



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • [Электронная библиотека](#)

[Препринты ИПМ](#) • [Препринт № 45 за 2021 г.](#)



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Е.И. Кириленко, [Ю.Н. Орлов](#)

**Метод спектральных
портретов в цифровой
нутрициологии**

Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Кириленко Е.И., Орлов Ю.Н. Метод спектральных портретов в цифровой нутрициологии // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2021. № 45. 26 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2021-45>
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2021-45>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

Е.И. Кириленко, Ю.Н. Орлов,

**Метод спектральных портретов
в цифровой нутрициологии**

Москва — 2021

Кириленко Е.И., Орлов Ю.Н.

Метод спектральных портретов в цифровой нутрициологии

В работе анализируется математическая модель расчета состава и величины порций оптимального меню в соответствии с рекомендациями Минздрава в зависимости от горизонта планирования. Рассматриваются вопросы точности решения в зависимости от точности входных данных. Исследуются спектральные портреты суточных и усредненных нутриентных матриц. Показано, что, несмотря на плохую обусловленность суточных матриц, результат недельного усреднения позволяет проводить расчеты на достаточном уровне точности.

Ключевые слова: цифровая нутрициология, оптимальное питание, нутриентная матрица, спектральный портрет

Kirilenko E.I., Orlov Yu.N.

The spectral portraits method in digital threpsology

The paper analyzes a mathematical model for calculating the composition and size of portions of the optimal menu in accordance with the recommendations of the Ministry of Health, depending on the planning horizon. The questions of the accuracy of the solution depending on the accuracy of the input data are considered. Spectral portraits of diurnal and averaged nutrient matrices are studied. It is shown, that despite the poor conditionality of the daily matrices, the result of weekly averaging allows us to perform calculations at a sufficient level of accuracy.

Keywords: numerical threpsology, optimal nutrition, nutrition matrix, spectral portrait

Содержание

1. Введение.....	3
2. Структура потребления продуктов питания.....	5
3. Составление базовых меню.....	6
4. Сходимость к средним рекомендованным значениям	14
5. Анализ спектральных портретов нутриентных матриц	21
6. Заключение.....	26
Список источников.....	26

1. Введение

В настоящей работе мы продолжаем исследования по математическим основам цифровой нутрициологии, начатым в [1, 2]. В цитированных работах обсуждались точность исходных данных для проведения статистического анализа соответствия режимов питания биометрическим параметрам человека и структура вычислительного алгоритма для разработки меню питания, отвечающего рекомендациям Минздрава [3]. Была выявлена особенность суточных нутриентных матриц, не позволяющая в связи с недостаточной их обусловленностью решить балансные уравнения для определения оптимальных порций меню с необходимой точностью.

Последняя задача привела к анализу нутриентных матриц с помощью спектральных портретов, основанных на методе С.К. Годунова, что и является основной целью данного исследования. Исходя из годовой статистики Росстата [4] относительно среднего потребления продуктов питания на человека в сутки, можно построить определенный «накопительный» алгоритм, подсчитывающий калории и эссенциальные микроэлементы нарастающим итогом по дням, если сформированы суточные меню, так, что за достаточно большой промежуток времени среднее потребление нутриентов становится близко к нормам [3]. Возникает вопрос, как быстро эти нормы достигаются по каждому нутриенту и каково должно быть оптимальное меню в смысле скорости установления рекомендуемого баланса. В математическом плане задача формулируется как исследование сходимости последовательности компонент многомерного вектора. Скорость сходимости, если таковая есть, по каждой компоненте может быть различной, а также может зависеть от структуры меню.

В случае сходимости следует ожидать, что суммарная продуктовая корзина может быть определена с достаточной точностью. В этом случае интерес представляет анализ спектральных портретов нутриентных матриц, отвечающих структуре питания нарастающим итогом: если суточная нутриентная матрица является плохо обусловленной, то матрица за три-четыре недели может иметь более хорошие свойства. Нашей целью является формулировка критерия разрешимости задачи о наполнении продуктовой корзины на заданный временной горизонт в терминах меры точности расположения спектра нутриентной матрицы.

Нормы [3] представляют собой статистически обработанные эмпирические данные о соответствии расхода калорий и микроэлементов биометрическим параметрам человека. Они представляют собой усредненную величину необходимого поступления пищевых и биологически активных веществ, обеспечивающих оптимальную реализацию физиологических и биохимических процессов, закрепленных в генотипе человека. Эти нормы являются научной базой при планировании объемов производства основного продовольственного сырья и пищевых продуктов в РФ с учетом изменения социально-экономической ситуации и демографического состава населения для

обоснования оптимального развития агрокомплекса и обеспечения продовольственной безопасности страны. Кроме того, на их основе организуется планирование питания в рабочих коллективах и лечебно-профилактических учреждениях, разрабатываются рекомендации по питанию для различных групп населения, обосновывается состав специализированных и обогащенных пищевых продуктов. Также нормы служат критерием оценки фактического питания на индивидуальном и популяционном уровнях.

Подчеркнем, что в данной работе мы придерживаемся так называемой «калорической» модели потребления нутриентов, согласно которой баланс энергопотребления обусловлен калорийностью питания и энерготратами на поддержание функционирования организма и совершения им работы. Эта модель не вполне адекватна, поскольку не принимает во внимание индивидуальные особенности усвоения питательных веществ. Однако при прочих равных условиях (т.е. одинаковой внутренней среде организма при отсутствии специфических заболеваний и генетической предрасположенности) для группы людей со сходной физиологией ее можно считать нулевым приближением к формированию рационального питания.

Мы будем рассматривать следующие 15 нутриентов, баланс которых в организме может в течение суток варьироваться в широких пределах, но среднесуточные значения по данным за год оказываются примерно постоянными, отвечающими среднему их расходу.

Макронутриенты: 1 – белок, 2 – жир, 3 – углевод.

Микронутриенты: 4 – витамин С, 5 – витамин А, 6 – К (калий), 7 – Са (кальций), 8 – Р (фосфор), 9 – Mg (магний), 10 – Na (натрий).

Микронутриенты малых концентраций: 11 – витамин В1, 12 – витамин В2, 13 – витамин РР, 14 – каротин, 15 – Fe (железо).

Макронутриенты обеспечивают организм энергией. Калорийность белка составляет $e_1 = 4$ ккал/г, жира $e_2 = 9$ ккал/г, углеводов $e_3 = 4$ ккал/г. Эти данные используются для оценки калорийности питания в соответствии с тем, сколько макронутриентов содержат те или иные продукты и блюда из них. Сбалансированное питание предполагает потребление таких продуктов, которые обеспечивают суточную энергетическую потребность.

Цифровая нутрициология опирается на большое количество информации числового характера: процентный химический состав пищевых продуктов, распределение населения по полу, возрасту, массе тела и иным измеримым параметрам, а также и на качественную информацию рангового типа, относящуюся к индивидуальным особенностям потребления продуктов питания, связанным с культурными, социально-экономическими и иными различиями. Применительно к нашей задаче мы выберем для удобства некоторого человека с усредненными возрастными и массовыми параметрами. Пол в данном случае не принципиален, выберем для определенности мужской. В табл. 1 приведены данные [3], которые будут использоваться как предельные значения последовательности потребленных нутриентов нарастающим итогом, усредненных по текущему промежутку времени.

Табл. 1 – Среднесуточная потребность в витаминах и минеральных веществах, мг

С	В ₂	РР	К	Р	Na	Ca	В ₁	А	каротин	Mg	Fe
90	1,8	20	1000	800	1300	1000	1,5	900	5,0	400	10

Далее мы рассмотрим трехразовый режим питания, в котором потребляются продукты и блюда, химический состав которых известен согласно данным [5-7], и зададим частоту использования каждого блюда в течение года, что позволит нам составить уравнение баланса нутриентов и масс порций продуктов для выбранного меню. Решение этого уравнения и представляет основную задачу.

2. Структура потребления продуктов питания

Потребляемые продукты питания подразделяются на 15 крупных категорий (табл. 2). Статистика суммарного потребления отвечает некоторому «среднему» человеку 38 лет (второй возрастной диапазон) массой 75 кг (шестой весовой диапазон) средней физической активности. В табл. 2 приведены данные [8] среднегодового потребления продуктов по данным за 2018 г.

Табл. 2 – Среднегодовое потребление продуктов на человека

Виды продуктов	кг/год	Калорийность суточного рациона, %
Хлебные продукты (хлеб и макаронные изделия в пересчете на муку, мука, крупа и бобовые)	60,2	22,3
Хлебобулочные изделия	3,5	1,3
Макаронные изделия	7,6	2,8
Крупы и бобовые	24,4	9,0
Картофель	58,7	3,6
Овощи и бахчевые	104,1	2,7
Фрукты и ягоды, включая сушеные в пересчете на свежие	73,7	3,7
Мясо животных и мясопродукты в пересчете на мясо	62,5	11,9
Мясо птицы	26,6	6,0
Рыба и рыбопродукты в пересчете на рыбу	21,7	1,7
Сахар	7,3	2,8
Кондитерские изделия в пересчете на сахар	24,0	9,2
Масло растительное и другие жиры	10,7	9,4
Молоко и молочные продукты в пересчете на молоко	265,5	11,9
Яйца, штук	231	1,8

Переводя данные таблицы 2 в суточное потребление, получаем, что в среднем человек съедает за день примерно 265 г хлебопродуктов включая каши, 280 г овощей, 160 г картофеля, 200 г фруктов, 300 г мяса включая птицу и рыбу, 85 г сахара, 30 г растительного масла и 700 г молочной продукции. Согласно данным [6], этому набору отвечает калорийность 2630 ккал/сут.

Среднесуточный рацион по макронутриентам состоит из 80 г белков, примерно 50 г из которых животного происхождения, 108 г жиров (из них 69 г животного происхождения) и 335 г углеводов, в том числе 15 г животного происхождения. По калорийности этот средний рацион состоит из 320 ккал, отвечающих потреблению белков, 970 ккал жиров и 1340 ккал углеводов. Заметим, что потребление белков, жиров и углеводов должно находиться в пределах физиологически необходимых процентных соотношений по калорийности между ними: 12 %, 30 % и 58 % соответственно. Убеждаемся, что фактическое потребление составляет в процентном содержании несколько другие пропорции: 12 %, 37 %, 51 %.

Данные табл. 2 могут быть использованы для разработки алгоритма создания базовых меню блюд.

3. Составление базовых меню

Разработка базовых продуктовых наборов и соответствующих меню является главной составляющей компьютерной программы сопоставления режима питания конкретному пользователю. В основе лежит принцип иерархического построения базы данных по продуктам в соответствии с тем, какие продукты и блюда обычно употребляются в тот или иной прием пищи.

Для удобства анализа нутриентного состава блюд согласно табл. 2 мы выделяем следующие 15 категорий продуктов питания (столько же, сколько и основных нутриентов): 1 – хлеб, 2 – макароны, 3 – крупы, 4 – остальные хлебобулочные изделия, 5 – мясо животных, 6 – мясо птиц, 7 – мясо рыб, 8 – картофель, 9 – овощи и бахчевые, 10 – фрукты и ягоды, 11 – сахар, 12 – остальные кондитерские изделия, 13 – масло растительное, 14 – молочные продукты, 15 – яйца.

Мы выделяем также 15 основных категорий блюд: 1 – салат; 2 – горячая закуска; 3 – холодная закуска; 4 – первое блюдо; 5 – второе блюдо; 6 – гарнир; 7 – каши; 8 – приправы; 9 – молочные продукты и яйца; 10 – кисломолочные продукты; 11 – фрукты и сухофрукты; 12 – хлеб; 13 – остальные хлебобулочные изделия (кроме каш и макарон, включенных в гарнир); 14 – кондитерские изделия и сахар; 15 – напиток.

Для выбора блюд удобно использовать маркирование, привязывающее их к формату приема пищи (завтрак, обед, ужин). Выбор блюд естественно устроить по убыванию частоты их употребления в каждом формате приема пищи. Таким образом, чтобы реализовать модель выбора блюд, надо снабдить каждое блюдо, допустимое к приему пищи на завтрак, обед и т.д., частотой его суточного использования (т.е. эмпирической вероятностью). Для ее оценки

используется как экспертный подход, состоящий в отборе определенных типов блюд, так и эмпирический, основанный на данных табл. 2, из которых можно определить среднесуточное потребление продуктов по категориям.

Далее экспертно выбирается формат меню, в котором устанавливаются категории блюд, употребляемых в данном приеме пищи. Хотя это не принципиально для математической стороны дела, мы тем не менее опишем этапы составления меню. В нашем исследовании будет принят формат трехразового суточного питания.

Мы будем использовать два варианта завтрака: кисломолочный продукт, яйцо, хлеб, напиток; каша на молоке, сухофрукты, хлебобулочные изделия, напиток. При этом хлеб и напиток (возможно, с сахаром) можно объединить в одно блюдо, считая стандартным сочетанием 200 г напитка (кофе, кофе с молоком, чай, сок), 50 г хлеба и, возможно, 10 г сахара, входящего в указанные 200 г. Если употребляется кофе с молоком, то молока идет 20 г на 200 г напитка. Таким образом, завтрак формально состоит из трех блюд.

Обед также формируется в нескольких вариантах, отвечающих выбору закуски и напитков. К закускам отнесем салат, холодную закуску и горячую закуску, считая, что в стандартном варианте употребляется только одно из этих блюд. Второе блюдо включает мясное блюдо с гарниром и приправами, идущими пропорционально рецептуре блюда. Первое блюдо удобно объединить в одинаковых пропорциях с хлебобулочным изделием и напитком. Таким образом, обед также может быть представлен сочетанием трех блюд.

Ужин рассматривается в следующих вариантах: закуска, каша, напиток с кондитерским изделием; закуска, второе блюдо с гарниром, напиток.

Далее для каждого блюда устанавливается частота его использования на основе анализа годового потребления продуктов.

Получим оценку частоты употребления первых блюд. Из данных [8] (табл. 2) следует, что мясо (животных, птиц и рыб) употребляется в пищу на уровне 72 кг в год, или примерно по 200 г в сутки. Исходя из того, что в первом блюде собственно мяса содержится около 50 г, заключаем, что примерно 25 % мясной продукции идет на приготовление первых блюд. Из них 42 % – мясо животных, 37 % – мясо птиц, 21 % – мясо рыб. Кроме того, в качестве первого употребляются такие сезонные блюда, как окрошка на квасе, молочные супы, овощные супы-пюре. Долю таких блюд оценим в 10 % от общего количества первых блюд. В этом случае доля супов на мясном бульоне перенормируется на суммарную величину 90 %. Из них одну седьмую часть отведем на рассольник, харчо и щи из квашеной капусты. Следовательно, если мы рассматриваем основные первые блюда, то в среднем получают такие суточные частоты p_i их употребления:

- окрошка $p = 0,04$;
- холодный молочный суп $p = 0,02$;
- овощной суп-пюре $p = 0,04$;
- рыбный суп $p = 0,16$;

- рыбная солянка $p = 0,03$;
- «куриный» суп $p = 0,28$;
- щи с «курицей» $p = 0,05$;
- харчо $p = 0,02$;
- мясная солянка $p = 0,03$;
- суп на мясном бульоне $p = 0,11$;
- щи с мясом $p = 0,08$;
- щи с мясом и с квашеной капустой $p = 0,03$;
- борщ $p = 0,11$.

Наименьшей частотой употребления в этом перечне является величина $p_{\min} = 0,02$. Наибольшая частота употребления равна $p_{\max} = 0,28$. Следовательно, минимальное количество дней, для которых можно составить меню, включающее все перечисленные блюда, равно $T = 1/p_{\min} = 50$. В течение этого времени пользователю будет предложено меню, в котором каждое первое блюдо используется в количестве pT раз (естественно, округление проводится до ближайшего целого числа). Так, куриный суп будет предложен 14 раз, борщ 6 раз, суп на мясном бульоне 6 раз, щи 6 раз (в том числе из квашеной капусты 2 раза) и т.д. Если требуется составить план на меньшее число дней $T' < T$, то выбираются частоты использования блюд, превосходящие $p'_{\min} = 1/T'$, начиная от наибольшей частоты p_{\max} . Если $T' \leq 1/p_{\max} \approx 3$, то все суточные меню содержат одно и то же первое блюдо. Если $T' > 1/p_{\max}$, то начинают добавляться блюда в соответствии с убыванием их оцененных частот.

Если $T' > T$, то первые $n = [T'/T]$ временных промежутков по 50 дней повторяют составленное на 50 дней меню, а остаток, который меньше T дней, планируется по вышеописанному способу, когда $T' < T$.

Аналогично рассматриваются, например, гарниры. Исходя из величины порции гарнира в 150 г для круп, 200 г для картофеля, овощей и макаронных изделий, в соответствии с данными [8] получаем, что рис и макароны употребляются как блюдо 1 раз в неделю (т.е. суточная частота их потребления равна примерно 0,14), все остальные крупы и бобовые – 2 раза в неделю, картофель 1 раз в день, овощи 2 раза в день.

Хлеб употребляется ежедневно в количестве 4 порционных кусков пшеничного и 2 кусков ржаного.

В результате база данных продуктов и блюд структурируется на подразделы, каждый из которых отвечает определенному приему пищи в течение суток, и в которых содержатся варианты типовых меню.

Таким образом, блюда меню существенно зависят от горизонта планирования.

Детальная оценка суточных частот употребления блюд по основным категориям приведена в табл. 3. На ее основе организуется алгоритм построения меню блюд на заданный горизонт по описанному выше правилу.

При этом считаем, что химический состав на 100 г каждого блюда меню известен из базы данных [6].

Табл. 3 – Оценка суточных частот употребления блюд по подкатегориям

№	Категория	№	Подкатегория	Частота в сутки	Минимальный вес порции, г
1	салат			0,6	
		1.1	помидор, лук репч., масло раст.	0,10	50
		1.2	помидор, огурец, зелень, масло раст.	0,15	50
		1.3	греческий	0,05	50
		1.4	с курицей	0,01	50
		1.5	капуста, яблоко, сметана	0,01	40
		1.6	помидор, огурец, зелень, сметана	0,10	50
		1.7	оливье	0,05	50
		1.8	картофель, лук репч.	0,01	40
		1.9	редис, редька, масло раст., мед	0,01	30
		1.10	винегрет	0,10	50
		1.11	морковь, яблоко, сметана	0,01	40
2	горячая закуска			0,2	
		2.1	запеканка творожная со сметаной	0,024	50
		2.2	запеканка рисовая с киселем	0,012	60
		2.3	запеканка макаронная с яйцом	0,012	60
		2.4	беляш с мясом	0,012	100
		2.5	чебурек с мясом	0,012	100
		2.6	жульен грибной	0,008	50
		2.7	оладьи со смет. и вар.	0,012	40
		2.8	блины со смет. и вар.	0,024	20
		2.9	вареники с джемом	0,008	20
		2.10	пельмени с мясом	0,036	50
		2.11	сырные палочки	0,004	20
		2.12	пицца с грибами	0,010	50
		2.13	пицца с ветч. и колб.	0,010	50
		2.14	кабачки жар. смет.	0,004	50

		2.15	омлет	0,012	50
3	холодная закуска			0,2	
		3.1	соленья овощные	0,005	20
		3.2	грибы соленые с луком репч.	0,005	20
		3.3	холодец с хреном и горчицей	0,005	20
		3.4	сельдь с луком	0,005	10
		3.5	сельдь под шубой	0,005	30
		3.6	сало	0,01	10
		3.7	колбаса вар.	0,03	10
		3.8	колбаса в/к	0,03	10
		3.9	колбаса с/к	0,01	10
		3.10	окорок тамбовский	0,005	10
		3.11	ветчина	0,02	10
		3.12	буженина с хреном	0,01	10
		3.13	корейка в/к	0,01	10
		3.14	грудинка в/к	0,01	10
		3.15	грудинка с/к	0,01	10
		3.16	сыр твердый с медом	0,01	10
		3.17	сыр дор-блю с джемом	0,01	10
		3.18	рыба красная с/с	0,003	10
		3.19	рыба осетровых пород, копченая	0,001	10
	3.20	скумбрия копченая	0,006	20	
4	первое			1	
		4.1	окрошка на квасе	0,02	150
		4.2	окрошка на кефире	0,02	150
		4.3	молочный суп с вермишелью	0,01	150
		4.4	молочный суп с рисом	0,01	150
		4.5	молочный суп с гречкой	0,02	150
		4.6	суп-пюре грибной	0,02	100
		4.7	суп-пюре из тыквы	0,01	100

		4.8	суп-пюре овощной	0,01	100
		4.9	суп-пюре из моркови с зеленью	0,01	100
		4.10	рыбная солянка	0,03	150
		4.11	рыбный суп из судака	0,10	150
		4.12	рыбный суп из трески	0,06	150
		4.13	щи с курицей	0,05	150
		4.14	суп с курицей	0,11	150
		4.15	суп с индейкой	0,05	150
		4.16	харчо	0,02	150
		4.17	мясная солянка	0,03	150
		4.18	щи со свиной из кваш. капусты	0,06	150
		4.19	щи с говядиной	0,04	150
		4.20	щи с бараниной	0,01	150
		4.21	щи со свиной	0,04	150
		4.22	суп из говядины	0,07	150
		4.23	суп из баранины	0,01	150
		4.24	суп из свиной	0,01	150
		4.25	суп из субпродуктов	0,02	150
		4.26	борщ с говядиной	0,08	150
		4.27	борщ с курицей	0,02	150
		4.28	борщ с индейкой	0,01	150
		4.29	щи зеленые из щавеля	0,01	100
		4.30	щи зеленые из крапивы	0,01	100
		4.31	суп грибной на мясном бульоне	0,01	150
		4.32	суп гороховый на мясном бульоне	0,02	150
5	второе			1	
		5.1	рыба треска отварная	0,02	50
		5.2	рыба окунь жареная	0,04	50
		5.3	рыба сибас на гриле	0,04	50
		5.4	рыба семга стейк	0,04	50
		5.5	рыба палтус жареная	0,01	50

		5.6	рыба камбала жареная	0,02	50
		5.7	рыба осетрина на пару	0,01	50
		5.8	рыбные котлеты	0,02	50
		5.9	курица отварная	0,04	70
		5.10	курица гриль	0,10	70
		5.11	утка (гусь) жареная с яблоками	0,08	70
		5.12	индейка жареная	0,04	70
		5.13	цыпленок табака	0,02	70
		5.14	котлеты куриные	0,08	50
		5.15	говядина стейк	0,02	100
		5.16	шашлык из баранины	0,01	70
		5.17	шашлык из свинины	0,05	70
		5.18	бефстроганов	0,03	50
		5.19	медальоны из говядины	0,02	50
		5.20	бифштекс	0,03	100
		5.21	баранина тушеная	0,01	70
		5.22	зразы из телятины	0,01	70
		5.23	сосиски (сардельки)	0,08	50
		5.24	голубцы с мясом	0,01	100
		5.25	котлеты мясные	0,05	50
		5.26	фаршированный перец	0,02	100
		5.27	шницель свиной рубл.	0,08	70
6	гарнир			1	
		6.1	макароны	0,2	70
		6.2	рис	0,1	70
		6.3	гречка	0,1	70
		6.4	перловка	0,05	70
		6.5	картофель	0,4	70
		6.6	овощи	0,15	70
7	каша			0,5	
		7.1	рисовая	0,08	100
		7.2	гречневая	0,10	100
		7.3	пшенная	0,10	100
		7.4	манная	0,06	100
		7.5	овсяная	0,10	100
		7.6	перловая	0,04	100

8	приправы			3	
		8.1	соль	2,0	0,5
		8.2	перец горошек	0,25	0,25
		8.3	сушеные травы	0,25	0,25
		8.4	соус	0,5	1,0
9	молочные продукты и яйца			0,8	
		9.1	молоко	0,1	50
		9.2	яйца куриные (шт)	0,7	1 (шт)
10	кисломолочные продукты			2	
		10.1	варенец	0,01	50
		10.2	йогурт	0,5	50
		10.3	ряженка	0,01	50
		10.4	кефир	0,1	50
		10.5	творог со сметаной	0,12	50
		10.6	масло сл.	1,0	5
		10.7	сыр мягкий	0,05	10
		10.8	сыр полутвердый	0,2	10
		10.9	сыр твердый	0,01	5
11	фрукты и сухофрукты			1	
		11.1	яблоко	0,1	20
		11.2	груша	0,05	20
		11.3	слива	0,05	10
		11.4	банан	0,05	10
		11.5	киви	0,05	10
		11.6	виноград	0,05	5
		11.7	апельсин, мандарин	0,1	10
		11.8	ягоды	0,05	5
		11.9	бахчевые	0,1	20
		11.10	финики	0,05	5
		11.11	курага	0,05	5
		11.12	изюм	0,1	5
		11.13	компот из сухофруктов	0,2	100
12	хлеб			4	
		12.1	хлеб пшеничный порц.	1,5	20

		12.2	хлеб ржаной порц.	2	20
		12.3	хлеб отрубной	0,5	20
13	кондитерские изделия			4	
		13.1	сахар	2	5
		13.2	конфета	1	6
		13.3	варенье	0,5	10
		13.4	мед	0,1	5
		13.5	прочие конд. изд.	0,4	10
14	напиток			3	
		14.1	чай	1,5	50
		14.2	кофе	1	5
		14.3	сок	0,5	50
15	хлебобулочные изделия			1	
		15.1	булочка	0,2	50
		15.2	хлебцы	0,2	20
		15.3	печенье	0,3	10
		15.4	пирожное, торт	0,3	50

В дальнейшем полезно сравнить представленный формат меню с различными вариантами диетического питания согласно [7]. Представляет интерес анализ скорости установления рекомендуемых пропорций потребления нутриентов в зависимости от типов диет.

4. Сходимость к средним рекомендованным значениям

Основной вопрос, решаемый в настоящей работе, следующий. Пусть требуется составить меню питания для пользователя с определенными биометрическими параметрами в соответствии с рекомендациями Минздрава. Напомним, что эти рекомендации относятся к среднесуточному потреблению нутриентов, три из которых (белки, жиры, углеводы) должны быть сбалансированы посуточно, а остальные нутриенты балансируются в смысле средних значений. Требуется установить зависимость точности ε , с которой выполнены рекомендации Минздрава, от горизонта T планирования при заданном формате меню.

Поскольку суточное потребление нутриентов представляет собой вектор в 15-мерном пространстве, причем по каждой эссенциальной компоненте задаются свои пределы погрешности, естественно оценивать точность покомпонентно. Меню считается сбалансированным, если оно теоретически

содержит точное количество макронутриентов, а среднесуточное значение i -го микронутриента $X_i(t)$, потребляемого за период t дней, имеет относительные отклонения ε_i от рекомендованных значений E_i , лежащие в заданных пределах α_i^\pm для всех i :

$$\varepsilon_i(t) = \left| \frac{X_i(t)}{E_i} - 1 \right| \leq \alpha_i^-, \frac{X_i(t)}{E_i} < 1; \left| \frac{X_i(t)}{E_i} - 1 \right| \leq \alpha_i^+, \frac{X_i(t)}{E_i} > 1. \quad (4.1)$$

Для простоты будем рассматривать модельную задачу, в которой требуемая относительная точность одинакова для всех микронутриентов: $\alpha_i^\pm = \alpha$. Кроме того, следует учесть, что содержание нутриентов в конкретном продукте не постоянно, а имеет предположительно нормальное распределение со средним значением, корреспондирующим с базой данных, и дисперсией σ_{ij}^2 .

Обозначим через A_{ij} нутриентную матрицу, элементы которой равны среднему содержанию i -го нутриента в единице j -го продукта. Продукты входят в состав блюд в соответствии с рецептурой, которая считается известной, поэтому матрицу A_{ij} можно связать также и с конкретным блюдом, считая его «продуктом» из базы данных.

Пусть m_j есть масса j -го продукта. Тогда в нем в среднем содержится $A_{ij}m_j$ единиц i -го нутриента. По группе из K продуктов ожидаемое (т.е. среднее) количество i -го нутриента равно

$$X_i = \sum_{j=1}^K A_{ij}m_j. \quad (4.2)$$

Дисперсия этой величины равна

$$\sigma_{X_i}^2 = \sum_{j=1}^K \sigma_{ij}^2 m_j^2, \quad (4.3)$$

а относительная дисперсия, характеризующая априорную погрешность в оценке содержания i -го нутриента в данной группе продуктов, равна

$$\delta_i = \frac{\sigma_{X_i}}{X_i}. \quad (4.4)$$

Подчеркнем, что при $\delta_i > \alpha$ желаемая точность построения меню заведомо недостижима. Поэтому критический уровень $\delta_i = \alpha$, зависящий, как это следует из (4.4), от состава меню, отвечает идеальному решению подбора продуктов, когда ошибка в смысле (4.1) равна нулю. Область, в которой ищется решение, должна в общем случае удовлетворять условию

$$\varepsilon_i^2 + \delta_i^2 \leq \alpha^2. \quad (4.5)$$

Например, если $\alpha = 0,1$, а $\delta_i = \delta = 0,05$, то меню будет сбалансировано, если погрешность по каждому из нутриентов не будет превосходить величины $\varepsilon = 0,087$.

Формулу (4.5) можно также рассматривать как оценку наилучшей точности содержания данного нутриента в рамках выбранного меню и горизонта планирования, поскольку может оказаться, что на заданном горизонте точность содержания нутриента ограничена снизу.

В работе [1] показано, что сбалансировать все 15 нутриентов в течение одного дня в рамках традиционной схемы питания невозможно. Например, рассмотрим типовое меню на сутки. Завтрак: курага (70 г), хлеб пшеничный подсушенный (50 г), сыр голландский (50 г), кофейный напиток б/сах (200 г), сахар (15 г), масло (15 г). Обед: хлеб «восемь злаков» (60 г), винегрет овощной с майонезом (300 г), борщ московский с мясом без сметаны (300 г), шницель натуральный из свинины (120 г), чай черный б/сах (250 г). Ужин: каша гречневая вязкая на молоке с маслом (200 г), пшеничные гренки (70 г), конфета шоколадная (20 г), чай зеленый б/сах (250 г). Суточная калорийность составила 2630 ккал. Для этого варианта потребление нутриентов в соответствии с (4.2) показано на Рис. 1 в сравнении с рекомендациями Минздрава (табл. 1).

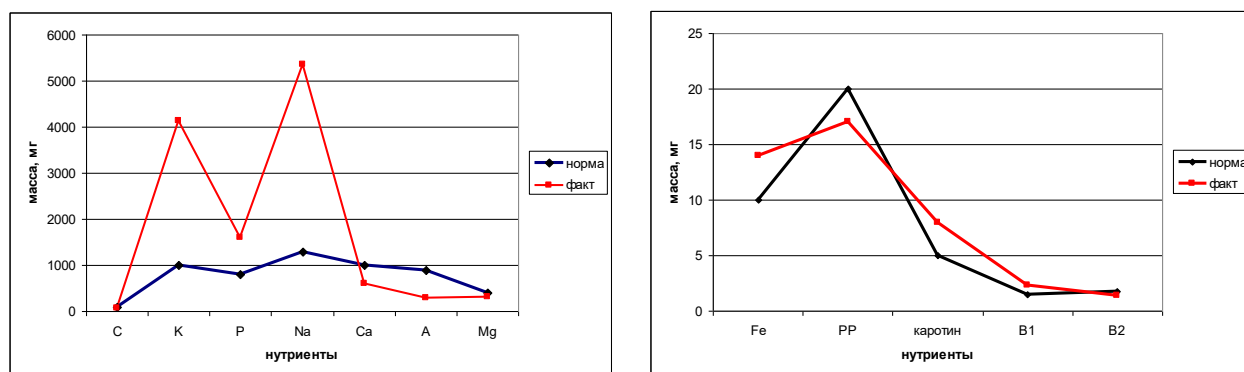


Рис. 1 – Сравнение суточного потребления нутриентов с нормами

Для разработки численного алгоритма составления оптимальных порций меню поступим следующим образом. Исходя из трехразовой схемы питания и рекомендуемых долей каждого приема пищи по калорийности, объединяем блюда каждого приема пищи в три категории, как описано в предыдущем разделе. Подчеркнем, что наименования блюд уже заданы в соответствии с частотой их употребления и горизонтом планирования. На данном этапе требуется определить массы блюд. Для этого определяем массы каждой категории блюд в соответствии с заданной суточной калорийностью питания Q . Для среднестатистического человека $Q = 2630$ ккал. Из них 320 ккал поступает с потреблением белков, 970 ккал жиров и 1340 ккал углеводов. Таким образом, соответствующие доли этих нутриентов по калорийности составляют $q_1 = 0,12$; $q_2 = 0,37$; $q_3 = 0,51$. Поскольку удельные калорийности равны: для белка $e_1 = 4$ ккал/г, жира $e_2 = 9$ ккал/г, углеводов $e_3 = 4$ ккал/г, то массы $X_i = Qq_i / e_i$ суточного потребления этих нутриентов фиксированы и равны (в граммах) $X_1 = 80$, $X_2 = 108$, $X_3 = 335$. В среднем рекомендуемые массовые доли макронутриентов животного происхождения составляют

$v_1 = 0,625; v_2 = 0,639; v_3 = 0,045$, что накладывает дополнительные ограничения на структуру оптимального меню.

По калорийности рекомендуется три приема пищи разделять в пропорциях $c_1 = 0,30; c_2 = 0,45; c_3 = 0,25$ (завтрак, обед, ужин). Если сохранить пропорции q_i для каждого приема пищи, что, конечно, сокращает число вариантов, но упрощает вычисления, то можно зафиксировать рекомендуемое массовое содержание макронутриентов на завтрак, обед и ужин:

$$X_{i,k} = Qq_i c_k / e_i. \quad (4.6)$$

В итоге мы можем определить массы блюд, употребляемых в каждый из указанных приемов пищи. Обозначим $A_{ij,k}^n$ фрагмент нутриентной матрицы размером 3×3 , отвечающей содержанию i -го макронутриента в j -ом укрупненном блюде k -го приема пищи в день n согласно выбранному на этот день меню. Тогда масса j -го укрупненного блюда $M_{j,k}^n$ находится из решения системы

$$\sum_{j=1}^3 A_{ij,k}^n M_{j,k}^n = E_i, \quad i = 1,2,3; k = 1,2,3; n = 1,2,\dots,T. \quad (4.7)$$

Следовательно, зная состав укрупненного блюда, мы можем найти величины m_j^n порций отдельных блюд, потребляемых в течение дня n , после чего по формуле (4.2) определить количество X_i^n всех потребленных нутриентов в этот день. Затем по формуле (4.1) находим отклонение ε_i^n от рекомендованных средних значений по каждому нутриенту, а по формулам (4.3) и (4.4) определяем относительные погрешности, с которыми известно содержание нутриентов для выбранного меню. Для простоты будем считать дисперсии σ_{ij}^2 содержания нутриентов постоянными, равными σ^2 , рассматривая эту величину в качестве одного из параметров задачи. Тогда относительная погрешность δ_i^n определяется по формуле:

$$\delta_i^n = \sigma \frac{\sqrt{\sum_j (m_j^n)^2}}{\sum_j A_{ij}^n m_j^n}. \quad (4.8)$$

Далее анализируем два типа статистик вычисленных отклонений.

Во-первых, строим функцию распределения $F_i(\delta; T)$ отклонений δ_i^n по данным за T дней для каждого макронутриента. В частности, вычисляем среднее значение $\bar{\delta}_i$ и дисперсию $\sigma_{\delta_i}^2$. Эта статистика важна для понимания того, насколько варьируется потребление нутриентов по дням.

Во-вторых, рассматриваем статистику отклонений накопленных средних значений нутриентов как функцию времени t . Вводим величину

$$X_i(t) = \sum_{n=1}^t X_i^n \quad (4.9)$$

и рассматриваем отклонение $\varepsilon_i(t)$ среднего значения $\bar{x}_i(t)$ в растущем окне:

$$\varepsilon_i(t) = \left| \frac{\bar{x}_i(t)}{E_i} - 1 \right|, \quad \bar{x}_i(t) = \frac{1}{t} \sum_{n=1}^t X_i^n. \quad (4.10)$$

Представляет интерес выяснение того, сходится ли и насколько быстро последовательность $\bar{x}_i(t)$ к рекомендуемым значениям в зависимости от выбираемых меню. Кроме того, важно понимать, какие требования по точности $\varepsilon_i(t)$ реализации рекомендаций корректно выставлять, поскольку должно выполняться условие $\varepsilon_i^2(t) + \delta_i^2(t) \leq \alpha^2$, где $\delta_i(t)$ вычисляется по формуле

$$\delta_i(t) = \sigma \frac{\sqrt{\sum_{n=1}^t \sum_j (m_j^n)^2}}{\sum_{n=1}^t \sum_j A_{ij}^n m_j^n}. \quad (4.11)$$

Рассмотрим результаты расчетов по описанной схеме для горизонта $T = 40$ дней. Этот горизонт выбран потому, что месяц обычно считается характерным промежутком времени, на котором стабилизируется потребление продуктов в домашних хозяйствах.

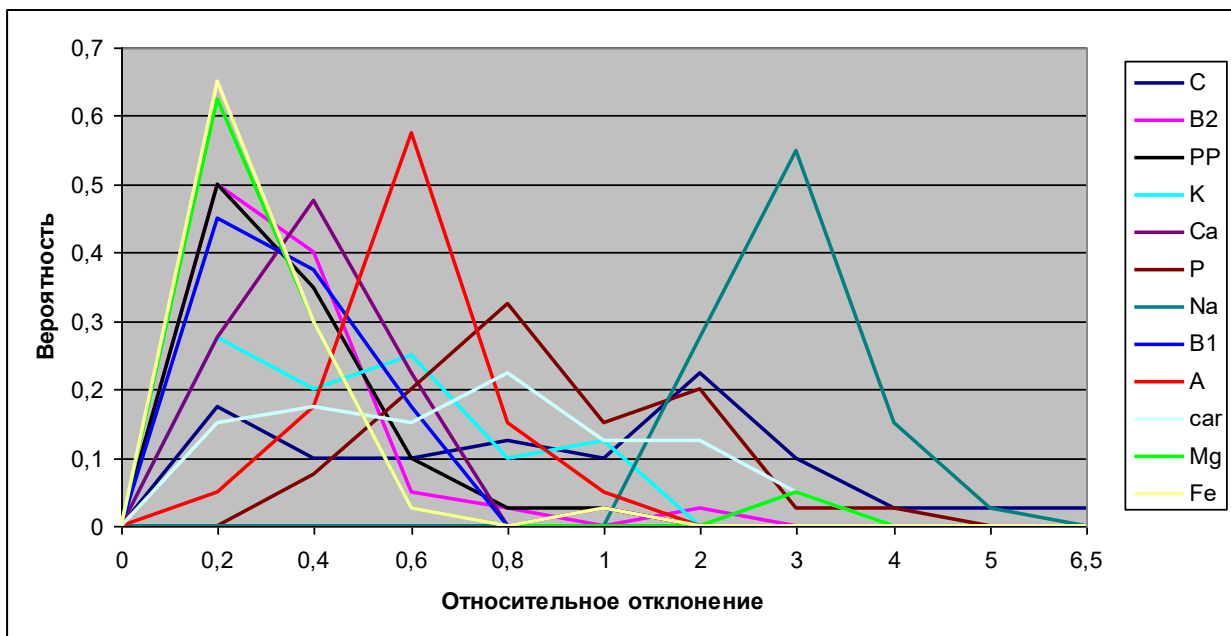


Рис. 2 – Распределения относительных отклонений (величины (4.1))
нутриентов суточных меню от средних норм

Из Рис. 2 видно, что существует три группы нутриентов по величине разброса относительного отклонения. Первая группа имеет моду, меньшую 0,5: это Mg, Fe, PP, B1, B2, Ca. Вторая группа имеет выделенные моды, сдвинутые заметно вправо: это A, Na. Третья группа характеризуется широким разбросом

значений: это Р, К, С и каротин. В таблице 4 приведены основные статистики этих распределений.

Табл. 4 – Статистики суточных распределений относительных отклонений потребления нутриентов

	С	В ₂	PP	К	Р	Na	Ca	В ₁	А	кар	Mg	Fe
avr	1,19	0,24	0,23	0,52	0,30	0,86	2,40	0,24	0,49	0,72	0,26	0,17
sd	1,25	0,26	0,18	0,50	0,19	0,54	0,60	0,15	0,17	0,64	0,46	0,16
avr/sd	0,96	0,92	1,32	1,04	1,61	1,60	3,98	1,61	2,92	1,13	0,57	1,09

Из табл. 4 следует, что наиболее устойчивы как раз распределения тех нутриентов, потребление которых заметно отклоняется от норм. Отношение среднего значения к среднеквадратичному отклонению, меньшее единицы (это С, В₂, Mg), свидетельствует о наибольшей вариации относительных отклонений по суточным меню.

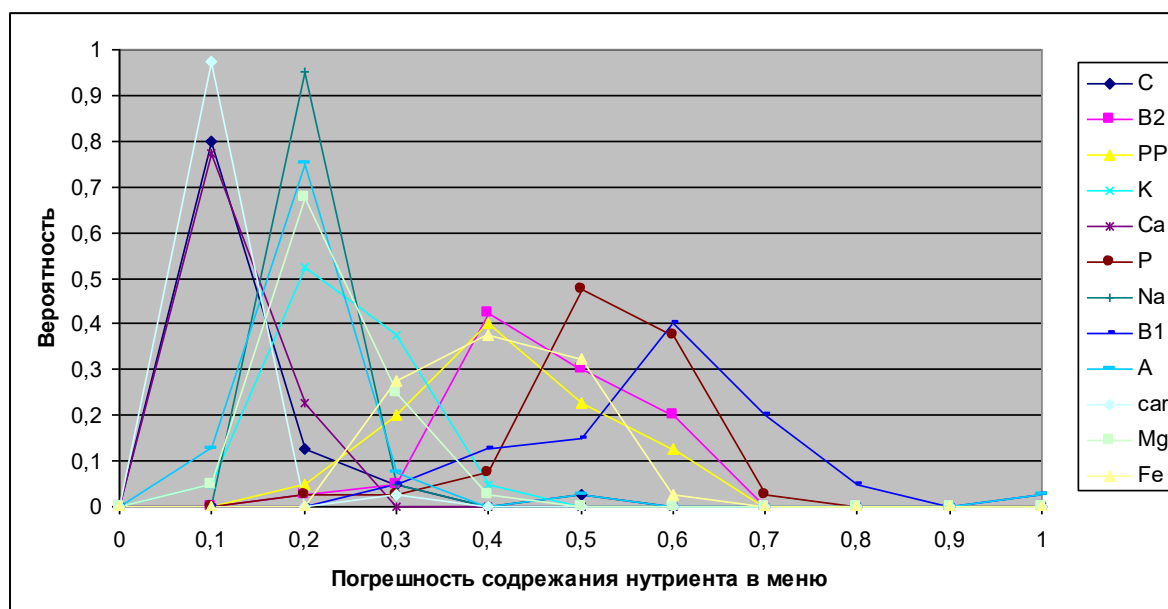


Рис. 3 – Распределения погрешностей (величины (4.8)) содержания нутриентов суточных меню

Из Рис. 3 видно, что по типу погрешности нутриенты также делятся на три группы – но несколько иные, чем на Рис. 2. Первая группа (С, Ca, каротин) имеет малую погрешность. Вторая группа – средняя по точности оценки содержания нутриентов: это А, К, Na, Mg. Третья группа имеет низкую точность: это В₁, В₂, Fe, Р, PP. В таблице 5 приведены основные статистики этих распределений.

Табл. 5 – Статистики суточных распределений относительных погрешностей потребления нутриентов

	С	В ₂	PP	К	Р	Na	Ca	В ₁	А	кар	Mg	Fe
avr	0,07	0,42	0,38	0,20	0,09	0,47	0,15	0,54	0,18	0,03	0,18	0,37

sd	0,08	0,10	0,10	0,06	0,03	0,09	0,03	0,14	0,14	0,04	0,05	0,08
avr/sd	0,90	4,06	3,62	3,53	3,24	5,00	5,07	3,94	1,27	0,76	3,80	4,82

Несмотря на весьма значительный суточный разброс в потреблении нутриентов, их средневзвешенное значение стабилизируется с течением времени к вполне приемлемым величинам (Рис. 4-5). Однако видно, что для разных групп нутриентов времена стабилизации существенно различаются. В частности, для рассмотренного в работе горизонта планирования в 40 дней оказывается, что стабилизация С, К, Р, Na, А, Са, В1 на уровне, обеспечивающем желательную точность расчетов, не обеспечивается.

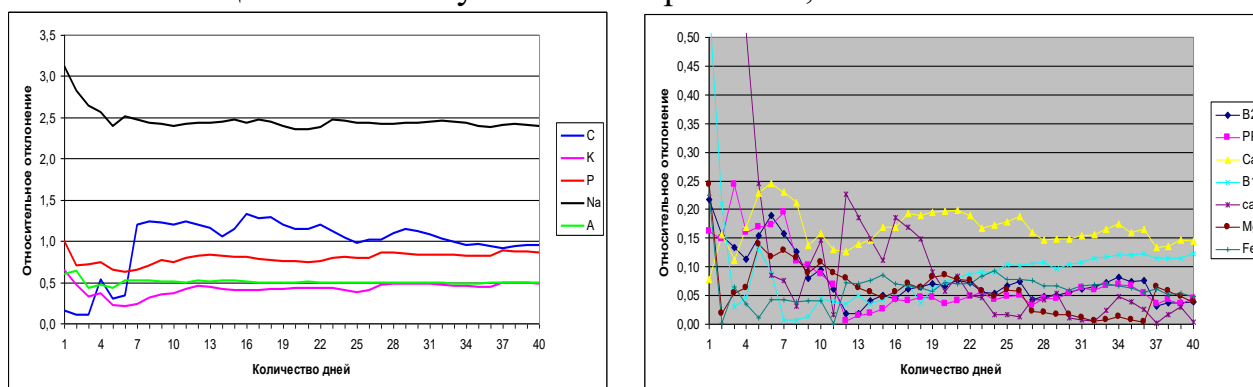


Рис. 4 – Траектории относительных отклонений нутриентов от средних норм нарастающим итогом

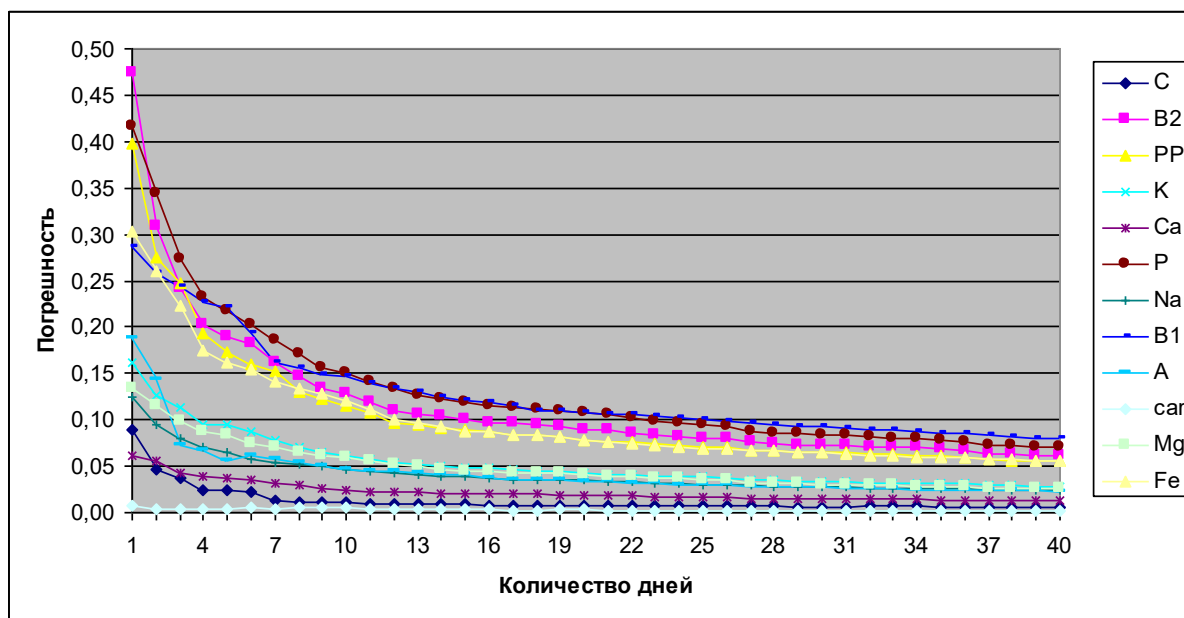


Рис. 5 – Траектории погрешностей содержания нутриентов в меню нарастающим итогом

Полученные результаты на Рис. 5 представляют достаточный интерес. Как выяснилось, по пяти нутриентам (В1, В2, Fe, Р, РР – это те нутриенты, которые имели низкую точность содержания по суточным меню) погрешность с течением времени стабилизируется на сравнительно высоком уровне, так что ее необходимо учитывать при алгоритмическом вычислении величин порций

меню. Стабилизированные погрешности содержания остальных нутриентов малы (менее 0,025) и могут считаться в первом приближении нулевыми.

5. Анализ спектральных портретов нутриентных матриц

При численном решении системы уравнений (4.2) относительно масс блюд в суточном меню следует учитывать точность, с которой вообще могут быть определены собственные значения нутриентных матриц данного вида. Дело в том, что решение должно быть строго положительным, что может не выполняться при плохой обусловленности матрицы. Поскольку же элементы матрицы известны, вообще говоря, приближенно, то необходимо понимать, насколько решение зависит от их вариации. Анализ чувствительности спектра матрицы по отношению к вариации ее элементов описан в [4, 9].

Пусть S есть невырожденная матрица, приводящая нутриентную матрицу $A_{15 \times 15}$ к диагональному виду: $S^{-1}AS = \text{diag}(\lambda_i)$. Рассмотрим возмущение матрицы A вида εP . Если λ есть собственное значение матрицы $A + \varepsilon P$, то матрица $A + \varepsilon P - \lambda I$ вырожденная. При этом

$$S^{-1}(A + \varepsilon P - \lambda I)S = \text{diag}(\lambda_i - \lambda) + \varepsilon S^{-1}PS. \quad (5.1)$$

Следовательно,

$$\left\| \varepsilon \text{diag}(\lambda_i - \lambda)^{-1} S^{-1}PS \right\| \geq 1 \quad (5.2)$$

или

$$|\varepsilon| \max_i \left| (\lambda_i - \lambda)^{-1} \right| \cdot \|S^{-1}\| \cdot \|P\| \cdot \|S\| \geq 1. \quad (5.3)$$

Величина $\kappa(S) = \|S^{-1}\| \cdot \|S\|$ называется спектральным числом обусловленности, т.е. числом обусловленности матрицы A относительно проблемы собственных значений [9]. Из (5.3) следует, что хотя бы при одном i

$$|\lambda_i - \lambda| \leq |\varepsilon| \kappa(S) \|P\|. \quad (5.4)$$

Согласно теореме Гершгорина (см., напр., [10]), если m кругов вида (5.4) образуют изолированную связную область, то в ней находятся ровно m собственных значений матрицы A . На этой идее основан метод анализа чувствительности спектра в виде спектрального портрета матрицы A .

Следуя монографии С.К. Годунова [4], будем определять число λ как принадлежащее ε -спектру $\Lambda_\varepsilon(A)$ матрицы A , если существует такая возмущающая ее матрица P , что $\|P\| \leq \varepsilon \|A\|$ и $\det(\lambda I - A - P) = 0$. Тогда

$$\|R(\lambda)\| = \|(\lambda I - A)^{-1}\| \geq \frac{1}{\varepsilon \|A\|}. \quad (5.5)$$

При исследовании расположения точек спектра представляют интерес замкнутые гладкие кривые γ_ε , представляющие изолинии ε -спектра. Контур γ_ε разбивает весь ε -спектр $\Lambda_\varepsilon(A)$ на две части – лежащие внутри и вне его.

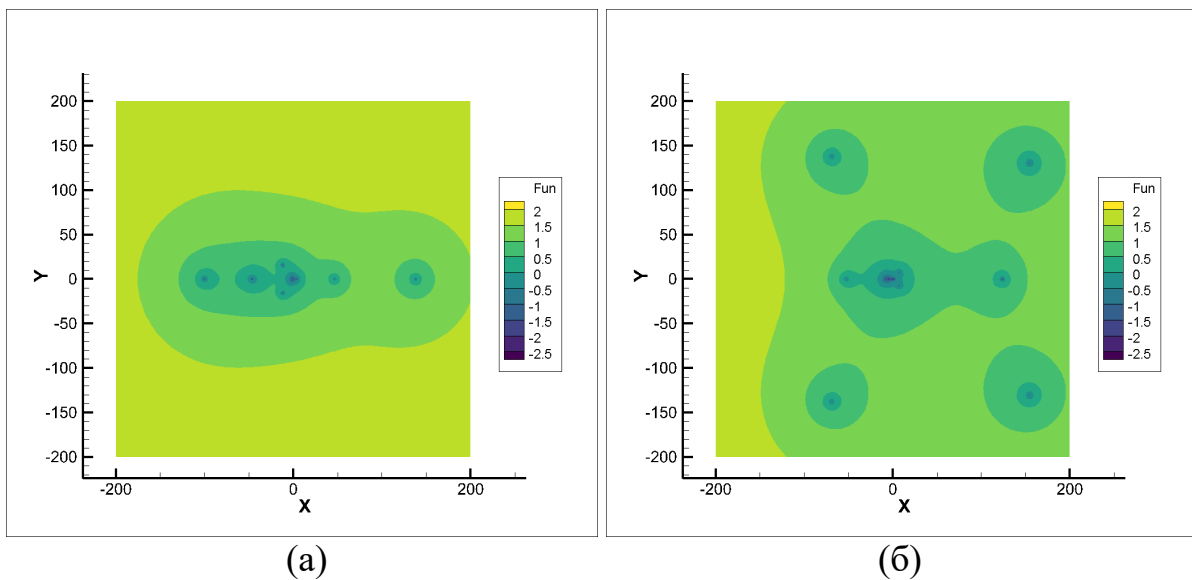
Качество разделения ε -спектра матрицы оценивается нормой $r_\gamma(A)$ квадрата резольвенты (5.5) на данной кривой:

$$r_\gamma(A) = \frac{\|A\|^2}{l_\gamma} \oint_\gamma \|R(\lambda)\|^2 d\lambda. \quad (5.6)$$

Здесь l_γ есть длина контура γ . Величину $r_\gamma(A)$ удобно выбрать как индикатор точности разделения спектра: если на кривой γ нет точек спектра матрицы A , то норма резольвенты на такой кривой конечна: $\|R(\lambda)\|_\gamma < \infty$, как и интеграл от нее по этой кривой. Совокупность изолиний γ_ε , отвечающих различным относительным возмущениям ε , называется спектральным портретом матрицы A .

Рассмотрим спектральные портреты нутриентных матриц, которые возникают в расчетах размеров порций меню. Их анализ покажет, насколько точно могут быть проведены соответствующие вычисления.

В качестве матрицы A будем рассматривать фрагмент нутриентной матрицы A_{ij}^n , отвечающей выбранным продуктам и блюдам в соответствии с их принадлежностью 15 вышеописанным типам блюд меню (табл. 3). Таким образом, A_{ij}^n – это матрица 15×15 , отвечающая содержанию нутриентов типа i в блюдах категории j , отобранных в меню в день n . Характерный вид спектральных портретов таких матриц представлен на Рис. 6 (а-г).



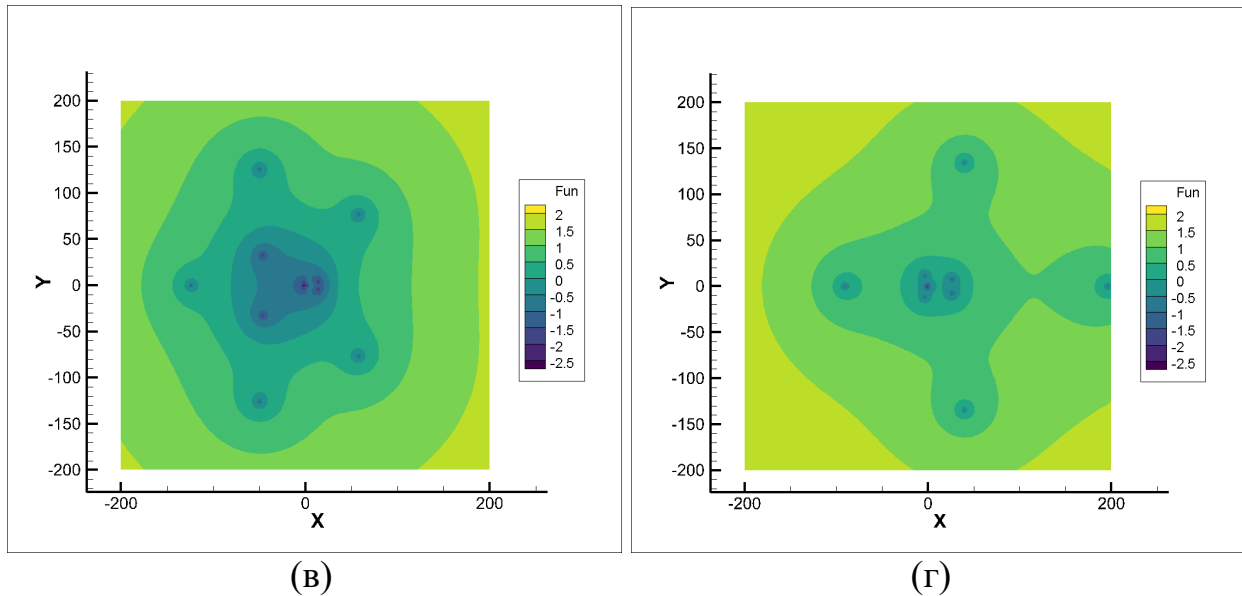


Рис. 6 – Спектральные портреты суточных матриц

Из Рис. 6 можно сделать следующие заключения. Во-первых, спектральные портреты разных меню весьма заметно различаются. Во-вторых, разделение спектра наступает при точности порядка $\varepsilon = 10^{-2}$, что представляется слишком высоким требованием к содержанию нутриентов. Более реалистична точность на уровне 0,1. В-третьих, в идеале собственные значения должны быть действительными положительными числами, чего на рисунках (а-г) не наблюдается.

В работе [1] был предложен метод объединения групп блюд так, чтобы решать уравнения баланса только относительно макронутриентов – белков, жиров и углеводов. Объединение осуществляется путем выбора строк матрицы A с доминирующими элементами, относящимися к макронутриентам. Пример результата расчета для такой матрицы 3×3 , отвечающей одному из приемов пищи, представлен на Рис. 7.

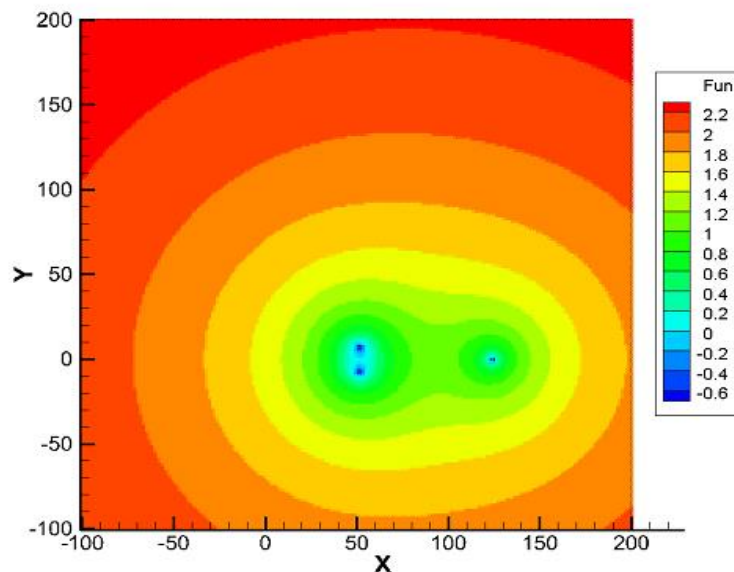


Рис. 7 – Спектральный портрет матрицы для макронутриентов

Из Рис. 7 видно, что собственные значения идентифицируются начиная с точности примерно 0,4 ($10^{-0,4} \approx 0,4$). Это означает, что для неточных измерений химического состава блюд решение задачи для макронутриентов будет корректным. Кроме того, действительные части точек спектра положительны, т.е. решение будет иметь практический смысл. Как было выяснено выше в п.4, хотя микронутриенты при таком подходе специально не балансируются, тем не менее некоторые из них при усреднении за 30-40 дней становятся близки к рекомендуемым значениям. Обозначим через \tilde{M}_j^n массы 15 типов блюд меню, вычисленных косвенно через решение задачи 3*3 о балансе белков, жиров и углеводов за день n по трем приемам пищи. Накопленная масса блюд j -го типа $\tilde{M}_j(t)$ в день t определяется суммой:

$$\tilde{M}_j(t) = \sum_{n=1}^t \tilde{M}_j^n. \quad (5.7)$$

Соответствующее накопленное количество нутриентов есть $X_i(t)$:

$$X_i(t) = \sum_{n=1}^t X_i^n. \quad (5.8)$$

Рассмотрим теперь матрицу $\tilde{B}_{ij}(t)$, связывающую накопленное количество нутриентов $X_i(t)$ с суммарным потреблением блюд массой $\tilde{M}_j(t)$:

$$X_i(t) = \sum_{j=1}^{15} \tilde{B}_{ij}(t) \tilde{M}_j(t) = \sum_{j=1}^{15} \sum_{n=1}^t A_{ij}^n \tilde{M}_j^n = \sum_{j=1}^{15} \tilde{B}_{ij}(t) \sum_{n=1}^t \tilde{M}_j^n. \quad (5.9)$$

Отсюда следует, что $\tilde{B}_{ij}(t)$ может быть определена для каждого i -го нутриента как средневзвешенная по типам продуктов матрица A_{ij}^n :

$$\tilde{B}_{ij}(t) = \frac{1}{\tilde{M}_j(t)} \sum_{n=1}^t A_{ij}^n \tilde{M}_j^n. \quad (5.10)$$

Построив последовательность спектральных портретов для матриц $\tilde{B}_{ij}(t)$, мы получаем «траектории» областей, содержащих собственные значения с точностью, достаточной для их раздельного позиционирования. Наибольший порядок возмущения матрицы $\tilde{B}_{ij}(t)$, при котором начинает происходить разделение точек спектра, служит критерием разрешимости задачи. Во-первых, это точность, с которой можно удовлетворить нормам потребления нутриентов. Во-вторых, если разделение спектра происходит при возмущении, меньшем, чем $\min_i \delta_i(t)$ в соответствии с (4.11), то прямое решение задачи о структуре и величинах блюд меню с помощью матрицы $\tilde{B}_{ij}(t)$ невозможно, и следует решать задачу косвенным методом через баланс макронутриентов, как это было описано выше. На Рис. 8 (а-г) показаны спектральные портреты матриц $\tilde{B}_{ij}(t)$ при значениях t , равных 5, 10, 20 и 40 дней.

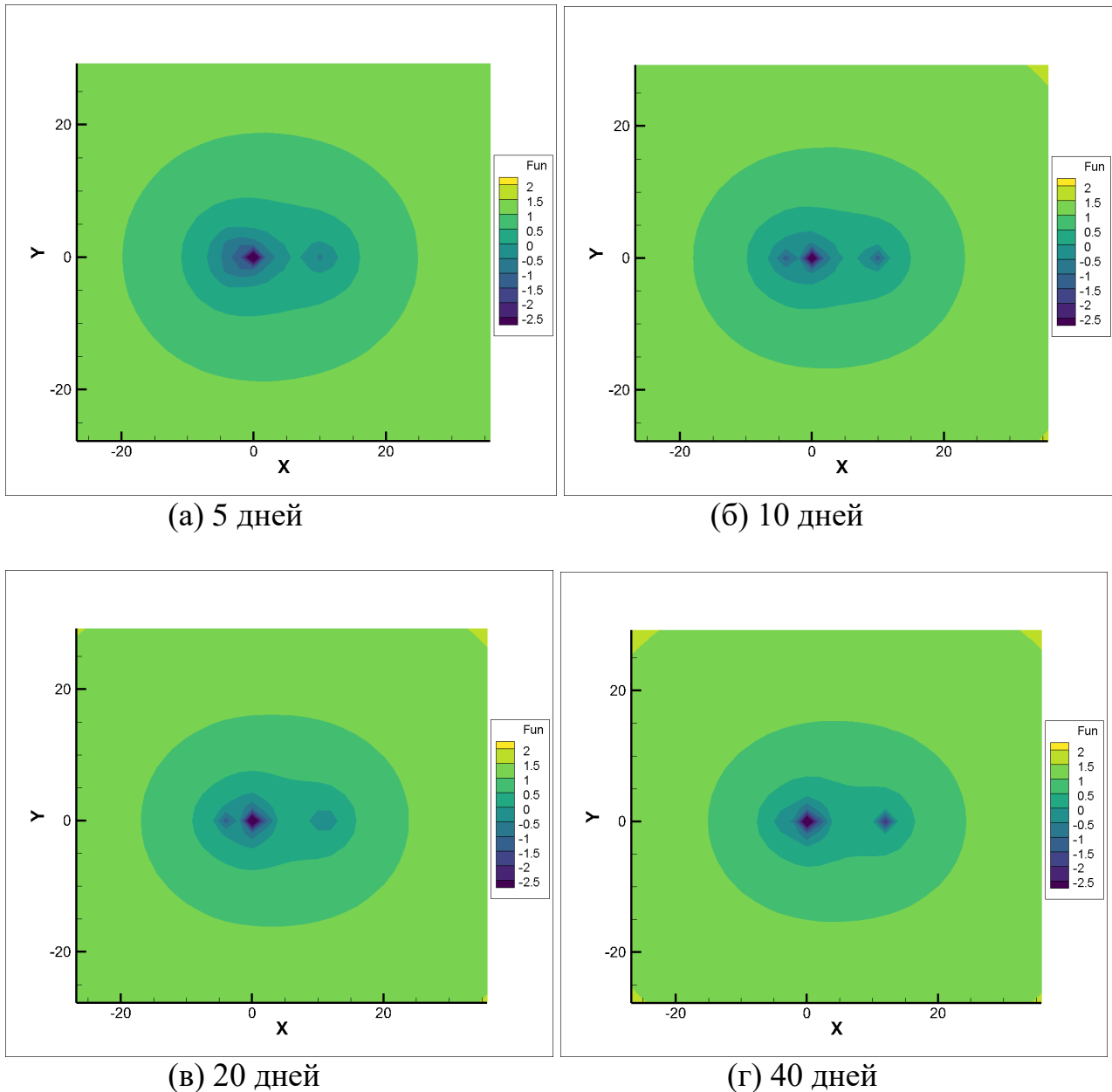


Рис. 8 – Спектральные портреты усредненных нутриентных матриц

Из приведенных спектральных портретов следует важный вывод о том, что обусловленность нутриентных матриц при усреднении улучшается. Уже через пять дней спектр становится неотрицательным и фактически расположен в двух областях: в окрестности нуля и в некоторой окрестности десятки. В этом плане с точностью 0,05 (это зона, промежуточная между возмущением 10^{-1} и $10^{-1,5}$) вполне достаточно локализация спектра в виде такой структуры кратных точек, поскольку позволяет делать расчет порций блюд меню не только для модельного примера норм Минздрава, но и вообще для любой заданной структуры среднесуточного потребления нутриентов. Следовательно, недельный промежуток времени можно считать достаточным для проведения расчетов диетических столов средствами вычислительной линейной алгебры.

6. Заключение

Данная работа имела целью продемонстрировать эффективность использования спектральных портретов для целей цифровой нутрициологии. Разумеется, диетолог может разработать персонализированную диету по дням и приемам пищи, но были не ясны пределы и ограничения применения автоматизированного машинного метода для расчета порций блюд. Как мы показали на примере суточного меню, вычислить массы порций формальным решением системы линейных уравнений в условиях ограничений на положительность решения не всегда возможно. В то же время подбором величины порций можно получить итоговый вектор нутриентов, отличающийся от требуемого в пределах 10 %, что трактуется как (неединственное) положительное приближенное решение исходной задачи. Следовательно, необходимо было формализовать метод, позволяющий проводить расчеты на таком уровне точности либо определить уровень точности, допускающий расчеты подобного рода. В работе показано, что метод усреднения нутриентной матрицы позволяет обосновать корректную численную схему решения.

Список источников

1. Гавриков М.Б., Кислицын А.А., Орлов Ю.Н., Камбаров А.О., Никитюк Д.Б., Тутельян В.А. Цифровая персонифицированная нутрициология: проблемы и решения // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2020. № 25. 36 с.
2. Orlov Y.N, Kislitsyn A.A., Kambarov A.O., Baturin A.K., Nikituk D.B., Tutelian V.A. Digital Nutrition: Spectral Portraits of Optimal Diet // Scientific Visualization, 2020. V. 12. № 2. P. 139-150. DOI: 10.26583/sv.12.2.11
3. Методические рекомендации МР 2.3.1.2432-08 «Нормы физиологических потребностей в энергии и пищевых веществах для различных групп населения РФ» (утв. главным государственным санитарным врачом РФ 18 дек. 2008 г.). Письмо Министерства здравоохранения РФ от 5 декабря 2014 г. N 13-2/1664 по МКБ десятого пересмотра.
4. Годунов С.К. Современные аспекты линейной алгебры. – Новосибирск: Научная книга, 1997. – 388 с.
5. Тутельян В.А. и др. Картотека блюд диетического (лечебного и профилактического) питания оптимизированного состава. – М.: Национальная ассоциация клинического питания, 2008. – 448 с.
6. Тутельян В.А. Химический состав и калорийность российских продуктов питания. Справочник. – М.: ДеЛи принт, 2012. – 284 с.
7. Тутельян В.А., Никитюк Д.Б. Нутрициология и клиническая диетология. – М.: «ГЭОТАР-Медиа», 2020. – 652 с.
8. Потребление продуктов питания в домашних хозяйствах // www.old.gks.ru
9. Уилкинсон Дж.Х. Алгебраическая проблема собственных значений. – М.: Наука, 1970. – 564 с.
10. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Наука, 1988. – 552 с.