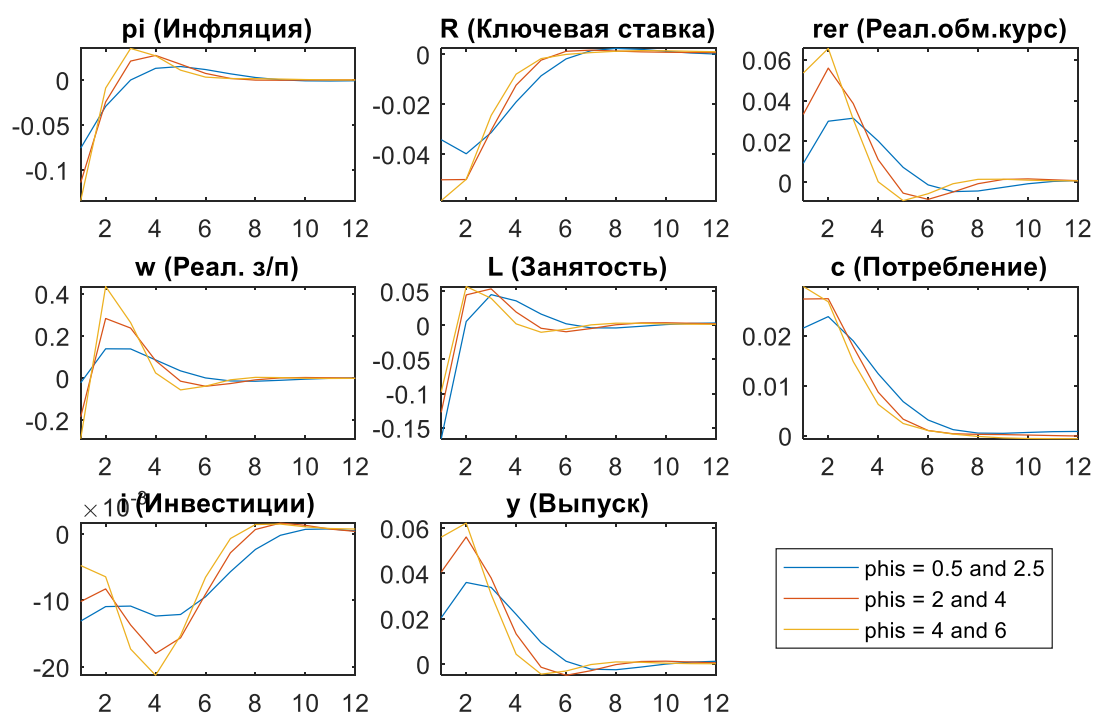


Рис. 3. Реакция переменных на рост совокупной факторной производительности при различной эластичности предложения труда

Параметр  $\sigma$  в функции полезности (1) отражает межвременную норму замещения<sup>5</sup>. Или в линеаризованных уравнениях (47) и (48) – степень чувствительности потребления домашних хозяйств к изменению ставки процента и ожидаемой инфляции (реальной ставки процента).

А. Божечкова и А. Полбин оценивают коэффициент, связывающий разрыв выпуска с процентной ставкой (этот коэффициент совпадает с величиной  $\frac{1-h}{\sigma(1+h)}$ ) величиной от минус 0,062 до минус 0,013 [16]. Первое значение соответствует величине параметра  $\sigma = 4$ . А. Новак и А. Шульгин [21] оценивают параметр  $\sigma$  величиной около 2.

Для анализа чувствительности модели к этому параметру возьмём следующие его значения: 1, 4 и 8. На графике (Рис. 4) видна чувствительность потребления к изменению инфляции и ключевой ставки. При низких значениях  $\sigma$  даже слабые изменения инфляции и ставки процента приводят к существенным изменениям расходов домашних хозяйств.

<sup>5</sup> Межвременная норма замещения показывает, как изменится распределение потребления между периодами времени при изменении цен в разные периоды времени.

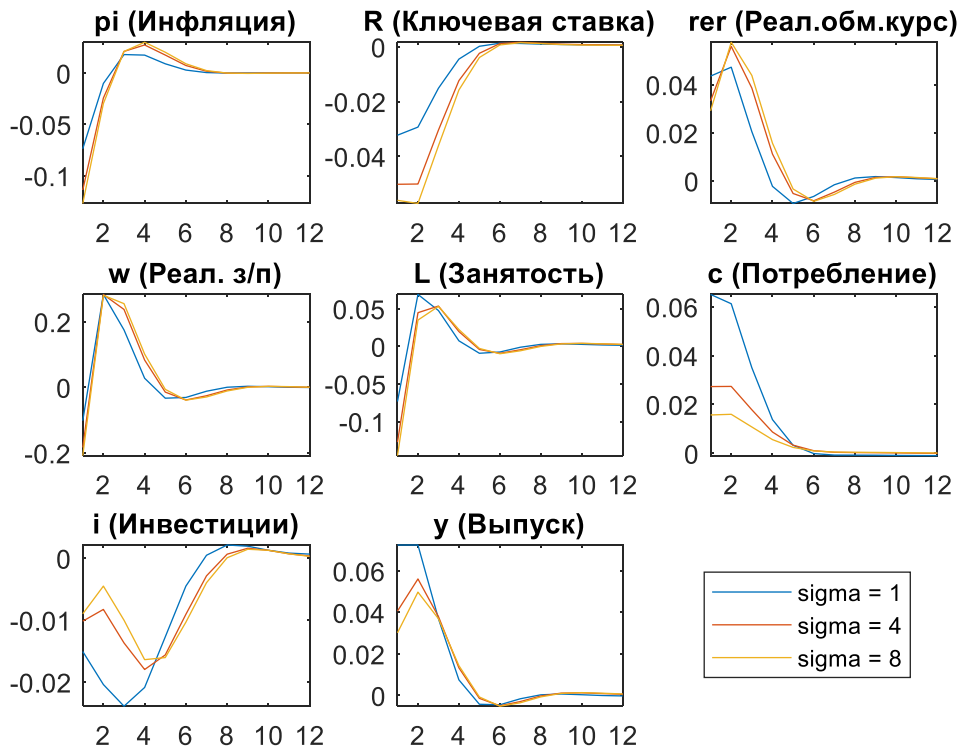


Рис. 4. Реакция переменных на рост совокупной факторной производительности при различных значениях нормы межвременного замещения  $\sigma$

Параметр  $\theta$  в агрегате Диксита-Стиглица отражает склонность потребителей к разнообразию потребительской корзины, а в выражениях (22) и (23) – эластичность спроса на товары отечественного и иностранного производства по относительным ценам. Соответственно, параметр  $\theta$  влияет на распределение потребления между отечественными и импортными товарами.

Наши предыдущие оценки эластичности внутреннего спроса по относительным ценам давали значения, близкие к 0. Авторы [21] оценили  $\theta$  равным 0,656. В рамках исследования рассмотрим следующие варианты значений: 0,1; 0,6 и 1,0.

Результаты расчетов (Рис. 5) показывают, что при низкой эластичности рост потребления домашних хозяйств распределяется пропорционально между отечественными и импортными товарами. А импорт увеличивается, несмотря на повышение реального обменного курса. То есть при низких значениях  $\theta$  эффект дохода оказывается больше эффекта замещения. И наоборот, при высокой эластичности эффект замещения перевешивает эффект дохода – расходы на импорт сокращаются вследствие его удорожания.



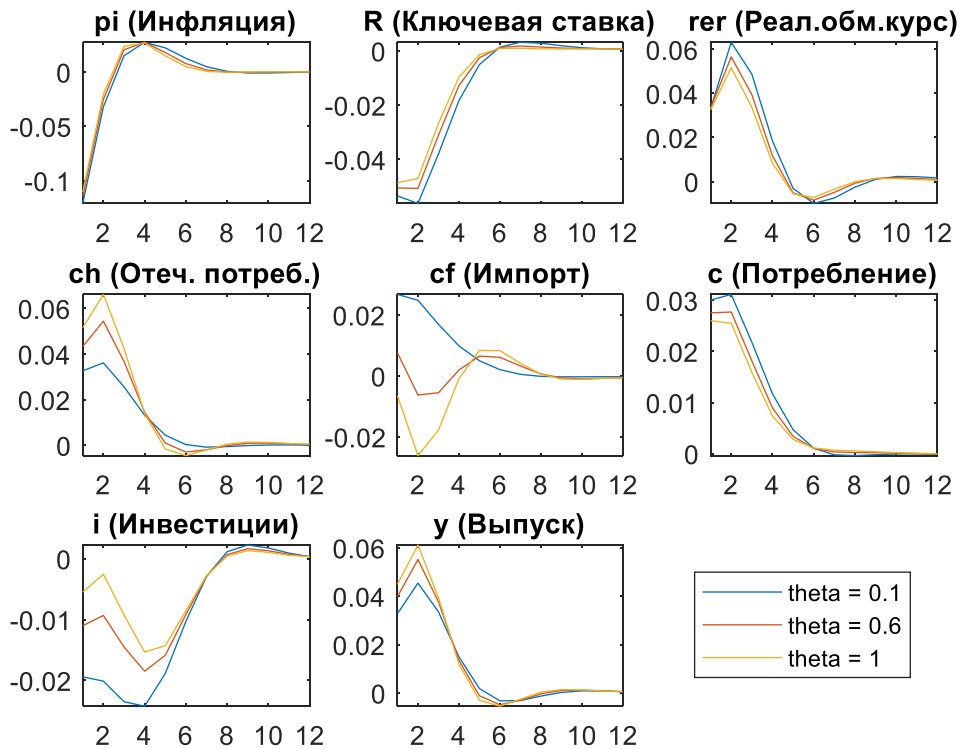


Рис. 5. Реакция переменных на рост совокупной факторной производительности при различной ценовой эластичности внутреннего спроса

Выше мы отмечали, что многие из используемых в модели параметров уже оценены другими авторами, что позволяет ориентироваться на полученные ими значения. Однако оценки сходных параметров DSGE-моделей у разных авторов могут сильно различаться, что требует внимательного обоснования их выбора. Приведенные выше примеры исследования чувствительности модели по некоторым из них показывают, что при варьировании значений они в ряде случаев заметно влияют на получаемые итоговые результаты. Понятно, что основная причина различий связана с разными спецификациями моделей. (Например, Д. Крепцев и С. Селезнев [20] использовали логарифмическую (по потреблению) функцию полезности домашних хозяйств. То есть, по сути, полагали параметр  $\sigma = 1$ ). Результаты проведенных исследований показывают, что использовать в конкретной версии модели параметры, получаемые при калибровке других DSGE-моделей, некорректно.

## Заключение

В работе представлена расширенная версия динамической стохастической модели общего равновесия для условий открытой экономики, учитывающая ряд особенностей отечественной экономики, и проведена оценка чувствительности модели к варьированию отдельных параметров. В целом из проведенного анализа можно сделать вывод о стабильности свойств модели. Для ключевых

переменных результаты сценарных расчетов качественно не меняются при варьировании параметров модели, хотя и, что естественно, сила проявления зависит от значений параметров. Показано также, что использование значений, получаемых в процессе калибровки DSGE-моделей другими исследователями для сходных параметров, в большинстве случаев некорректно, что может объясняться как различиями в спецификациях уравнений, так и разными настройками статистических методов оценивания. Поэтому в каждом отдельном случае коэффициенты для разработанной модели должны оцениваться непосредственно путём обработки статистических данных.

### Библиографический список

1. Altig D., Christiano L.J., Eichenbaum M., Linde J. Firm-Specific Capital, Nominal Rigidities and the Business Cycle // National Bureau of Economic Research. Working Paper 11034. 2005. URL: <https://www.nber.org/papers/w11034.pdf> (дата обращения: 20.01.2020).
2. Andreyev M. Adding a fiscal rule into a DSGE model: How much does it change the forecasts? / Bank of Russia, Working paper series, No. 64, November 2020. [https://cbr.ru/StaticHtml/File/117488/wp-64\\_e.pdf](https://cbr.ru/StaticHtml/File/117488/wp-64_e.pdf) (дата обращения: 21.05.2021)
3. Calvo G. Staggered Contracts in a Utility-Maximizing Framework // Journal of Monetary Economics 1983, №12. pp.383-398
4. Constantinides G.M. Habit Formation: A Resolution of the Equity Premium Puzzle // Journal of Political Economy. 1990, № 98 (3). P. 519–543.
5. Galí J., Debortoli D. Monetary Policy with Heterogeneous Agents: Insights from TANK models
6. Galí J., Gertler M. Inflation dynamics: A structural econometric analysis // Journal of Monetary Economics. 1999. Vol. 44. P. 195–222.
7. Jia D. L. Dynamic Macroeconomic Models in Emerging Market Economies: DSGE Modelling with Financial and Housing Sectors Hardcovers, Publisher Palgrave Macmillan; 2020, 310 p.
8. Matheson T. Assessing the fit of small open economy DSGEs // Journal of Macroeconomics. 2010, № 32. P. 906–920
9. Rotemberg J. Sticky Prices in the United States // The Journal of Political Economy. 1982 Volume 90, No.6. P.1187-1211
10. Shults D.N. DSGE-model for Russian economy with banks and firm-specific capital in coronavirus pandemic. Perm University Herald. Economy, 2020, vol. 15, no. 2, pp. 218–230, doi: 10.17072/1994-9960-2020-2-218-230
11. Walque G., Smets F., Wouters R. Firm-Specific Production Factors in a DSGE Model with Taylor Price Setting // European Central Bank. Working Paper № 648. 2006. URL: <https://www.econstor.eu/bitstream/10419/153082/1/ecbwp0648.pdf> (дата обращения: 20.01.2021).

12. Woodford M. Firm-Specific Capital and the New Keynesian Phillips Curve // International Journal of Central Banking. 2005. № 2. P. 1–46.
13. Афанасьев А.А., Пономарева О.С. Производственная функция народного хозяйства России в 1990–2012 гг. // Экономика и математические методы 2014 №4 (Том 50). с.21-33
14. Балута В.И., Шульц Д.Н. Версия динамической стохастической модели общего равновесия для условий открытой экономики // Математическое моделирование. 2019. Т. 31, № 11. С. 117–131.
15. Банк России. Об инфляции. URL: [http://www.cbr.ru/dkp/about\\_inflation/](http://www.cbr.ru/dkp/about_inflation/) (дата обращения: 21.05.2021)
16. Божечкова А.В., Полбин А.В. Тестирование наличия процентного канала в кривой IS для российской экономики // Экономическая политика. 2018. Т. 13. № 1. С. 70–91. <https://cyberleninka.ru/article/n/testirovanie-nalichiya-protsentnogo-kanala-v-krivoy-is-dlya-rossiyskoy-ekonomiki> (дата обращения: 21.05.2021).
17. Большинство российских семей оказались вообще без сбережений // <https://www.rbc.ru/economics/16/05/2019/5cdabe099a79479536f3c523> (дата обращения: 21.05.2021).
18. Большинство россиян оказались без сбережений в кризис // <https://www.rbc.ru/economics/31/03/2020/5e7dd7c59a7947c7f63c1e66> (дата обращения: 21.05.2021).
19. Дранко О.И. Капиталоёмкость видов деятельности российской экономики // Аудит и финансовый анализ, 2015, №3, с. 67-70, URL:[https://www.auditfin.com/fin/2015/3/fin\\_2015\\_31\\_rus\\_03\\_02.pdf](https://www.auditfin.com/fin/2015/3/fin_2015_31_rus_03_02.pdf)
20. Крепцев Д., Селезнев С. Прогнозирование российской экономики с использованием DSGE-моделей с малым количеством уравнений // Деньги и кредит, 2018, т.77, №2.
21. Новак А., Шульгин А. Денежно-кредитная политика в экономике с региональной неоднородностью: подходы на основе агрегированной и региональной информации. Серия докладов об экономических исследованиях // Центральный банк Российской Федерации, 2020. 105 с. [https://cbr.ru/Content/Document/File/108035/wp\\_2003.pdf](https://cbr.ru/Content/Document/File/108035/wp_2003.pdf). (дата обращения: 21.05.2021).
22. Полбин А.В. Теоретические и методологические основы для разработки динамической стохастической модели общего равновесия для российской экономики: дисс. канд. экон. наук: 08.00,01. Москва, 2015. 133 с.
23. Шульц Д.Н. Поведенческая экономика и динамические модели общего равновесия. Вопросы экономики. 2020 №1. с. 47-65. <https://doi.org/10.32609/0042-8736-2020-1-47-65>.
24. Шульц Д.Н., Балута В.И. Байесовское оценивание динамической стохастической модели общего равновесия // Экономика и предпринимательство, 2020 №2 (115), с. 290-295.

## Оглавление

Введение .....	3
Описание основных положений модели .....	5
Домашние хозяйства .....	5
Сберегатели.....	6
Заёмщики.....	8
Декомпозиция потребления .....	10
Фирмы .....	10
Ценообразование .....	12
Добыча и экспорт .....	13
Финансовые посредники .....	15
Система линеаризованных уравнений .....	16
Анализ чувствительности .....	19
Заключение.....	24
Библиографический список.....	25