



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН • Электронная библиотека

Препринты ИПМ • Препринт № 47 за 2021 г.



ISSN 2071-2898 (Print)
ISSN 2071-2901 (Online)

Ф.Н. Воронин, А.С. Духанин,
Е.Д. Казаков, О.С. Косарев,
М.Б. Марков, Ю.В. Помазан,
И.А. Тараканов

Моделирование переноса
излучения в ускорителе
электронов

Статья доступна по лицензии
Creative Commons Attribution 4.0 International



Рекомендуемая форма библиографической ссылки: Моделирование переноса излучения в ускорителе электронов / Ф.Н. Воронин [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2021. № 47. 14 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2021-47>
<https://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2021-47>

**Ордена Ленина
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ
имени М.В.Келдыша
Российской академии наук**

**Ф.Н. Воронин, А.С. Духанин, Е.Д. Казаков,
О.С. Косарев, М.Б. Марков, Ю.В. Помазан,
И.А. Тараканов**

**Моделирование переноса излучения
в ускорителе электронов**

Москва – 2021

**Воронин Ф.Н., Духанин А.С., Казаков Е.Д., Косарев О.С., Марков М.Б.,
Помазан Ю.В., Тараканов И.А.**

Моделирование переноса излучения в ускорителе электронов

Рассмотрена экспериментальная проверка математической модели генерации электронами тормозного излучения и образования электромагнитного поля при его рассеянии. Использован физический эксперимент, в котором сильноточный ускоритель формировал тормозное излучение в мишени-конверторе, а также поток электронов эмиссии и электромагнитное поле в герметичной камере. Результаты физических и моделирующих их вычислительных экспериментов совпали с точностью до порядка величины.

Ключевые слова: математическая модель, ускоритель, анод, тормозное излучение, электронная эмиссия, электромагнитное поле, эксперимент, расчет, поглощенная доза, электрический ток

**Voronin F.N., Dukhanin A.S., Kazakov E.D., Kosarev O.S., Markov M.B.,
Pomazan Yu.V., Tarakanov I.A.**

Simulation of radiation transport in an electron accelerator

An experimental verification of the mathematical model of the generation of bremsstrahlung radiation by electrons and the formation of an electromagnetic field during its scattering is considered. A physical experiment was used in which a high-current accelerator formed bremsstrahlung in a target-converter, as well as an emission electron flux and an electromagnetic field in a sealed chamber. The results of physical and simulating computational experiments coincided to within an order of magnitude.

Key words: mathematical model, accelerator, anode, bremsstrahlung radiation, electronic emission, electromagnetic field, experiment, calculation, absorbed dose, electric current

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 20-01-00419.

Оглавление

Введение.....	3
1 Физический эксперимент.....	3
2 Измеряемые величины и их моделирование.....	7
3 Вычислительные эксперименты.....	9
Заключение.....	13
Список литературы.....	13

Введение

Рассеяние релятивистского электронного пучка в твердотельной преграде сопровождается образованием фотонов тормозного излучения [1]. Исследование этого процесса актуально для многих важных практических задач [2]. В частности, характеристики тормозного излучения используются для диагностики исходного электронного пучка [3]. Фотоны тормозного излучения обладают существенно бóльшей проникающей способностью, чем излучающие их электроны [4]. На их распространение не влияют рабочие электрические поля ускорителя. Поэтому регистрация фотонов в ряде случаев оказывается более удобным способом измерений. При этом фотоны проникают в измерительную аппаратуру и вызывают эмиссию электронов с поверхностей ее элементов за счет фотоэффекта и комптоновского рассеяния [1]. Движение электронов эмиссии во внутренних полостях аппарата создает электромагнитное поле, которое генерирует токовые помехи в кабельных линиях и формирует электрические нагрузки в диэлектрических материалах.

Математическое моделирование генерации тормозного излучения дает возможность устанавливать прямые связи между характеристиками диагностируемых пучков и тормозного излучения. Авторами данной работы разработаны математические модели совместного переноса электронов и фотонов и генерации при этом электромагнитного поля [5]. Модели основаны на кинетических уравнениях для функций распределения фотонов и электронов [6,7], дополненных уравнениями Максвелла для самосогласованного электромагнитного поля [8]. Если перенос происходит в газе, то модель учитывает развитие в нем радиационной проводимости [9-11] за счет ударной ионизации молекул [12-14].

Данная работа посвящена экспериментальной проверке моделей путем математического воспроизведения физического эксперимента и сравнения измеренных данных с рассчитанными. В качестве источника электронно-фотонного каскада выбран ускоритель электронов РС-20, который эксплуатируется в НИЦ «Курчатовский институт». Ускоритель позволяет получать электроны с энергией до 1.5 МэВ при токе пучка порядка 50 кА [15]. Физические эксперименты выполнены при поддержке НИЦ «Курчатовский институт» (Приказ № 2073 от 09.10.2020). Вычислительный эксперимент проведен на суперкомпьютере К60 в ИПМ им. М.В. Келдыша РАН.

1. Физический эксперимент

Ускоритель РС-20 представляет собой LC-контур, замкнутый через плазменный прерыватель тока (ППТ). Фотография установки представлена на рис. 1.



Рис. 1. Ускоритель РС-20

Прерыватель представляет собой отрезок коаксиальной линии, электроды которой соединены плазменной перемычкой, предварительно создаваемой плазменными пушками. При включении генератора импульсного напряжения (ГИН) нарастающий во времени ток контура «ГИН–ППТ» замыкается через плазменную перемычку, так что существенная часть электрической энергии преобразуется в магнитную. Импеданс ППТ резко, за время ~ 100 нс, увеличивается, происходит обрыв тока, и запасенная энергия магнитного поля выделяется в виде потоков ускоренных частиц в ППТ и в шунтирующем его диоде. В зависимости от геометрии диодного узла, напряжения зарядки и ряда других факторов амплитудные значения напряжения на диоде и тока через него варьируются в диапазоне 800-1500 кВ и 20-100 кА соответственно. Ток в диоде измеряется с помощью безындуктивного шунта, расположенного за анодной пластиной. Напряжение определяется по показаниям делителя напряжения, расположенного на выходе ГИН, и току через ГИН, регистрируемому с помощью шунта.

Свободные электроны пучка ускорителя РС-20 образуются на катоде вакуумного диода за счет взрывной эмиссии. Электроны разгоняются электрическим полем и попадают на анод, играющий также роль мишени-конвертора. В мишени формируется импульс тормозного рентгеновского излучения, соответствующий по длительности электронному пучку. Тормозное излучение воздействует на герметичную камеру в форме полого цилиндра. Основаниями цилиндра являются диски из нержавеющей стали. Боковая стенка камеры выполнена из оргстекла. Камера защищена от электромагнитных помех медной фольгой.

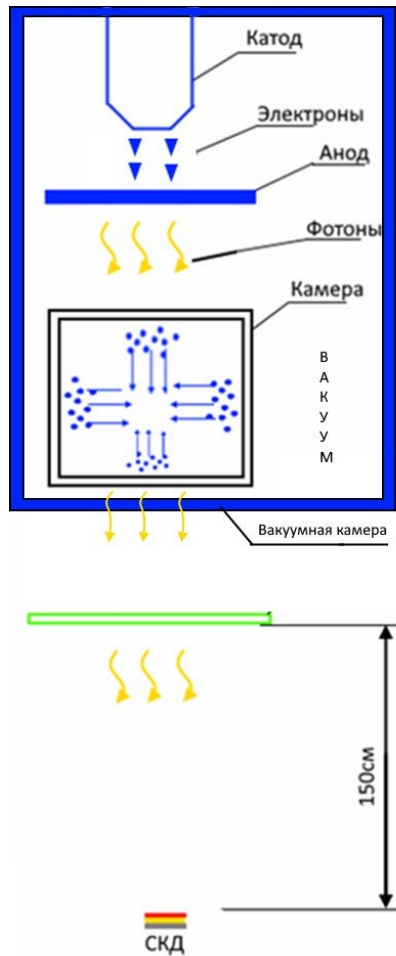


Рис. 2. Схема эксперимента

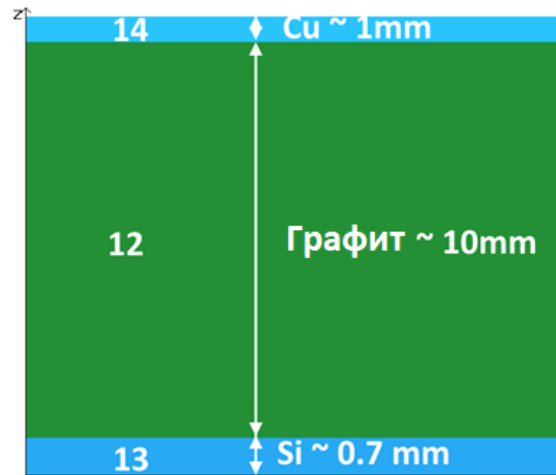


Рис. 3. Схема спектрометрического кремниевого диффузионно-дрейфового детектора

Тормозное излучение взаимодействует со всеми материалами выходного узла и генерирует в них потоки фото- и комптоновских электронов отдачи. Через алюминиевый фланец вакуумной камеры и алюминиевую преграду равновесной толщины тормозное излучение достигает детектора СКД (Спектрометрический Кремниевый Диффузионно-дрейфовый).

Схема эксперимента в целом представлена на рис. 2. На рис. 3 изображена схема конструкции детектора СКД.

Часть фото- и комптоновских электронов, образующихся при рассеянии тормозного излучения в материалах камеры, эмитируются в ее внутренний объем. Если объем вакуумирован, то на электроны эмиссии влияет только генерируемое ими самосогласованное электромагнитное поле. В воздушной среде электроны эмиссии рассеиваются за счет упругих и неупругих столкновений. При этом ударная ионизация воздуха электронами эмиссии сопровождается образованием в непрерывном спектре вторичных электронов низкой энергии [12-14]. Электроны низкой энергии дрейфуют в электромагнитном поле, создавая ток радиационной проводимости [9,11]. Он

компенсирует сторонний ток и снижает электрическое поле. Заметим, что радиационная проводимость образуется не только в газе, но и в диэлектрических материалах выходного узла [10].

Математическая модель рассмотренного процесса основана на решении кинетических уравнений для функций распределения электронов и фотонов совместно с уравнениями Максвелла для самосогласованного электромагнитного поля.

Процесс переноса и рассеяния электронов ускорителя, квантов тормозного излучения и электронов отдачи в материалах конструкции выходного узла ускорителя РС-20 и газовом объеме описывается кинетическими уравнениями:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_e}{\partial t} + \text{div}(\mathbf{v}f_e) + e \text{div}_p \left[\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}[\mathbf{v}, \mathbf{B}] \right) f_e \right] + \sigma_e^t \nu f_e = \\ = c \int d\mathbf{p}' \sigma_{ph-e}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') f_{ph}(\mathbf{p}') + \int d\mathbf{p}' \sigma_{e-e}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \nu' f_e(\mathbf{p}') + Q, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{ph}}{\partial t} + c \text{div}(\mathbf{\Omega} f_{ph}) + c \sigma_{ph}^t f_e = \\ = c \int d\mathbf{p}' \sigma_{ph-ph}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') f_{ph}(\mathbf{p}') + \int d\mathbf{p}' \sigma_{e-ph}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \nu' f_e(\mathbf{p}'), \end{aligned} \quad (2)$$

где $f_e = f_e(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$, $f_{ph} = f_{ph}(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$ – функции распределения электронов и квантов в фазовом пространстве координат \mathbf{r} и импульсов \mathbf{p} , \mathbf{v} – вектор скорости электрона, c – скорость света, e – заряд электрона, $\mathbf{E} = \mathbf{E}(t, \mathbf{r})$, $\mathbf{B} = \mathbf{B}(t, \mathbf{r})$ – векторы напряженности электрического поля и магнитной индукции, div_p – оператор дивергенции в импульсном пространстве, $\mathbf{\Omega}$ – единичный вектор в направлении скорости кванта, σ_e^t – полное сечение поглощения электронов, σ_{ph}^t – полное сечение поглощения квантов, σ_{ph-e} , σ_{e-e} – дифференциальные сечения рассеяния квантов и электронов, соответственно, с образованием электронов, σ_{ph-ph} , σ_{e-ph} – дифференциальные сечения рассеяния квантов и электронов, соответственно, с образованием квантов. Для квантов интегралы столкновений в уравнениях (1,2) моделируют комптоновское и когерентное рассеяния, а также фотопоглощение и образование пар [1,4]. Электроны испытывают упругое рассеяние, производят ударную ионизацию и возбуждение среды, генерируют тормозное излучение [1,4,12-14].

Источник электронов $Q = Q(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$ описывает пространственно-временные и спектральные характеристики потока электронов, достигающих анода.

Движение электронов в газовой среде образует сторонний электрический ток с плотностью $\mathbf{j}^{ext} = e \int v d\mathbf{p} f_e$, рассеяние сопровождается выделением энергии с плотностью мощности:

$$mc^2 \int \left(\sqrt{1 + p^2 / (mc)^2} - 1 \right) \left(\sigma_e' v f_e - \int d\mathbf{p}' \sigma_{e-e}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') v' f_e(\mathbf{p}') \right) d\mathbf{p} f_e.$$

Электрический ток электронов генерирует электромагнитное поле, которое описывается уравнениями Максвелла:

$$\text{rot}\mathbf{H} = \frac{\varepsilon}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad \text{rot}\mathbf{E} = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \mathbf{j} = \mathbf{j}^{ext} + \sigma \mathbf{E}, \quad (3)$$

где $\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{r})$ и $\mu = \mu(\mathbf{r})$ – диэлектрическая и магнитная проницаемости среды.

Плотность тока $\mathbf{j} = \mathbf{j}(t, \mathbf{r})$ в уравнении (3) представляет собой сумму $\mathbf{j} = \mathbf{j}^{ext} + \sigma \mathbf{E}$. Здесь $\sigma = \sigma(t, \mathbf{r})$ – сумма исходной и радиационной проводимости среды, которая вычисляется по плотности мощности энерговыделения электронов эмиссии в соответствии с равновесной моделью [9].

Уравнения (1-3) в совокупности с однородными начальными данными на гиперплоскости $t=0$ составляют постановку задачи Коши для функций распределения частиц и компонент электромагнитного поля.

2. Измеряемые величины и их моделирование

Выполнены два физических и два соответствующих им вычислительных эксперимента. В первом эксперименте камера вакуумирована, во втором – заполнена воздухом при нормальном давлении. Измерялись ток пучка ускорителя, напряжение между анодом и катодом, ток разряда камеры и мощность дозы тормозного излучения за анодным узлом. Первые две величины определяют правую часть уравнений математической модели. Ток разряда камеры и показания детектора СКД являются функционалами над пространством решений задачи Коши (1-3).

Правая часть уравнений (1) в модели – источник электронов – задается током пучка ускорителя и напряжением между анодом и катодом. Ток ускорителя определяет амплитуду и временную зависимость источника, напряжение – спектр электронов пучка. На рис. 4 представлены временные зависимости тока катода для обоих экспериментов. Видно, что формы импульса существенно различны. Одной из причин этого является невозможность точного повторения результатов очередного эксперимента из-за приборной погрешности. Другая причина связана с образованием плазмы, замыкающий катод с анодом. Время замыкания и параметры плазмы также не повторяются. Поэтому использовать временную зависимость тока пучка для задания

источника в уравнении (1) затруднительно. Рассмотрим следующий подход. Помимо тока пучка, в экспериментах измерялась зависимость мощности дозы в детекторе СКД от времени. Размещение СКД за пределами вакуумной камеры за преградой равновесной толщины исключает существенный вклад электронов любого происхождения в показания детектора. Поэтому он регистрирует непосредственно тормозное излучение. Оно образуется электронами пучка, непосредственно достигающими мишени – анода. Никакие другие эффекты на образование тормозного излучения повлиять не могут. Поэтому зависимость мощности дозы в детекторе СКД от времени повторяет форму импульса электронов пучка. Рис. 5 показывает, что временная зависимость мощности дозы более стабильна, чем форма импульса тока пучка. Данная форма выбрана для задания временной зависимости $Q = Q(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$ в расчетах.

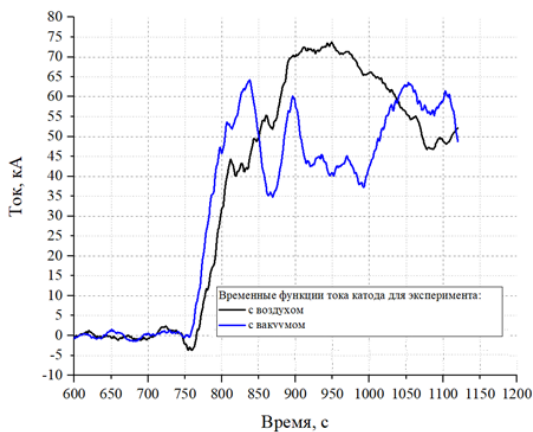


Рис. 4. Графики зависимости измеренного тока пучка от времени

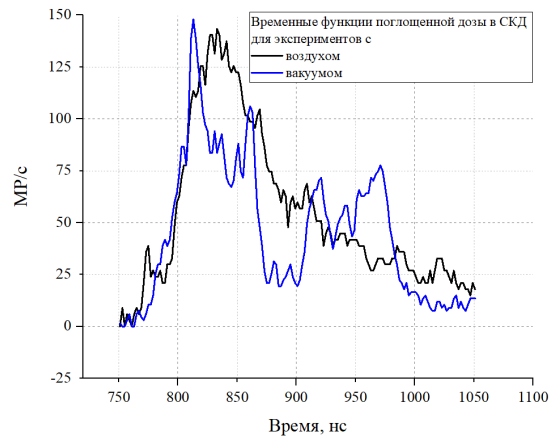


Рис. 5. Графики зависимости измеренной мощности дозы от времени

Временная функция мощности дозы нормировалась так, чтобы ее значение в максимуме равнялось единице. Далее она умножалась на амплитудное значение плотности потока электронов N_e . Величина $N_e = I/(s \cdot e)$ определялась путем деления максимального значения тока катоды I (рисунок 4) на заряд электрона e и площадь пучка $s \sim 3 \text{ см}^2$. Характерная амплитуда плотности потока электронов составила $5 \cdot 10^{23} \text{ 1}/(\text{см}^2 \cdot \text{с})$, длительность – 100 нс.

Распределение электронов пучка по энергиям определяется текущим напряжением между анодом и катодом и расстоянием между ними. Временная зависимость напряжения от времени соответствует спектральному распределению электронов ускорителя. Измеренный таким образом энергетический спектр электронов ускорителя представлен на рис. 6.

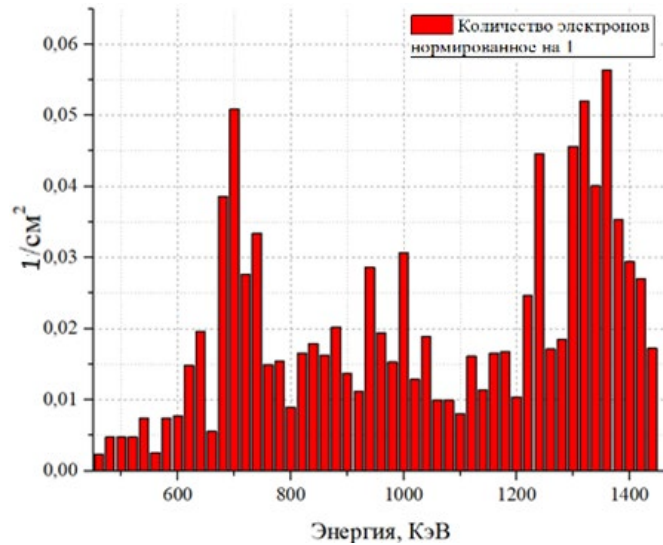


Рис. 6. Измеренный спектр электронов пучка

Основным результатом эксперимента является измерение электрического тока, протекающего между основаниями камеры. Этот ток складывается из полного тока электронов эмиссии и полного тока радиационной проводимости. В эксперименте с вакуумированной камерой ток радиационной проводимости отсутствует. Таким образом, косвенно измеряется и электрическое поле.

Ток, протекающий между основаниями камеры, выражается как

$$I^d = \int_S (d\mathbf{S}, \mathbf{j}). \quad (4)$$

Интеграл в правой части (4) представляет собой поток вектора $\mathbf{j} = \mathbf{j}^{ext} + \sigma \mathbf{E}$ через сечение камеры S , перпендикулярное ее оси.

Плотность мощности энергии, выделенной фотонами в кремнии детектора СКД, интерпретируется как поглощенная доза. Доза, поглощенная в кремнии, приравнивается к экспозиционной дозе (P):

$$D_{ph}(P) = \frac{mc^2}{100\rho_c V_d} \int_0^\infty dt \int_{V_d} d\mathbf{r} \int d\mathbf{p} \left(\sqrt{1 + p^2/(mc)^2} - 1 \right) \left(\sigma'_e \nu f_e - \int d\mathbf{p}' \sigma_{e-e}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \nu' f_e(\mathbf{p}') \right),$$

где V_d – объем слоя кремния в детекторе, ρ_c – плотность кремния.

3. Вычислительные эксперименты

Расчитанное значение экспозиционной дозы в детекторе СКД составило 19.5 P, измеренное – 19 P. Малое различие расчетных и экспериментальных результатов свидетельствует о том, что математическая модель переноса излучения в преградах из плотных веществ не противоречит физическому содержанию эксперимента.

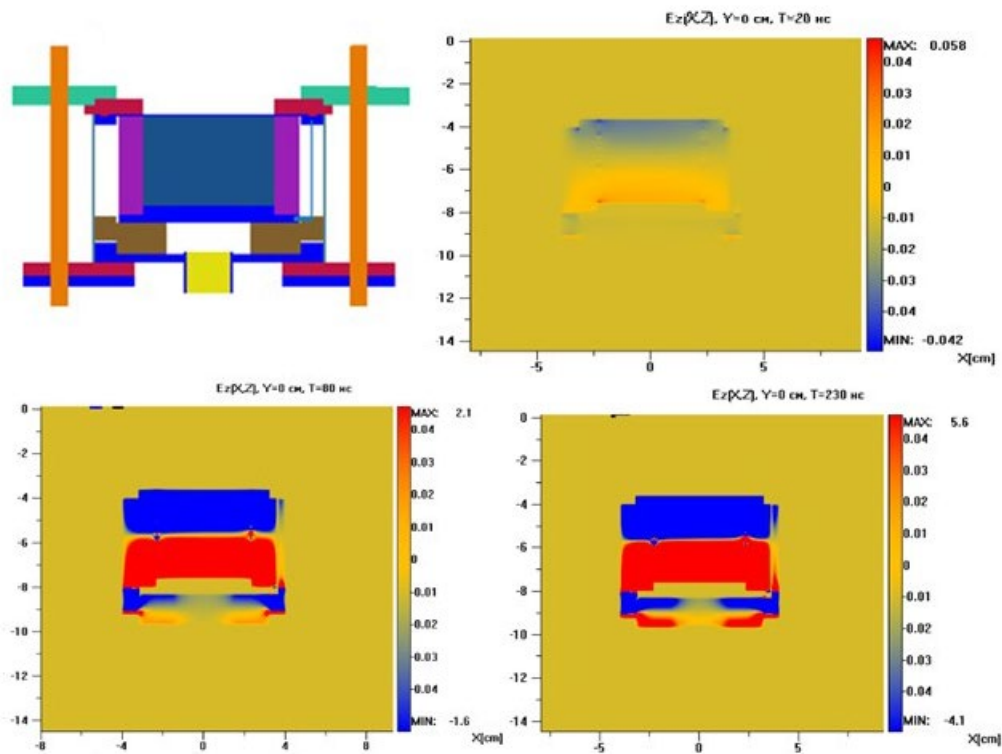


Рис. 7. Линии уровня продольной компоненты напряженности электрического поля в плоскости, содержащей ось вакуумированной камеры

Расчет №1 моделирует эксперимент с вакуумированной камерой. Воздух откачан до давления не выше $5 \cdot 10^{-5}$ торр.

Самосогласованное электрическое поле создается в объеме камеры электронами эмиссии. В основном они эмитируются с верхнего и нижнего оснований камеры. С боковых поверхностей испускается относительно мало электронов. Объемный заряд электронов неоднородно распределяется внутри камеры.

В математической модели координата z направлена по нормали к основаниям камеры. Верхнее основание соответствует $z = -3.7$ см. Линии уровня продольной компоненты электрического поля E_z внутри вакуумированной камеры при $y=0$ представлены для моментов времени 20, 80 и 230 нс на рис. 7.

На рисунке 8 представлены графики зависимости от времени тока разряда, измеренного в физическом эксперименте и вычисленного в расчете №1. Черная линия на рисунке соответствует экспериментальной зависимости. Результат расчета представлен в трех сечениях. Первое расположено вблизи нижнего основания камеры (фиолетовая линия), второе – в середине (синяя линия), третье – вблизи верхнего основания.

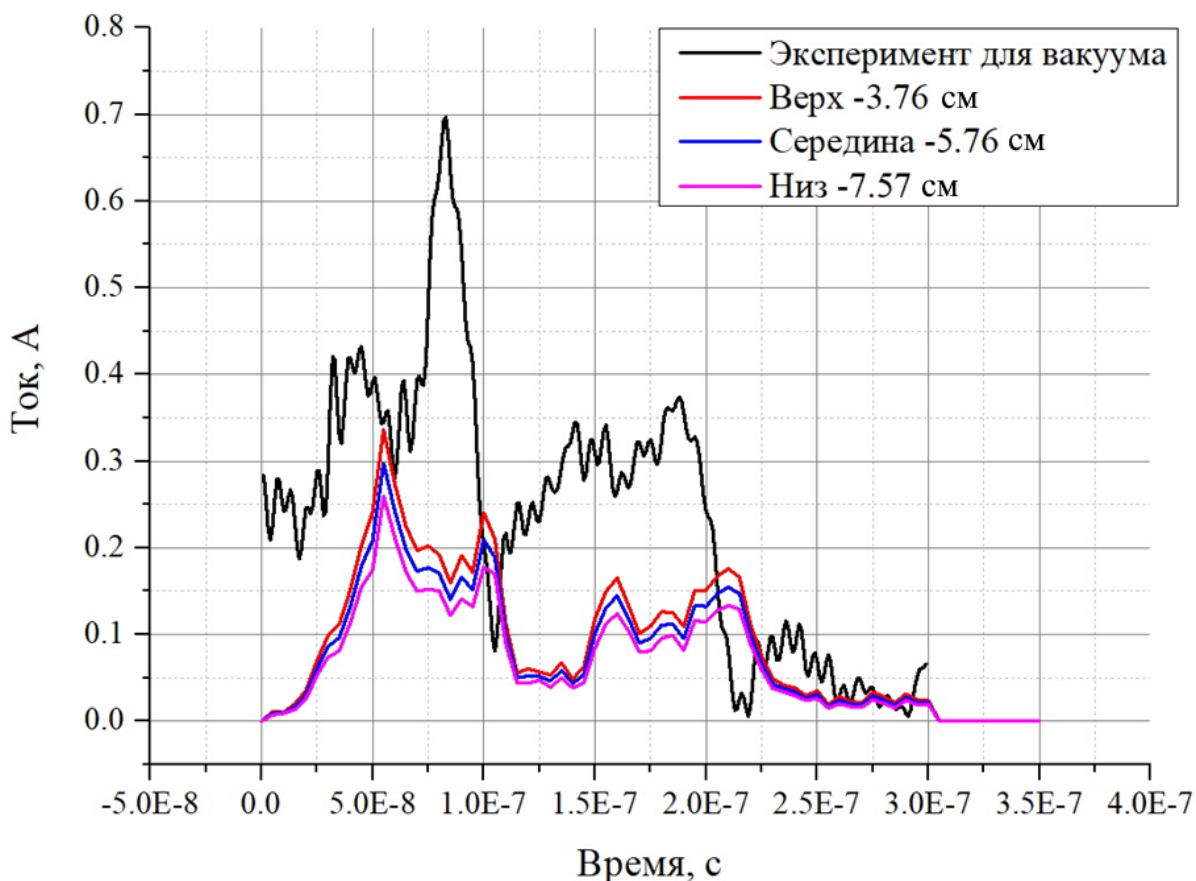


Рис. 8. Графики зависимости измеренного и рассчитанного токов через объем вакуумированной камеры

Рис. 8 показывает, что рассчитанный ток в камере и измеренный ток ее разрядки совпадают по порядку величины. Небольшие различия рассчитанных токов через сечения камеры обусловлены начальным угловым распределением электронов эмиссии. Высокочастотные колебания измеренного тока связаны с отражениями электрического поля внутри выходного узла ускорителя электронов РС-20.

В расчете №2 рассчитывался ток разряда камеры с воздухом при атмосферном давлении. Основное отличие от расчета №1 состоит в том, что теперь поле, генерируемое сторонним током, частично компенсируется током радиационной проводимости газовой среды.

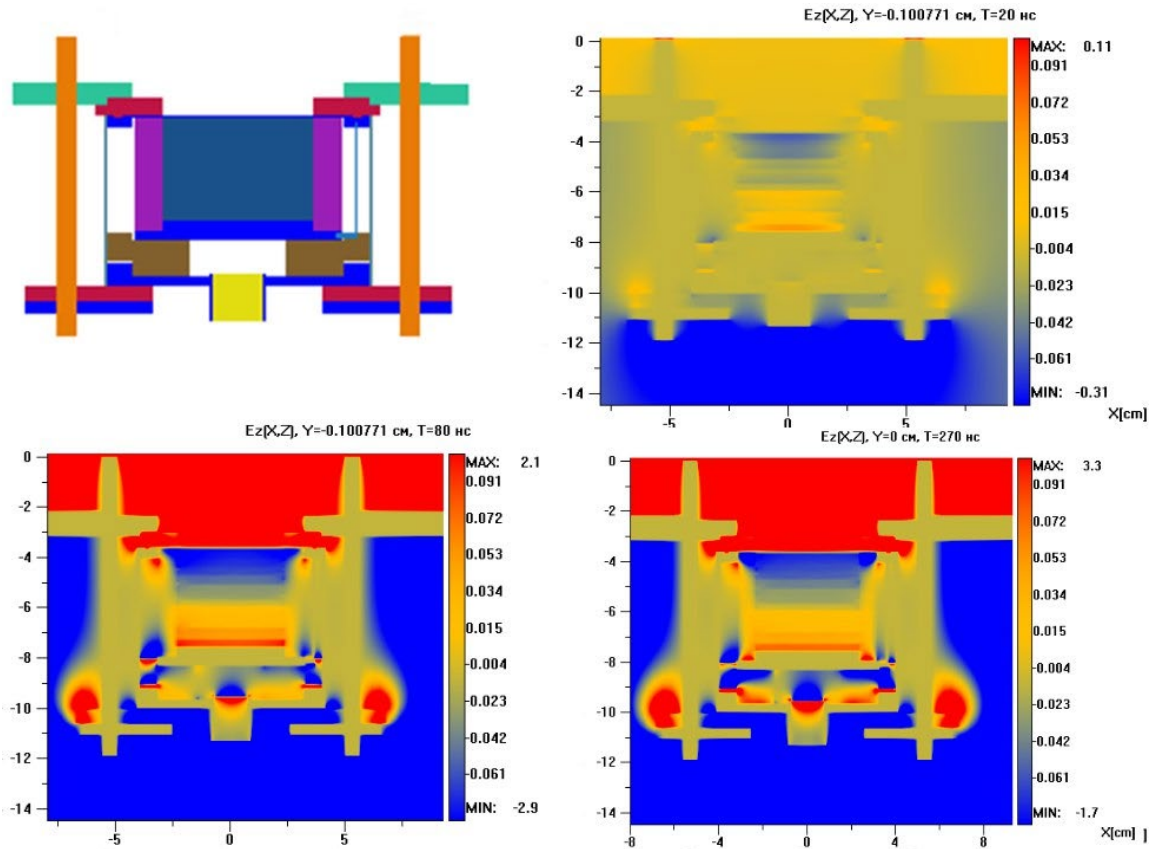


Рис. 9. Линии уровня продольной компоненты напряженности электрического поля в плоскости, содержащей ось камеры с воздухом

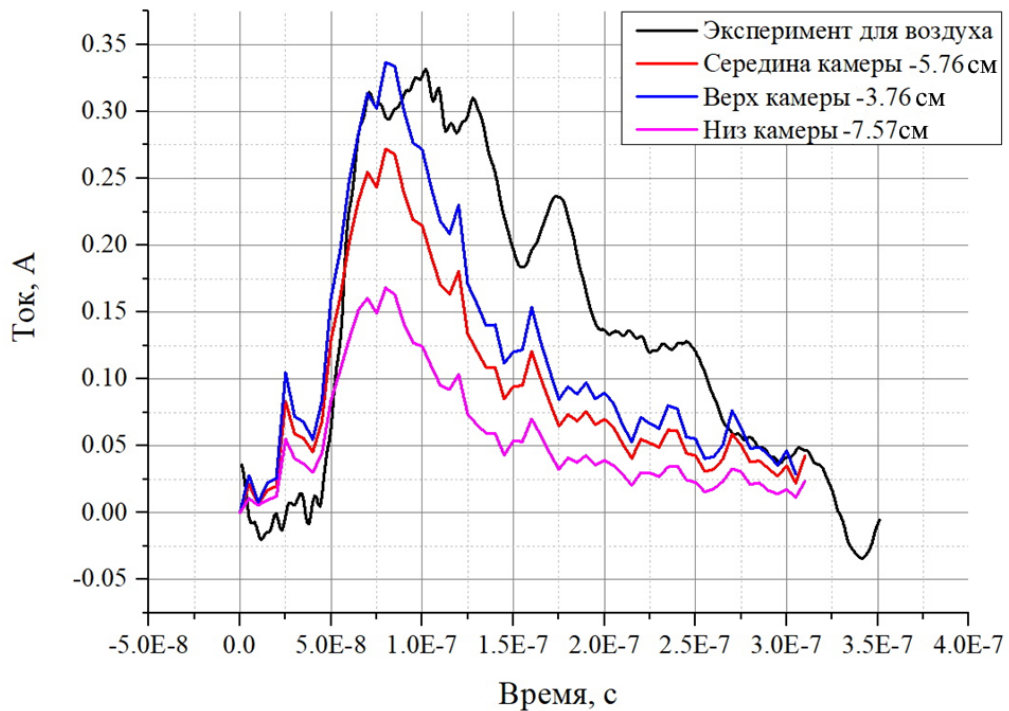


Рис. 10. Графики зависимости измеренного и рассчитанного токов через объем камеры с воздухом

Линии уровня электрического поля E_z внутри камеры при $y=0$ представлены для моментов времени 20, 80 и 270 нс на рис. 9.

На рис. 10 представлены графики зависимости от времени тока разряда, измеренного в физическом эксперименте и вычисленного в рамках расчета №2.

Рассчитанная и измеренная зависимости тока от времени совпадают по порядку величины. Следует отметить, что значения тока в разных сечениях камеры существенно различны. Это связано с тем, что электроны теряют энергию при рассеянии в воздухе. В спектре эмиссии присутствует значительное количество электронов низкой энергии, которые в результате не достигают противоположного основания камеры и не участвуют в формировании тока.

Заключение

Рассмотрены результаты математического моделирования эксперимента на ускорителе электронов РС-20. В рамках одного запуска ускорителя изучались генерация тормозного излучения пучком электронов ускорителя и образование электромагнитного поля. Поле формировалось тормозным излучением электронов пучка в герметичной камере, представляющей собой полый диэлектрический цилиндр с металлическими основаниями.

Сравнение измеренных и рассчитанных параметров показало их совпадение с точностью до порядка величины.

Вычислительный и физический эксперименты с газонаполненной камерой показали лучшее согласие результатов, чем эксперименты с вакуумированной камерой. Это обусловлено формированием радиационной проводимости при рассеянии электронов эмиссии в газе и затуханием в нем собственных мод рабочего объема ускорителя и выходного узла.

Список литературы

1. W. Heitler. The Quantum Theory of Radiation. – Oxford: Clarendon Press, 1954.
2. А.Н. Диденко, В.П. Григорьев, Ю.П. Усов. Мощные электронные пучки и их применение. М.: Атомиздат, 1977.
3. Н.Г. Мордасов. Диагностика трубчатого пучка релятивистских электронов по передаточной функции мишени-конвертора. Журнал технической физики, 2003, т. 73, вып. 2, с.107-112.
4. H. Davies, H.A. Bethe and L.C. Maximon. Theory of bremsstrahlung and pair production. Integral cross section for pair production // Phys. Rev., 1954, v.93, p.788-795.
5. A. V. Berezin, A. S. Vorontsov, M. E. Zhukovskiy, M. B. Markov, S. V. Parot'kin. "Particle method for electrons in a scattering medium", Comput. Math. Math. Phys., 55:9 (2015), 1534–1546.

6. Kenneth M. Case, Paul F. Zweifel. Linear Transport Theory. – Addison-Wesley Publishing Company. 1967.
7. Alfven H., Falthammar C. Cosmical Electrodynamics. Fundamental Principles. – Oxford: Clarendon Press, 1963.
8. L.D. Landau, E.M. Lifshitz. The Classical Theory of Fields, 4th Edition, Butterworth–Heinemann, 1975, v.2.
9. M. B. Markov, S. V. Parot'kin, “The kinetic model of radiation-induced gas conductivity” *Mathematical Models and Computer Simulations*, 3 (6), 712–722 (2011).
10. Д.Н. Садовничий, А.П. Тютнев, С.А. Хатипов, Ю.А. Милицин. Радиационная электропроводность резин и метод ее прогнозирования // *Химия высоких энергий*, 1998, т.32, №1, с.7-13.
11. A.E.S. Green, L.R. Peterson. Energy loss function for electrons and protons in planetary gas // *J/ Geoph. Res.* 1968. V. 78, #1. P. 233-240.
12. N.F. Mott, H.S.W. Massey. The theory of atomic collisions. – Oxford: Clarendon Press, 1965.
13. M. Gryzinski. Classic Theory of Electronic and Ionic Inelastic Collisions // *Phys. Rev.*, 1959, v.115, №2, p.374-383.
14. Yong-Ki Kim, M. E. Rudd. Theory for Ionization of Molecules by Electrons // *Phys. Rev.*, 1994, v.50, p.3954-3967.
15. G.I. Dolgachev, E.D. Kazakov, Y.G. Kalinin, D.D. Maslennikov, A.A. Shvedov, S.I. Tkachenko. Upgrading of the RS-20 high-current accelerator for the investigation of shock-wave processes under isochoric energy absorption. *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*. 2018. T. 82. № 4. С. 394-398.